

Fonctionnement du compresseur

Le compresseur fonctionne grâce à un moteur asynchrone que nous allons à présent étudier. Le moteur asynchrone est constitué de deux bobinages fixes (modélisés par des solénoïdes infinis) et d'une bobine plate carrée en rotation autour d'un axe fixe. Il est alimenté par le secteur via une prise de courant classique. *et tourne à environ 1800 trs. min⁻¹ en régime nominal*
Dans toute cette partie, on se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

En faisant abstraction des spires manquant dans la partie centrale, on considère deux solénoïdes (1) et (2) identiques, de rayon A , de grande dimension selon leur axe, disposés de sorte que leurs axes respectifs $(x'x)$ et $(y'y)$ soient perpendiculaires et concourant au point O (figure 10). Ils comportent n spires par mètre et sont parcourus par les courants respectifs $i_1(t) = I_M \cos(\omega_0 t)$ et $i_2(t) = I_M \cos(\omega_0 t + \alpha)$ où ω_0 est une pulsation constante. Le sens de parcours des courants est indiqué sur la figure 10.

On rappelle : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

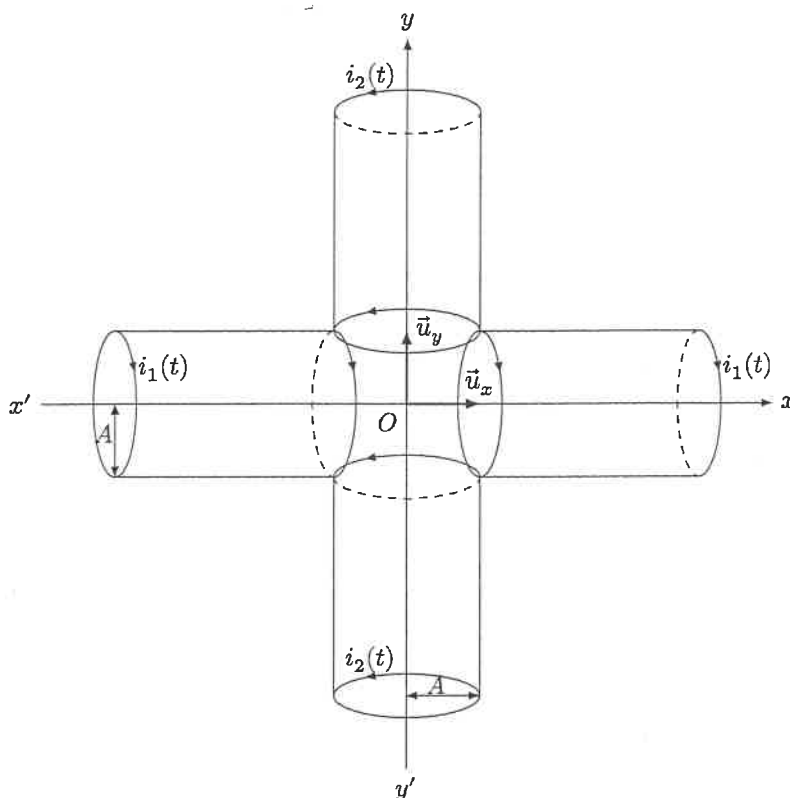


Figure 10 Moteur asynchrone

A – À quelle condition peut-on faire l'hypothèse de l'approximation des régimes quasi-stationnaires ?

B – Dans un premier temps, on considère un seul solénoïde infini de rayon A comportant n spires par mètre parcourues par un courant d'intensité $i(t)$. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ créé à l'intérieur du solénoïde en admettant que ce champ est nul à l'extérieur.

C – On considère maintenant l'association des deux solénoïdes (1) et (2) décrite ci-dessus (figure 10). Exprimer le champ magnétique $\vec{B}(O, t)$ créé en O dans les cas où $\alpha = \pi/2$ et $\alpha = -\pi/2$.

