

Devoirs surveillé n° 3
14h00 – 17h00 3 heures

Calculatrice autorisée

NB: Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

Le devoir se compose de trois problèmes.
Le premier problème est accompagné d'un document réponse

1^{er} problème : Température critique d'un matériau supraconducteur

En 1911, Heike Kamerlingh Onnes, physicien néerlandais, et son équipe ont montré que la résistance électrique du mercure devient rigoureusement nulle en-dessous d'une certaine température, appelée température critique T_C . On parle alors de supraconducteur. Ces travaux lui valurent le prix Nobel de physique en 1913.

Ces derniers ont une température critique qui varie en fonction leurs propriétés. On donne dans la figure 1 quelques valeurs de températures critiques de certains matériaux supraconducteurs.

	Al	Hg	Pb	LaFeAs	YBa ₂ Cu ₃ O ₆
$T_C (K)$	1	4,2	7,2	55	92

FIG. 1 – Températures critiques de quelques supraconducteurs.

Pour arriver à de telles températures critiques, le supraconducteur doit être refroidi en utilisant des procédés sophistiqués. Pour les supraconducteurs haute-température, type cuprates, les températures critiques sont facilement atteignables en utilisant du diazote liquide. On étudie le processus de Linde-Hampson de liquéfaction du diazote. Le principe de la machine est représenté en figure 10.

- Au repère 1, le diazote entre dans le compresseur, noté C, dans l'état 1 à la pression $P_1 = 1$ bar et à la température $T_1 = 290$ K.
- Dans le compresseur, le diazote subit une compression isotherme réversible qui l'amène au repère 2 à la pression $P_2 = 200$ bar.
- Le diazote sortant du compresseur passe dans l'échangeur thermique E (repère 3) où il y est refroidi à pression constante.
- Le détendeur D détend le gaz jusqu'à la pression atmosphérique P_1 . Le détendeur est un simple robinet et ne comporte donc pas de parties mobiles. À sa sortie, le diazote est un mélange de gaz et de liquide.
- Le liquide formé est extrait au niveau du séparateur S et la vapeur saturée (repère 6) est renvoyée dans l'échangeur thermique E. Le repère 5 ne fait pas partie du cycle. Le diazote gazeux est ramené à l'état 1 à la sortie de l'échangeur E.
- Le détendeur D, le séparateur S, l'échangeur E et tous les circuits de liaison sont supposés parfaitement calorifugés. Lors du passage dans le séparateur et l'échangeur thermique, les transformations sont considérées comme isobares.

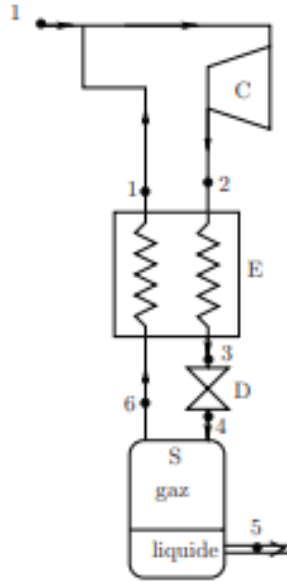


FIG. 10 – Cycle de Linde-Hampson

I. Premier et deuxième principes dans un écoulement

Prenons un fluide qui s'écoule en passant d'un état thermodynamique 1 à un état thermodynamique 2. Ce dernier échange de l'énergie avec l'extérieur sous forme de travail et de transfert thermique. L'écoulement est considéré permanent dans toute la suite du problème.

Les principes appliqués à chaque organe s'écrivent

$$h_s - h_e = w_u + q$$

$$s_s - s_e = \frac{q}{T_{ext}} + s_c \quad \text{avec} \quad s_c \geq 0$$

1. Quelle est la signification de chaque terme du système d'équations précédent.
2. Quelle hypothèse fondamentale permet d'établir ce système ?

II. Étude du cycle

Le diagramme enthalpique (P, h) est donné dans le document réponse.

3. Placer les points 1, 2, 5 et 6 sur le diagramme (P, h) du document réponse.
4. Par lecture graphique, déterminer pour ces points leurs enthalpies et entropies massiques.

On s'intéresse à la validité du modèle du gaz parfait.

5. Pour un gaz parfait, comparer les isothermes et les isenthalpes dans un diagramme (P, h).
6. En déduire à partir du diagramme, dans quel domaine de pression on peut considérer le diazote comme un gaz parfait.

On étudie maintenant la transformation 1 → 2 dans le compresseur.

7. Comment se simplifie le deuxième principe pour une transformation isotherme réversible ? En déduire l'expression du transfert thermique massique q_{12} . Faire l'application numérique.

8. En déduire le travail massique w_{12} fourni par le compresseur au système.

On s'intéresse à l'étude du détendeur (transformation $3 \rightarrow 4$) et du séparateur (transformation $4 \rightarrow 6$). On rappelle que l'étape 5 ne fait pas partie du cycle.

