PSI   samedi, 30 septembre 2023
2023/2024

Devoirs surveillé n° 1
8h00 – 11h00   3 heures

Calculatrices NON autorisées

NB: Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Toutes les interprétations seront comptabilisées
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

* * *

Le devoir se compose d'un seul problème composé de 5 parties indépendantes.

Donnée trigonométrique :

$$2 \cos a . \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b)$$

Communications entre un véhicule sur Mars et la Terre

Les rovers qui se déplacent sur la planète Mars, peuvent communiquer directement avec la Terre via deux antennes à 8 GHz mais aussi avec les sondes orbitales, appelées orbiters et situées à 400 km en orbite autour de Mars. Ces sondes orbitales transmettent les données reçues à la Terre lorsque celle-ci est dans le champ de leur antenne. Ainsi, les rovers économisent de l'énergie.

I. <u>Les antennes</u>

Bien que la technologie ait évolué considérablement dans ce domaine, historiquement, l'émission et la réception d'ondes ont été possibles grâce à l'association de simples dipôles passifs.
Avant transmission des signaux, il est nécessaire d'étudier l'alimentation de l'antenne émettrice. Même si les circuits utilisés dans la réalité sont plus élaborés, historiquement, on a pu obtenir un courant oscillant grâce à un circuit comprenant une bobine et un condensateur. La tension aux bornes de ce dernier pourra alimenter une antenne émettrice. C'est dans ce contexte que nous étudierons ces dipôles.

On considère ici un circuit RLC schématisé en figure 1. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée E.

On considérera les valeurs suivantes : $R = 2{,}0\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 10\ \mathrm{nF}$ et $L = 40\ \mathrm{mH}$.
À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

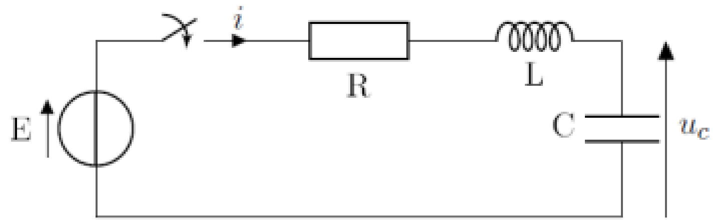


Figure 1 - Circuit RLC alimenté par une tension continue

Q1. Déterminer la tension aux bornes du condensateur $u_C(0^+)$ et l'intensité dans le circuit $i(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur. Justifier.

Q2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$.

Q3. En écrivant cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{\omega_o}{Q}\frac{du_C}{dt} + \omega_o^2 u_C = \omega_o^2 E$,
en déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q.

Q4. Déterminer la valeur de la fréquence propre f_0. Faire l'application numérique.

Q5. Déterminer la valeur du facteur de qualité Q. Préciser le régime d'oscillation associé à cette valeur.

On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$ où ω désigne la pulsation.

Q6. Déterminer l'expression de l'impédance équivalente $Z_{éq}$ à l'association des trois dipôles R, L et C.

Q7. Sachant que l'intensité dans le circuit s'écrit $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$ où φ désigne la phase à l'origine, donner l'écriture complexe de la tension aux bornes du générateur $\underline{e}(t)$ et de l'intensité dans le circuit $\underline{i}(t)$.

Q8. Déterminer, l'expression de l'amplitude de l'intensité I en fonction de E, R, L, C et de ω.

Q9. En déduire l'expression de la fréquence d'oscillation pour laquelle l'amplitude de l'intensité I qui alimente l'antenne sera maximale. Donner alors l'expression de cette intensité maximale I_{max} en fonction de E et de R.

II. <u>Modulation d'amplitude</u>

La modulation d'amplitude MA (AM en anglais) est une technique de modulation d'un signal. On considère ici un signal informatif $s_{inf}(t)$ sinusoïdal de pulsation ω_0, modulé en amplitude par une onde porteuse de pulsation ωp, avec $\omega_0 << \omega p$.

Q10. Quelle serait la fréquence de la porteuse émise ou réceptionnée par l'antenne précédente ?