Pourquoi peut-on qualifier ce champ magnétique de « champ tournant » ?

Dans la suite du problème, on se placera dans le premier cas $\alpha = \pi/2$.

D – Comment réalise-t-on pratiquement un déphasage de $\pi/2$ entre les deux courants ?

E – Chaque solénoïde est constitué d'un enroulement de 4 rangées de spires jointives. On donne $a = 0,25 \text{ mm}$ le rayon du fil de cuivre utilisé, et $I_M = 0,1 \text{ A}$. Calculer la norme du champ magnétique créé en O . Commenter.

F – On place en O une bobine plate carrée (S) de surface $S = b^2$ comportant N spires orientées (figure 11). Le vecteur surface $\vec{S} = b^2 \vec{n}$ reste dans le plan xOy où il est repéré à la date t par l'angle $\theta(t) = \omega t$ par rapport à Ox .

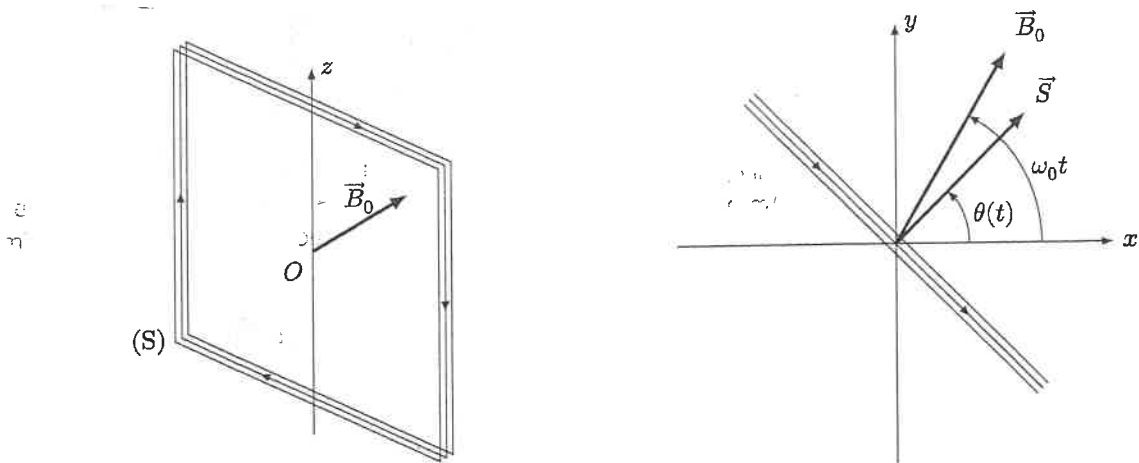


Figure 11 Bobine rectangulaire

Cette bobine (S) possède une résistance R et une inductance propre L .

Le côté b de la bobine plate (S) est supposé très petit devant le rayon A des deux solénoïdes. Ainsi, le champ magnétique $\vec{B}(O, t)$ créé par les deux solénoïdes peut être supposé uniforme sur toute la surface S de la bobine (S), on le notera $\vec{B}_0$. Dans le plan xOy , il est repéré à la date t par l'angle $\omega_0 t$ (figure 11).

En fonctionnement, cette bobine (S) entraîne le reste du dispositif en exerçant sur lui un couple $+\Gamma \vec{u}_z$. On considère que la liaison entre la bobine et son support est parfaite.

F.1) Justifier sans calcul l'existence d'un courant induit $i(t)$ dans la bobine (S).

F.2) Justifier sans calcul l'origine du mouvement de la bobine (S).

F.3) Écrire l'équation électrique (E) vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ circulant dans (S). Pour alléger les notations, on pourra poser : $\Omega = \omega_0 - \omega$ et $\Phi_0 = NSB_0$.

G – Dans la suite du problème, on suppose le régime forcé établi : $\Omega = \text{constante}$.