9. Déterminer la nature de la transformation $3 \rightarrow 4$.

On note y la fraction massique en diazote liquide. À partir du point 4, le diazote est séparé en deux : le liquide d'enthalpie massique h_5 est extrait et le gaz d'enthalpie massique h_6 est envoyé dans l'échangeur thermique.

10. Déterminer l'expression de h_4 en fonction de y , de l'enthalpie massique du liquide h_5 et celle du gaz h_6 .

11. Exprimer le débit massique du diazote gazeux au point 6 en fonction du débit massique D_m au point 3 et de y .

On s'intéresse maintenant à l'échangeur thermique E (transformation $2 \rightarrow 3$ et $6 \rightarrow 1$).

12. Après avoir exprimé le 1^{er} principe sous forme de puissance, montrer que
$$h_3 - h_2 + (1 - y)(h_1 - h_6) = 0$$

13. En déduire l'expression de y en fonction des enthalpies massiques h_1 , h_2 et h_5 . Faire l'application numérique.

14. Calculer numériquement le travail pour extraire 1 kg d'azote liquide.

15. En utilisant la question 13, placer le point 4 sur le diagramme (P, h). En déduire l'enthalpie massique h_4 et l'entropie massique s_4 .

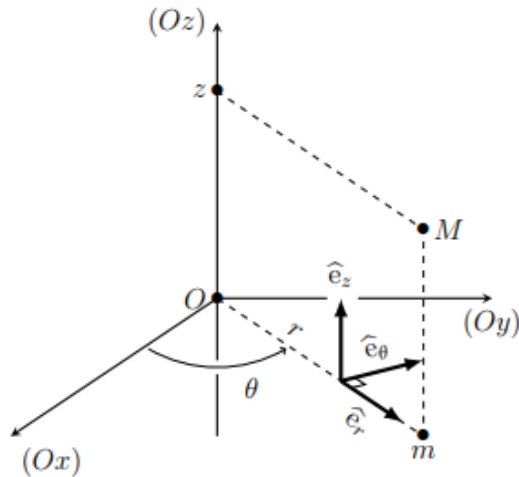
16. Placer alors le point 3 sur le diagramme (P, h). En déduire l'enthalpie massique h_3 et l'entropie massique s_3 .

17. Calculer la différence entre les entropies à l'entrée et à la sortie du détendeur. En déduire l'entropie massique créée. Préciser l'origine de l'irréversibilité si elle existe.

18. Sachant que le prix du kWh (kilowatt-heure) en France en 2017 est de 0,15 euros, déterminer l'énergie nécessaire et le coût pour liquéfier un volume de 10 L de diazote

Donnée : Masse volumique du diazote liquide $\rho(\text{N}_2) = 8,1 \cdot 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$

2ème problème : La circulation capillaire



$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{e}_z$$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \hat{e}_r + \dots$$

$$\dots + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] \hat{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{e}_z$$

FIGURE 1 – Coordonnées cylindriques d'axe (Oz).

En 1844, le physicien et médecin français Poiseuille débute son mémoire nommé « le Mouvement des liquides dans les tubes de petits diamètres » par la phrase suivante : *Les physiologistes et les pathologistes se sont beaucoup occupés à rechercher les causes pour lesquelles tel viscère recevait plus de sang que tel autre.*

Il poursuit en indiquant que les causes essentielles en sont *l'étendue et le diamètre des petits vaisseaux qui composent le système capillaire et la pression du sang, déterminée par l'action du cœur.* Dans ce qui suit, le sang sera décrit comme un fluide en écoulement incompressible de masse volumique $\rho = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et de viscosité dynamique $\eta = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Il s'écoule en régime stationnaire le long des vaisseaux capillaires, tubes cylindriques de rayon R variant de 3 à 15 μm de diamètre. On s'intéressera ici à un capillaire typique, de rayon $R = 10 \mu\text{m}$.

- 19.** Rappeler l'expression et la signification physique du nombre de Reynolds Re d'un écoulement.

La physiologie humaine adulte est caractérisée par un volume sanguin total de l'ordre de 5 à 6 litres, une longueur totale du système capillaire de l'ordre de 100 000 km. Le volume systolique (la quantité de sang éjectée par chaque contraction du cœur) est d'environ 100 mL ; la fréquence cardiaque de repos d'un adulte sera prise à 60 battements par minute. Enfin, la section cumulative (somme de toutes les sections) de tous les capillaires est d'environ $\sigma = 0,5 \text{ m}^2$.

- 20.** Estimer la longueur moyenne d'un vaisseau capillaire typique.

- 21.** Estimer le débit massique moyen D_m du sang dans un capillaire typique, puis le nombre de Reynolds Re associé. Conclure.

