

**Epreuve de physique chimie du concours blanc - Devoirs surveillé n° 5**  
**8h00 – 12h00 4 heures**

**Calculatrices NON autorisées**

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

**RAPPEL DES CONSIGNES**

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

**Le devoir se compose de 3 problèmes indépendants.**

*Formules trigonométriques*

$$\begin{aligned}\cos a + \cos b &= 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \cos \left( \frac{a-b}{2} \right) & \cos a - \cos b &= -2 \sin \left( \frac{a+b}{2} \right) \sin \left( \frac{a-b}{2} \right) \\ \sin a + \sin b &= 2 \sin \left( \frac{a+b}{2} \right) \cos \left( \frac{a-b}{2} \right) & \sin a - \sin b &= 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \sin \left( \frac{a-b}{2} \right)\end{aligned}$$

**1<sup>er</sup> problème : Chimie**  
**(données en fin de l'énoncé de ce problème)**

**Quelques aspects de la chimie du sodium**

***La réaction du sodium avec l'eau***

Le sodium solide réagit totalement avec l'eau pour former du dihydrogène gazeux, des ions  $\text{Na}^+$ (aq) et des ions hydroxydes  $\text{HO}^-$ (aq).

**Q1.** Donner l'équation chimique de la réaction modélisant cette transformation chimique.

**Q2.** À l'aide des données, calculer l'enthalpie standard de cette réaction  $\Delta_r H^\circ$  à 293 K. Cette réaction est-elle endothermique ou exothermique ?

Le dihydrogène peut réagir avec le dioxygène pour produire de l'eau. Cette transformation chimique peut être explosive. Pour cette raison, le sodium solide n'existe qu'en l'absence totale d'eau ; il n'existe donc pas dans la nature.

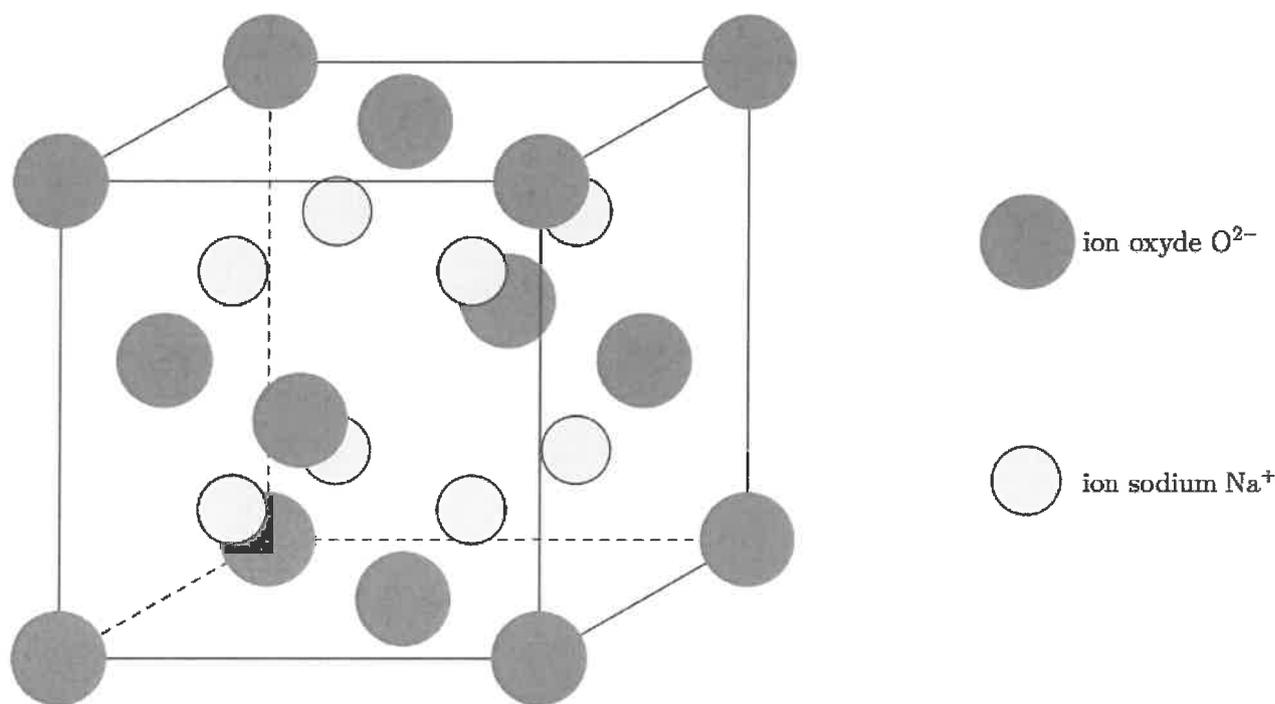
**Q3.** Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation chimique entre  $\text{H}_{2(g)}$  et  $\text{O}_{2(g)}$  pour produire de l'eau liquide.