On note : $i(t) = i_m \sin(\Omega t - \psi)$ la solution de l'équation (E) en régime établi.

G.1) Exprimer i_m et ψ en fonction de Ω et des données du problème.

G.2) Définir le moment magnétique $\vec{M}$ associé à la bobine plate (S).

G.3) Expliciter l'action mécanique de Laplace s'exerçant sur la bobine (S).

G.4) Écrire l'équation mécanique (M) vérifiée par l'angle $\theta(t)$.

G.5) Exprimer le couple $\Gamma(t)$ en fonction de Ω et des données du problème.

H – Dans un fonctionnement usuel, c'est la valeur moyenne temporelle $\langle \Gamma \rangle$ du couple qui intervient.

H.1) Montrer que : $\langle \Gamma \rangle = \frac{\Gamma_0(1-X)}{1+\lambda^2(1-X)^2}$ avec $X = \omega/\omega_0$.

On exprimera λ et Γ_0 en fonction des données du problème.

H.2) Tracer l'allure de $\langle \Gamma \rangle / \Gamma_0$ en fonction de X en prenant $\lambda = 4$. Commenter l'allure de la courbe obtenue, notamment sous l'angle du moteur asynchrone.

Dans la suite du problème, on considère la plage de vitesse : $0 < \omega < \omega_0$.

H.3) On s'intéresse à la stabilité du moteur en cours de fonctionnement. La partie utilisatrice impose une valeur de $\langle \Gamma \rangle$, on trouve alors en général deux valeurs possibles de ω : ω_1 et $\omega_2 > \omega_1$. Montrer qualitativement que la valeur de ω_2 correspond à un régime stable.

H.4) Exprimer la valeur moyenne temporelle $\langle \mathcal{P} \rangle$ de la puissance mécanique fournie par le moteur. Commenter l'expression obtenue.

H.5) On donne figure 12 le tracé de la valeur moyenne temporelle $\langle \mathcal{P} \rangle$ en fonction de $X = \omega/\omega_0$.

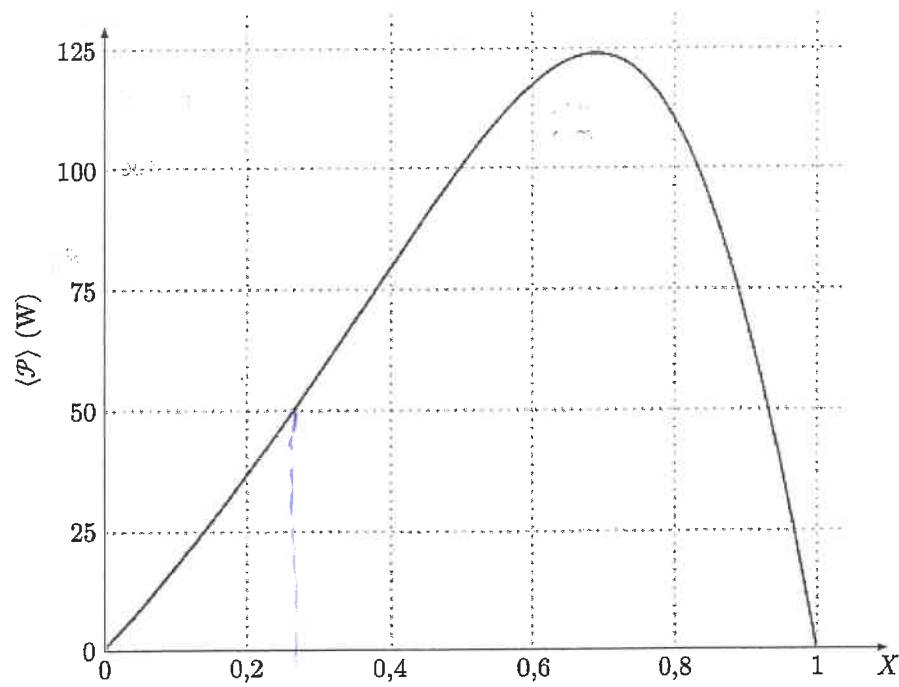


Figure 12

Dans le cas de la pompe à chaleur pédagogique, le moteur du compresseur fournit une valeur moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle = 50\text{W}$. Déterminer la valeur de la vitesse de rotation ω . Commenter.