Un capillaire typique est un tube cylindrique rigide, d'axe (Oz), de rayon $R = 10 \mu\text{m}$ et de longueur $\ell = 5 \text{ cm}$, parcouru par le fluide en écoulement incompressible et visqueux qui modélise le sang. On admet que la vitesse du sang ne dépend que de la distance r à l'axe et de la distance z parcourue depuis l'entrée dans le capillaire ; on l'écrit $\vec{v} = v(r, z) \hat{e}_z$. On néglige les effets de la pesanteur et la pression du sang dans le tube capillaire ne dépend que de z .

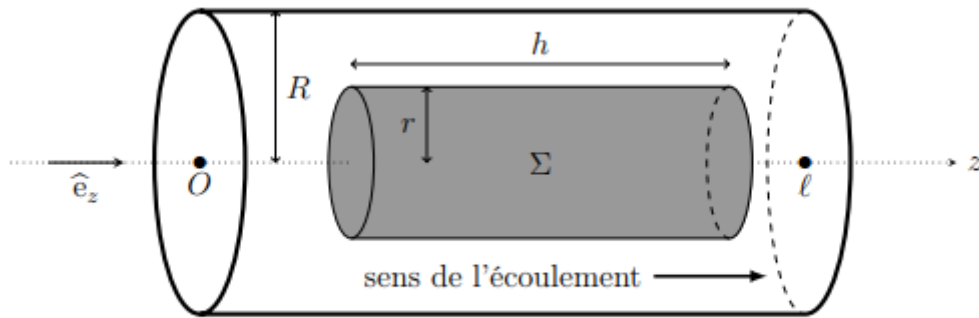


FIGURE 2 – Capillaire et élément de fluide étudié.

On étudie (cf. figure 2) l'écoulement du fluide situé à une distance au plus égale à r de l'axe du capillaire, sur une longueur arbitraire $h < \ell$.

22. Montrer que le caractère incompressible de l'écoulement assure que cet élément de fluide n'est pas accéléré.
23. En déduire l'existence d'un gradient de pression $\frac{dP}{dz}$ constant dont on précisera l'expression en fonction, notamment, du terme de viscosité $\eta \frac{dv}{dr}$.
24. Exprimer complètement $v(r,z)$ en fonction de R , η et $\frac{dP}{dz}$.
25. En déduire la résistance linéique d'écoulement R_u , définie par la relation $\left| \frac{dP}{dz} \right| = R_u D_m$.
26. Calculer numériquement l'écart de pression ΔP de part et d'autre du capillaire en précisant en quel point la pression est la plus élevée.
27. Exprimer la puissance des forces de pression exercées sur le fluide traversant le capillaire en fonction de ΔP , D_m et ρ puis en fonction de R_u , ρ , D_m et ℓ .
28. Que peut-on en déduire concernant la puissance totale moyenne du cœur humain ? On attend ici une réponse numérique.

3ème problème : du casque classique vers le casque profilé en goutte d'eau

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines formules et données utiles ainsi que les définitions de quelques fonctions Python sont regroupées en fin d'énoncé.

Dans le cyclisme de haut niveau, les gains aérodynamiques font bien souvent la différence, en particulier en contre la montre où les vitesses de déplacement sont les plus élevées. À ces vitesses, 90 % de la puissance développée est utilisée pour lutter contre l'effort de trainée aérodynamique. Parmi les facteurs influant sur cette trainée, le casque représente de l'ordre de 2 à 8 % de la trainée totale, en fonction de la géométrie de celui-ci. L'utilisation d'un casque performant joue donc un rôle important dans l'amélioration des performances.

Le 23 juillet 1989, Greg Lemond remporte le Tour de France devant Laurent Fignon avec 8 secondes d'avance au terme des 3285 km de l'épreuve. L'ultime étape, décisive, est un contre-la-montre lors duquel Greg Lemond prend l'avantage sur Laurent Fignon en lui reprenant 58 secondes sur les 24,5 km du parcours, effectués à près de $55 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ de vitesse moyenne. Au-delà des considérations physiologiques des deux cyclistes, Lemond utilisa de nombreux éléments novateurs en ce qui concerne l'aérodynamisme. En particulier, il était muni d'un casque profilé, révolutionnaire pour l'époque. Fignon, de son côté, ne portait pas de casque.



Figure 1 Greg Lemond (à gauche) et Laurent Fignon (à droite) lors du dernier contre-la-montre du Tour 1989

L'objectif est de quantifier le gain de puissance que procure un casque profilé par rapport à un casque dit « classique ».



Figure 2 Casque de vélo traditionnel (à gauche), en goutte d'eau (au centre) et à flux d'air (à droite)

Afin de quantifier l'apport d'un casque profilé par rapport à un casque traditionnel, on étudie une phase de descente en roue libre (c'est-à-dire sans pédalage) sur route rectiligne, de pente constante. La figure 3 précise le système de coordonnées cartésiennes utilisé.