**Q4.** Établir l'expression de la constante thermodynamique d'équilibre de cette réaction à 293 K en fonction des potentiels standards  $E^\circ(\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})})$  et  $E^\circ(\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}/\text{H}_{2(\text{g})})$ . Déterminer la valeur de cette constante thermodynamique.

**Q5.** Comment évolue la constante thermodynamique d'équilibre avec la température ? Justifier.

### ***Le sodium dans des cristaux ioniques***

En contact avec l'air sec, le sodium s'oxyde naturellement. La maille de cet oxyde est représentée figure 6.



**Figure 6** Maille de l'oxyde de sodium

**Q6.** À partir de l'étude de la maille de la figure 6, donner la formule chimique de l'oxyde de sodium.

L'ion sodium peut aussi se combiner avec l'ion chlorure pour former le solide ionique NaCl.

**Q7.** Quelle est la principale utilisation courante de ce solide ionique ?

**Q8.** On verse 1 mol de NaCl solide dans un litre d'eau pure à 25 °C. La dissolution est-elle totale ?

### **Nécessité de la chlorophylle, photosynthèse chlorophyllienne**

Grâce à la chlorophylle, beaucoup de végétaux permettent la photosynthèse du glucose solide ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})$ ) et du dioxygène gazeux à partir du dioxyde de carbone gazeux et de l'eau liquide.

**Q9.** Écrire l'équation bilan (1) de la synthèse directe d'une mole de glucose solide à partir du dioxyde de carbone gazeux et de l'eau liquide.

**Q10.** On note  $M_g$  la masse molaire du glucose. Quel volume  $V(\text{O}_2)$  de dioxygène, assimilable à un gaz parfait, peut-on recueillir dans un récipient maintenu à la pression  $P$  et à la température  $T$  par la synthèse directe d'une masse  $m$  de glucose ?

En se plaçant dans l'approximation d'Ellingham, on a  $\Delta_r G^\circ_1(298\text{K}) = 2\,870 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  pour la réaction (1) obtenue à la Q9. Les conditions atmosphériques ordinaires sont caractérisées par une température voisine de 300 K, une pression totale de 1 bar et des fractions molaires respectives en dioxygène et en dioxyde de carbone de 20 % et de 0,03 %.

**Q11.** Dans les conditions atmosphériques ordinaires, la synthèse directe du glucose est-elle spontanée ou provoquée ? Justifier la nécessité de la préservation des forêts équatoriales.

Enthalpies standard de formation molaires à 293 K

Espèce	$\text{HO}^-_{(\text{aq})}$	$\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$	$\text{Na}^+_{(\text{aq})}$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol <sup>-1</sup> )	-229,9	-285,8	-239,7

Potentiels standards

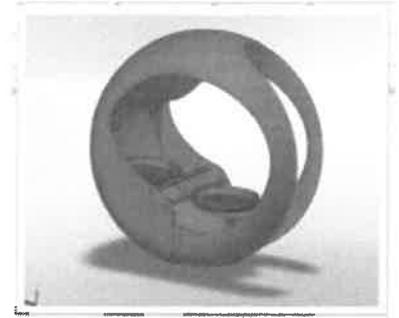
Couple	$\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$	$\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}/\text{H}_2_{(\text{g})}$	$\text{Na}^+_{(\text{aq})}/\text{Na}_{(\text{s})}$	$\text{Cl}_{2(\text{g})}/\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$
$E^\circ$ (V)	1,23	0,00	-2,71	1,36

Produit de solubilité à 25 °C

Espèce	NaCl
$K_s$	33

## 2è problème : Conception d'un prototype de machine à pancakes

Ce sujet étudie certains aspects de la conception d'un prototype de machine à poêles et distributeur de pâte à pancakes, transportable et peu encombrant, permettant de cuire à la maison des pancakes authentiques de manière ergonomique et automatisée.



perspective de design de la machine à pancakes, en vue de sa commercialisation

### Chauffage des poêles par induction

Le système est constitué de deux poêles. Lorsque la première poêle a cuit une face du pancake, un système de roue-vis sans fin programmé par un actionneur (non détaillé dans ce sujet) met en rotation cette poêle et projette ainsi le pancake dans la seconde poêle, chargée de cuire l'autre face. Plusieurs options sont envisageables pour chauffer les poêles : gaz, résistance chauffante, induction (voir tableau 1). Le chauffage par induction permet d'obtenir une bonne saisie de la pâte à pancakes, tout en satisfaisant des exigences de sécurité et en minimisant l'encombrement.