• • • FIN • • •

II.D.4. La surchauffe permet de garantir le bon fonctionnement du compresseur en s'assurant que le fluide ne pénètre dans le compresseur uniquement sous forme gazeuse.

II.D.5. $\mathcal{P}_s = D_m g_{s1} = 25,4 \text{ W}$ ce qui est faible par rapport au puissance échangée lors des changements d'état.

Troisième partie

Fonctionnement du compresseur

III.A. Si la période des oscillations est grande devant le temps de propagation de l'onde sur le circuit.

III.B. Je considère le solénoïde de droite. Invariances par translation suivant $\vec{u}_z$ et par rotation autour de $\vec{u}_z$ donc $\vec{B} = \vec{B}(r)$. Symétrie : tout plan perpendiculaire au solénoïde est plan de symétrie donc $\vec{B} = B_z(r) \vec{u}_z$. On applique ensuite Ampère sur un rectangle enlaçant des spires ce qui donne finalement $\vec{B} = \mu_0 n I_z \vec{u}_z$.

III.C. Par superposition : $\vec{B}(O, t) = \mu_0 I_M (\cos(\omega_0 t) \vec{u}_z - \cos(\omega_0 t + \alpha) \vec{u}_y)$.

Si $\alpha = \pi/2$ alors $\vec{B}(O, t) = \mu_0 I_M (\cos(\omega_0 t) \vec{u}_z + \sin(\omega_0 t) \vec{u}_y)$.

Si $\alpha = -\pi/2$ alors $\vec{B}(O, t) = \mu_0 I_M (\cos(\omega_0 t) \vec{u}_z - \sin(\omega_0 t) \vec{u}_y)$.

Ce champ est tournant car au cours du temps la direction du champ magnétique tourne à la pulsation ω_0 tout en gardant une norme fixe.

III.D. On réalise un déphasage à l'aide d'un condensateur.

III.E. $B(O, t) = 4\mu_0 \frac{I_m}{2a} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$.

III.F.

III.F.1) Si la bobine ne tourne par à la même vitesse que le champ magnétique, alors le flux de $\vec{B}$ à travers la spire change au cours du temps ce qui créé une fem induite par la loi de Faraday.

III.F.2) La variation de flux crée une fem donc un courant électrique. Ainsi la spire parcouru par un courant électrique va subir une force de Laplace qui va mettre en rotation la spire.

III.F.3) On a donc $\Phi = \Phi_0 \cos \Omega t$ et ainsi la loi des mailles donne $\Phi_0 \Omega \sin \Omega t = R i + L \frac{di}{dt}$.

III.G.

III.G.1) On passe en complexe d'où $\underline{I_m} = \frac{\Phi_0 \Omega}{R + jL\Omega}$ avec $I_m = i_m e^{-j\psi}$. Ainsi $i_m = \frac{\Phi_0 \Omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}}$ et $\psi = \arctan \frac{L\Omega}{R}$.

III.G.2) $\vec{M} = i N S \vec{n}$ avec $\vec{n}$ la normale aux spires.

III.G.3) $\Gamma_L = \vec{M} \wedge \vec{B} = i_m \Phi_0 \sin \Omega t \sin(\Omega t - \psi) \vec{u}_z$.

III.G.4) On applique le TMC sur l'axe de rotation d'où $J\dot{\theta} = i_m \Phi_0 \sin \Omega t \sin(\Omega t - \psi) - \Gamma$.