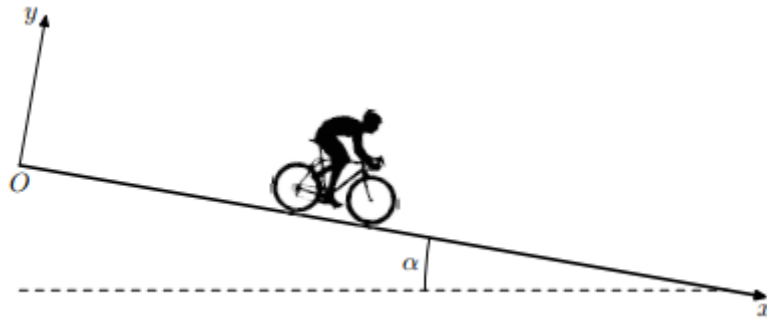


Figure 3 Représentation schématisée du système étudié

Pour toute cette partie, on considérera le système {cycliste + vélo}, assimilé à un point matériel M . On supposera ce système soumis aux seules actions extérieures suivantes :

- l'action de la pesanteur, notée $\vec{P}$;
- l'action de la route sur les roues, notée $\vec{R}$ incluant :
 - la réaction normale, notée $\vec{N}$,
 - la résistance au roulement, notée $\vec{F}_r$ et supposée telle que $\vec{F}_r = -\mu_r N \vec{e}_x$ où N est la norme de la réaction normale et μ_r le coefficient de résistance au roulement ;
- l'action de l'air sur le système.

On note m la masse du système, $\vec{v}$ la vitesse du système dans le référentiel terrestre, $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur, α l'angle entre la direction horizontale et la direction de la route.

1) Étude de la phase de démarrage

Avant d'envisager une étude en régime permanent, il est nécessaire de caractériser la phase de démarrage pour déterminer la distance que parcourt le cycliste avant d'atteindre sa vitesse limite. On supposera que le cycliste est initialement à la position $x = 0$ à l'instant $t = 0$ et se lance dans la pente sans vitesse initiale.

On modélise l'action de l'air sur le système {cycliste + vélo} par une force de traînée de la forme

$$\vec{F}_r = -\frac{1}{2} \rho S C_x v \vec{v}$$

où ρ est la masse volumique de l'air, S la surface frontale projetée sur le plan perpendiculaire à l'écoulement, C_x le coefficient de traînée aérodynamique du système {cycliste + vélo} et v , la norme de $\vec{v}$ sa vitesse par rapport à la route.

Dans cette section **1**, on prendra pour les applications numériques $SC_x = 0,30 \text{ m}^2$ et $\alpha = 0,10 \text{ rad}$ (descente sur une pente de 10%).

29. Rappeler l'expression du nombre de Reynolds, noté R_e , de l'écoulement de l'air autour du cycliste et rappeler ce qu'il caractérise. Donner un ordre de grandeur de R_e pour un cycliste roulant à $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. En considérant que, si $10^3 < R_e < 10^6$, la traînée est proportionnelle au carré de la vitesse, le modèle de traînée proposé paraît-il adapté ?

30. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v , la norme de la vitesse du système {cycliste + vélo}. On l'écrira sous la forme suivante, en précisant les expressions littérales et les valeurs numériques des paramètres a et b ,

$$\frac{dv(t)}{dt} + av^2(t) = b. \quad (\text{I.1})$$

31. En utilisant l'équation différentielle précédemment établie, déterminer la norme de la vitesse limite atteinte en régime permanent, que l'on écrira sous la forme

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{K}{SC_x}} \quad (\text{I.2})$$

où K est une constante que l'on déterminera en fonction de m , g , ρ , α et μ_r .

32. Calculer la valeur numérique de v_{lim} . Commenter.

La figure 4 propose un programme Python pour résoudre numériquement l'équation (I.1).