Le signal modulé évolue au cours du temps selon l'expression

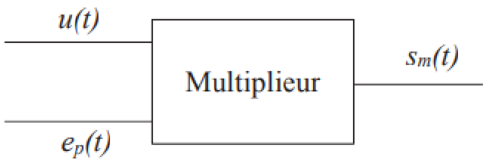
$$u(t) = U(1 + m\cos(\omega_0 t)\cos(\omega p t)$$

où m est le taux de modulation. Son allure est représentée sur la figure 2 du document réponse.

Q11. Déterminer les valeurs numériques du taux de modulation m et des fréquences $f_o = \omega_0 / 2\pi$ et $f_P = \omega_P / 2\pi$, utilisées pour tracer l'allure du signal u(t) représentée sur la figure 2 du document réponse.
En pratique le décalage étant bien plus important, on supposera pour la suite, on suppose que la fréquence de la porteuse vaut $10f_p$.

Démodulation par détection synchrone

On suppose ici qu'on dispose, au niveau du récepteur, de l'onde porteuse qui a pour expression : $e_P(t) = E_p\cos(\omega_P t)$. On envoie l'onde porteuse et le signal modulé dans un multiplieur :



Le multiplieur fournit en sortie la tension : $s_m(t) = k \cdot u(t) \cdot e_p(t)$, où k est une constante dimensionnée.

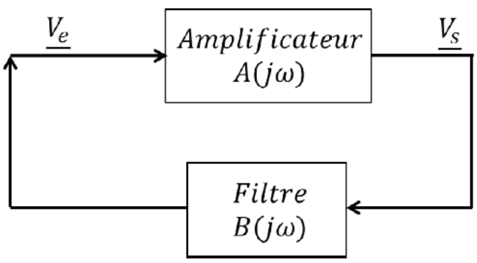
Q12. Préciser l'unité de k et donner la valeur numérique usuelle de la constante k.

Q13. Déterminer l'expression du signal $s_m(t)$ délivré en sortie du multiplieur et représenter son spectre. On supposera $0 < m < 1$ pour le tracé du spectre.

Q14. Indiquer quelle(s) opération(s) de traitement du signal est (sont) encore nécessaire(s) pour retrouver le signal informatif $s_{inf}(t)$. On proposera un schéma électrique avec des valeurs numériques pour les caractéristiques du montage.

III. <u>Génération du signal de la porteuse</u>

Le signal de la porteuse peut être généré par un oscillateur quasisinusoïdal associant un amplificateur et un filtre.



Nous étudions dans cette partie l'oscillateur à filtre de Wien (**figure 5**).

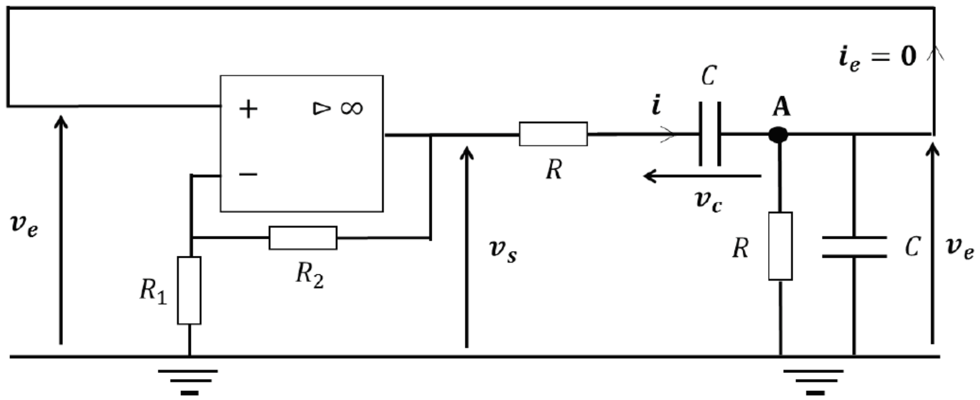


Figure 5 – Schéma électrique de l'oscillateur à filtre de Wien

Q15. Reproduire le schéma sur votre copie et identifier la partie amplificatrice ainsi que la partie filtre de cet oscillateur.

Q16. Justifier pourquoi le courant noté $i_e$sur le schéma peut être considéré comme nul dans la suite de l'étude.

