PSI	DEVOIR EN TEMPS LIBRE N° 4
2023/2024	A rendre au plus tard le mardi 10 octobre 2023
	Devoir obligatoire à rendre par GROUPE de 2 ou 3

Mesure de vitesse par effet Doppler

Sujet sans calculatrice

Les cinémomètres laser sont utilisés pour mesurer la vitesse des cyclistes depuis la route. Ils sont un outil d'analyse des performances instantanées des cyclistes. Leur principe de fonctionnement repose sur le double effet Doppler.

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Un émetteur E fixe, situé en O, envoie un train d'impulsions (figure 3) à la fréquence f_{E}, qui se propage suivant $\vec{e}_x$ à la célérité $c_0 > 0$. Le récepteur R, situé à l'abscisse x_0 à la date $t = 0$, est animé d'un mouvement uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Sa position est déterminée par son abscisse notée $x_R(t)$ (figure 4). Il reçoit le train d'impulsions émis de E (figure 5).

Figure 3 - Train d'impulsions à l'émission en E (fréquence f_{E} et période $T_E = 1/f_E$)

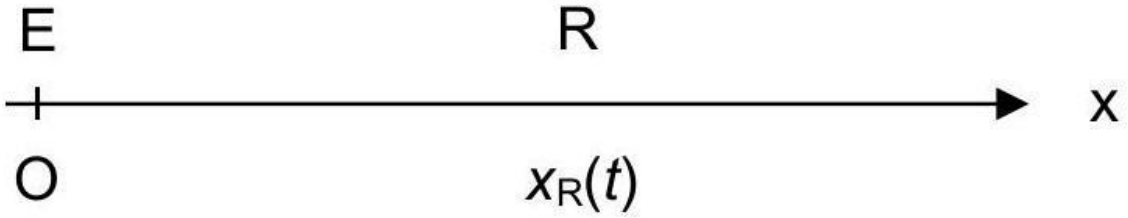

Figure 4 - Emetteur E et récepteur R

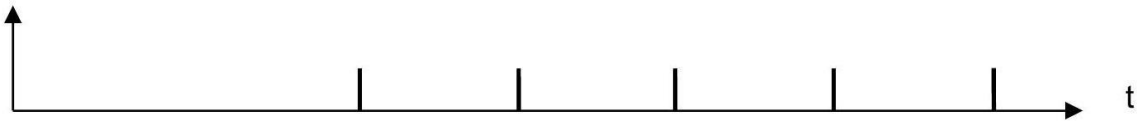

Figure 5 - Train d'impulsions à la réception en R (fréquence f_R et période $T_R = 1/f_R$)

Q1. En considérant que la première impulsion a été émise en E à la date $t = 0$, exprimer en fonction de x_0, c_0 et de v, la date t_1 à laquelle cette première impulsion est reçue en R. Sachant que la deuxième impulsion a été émise en E, à la date $t = T_E$, exprimer la date t_2 à laquelle est reçue en R la deuxième impulsion en fonction de T_E, x_0, c_0 et de v ?

Q2. En déduire la fréquence f_{R} du train d'impulsions reçue en R en fonction de f_{E}, v et de c_0.

Dans un cinémomètre à effet Doppler, l'émetteur et le récepteur sont tous deux situés au niveau de l'appareil. E et R sont confondus. L'émetteur envoie une onde de fréquence f_{E} qui se réfléchit sur le cycliste et retourne alors en E. On admettra dans ce cas que $f_R = f_E\left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right)$ où v est la vitesse du cycliste et c_0 la célérité de l'onde.

Validation expérimentale

On se propose ici de valider le fonctionnement du cinémomètre à double effet Doppler dans le cadre du laboratoire de sciences physiques en utilisant des voiturettes.

Les voiturettes acquièrent une vitesse en descendant d'une piste inclinée de dénivelé h, où elles sont lâchées avec une vitesse initiale nulle, puis roulent sur un support horizontal (figure 6).

Un émetteur envoie une onde sonore de fréquence f_{E}. Le récepteur reçoit l'onde réfléchie par la voiture, de fréquence $f_R = f_E\left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right)$, mais aussi une onde réfléchie par les obstacles fixes.

L'émetteur et le récepteur sont des transducteurs piézoélectriques de fréquence de résonance égale à 40kHz.