Système / Contrainte	Sécurité	Encombrement	Saisie de la pâte
Gaz	-	-	+
Résistance chauffante	+	-	-
Induction	+	+	+

Tableau 1 – Comparaison des différents modes de chauffage envisagés

L'objectif de cette partie est de dimensionner le nombre de spires de la bobine permettant d'obtenir une température de poêle de 160°C. Cette condition est nécessaire à l'obtention d'un pancake bien cuit et savoureux.

### Puissance induite dans la poêle

#### Données :

Perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

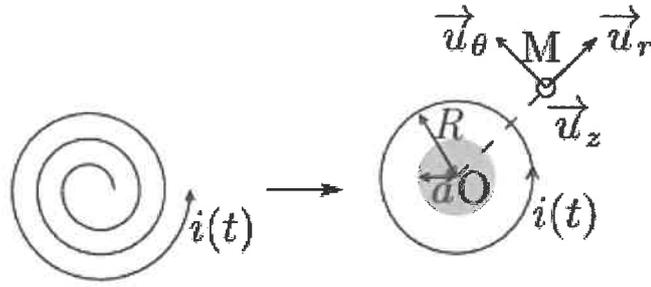
Propriétés physiques de la fonte :

- Perméabilité magnétique relative :  $\mu_r = 80$
- Conductivité électrique :  $\gamma = 1,0 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
- Conductivité thermique :  $\lambda = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Masse volumique :  $\rho = 7,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Capacité thermique massique :  $c = 5,0 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Une bobine plate enroulée en spirale, schématisée sur la figure 4, est parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité

$$i(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

Le champ magnétique créé par cette distribution de courant est complexe ; on se contente de comprendre le principe du chauffage par induction avec un circuit plus simple : une unique spire circulaire de centre O et de rayon R, parcourue par une intensité  $i(t)$ . Dans la suite, on travaille dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , muni de la base orthonormée directe  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ .



**Figure 4 – Bobine : schéma et modélisation**

On pose dans le plan de cette spire une poêle, assimilée à un cylindre de rayon  $a < R$  et d'épaisseur  $e$ , de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  et de conductivité électrique  $\gamma$ . Dans un souci de simplification, on suppose que le champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la spire dans la poêle est uniforme. En notant  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide, on donne :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r i(t)}{2R} \vec{u}_z$$

**Q12.** Rappeler l'équation locale de Maxwell-Faraday. On donne le théorème de Stokes :

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

où  $S$  désigne une surface s'appuyant sur le contour fermé  $\mathcal{L}$ .

Obtenir une formulation globale de l'équation locale de Maxwell-Faraday.

On cherche le champ électrique induit au sein de la poêle sous la forme  $\vec{E} = E(r,t) \vec{u}_\theta$ .

**Q13.** Déterminer  $E(r,t)$  en fonction de  $r$ ,  $t$ ,  $R$ ,  $I_0$ ,  $\omega$ ,  $\mu_0$  et de  $\mu_r$ .

**Q14.** Ce champ électrique induit est responsable de courants de Foucault répartis dans tout le volume du conducteur. Exprimer leur densité de courant volumique  $\vec{j}$  en tout point de la poêle, puis la puissance volumique moyenne  $p$  dissipée par effet Joule en fonction des données.

**Q15.** En intégrant cette puissance volumique moyenne sur le volume de la poêle, montrer que la puissance moyenne totale induite s'écrit :

$$P_{\text{ind}} = \frac{\pi(\mu_0 \mu_r)^2 \gamma \omega^2 I_0^2 e a^4}{64 R^2}.$$

**Q16.** On dispose de poêles en aluminium et en fonte. Bien que l'aluminium soit environ 40 fois plus conducteur électriquement que la fonte, on choisira la poêle en fonte : pourquoi ?