Étude du filtre de Wien

Q17. Montrer que $v_s(t)$ et $v_e(t)$ sont liés par l'équation différentielle ci-dessous en précisant l'expression de la constante de temps τ:

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau\frac{d^2v_e}{dt^2} + 3\frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}$$

Amplificateur

Q18. En étudiant le fonctionnement de l'amplificateur linéaire intégré, présent dans le schéma de la **figure 5,** déterminer la valeur de l'amplification $A = \frac{v_s}{v_e}$ en fonction des résistances R_1 et R_2.

Conditions d'oscillation

Q19. Montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante vérifiée par la tension v_S en fonction de τ et de l'amplification A :

$$\tau^2\frac{d^2v_s}{dt^2} + \tau(3 - A)\frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$$

Q20. Par analyse de cette équation, quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir une oscillation harmonique ? Quelle est alors la fréquence d'oscillation que l'on notera f_0? Proposer des valeurs numériques pour les composants qui permettent de réaliser $f_o = 10$ kHz.

Q21. D'où provient l'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation ? Pourquoi les oscillations démarrent-elles ? Quelle est l'amplitude de $v_s(t)$?

Qualité du signal fourni

Nous nous intéressons à présent à la qualité du signal fourni par cet oscillateur. En **figures 6** et **7** sont présentées l'allure temporelle de la tension v_e ainsi que sa décomposition spectrale.

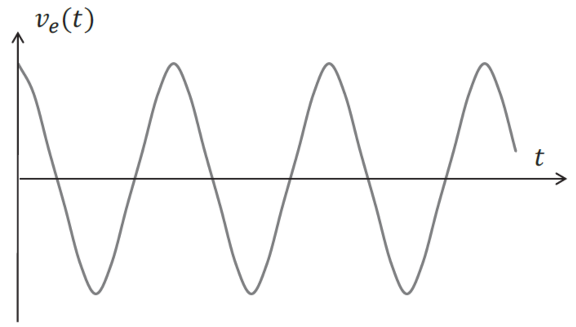


Figure 6 – Allure temporelle de la tension v_e

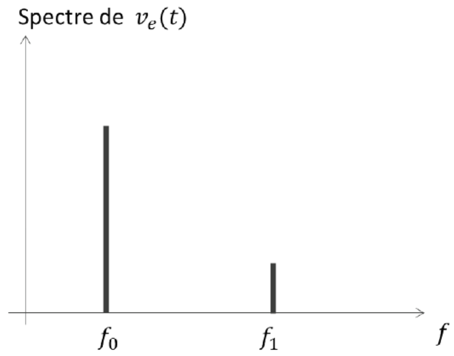


Figure 7 – Décomposition spectrale de la tension v_e

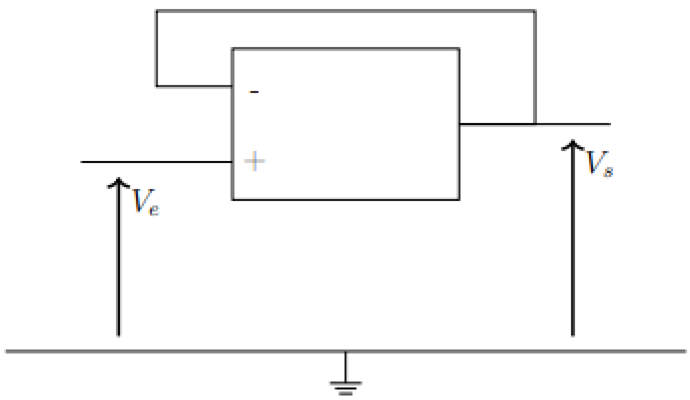
Q22. Peut-on considérer le signal fourni comme sinusoïdal ? Justifier.

IV. Généralités sur les ALI

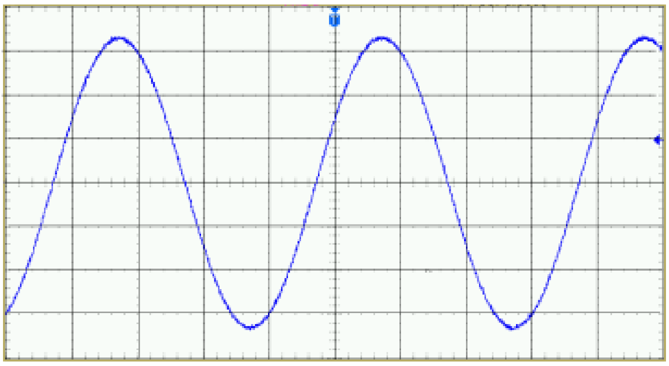
L'amplificateur précédent est réalisé à l'aide d'un ALI.
On considère un ALI alimenté en +15/ − 15 Volts par une alimentation à point milieu. On admettra que les tensions de saturation haute et basse sont +/ − 15 Volts.