Sur notre oscilloscope, deux fréquences ne peuvent être distinguées (" résolues ") que si leur écart relatif dépasse 20%.

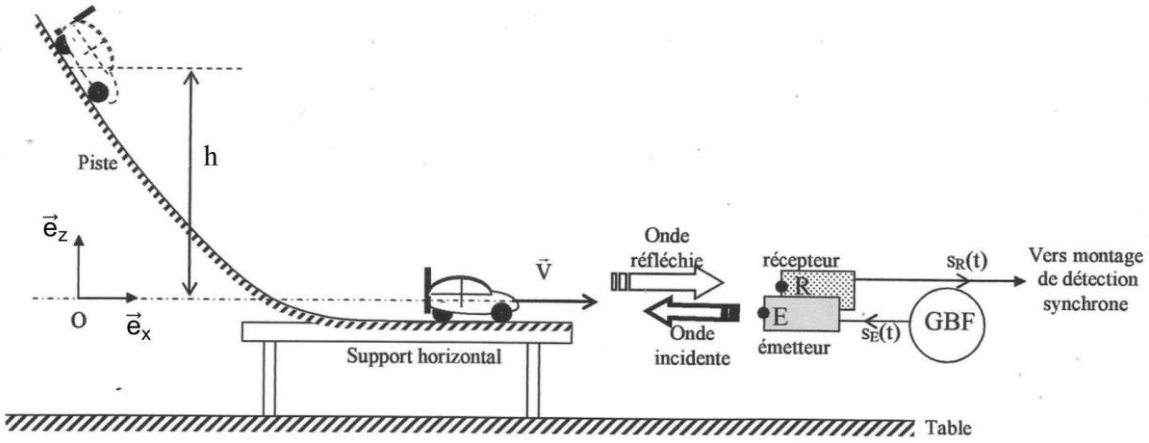

Figure 6 - Maquette du laboratoire

Q3. En négligeant tout frottement, déterminer l'expression de la vitesse de la voiturette une fois arrivée sur la portion horizontale de la piste, en fonction de g et de h. Évaluer cette vitesse avec un chiffre significatif en prenant $h \approx 50$ cm.

Le récepteur reçoit plusieurs signaux réfléchis : celui qui nous intéresse obtenu par réflexion sur la voiture et ceux réfléchis par les obstacles fixes environnants. Pour distinguer tous ces signaux, il faut utiliser une méthode indirecte : la détection synchrone.

Q4. Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans l'air à température ambiante. Quelle est la fréquence des ondes réfléchies par les obstacles fixes ? Justifier l'utilisation du montage à détection synchrone.

Le principe du montage à détection synchrone est décrit sur le synoptique suivant (figure 7) :

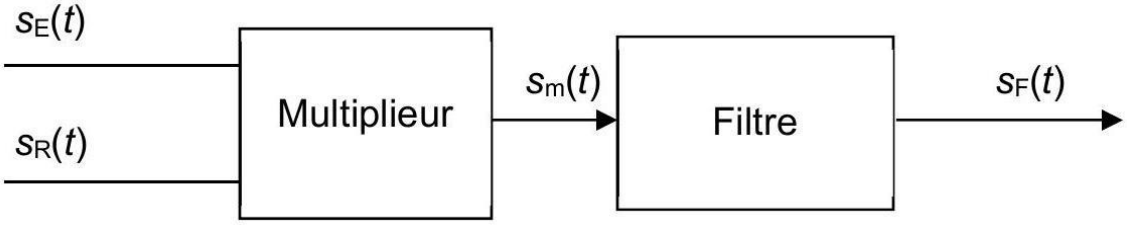

Figure 7 - Détection synchrone

Les tensions électriques $s_E(t)$ et $s_R(t)$ issus du GBF et du récepteur sont envoyées sur un multiplieur de constante $\mathrm{k} = 0{,}1\ \mathrm{V}^{-1}$. On a : $s_{\mathrm{m}}(\mathrm{t}) = \mathrm{k}s_{\mathrm{E}}(t)s_{\mathrm{R}}(t)$. La tension $s_{\mathrm{m}}(t)$ est alors filtrée avant d'être envoyée sur l'oscilloscope.

On se propose d'abord d'étudier quelques aspects liés au filtre.

Le montage électronique du filtre est décrit par la figure 8. L'ALI est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.