En réalité, le champ électromagnétique variable ne pénètre pas la poêle sur toute son épaisseur, mais uniquement sur une taille typique :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu_0 \mu_r \gamma f}}.$$

**Q17.** Comment se nomme cet effet ? Calculer numériquement  $\delta$  en prenant pour la fréquence  $f = 40$  kHz. En comparant cette taille à l'épaisseur typique d'une poêle, cet effet vous semble-t-il important à prendre en compte pour calculer la puissance induite ?

### ***Influence du nombre de spires sur la température de la poêle***

On relève à l'aide d'une caméra thermique le profil de température dans la poêle en fonte. Notons  $\lambda$  la conductivité thermique,  $\rho$  la masse volumique et  $c$  la capacité thermique massique de la fonte. Au bout de quelques minutes, le profil de température de la poêle atteint un régime stationnaire. On propose d'interpréter cette observation en se plaçant dans une géométrie simplifiée, cartésienne et unidimensionnelle : on cherche un champ des températures de la forme  $T(x, t)$ .

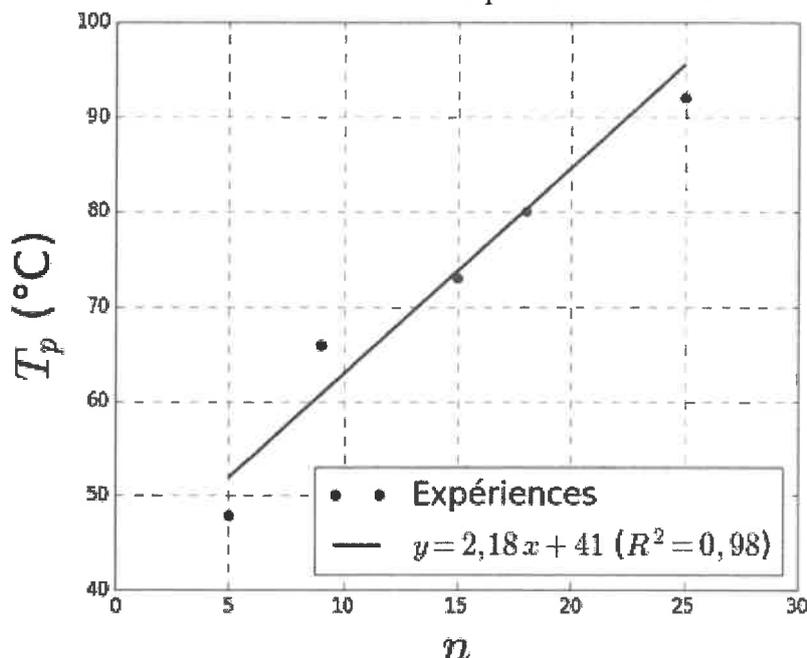
**Q18.** En tenant compte de la puissance volumique  $p$  due au phénomène d'induction, détailler les étapes permettant d'établir l'équation satisfaite par le champ des températures :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{p}{\rho c} + \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

**Q19.** En déduire l'expression d'un temps typique  $\tau$  de diffusion thermique en fonction de  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  et d'une longueur caractéristique  $\ell$ . Calculer numériquement  $\tau$  en prenant pour  $\ell$  une dimension de la poêle qui vous paraît pertinente. Commenter le résultat obtenu.

L'expérience montre que le profil stationnaire de température dans la poêle est quasiment uniforme; on note  $T_p$  la valeur de la température. On suit expérimentalement la variation de  $T_p$  en fonction du nombre de spires  $n$  de la bobine, les autres paramètres étant fixés (voir figure 5). L'évolution  $T_p = f(n)$  est assez bien décrite par une loi affine.

**Q20.** En supposant que l'on puisse extrapoler ce comportement affine, déterminer le nombre  $N$  de spires de la bobine nécessaire à l'obtention d'une température de  $160^\circ\text{C}$ .



**Figure 5 – Évolution de la température de la poêle en fonction du nombre de spires de la bobine**

### ***Déversoir de pâte***

Accélération de la pesanteur :  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$   
Dimensions du réservoir :  $R_1 = 1,0 \text{ cm}$ ,  $R_2 = 0,70 \text{ cm}$   
Hauteur initiale de pâte :  $h_0 = 5,0 \text{ cm}$

### Propriétés physiques de la pâte :

- Masse volumique :  $\rho = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Viscosité dynamique :  $\eta = 3,0 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Le but du déversoir est de faire couler dans la poêle un volume de pâte à pancakes constant de manière automatisée. Trois options sont possibles pour sa réalisation : par électroaimant, par motorisation, par motorisation avec réservoir. La dernière solution sera retenue ; elle permet d'ailleurs de prévoir un déversoir de sirop d'érable fonctionnant sur le même actionneur (voir figure 6). On cherche à déterminer le temps de coulée de la pâte en fonction des différents paramètres du réservoir et du fluide afin de connaître la durée pendant laquelle l'actionneur doit laisser s'écouler la pâte.