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  def r(f, v, t):
4      V = [v]
5      for i in range(len(t) - 1):
6          V.append(V[i] + (t[i+1] - t[i]) * f(V[i]))
7      return V
8  def g(u):
9      return 0.92 - 2.3e-3 * u * u
10 x = np.linspace(0, 120, 1000)
11 y = r(g, 0, x)
12 plt.plot(x, y)
13 plt.show()
```

Figure 4 Résolution numérique de l'équation (I.1)

33. En explicitant les lignes concernées du programme de la figure 4, expliquer son principe. Quelle méthode de résolution utilise-t-il ?

Le programme de la figure 4 est exécuté avec plusieurs versions de la ligne 10. Les courbes obtenues sont données figure 5.

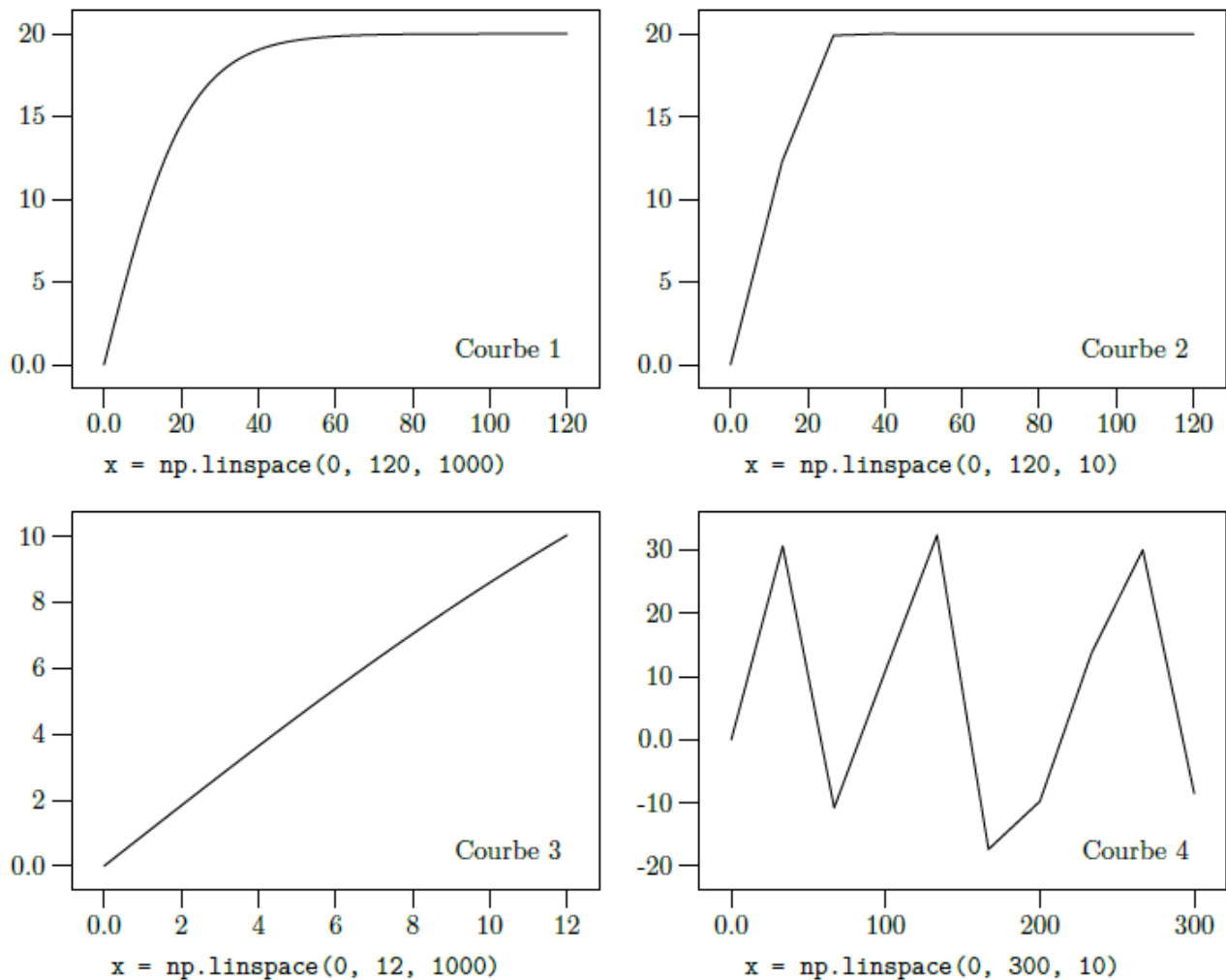


Figure 5

34. Expliciter la signification physique des valeurs figurant dans la ligne 10 et commenter l'allure de ces courbes au regard des valeurs utilisées.

On souhaite déterminer la distance L_{RP} parcourue avant d'atteindre le régime permanent.

35. À partir des courbes proposées sur la figure 5 et en détaillant la démarche suivie, estimer un ordre de grandeur de cette distance.
36. Écrire une fonction Python permettant d'accéder à cette valeur à partir des données numériques issues de ces courbes.

2) Étude du régime permanent dans la descente de Laffrey

L'objectif est ici de déterminer le gain de puissance que procure un casque profilé par rapport à un casque classique. Pour ce faire, le cycliste est muni d'un capteur GPS permettant de repérer sa position au cours du temps. Différents essais sont réalisés dans la descente de Laffrey en Isère. Cette descente présente l'avantage d'être rectiligne et de pente quasiment constante sur $6,5\text{km}$. On suppose dans cette section que la distance L_{RP} calculée précédemment a été parcourue et que le régime permanent est atteint. Pour cela, on limite l'étude à un sous-segment, de longueur $L' = 5,00\text{ km}$ et de pente constante 10% en descente (donc d'angle $\alpha = 0,10\text{rad}$), rectiligne. Diverses applications gratuites disponibles sur internet permettent d'accéder au temps mis par le

cycliste pour parcourir ce tronçon. On modélise l'action de l'air sur le système par la force de traînée aérodynamique.