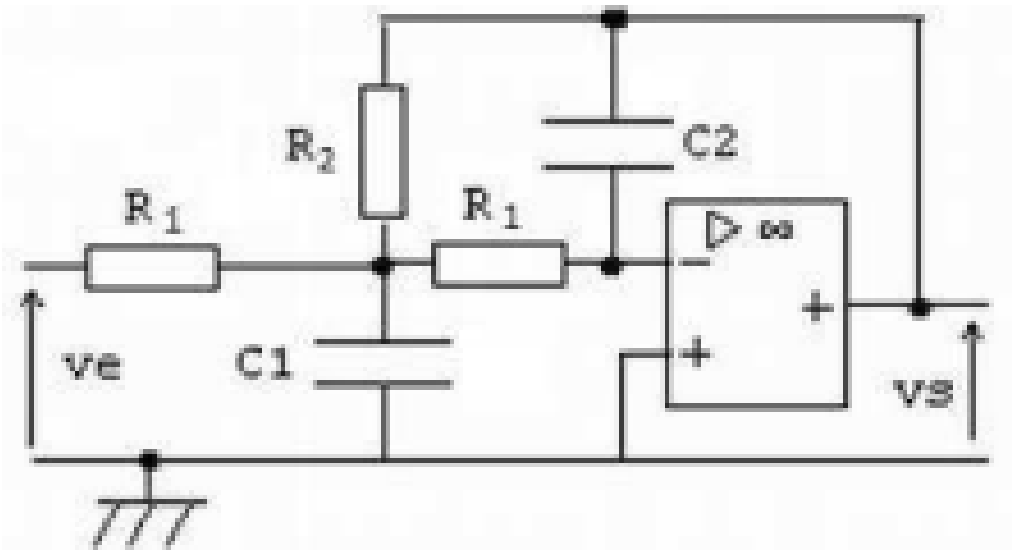

Figure 8 - Filtre

Q5. Déterminer sans calcul la nature du filtre et préciser parmi les deux fonctions de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega)$, laquelle correspond à ce montage :

$$\underline{H_1}(j\omega) = \frac{G_0}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{et} \quad \underline{H_2}(j\omega) = \frac{-G_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Q6. Déterminer le gain G_0 de ce filtre en fonction de R_1 et R_2.

Q7. Préciser le sens concret de la pulsation ω_0. Exprimer, sous la forme de deux inégalités fortes faisant intervenir les grandeurs v, c_0 et f_E, les deux contraintes que doivent vérifier la pulsation ω_0. Proposer en fonction de v, c_0 et de f_E, une expression de ω_0 qui satisfasse le compromis précédent.
Les valeurs choisies pour les composants sont $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C_1 = 3{,}2\text{nF}$ et $C_2 = 1{,}2\text{nF}$ de sorte que ω_0 vérifie la relation précédente avec $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
Un signal sinusoïdal délivré par un GBF est envoyé en entrée du filtre et est enregistré sur la voie 1 de l'oscilloscope (Oscillogramme 1, figure 9 sur le document réponse).
On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope le signal issu du filtre.
La base de temps est de 1 ms par division comme indiqué en bas de l'écran. Les sensibilités verticales sont de 100mV par division pour la voie 1 et de 5 V par division pour la voie 2.

Q8. Qu'est ce qui permet de qualifier cet essai d'essai en basse fréquence ? Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme 1, la valeur numérique de la résistance R_2.

Q9. Deux autres essais ont été réalisés en envoyant les tensions sinusoïdales suivantes en entrée du filtre :

- $e_1(t) = \text{E}_{01}\cos(\omega_0 t)$;
- $e_2(t) = E_{02}\cos(100\omega_0 t)$

Déterminer les expressions analytiques des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ recueillies en sortie du filtre.

On considère maintenant le montage complet lié à la détection synchrone.
Lorsque la tension $s_{\mathrm{m}}(\mathrm{t})$, issue du multiplieur, est envoyée en entrée du filtre, on obtient les oscillogrammes 2 et 3 , représentés sur les figures 10 et 11 du document réponse.

Pour l'oscillogramme 2, la base de temps est de 5 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

Pour l'oscillogramme 3, la base de temps est de 1 ms par division et la sensibilité verticale est de 5 V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

Q10. À l'aide des oscillogrammes 2 et 3, évaluer avec un seul chiffre significatif, la vitesse v de la voiturette, lorsqu'elle roule sur le support horizontal.