Q23. Représenter la tension de sortie en fonction de la tension différentielle d'entrée, en indiquant clairement les ordres de grandeur considérés (on indiquera la partie correspondant au régime linéaire et celle correspondant au régime saturé).

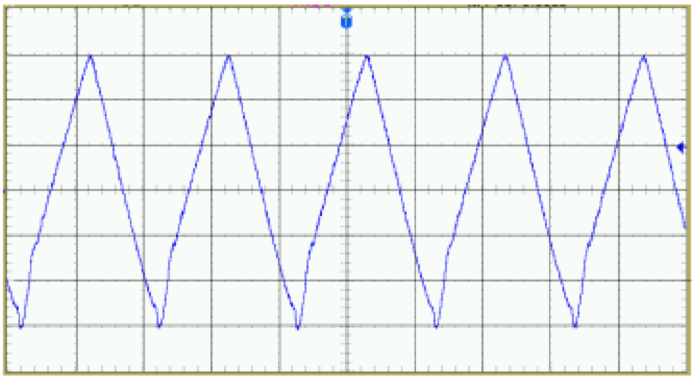
Q24. On s'intéresse au montage représenté ci-dessous. Montrer que Vs = Ve. Comment s'appelle ce montage ? Quel est son intérêt ? (on considérera le gain de l'ALI comme infini)



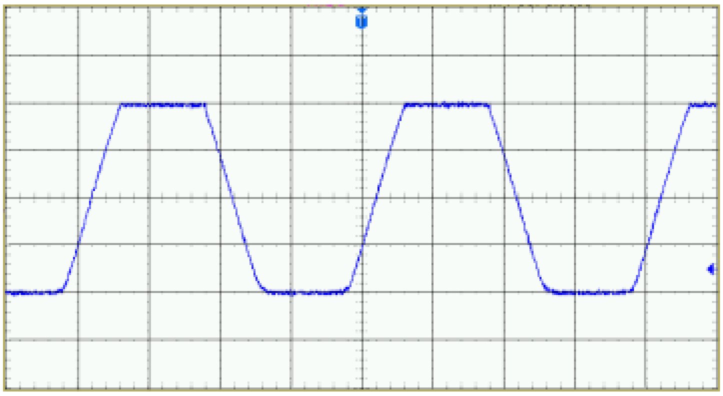
Q25. On alimente ce montage avec en entrée la tension dont l'oscillogramme est donné ci-dessous. Les réglages sont 2V/div et 100µs/div, quelles sont les caractéristiques de cette tension ? Peut-on raisonnablement penser observer la même chose en sortie ?



Q26. Toutes choses égales par ailleurs, on augmente la fréquence et on observe en sortie la tension ci-dessous. Les réglages sont 2V/div et 1µs/div. Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique à partir des mesures portées sur le document réponse.



Q27. On revient à la fréquence de la question 3, et on ajoute une résistance de charge R0 = 50Ω entre la sortie et la masse. Les réglages sont 2V/div et 100µs/div. Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique à partir des mesures portées sur le document réponse.



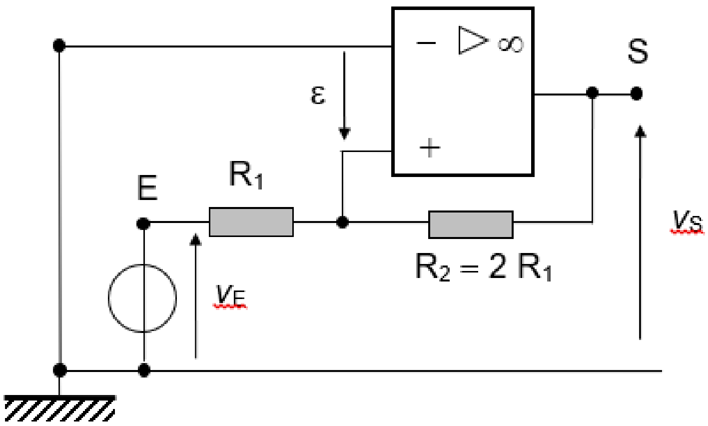
Q28. On considère un montage amplificateur non inverseur de gain 10, alimenté avec la tension d'entrée de la **Q25.** Dessiner l'allure de la tension attendue en sortie