Nous avons vu précédemment l'effet du SC_x sur la vitesse du cycliste. Différents paramètres impactent la valeur de ce SC_x . Afin de quantifier l'effet du casque uniquement, nous considérons dans cette partie le même cycliste, muni du même vélo, des mêmes vêtements et dans la même position. Seul le choix du casque diffère. On note alors $SC_{x,c}$ le SC_x du système {cycliste + vélo} lorsque le cycliste est muni d'un casque classique et $SC_{x,p}$ ce SC_x lorsque le cycliste est muni d'un casque profilé. On note respectivement $v_{lim,c}$ et $v_{lim,p}$ les vitesses en régime permanent sur le tronçon considéré.

a) Résultats expérimentaux

Le protocole expérimental mis en œuvre est le suivant : le cycliste parcourt ce tronçon, de longueur L' , 10 fois muni d'un casque de vélo classique, puis 10 fois muni d'un casque de contre-la-montre profilé. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 1 ci-après.

Numéro de l'essai	Temps de parcours casque classique (en s)	Temps de parcours casque profilé (en s)
1	270	258
2	267	261
3	269	259
4	272	262
5	271	260
6	269	260
7	268	259
8	272	258
9	270	263
10	271	258

Tableau 1 Mesures expérimentales des temps de parcours dans la descente de Laffrey avec casques classique et profilé

Deux sources d'incertitudes sont ici présentes :

- celle de précision de la mesure temporelle, résultant du défaut de précision de la localisation par le GPS. Cet aspect est négligé ici.
- celle de répétabilité du protocole, que nous allons quantifier ici.

37. Déterminer la vitesse moyenne $\langle v_c \rangle$ et l'incertitude-type de type A $u(\langle v_c \rangle)$ sur cette moyenne dans le cas du casque classique.

Le même calcul avec le casque profilé donne $\langle v_p \rangle = 19,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $u(\langle v_p \rangle) = 0,041 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Afin d'estimer l'impact de cette variabilité de mesures sur la faisabilité de l'expérience, on utilise le programme présenté en figure 6 qui simule un grand nombre de valeurs aléatoires répondant aux paramètres calculés à la question précédente. Les résultats obtenus sont présentés sous forme d'histogrammes dans la figure 7.

38. Conclure quant à la pertinence de cette démarche expérimentale.