PSI
2023/2024

NOMS :

DM 4 - DOCUMENT REPONSE

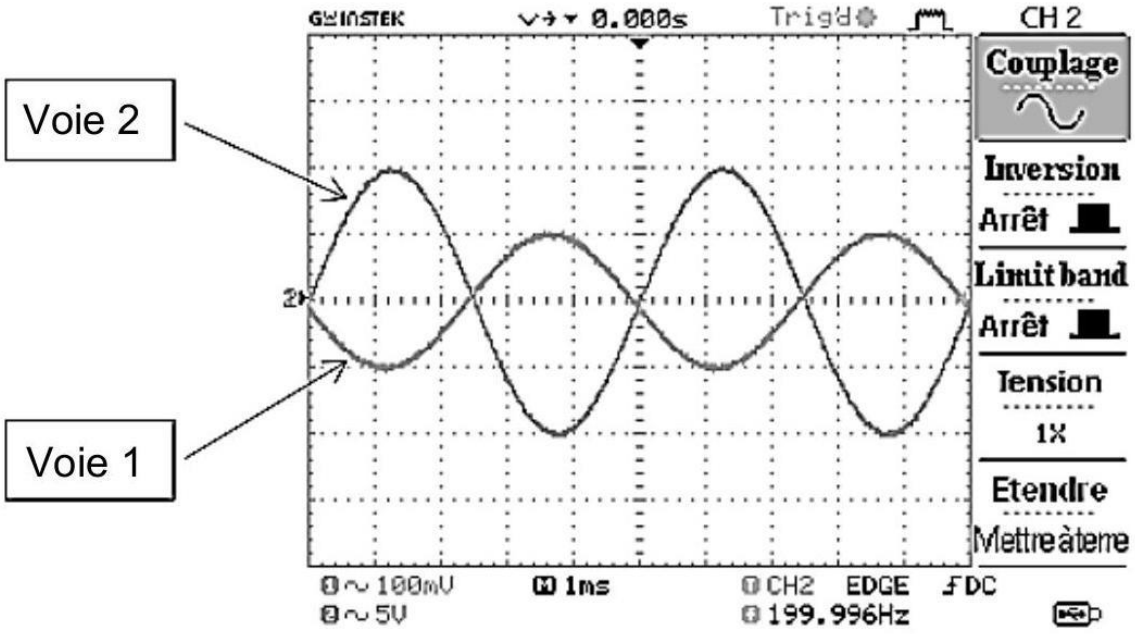

Figure 9 - Oscillogramme 1