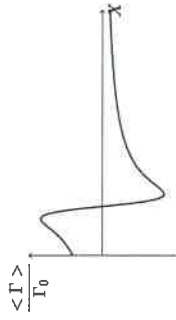
III.G.5) En régime établi, le système tourne à vitesse constante donc $\dot{\theta} = 0$ et ainsi $\Gamma = \frac{\Phi_0^2 \Omega}{2\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} (-\cos(2\Omega t - \psi) + \cos \psi)$.

III.H.

III.H.1) $\langle \Gamma \rangle = \frac{\Phi_0^2 \Omega}{2\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} \cos \psi$. Or $\cos \psi = Re(\frac{\underline{i}}{i_m}) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}} = \frac{R\Phi_0 \Omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \Omega^2}}$.

Finalement $\langle \Gamma \rangle = \frac{\Phi_0^2 R \Omega}{2(R^2 + L^2 \Omega^2)}$. Or $\Omega = \omega_0(1-X)$, d'où $\langle \Gamma \rangle = \frac{\Gamma_0(1-X)}{1 + \lambda^2(1-X)^2}$ avec $\Gamma_0 = \frac{\Phi_0^2 \omega_0}{2R}$ et $\lambda^2 = \frac{L^2 \omega_0^2}{R^2}$.

III.H.2)



On remarque tout d'abord que pour $X = 1$, le couple est nul ce qui est en accord avec ce que nous avons vu précédemment (plus de variation de flux donc plus de force de Laplace). Pour des $\omega < \omega_0$ on remarque que le couple passe par un maximum qui est proche de ω_0 . Pour $\omega > \omega_0$ les forces de Laplace sont résistantes et freine donc la rotation.

III.H.3)

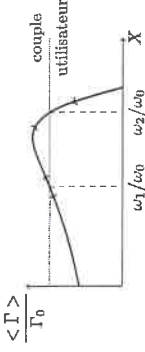
Il faut ici partir du TMC $J\dot{\theta} = \Gamma_L - \Gamma$, ainsi si $\Gamma_L > \Gamma$ la vitesse de rotation augmente, si $\Gamma_L < \Gamma$ la vitesse de rotation diminue. Donc si l'on part de ω_1 et que la pulsation augmente légèrement, alors le couple moteur devient supérieur au couple de la partie utilisatrice, ainsi le moteur va s'emballer et la pulsation continue à augmenter. Inversement si la pulsation diminue depuis ω_1 le couple moteur diminue et devient donc inférieur au couple utilisateur, le moteur est donc ralenti diminuant encore plus la pulsation... Cette position n'est donc pas stable.

Dans le cas de ω_2 , on remarque que si l'on diminue la pulsation, la pulsation à augmenter pour revenir à ω_2 . Inversement si l'on augmente la pulsation, le couple moteur diminue entraînant alors une diminution de la pulsation... Cette position est donc une position stable.

$$\text{III.H.4) } \langle \mathcal{P} \rangle = \omega < \Gamma \Rightarrow \frac{\mathcal{P}_0 X(1-X)}{1 + \lambda^2(1-X)^2} \text{ avec } \mathcal{P}_0 = \Gamma_0 \omega_0.$$

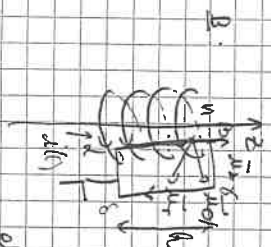
pas ou s'il tourne à la même vitesse que le champ magnétique ce qui est en accord avec les questions précédentes. Ensuite on remarque que la puissance passe par un maximum pour un X aux alentours de 0,7.

III.H.5) D'après le graphe la vitesse de rotation stable est donc d'environ 0,95 ω_0 . Comme le système est alimenté avec le 50 Hz du réseau, cela signifie que le moteur tourne à 2850 tr.min⁻¹ ce qui est très proche de la valeur donnée dans la doc.