```

1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy.random as rd

3  def MonteCarlo(
4      vitesseMoyenne:float, # vitesse moyenne du cycliste (m/s)
5      incertitudeType:float, # incertitude type sur la vitesse (m/s)
6      N:int, # nombre d'échantillons à produire
7      ) -> [float]: # tableau de N vitesses simulées
8      generateur = rd.default_rng()
9      return generateur.normal(vitesseMoyenne, incertitudeType, N)

10 classique = MonteCarlo(██████, ██████, 10000);
11 profilé = MonteCarlo(19.25, 0.13, 10000);
12 plt.hist([classique, profilé], bins=60)
13 plt.show()

```

Figure 6 Programme de simulation (les valeurs utilisées ligne 10 ont été volontairement masquées)

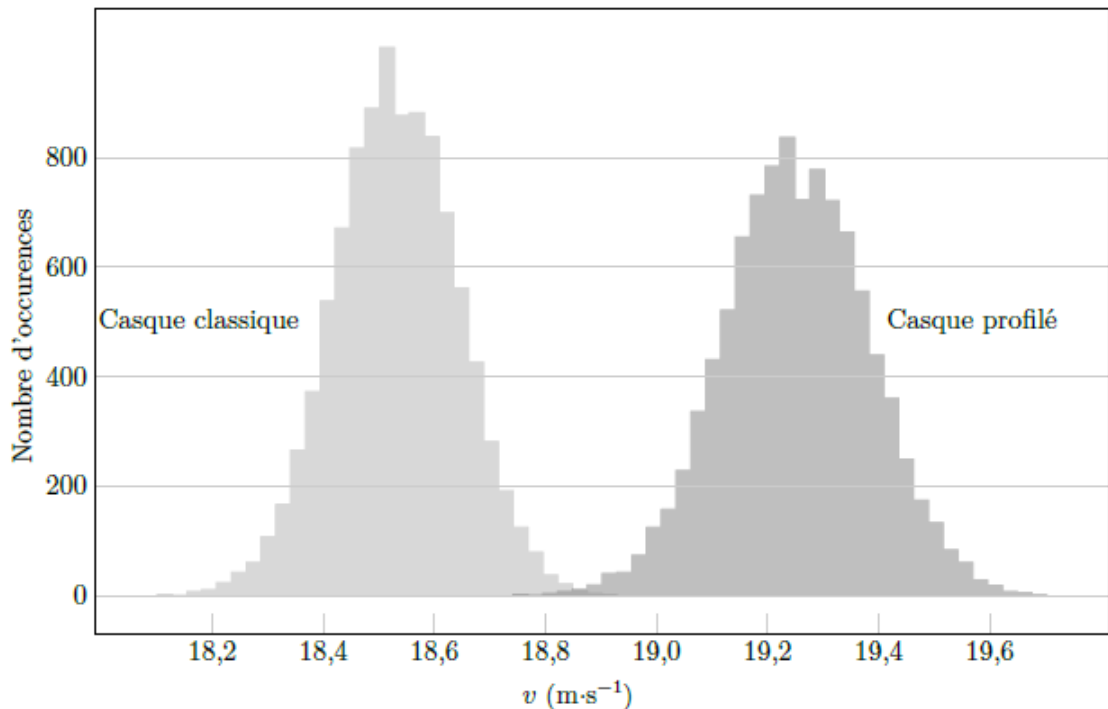


Figure 7 Histogrammes de répartition des vitesse simulées

39. Écrire une fonction Python `MonteCarlo2(vitesseMoyenne, incertitudeType, N, K)`, où K est la constante intervenant dans l'expression (I.2) de la question 31. Cette fonction est une adaptation de la fonction `MonteCarlo` de la figure 6 qui renvoie un couple de valeurs : une évaluation du SC_x et une incertitude-type associée.

Une application de cette fonction conduit aux valeurs du tableau 2.

	Configuration avec casque classique	Configuration avec casque profilé
$SC_x \text{ (m}^2\text{)}$	0,3051	0,2937
incertitude-type (m ²)	0,0036	0,0037

Tableau 2 Valeurs de SC_x et incertitude-type associées

b) *Exploitation des résultats de l'expérience*

40. Exprimer les différentes puissances s'appliquant sur le système {cycliste + vélo} en fonction de m , v , g , ρ , α et μ_r et SC_x .
41. En utilisant le tableau 2, évaluer numériquement le gain en puissance procuré par le casque profilé à $v_{\text{lim}} = 54,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, vitesse moyenne de Greg Lemond lors du contre-la-montre final du Tour 1989. Déterminer également une incertitude-type sur ce résultat. Commenter.

Données et formulaire

Constantes diverses

Masse volumique de l'air	$\rho = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Viscosité dynamique de l'air	$\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Accélération de la pesanteur	$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Masse du système {cycliste + vélo}	$m = 80 \text{ kg}$
Coefficient de résistance au roulement du vélo sur la route	$\mu_r = 6,4 \times 10^{-3}$

Évaluation des incertitudes

Évaluation de type A :

Si l'on dispose de N mesures y_i d'une grandeur y , alors