On considère le montage ci-dessous où la tension différentielle ε(t) est liée à la tension de sortie $v_s(t)$ par une équation différentielle du premier ordre qui s'écrit :

$$\tau \frac{dv_S(t)}{dt} + v_S(t) = A_d\, \varepsilon(t),$$

τ : constante de temps de l'ALI;
A_d : coefficient d'amplification statique (ou gain en régime continu).

Q29. Donner les ordres de grandeurs de τ et A_d.

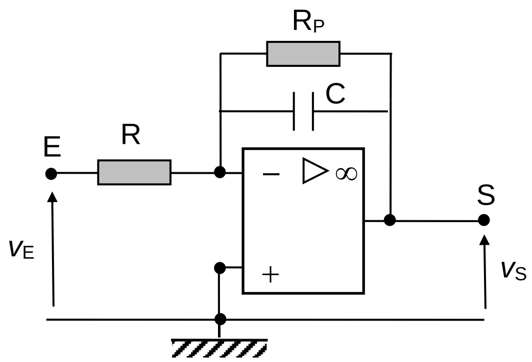


Q30. Établir l'équation différentielle linéaire du premier ordre à laquelle obéit $v_S(t)$ en fonction de A_d, τ et $v_E(t)$. Le système est-il stable ou instable ? Justifier le mode de fonctionnement de l'ALI.

Q31. Évaluer numériquement la constante de temps τ_B caractéristique de l'évolution de $v_S(t)$. Commenter.

V. <u>Intégrateur inverseur</u>

A partir du montage précédent et d'un montage intégrateur, il est possible de générer des signaux périodiques non sinusoïdaux. On étudie dans cette partie un montage intégrateur.
L'ALI idéal de gain infini fonctionne en régime linéaire selon le montage proposé, ci-dessous :



Q32. Donner, sans effectuer de calcul, la nature du filtre ainsi constitué. Quelle opération réalise-t-il à basse fréquence ?

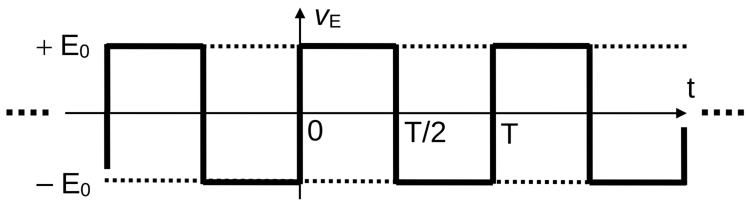
Q33. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{v}_S / \underline{v}_E$ de ce filtre pour un signal d'entrée $v_E(t)$ sinusoïdal, de pulsation ω ; préciser sa pulsation de coupure ω_C.

Q34. Représenter l'allure asymptotique des courbes de gain $G_{dB} = 20\log\left(\left|\underline{H}\right|\right)$ et de déphasage entrée-sortie $\varphi = \arg\left(\underline{H}\right)$ en fonction de $\log(\omega/\omega_C)$.

Q35. Rechercher dans quel domaine de pulsation le montage précédent réalise une intégration et une inversion du signal d'entrée. Placer ce domaine sur les graphes obtenus en **Q34.**

La tension alternative d'entrée est un créneau, de période $T = 2\pi/\omega$ et d'amplitude E_0, dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$v_E(t) = \frac{4E_0}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{sin[(2p+1)\omega t]}{2p+1}$$



Q36. Déterminer la tension de sortie $v_{Sn}(t)$ pour la composante $v_{En}(t)$ d'ordre $n = 2p+1$ du signal d'entrée dans son domaine d'intégration.

Q37. En déduire que le signal de sortie $v_S(t)$ admet la décomposition en série de Fourier :

$$v_S(t) = B\sum_{p=0}^{\infty}\frac{\cos\ [(2p+1)\omega t]}{(2p+1)^2}.$$

Préciser l'expression de B en fonction de E_0, R, C et ω. Décrire la forme du signal de sortie $v_S(t)$.

