

Séchage des sols

On se propose ici de déterminer le temps de séchage complet d'un sol saturé en eau (**photo 4**).



Photo 4 - Sol saturé en eau

On travaille en coordonnées cartésiennes (x, y, z) de base orthonormée $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Le sol (**figure 10**) est considéré comme infini dans les directions $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$. Le plan $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ est ici considéré comme imperméable. Le sol s'étend depuis la côte $z = 0$ jusqu'à la côte H .

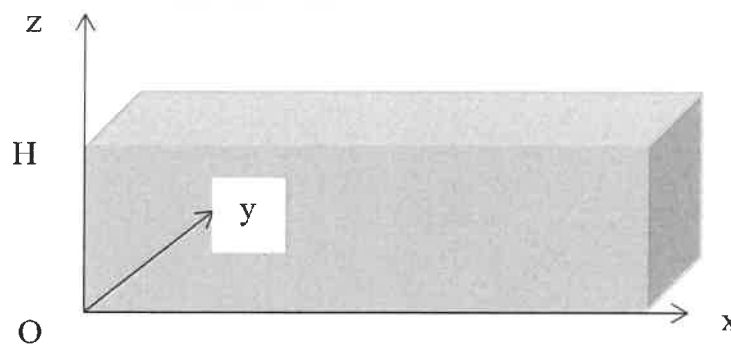


Figure 10 - Modèle du sol

On note T la température, supposée uniforme, de l'air extérieur situé en $z > H$ et assimilable à un gaz parfait ; R désigne la constante des gaz parfait et N_A la constante d'Avogadro. La pression partielle de l'eau dans l'atmosphère est notée P_{ext} .

On admet que, sous l'action de l'air extérieur, le sol s'assèche par sa partie supérieure. On adopte un modèle dans lequel $z_m(t)$ délimite la partie mouillée du sol. On a $z_m(t=0) = H$. On note n_{liq} le nombre de molécules d'eau liquide par unité de volume de sol. n_{liq} est supposé constant dans la partie mouillée du sol.

À la date t , dans la zone $z < z_m(t)$, le sol est mouillé et contient de l'eau liquide. Dans la zone $z > z_m(t)$, le sol est sec mais contient de la vapeur d'eau assimilée à un gaz parfait. On fait l'hypothèse que cette vapeur d'eau est également à la température uniforme T . Elle diffuse vers l'extérieur suivant la loi de Fick de coefficient de diffusion D .

À l'interface sol-atmosphère, en $z = H$, le vecteur densité de courant en molécules d'eau est de la forme : $\vec{j} = h(P(H) - P_{\text{ext}}) \vec{e}_z$ où $P(H)$ est la pression partielle de l'eau en $z = H$.

À la date t , pour $z > z_m(t)$, on note $n_{\text{vap}}(z, t)$ la densité locale en molécules d'eau sous forme vapeur et $\Phi_s(z, t)$ le débit ascendant en molécules d'eau qui traversent une section horizontale S , orientée vers le haut et située à la cote z .

- Q31.** Rappeler la définition de la pression de vapeur saturante. Écrire une condition faisant intervenir la pression partielle P_{ext} de l'eau dans l'atmosphère et la pression saturante de l'eau notée $P_{\text{sat}}(T)$ pour que le sol puisse effectivement sécher.
- Q32.** Pourquoi un sol sèche-t-il plus vite lorsqu'il y a du vent ?
- Q33.** Rappeler la loi de Fick et préciser les unités, dans le Système International, des grandeurs qui interviennent.
- Q34.** On suppose que dans le sol le phénomène de diffusion est en régime stationnaire. Justifier que le débit Φ_s est uniforme.
- Q35.** Pour $z_m(t) < z < H$, déterminer l'expression de $n_{\text{vap}}(z)$ en fonction de $n_{\text{vap}}(z_m(t))$, Φ_s , D , S , z et $z_m(t)$.
- Q36.** En considérant qu'en $z = z_m(t)$, la vapeur d'eau est en équilibre thermodynamique avec l'eau liquide, exprimer $n_{\text{vap}}(z_m(t))$ en fonction de N_A , $P_{\text{sat}}(T)$, R et T .
- Q37.** En déduire l'expression de $n_{\text{vap}}(z)$ en fonction de N_A , $P_{\text{sat}}(T)$, R , T , Φ_s , D , S , z et $z_m(t)$.
- Q38.** Exprimer alors $P(H)$ en fonction de $P_{\text{sat}}(T)$, N_A , R , T , Φ_s , D , S , H et $z_m(t)$.
- Q39.** En utilisant la condition à l'interface sol-atmosphère, exprimer Φ_s en fonction de h , $P_{\text{sat}}(T)$, P_{ext} , S , R , T , H , $z_m(t)$, N_A et D .
- Q40.** Écrire une équation différentielle de conservation des molécules d'eau à l'interface $z = z_m(t)$ reliant Φ_s , n_{liq} et $\frac{dz_m(t)}{dt}$.
- Q41.** À l'aide des deux équations établies aux deux questions précédentes, en déduire l'équation différentielle vérifiée par $z_m(t)$, puis exprimer le temps de séchage $\tau_{\text{séchage}}$ en fonction de h , $P_{\text{sat}}(T)$, P_{ext} , n_{liq} , R , T , H , N_A et D .
- Q42.** Le temps de séchage des sols dépend du phénomène de diffusion de la vapeur d'eau dans le sol et du phénomène d'évaporation à l'interface sol-atmosphère. On peut définir asymptotiquement deux zones, délimitées par une hauteur notée H_{lim} , dans lesquelles soit le phénomène de diffusion, soit le phénomène d'évaporation est déterminant. Préciser l'expression de H_{lim} en fonction de h , R , T , N_A et D .
- Q43.** Les **figures 11 et 12** représentent le temps de séchage en fonction de la hauteur H pour $T = 300 \text{ K}$, $D = 5 \cdot 10^{-6} \text{ SI}$, $h = 5 \cdot 10^{17} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$, $P_{\text{ext}} = 600 \text{ Pa}$ et $n_{\text{liq}} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}$. Déterminer à l'aide de ces courbes (échelles différentes) la valeur numérique de H_{lim} et préciser le positionnement de chacune de ces zones.