Valeur moyenne	Incertitude-type sur une mesure	Incertitude-type sur la moyenne
$\langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$	$u(y) = \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \langle y \rangle)^2}$	$u(\langle y \rangle) = \frac{u(y)}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \langle y \rangle)^2}$

Évaluation de type B :

Si la grandeur mesurée y suit une loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$, l'incertitude-type est alors

$$u(y) = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

Opérations et fonctions Python

On suppose avoir exécuté l'instruction
`import numpy as np`

Fonctions

- `range(n:int)` renvoie la séquence des n premiers entiers ($0 \rightarrow n - 1$)
`list(range(5))` $\rightarrow$ `[0, 1, 2, 3, 4]`.

Opérations sur les listes

- `len(u)` donne le nombre d'éléments de la liste `u` ;
`len([1, 2, 3])` $\rightarrow$ 3, `len([[1, 2], [3, 4]])` $\rightarrow$ 2.
- `u.append(e)` ajoute l'élément `e` à la fin de la liste `u` (identique à `u[len(u):] = [e]`).

Opérations sur les tableaux

- `a.ndim` nombre de dimensions du tableau `a`.
- `a.shape` tuple donnant la taille du tableau `a` pour chacune de ses dimensions.
- `len(a)` taille du tableau `a` dans sa première (ou seule) dimension (identique à `a.shape[0]`).
- `np.linspace(start, stop, num=50)` crée un vecteur contenant `num` valeurs équiréparties dans l'intervalle `[start, stop]` ;
`np.linspace(1, 10, 4)` $\rightarrow$ `array([1., 4., 7., 10.])`.
- `np.arange(start, stop, step)` crée un vecteur contenant des valeurs régulièrement espacées de `step` dans l'intervalle `[start, stop[` ;
`np.arange(1, 2, 0.2)` $\rightarrow$ `array([1., 1.2, 1.4, 1.6, 1.8])`.
- `np.mean(a)`, `np.std(a)` calcule respectivement la moyenne et l'écart-type des éléments du tableau `a`.
- `np.sqrt(a)` crée un tableau de même forme que `a` dont les éléments sont les racines carrées des éléments de `a`.

Générateurs pseudo-aléatoires

- `np.random.default_rng()` crée un générateur de nombres pseudo-aléatoires utilisant l'algorithme *permutation congruential generator* (PGC-64).
- `g.normal(loc=0.0, scale=1.0, size=None)` où `g` est un générateur de nombres pseudo-aléatoires, renvoie un vecteur de `size` échantillons suivant une loi normale d'espérance `loc` et d'écart-type `scale`.

Nom :

Document réponse

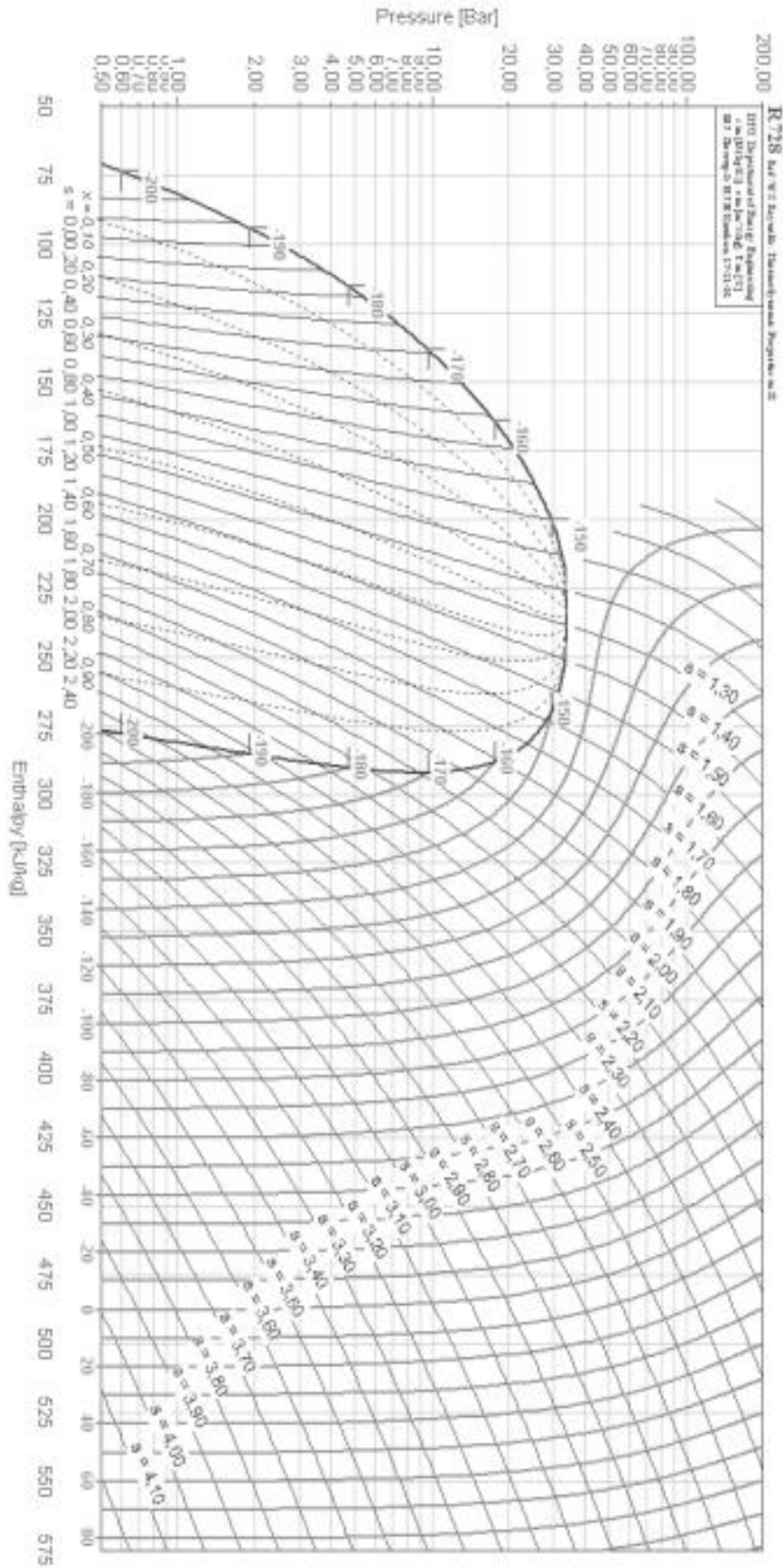


FIG. 1 – Les entropies massiques s sont en kJ/K/kg, les volumes massiques en m^3/kg et les températures en degrés Celsius.