La condition initiale sur la charge électrique dans le condensateur est telle que : $v_S(0) = \dfrac{E_0 T}{4\,RC}$.

Q38. On suppose $R_P = 10R$ et $T = 2RC$. Vérifier que l'on travaille bien dans le domaine d'intégration. Représenter, sur le <u>document-réponse</u>, l'évolution de $v_S(t)$.

NOM : Prénom :

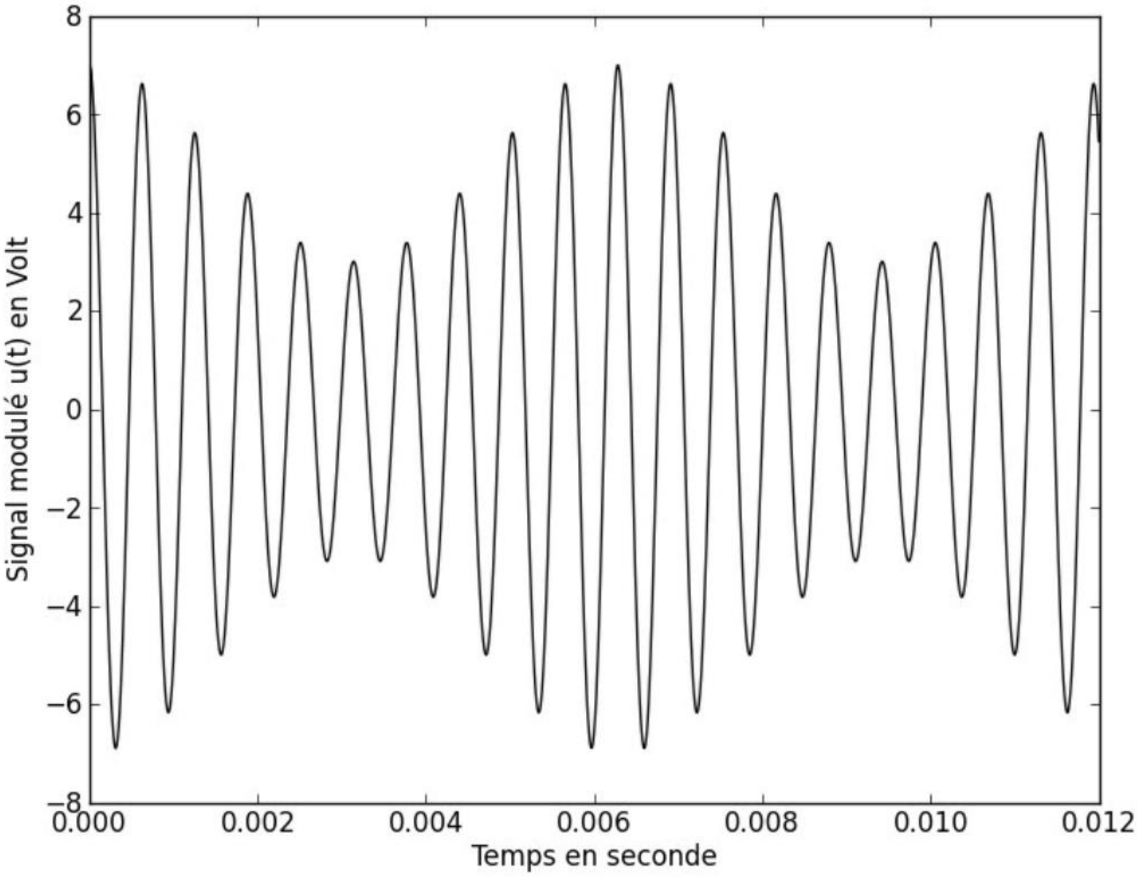
PSI samedi, 30 septembre 2023
2023/2024

Devoirs surveillé n° 1 DOCUMENT REPONSE

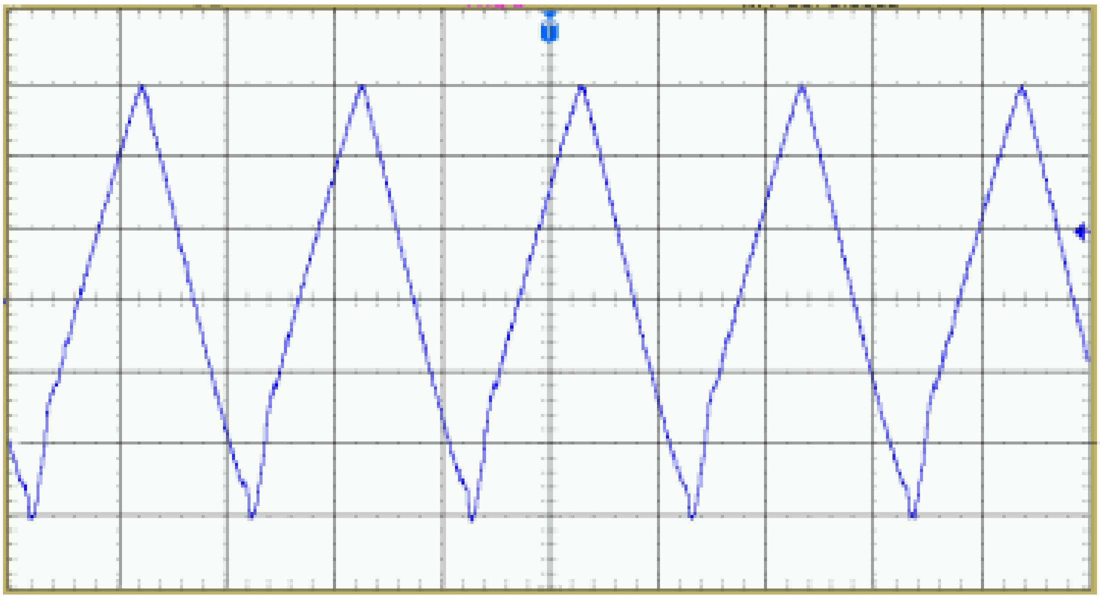
Q10.

Figure 2

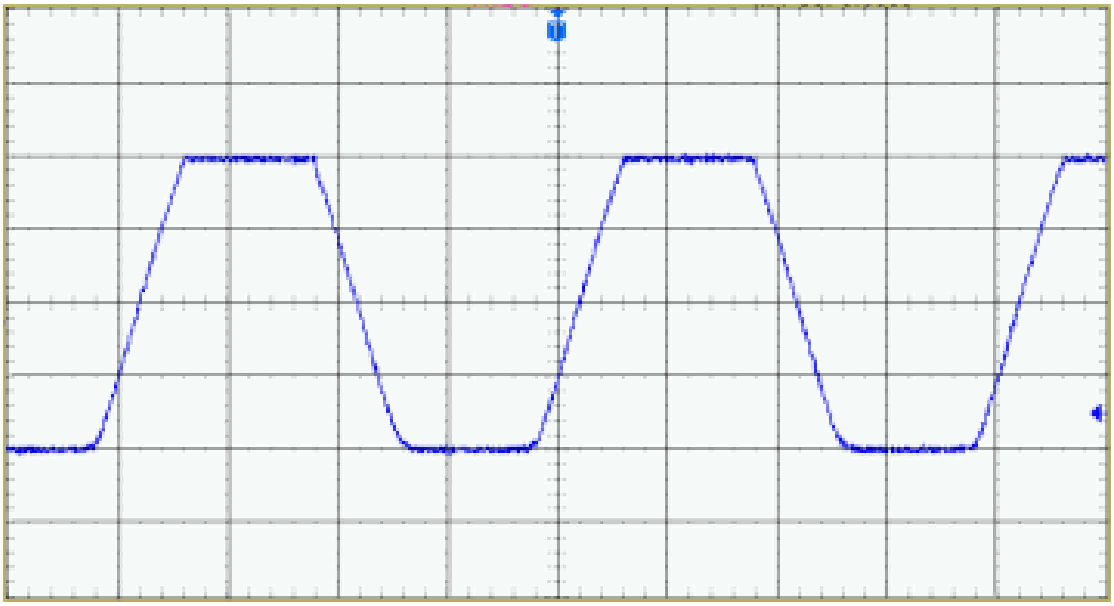
Q26.



Réglages : 2V/div et 1µs/div.



Q27. Réglages : 2V/div et 100µs/div.



Q37 Intégrateur inverseur (*schéma à compléter*)