FIN DE LA CORRECTION

A. On est dans l'AAS, où la loi de l'induction est facile devant la longueur d'onde électromagnétique, qui n'est pas la durée de propagation des ondes électromagnétiques et facile devant la période du signal.



Soit N un point à l'intérieur du solénoïde
à plan $(M, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$ et un plan de symétrie
des courants dans $B(M) \perp (D, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$

Les courants sont réversibles par rotation d'angle θ
et l'induction selon z donc $B(z, t)$ est indépendant
de θ et z

d'où $B(r, t) = B(r, t) \vec{u}_z$

Soit T la valeur d'Ampère, c'est-à-dire l'induction d'Ampère

$$B(r) = \oint B \cdot d\vec{l} = \left(\int_0^r B \cdot d\vec{l} + \int_r^R B \cdot d\vec{l} + \int_R^0 B \cdot d\vec{l} + \int_0^r B \cdot d\vec{l} \right)$$

$$\mu_0 N I(t) = B(r, t) r + 0 + 0 + 0$$

nombre de spires en la cis par la contour.

d'où $B(r, t) = \mu_0 I(t) \frac{N}{r} \vec{u}_z = \mu_0 I(t) n \vec{u}_z$

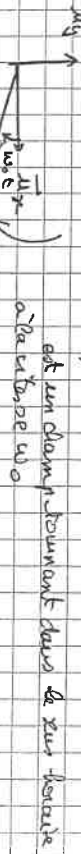
Le séisme pour ce cas $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ et $B_z(t) = \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$
pour un point (t) est $B_z(t) = -\mu_0 n I_0 \dot{I}(t) \vec{u}_z$
longueur

d'où $B_z(t) = B_1(t) + B_2(t) = \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) - \dot{I}(t) \vec{u}_z$

d'où $B_z(t) = \mu_0 n I_m \cos(\omega t) \vec{u}_z + \mu_0 n I_m \sin(\omega t) \vec{u}_z$

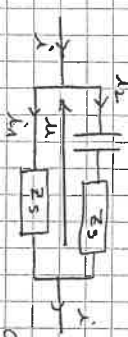
est un champ tournant dans le sens trigonométrique
à la vitesse ω .

d'où $B_z(t) = \mu_0 n I_m \cos(\omega t) \vec{u}_z - \mu_0 n I_m \sin(\omega t) \vec{u}_z$



est un champ tournant dans le sens horaire
à la vitesse ω .

D. Si on met un condensateur en série avec une charge Q_0 qui représente la charge



$$\frac{U_0}{C} = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C}$$

et $x = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 1$ alors $\frac{U_0}{C} = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{C}$

Remarque : il faut mettre un condensateur qui est un isolant qui ne peut pas être traversé par le courant.



donc $n = \frac{N}{l}$

et $B(0) = \mu_0 N I_m = 4\pi \cdot 10^{-7} \times 4 \times 10^4 \times 0,5 \text{ mT}$

E 1) Soit S l'axe d'axe de Oz et une vibration $u \neq 0$ dans la zone S et B_0 pour dans la zone S donc $B_0 \rightarrow S$ ce qui crée une force induite par la loi de Faraday et $m \cdot S$ est un circuit fermé, cela crée une courante induite dans S .

2) S est un circuit pour lequel on a un courant I dans la zone S et B_0 est un circuit pour lequel on a un courant I dans la zone S .

3) Le schéma électrique de S est un circuit pour lequel on a un courant I dans la zone S .

d'où $e(t) = R \dot{I}(t) + L \frac{dI}{dt}$

avec $e(t) = - \frac{d\Phi(B_0 \rightarrow S)}{dt}$

$\Phi(B_0 \rightarrow S) = N B_0 \cos(\omega t - \theta(t))$

$= N B_0 \cos(\omega t - \theta(t))$

$e(t) = + N B_0 \sin(\omega t) = R \dot{I}(t) + L \frac{dI}{dt}$