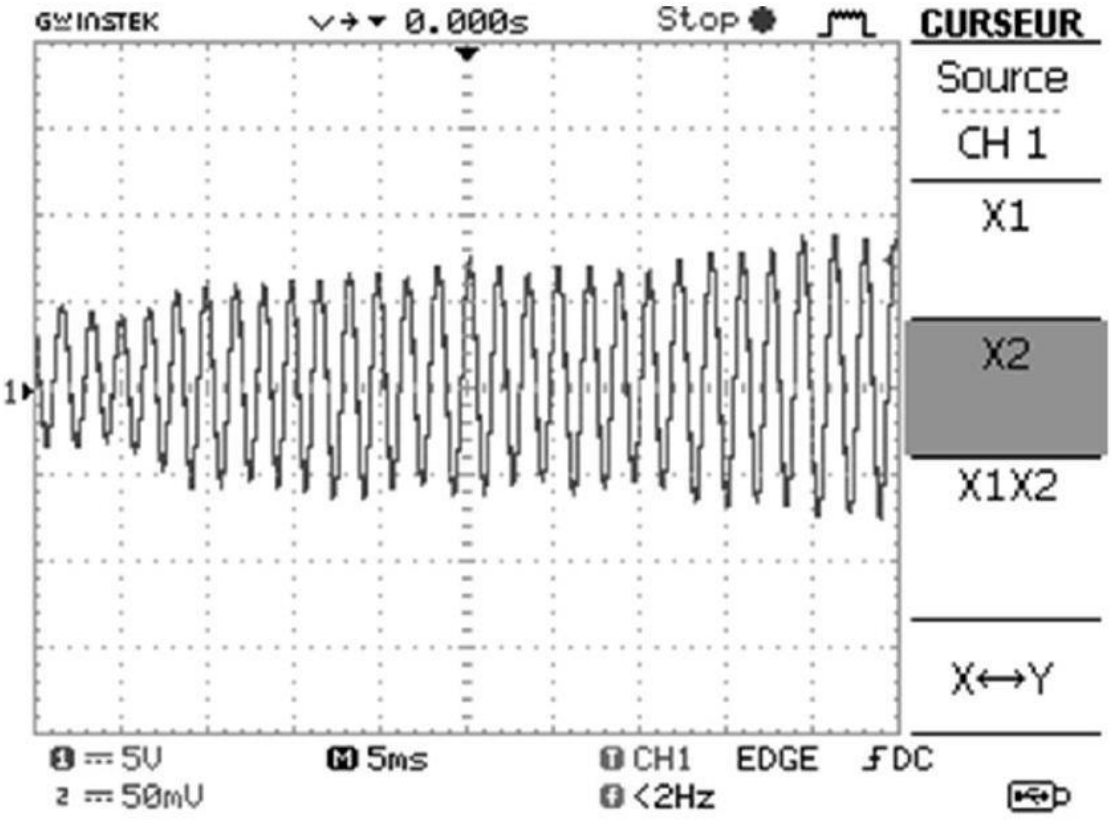

Figure 10 - Oscillogramme 2

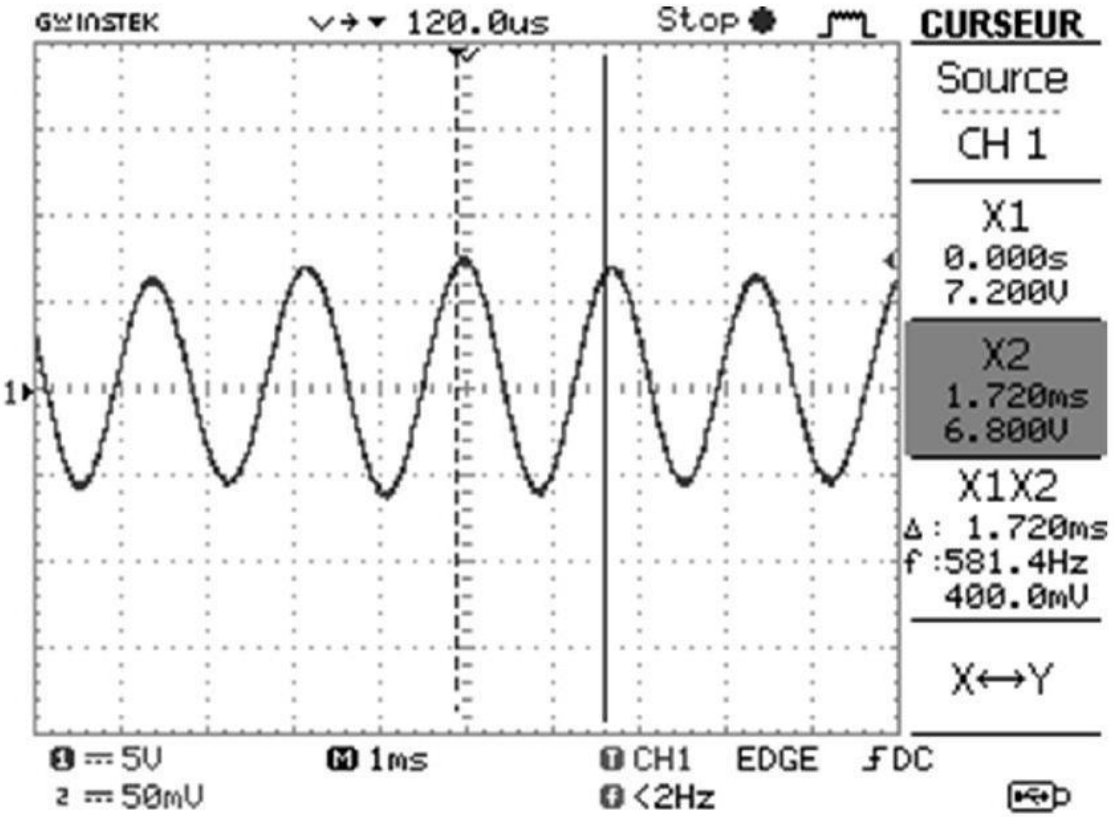

Figure 11 - Oscillogramme 3