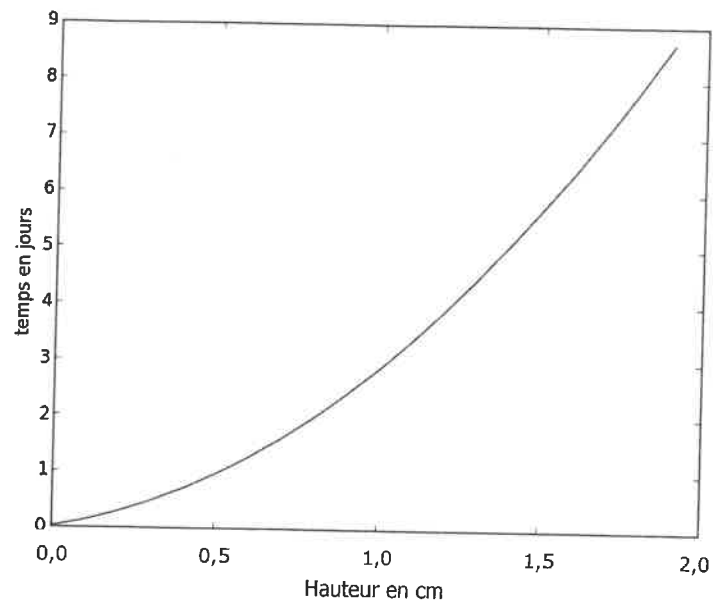


Figure 11 - Temps de séchage en fonction de la hauteur H

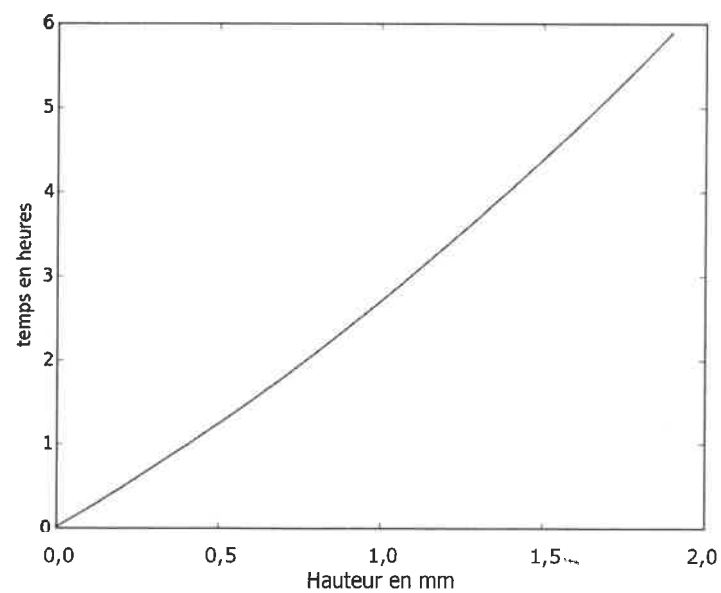


Figure 12 - Temps de séchage en fonction de la hauteur H

Données

Constantes physiques

$$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$