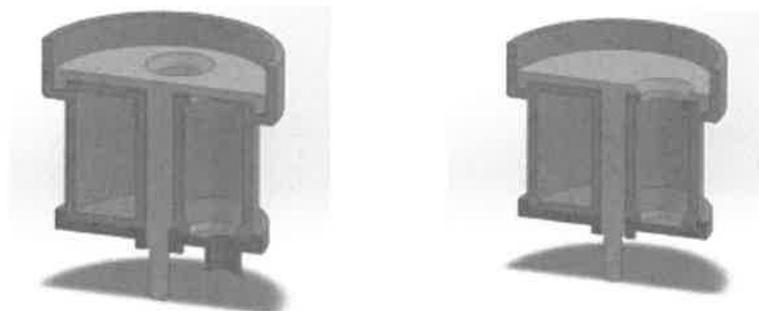


Figure 6 – Déversoir par motorisation avec réservoir : principe de fonctionnement

### Modèle parfait

On modélise le réservoir par un cylindre de rayon  $R_1$ , rempli de pâte sur une hauteur  $h_0$  à l'instant initial, baignant dans l'air atmosphérique à pression  $P_0$ . En ouvrant le réservoir en son fond à l'instant  $t = 0$ , la pâte s'écoule à l'air libre à travers une section cylindrique de rayon  $R_2$  ;  $h_P(t)$  désigne la hauteur de pâte encore présente dans le réservoir à l'instant  $t$ . On note  $\rho$  la masse volumique de la pâte et  $\vec{g}$  l'accélération de la pesanteur.

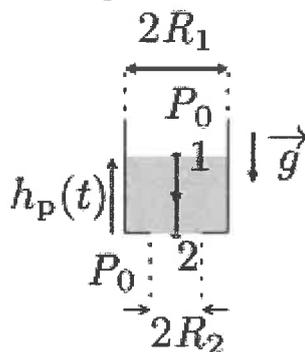


Figure 7 – Vidange du réservoir : notations utilisées

Dans une première approche, on néglige toute dissipation d'énergie au sein de l'écoulement de pâte. On propose alors d'utiliser la relation de Bernoulli entre les points 1 et 2 de la ligne de courant représentée sur la figure 7.

**Q21.** Rappeler la relation de Bernoulli, ainsi que ses conditions d'application. On supposera ces conditions remplies dans le cadre de ce premier modèle.

**Q22.** L'écoulement étant supposé incompressible, trouver une relation liant les vitesses  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  de la pâte à l'instant  $t$  au niveau des sections de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ .

**Q23.** Déterminer une expression de  $v_2(t)$  en fonction de  $g$ ,  $h_p(t)$ ,  $R_1$  et de  $R_2$  uniquement.

**Q24.** En identifiant  $v_1(t)$  à  $-dh_p/dt$ , déduire de la question précédente une équation différentielle régissant l'évolution de  $h_p(t)$ .

**Q25.** Résoudre cette équation différentielle par séparation des variables, puis montrer que la durée totale de vidange du réservoir s'exprime par :

$$\tau_p = \sqrt{\frac{2h_0}{g} \left[ \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^4 - 1 \right]}.$$

**Q26.** Calculer numériquement  $\tau_p$ . On trouve un temps de vidange expérimental  $\tau_{exp} = 1,5$  s. Qu'en pensez-vous ?

On donne  $\frac{1}{0,7^4} \approx 4,2$  et  $\sqrt{3} \approx 1,7$

### Modèle visqueux

On propose un deuxième modèle tenant compte des effets visqueux. On note  $\eta$  la viscosité dynamique de la pâte. Pour simplifier la modélisation, on assimile le réservoir à un cylindre de rayon  $R_1$ , ce qui revient à négliger l'effet du rétrécissement de section de  $R_1$  à  $R_2$ . La dissipation d'énergie au sein de l'écoulement de pâte s'accompagne d'un terme de perte de charge régulière le long de la hauteur de pâte  $h_v(t)$  à l'instant  $t$ , homogène à une pression et donné par la loi de Darcy-Weisbach :

$$\Delta P_c = \Lambda \frac{\rho v_m^2}{2} \frac{h_v(t)}{d} \quad \text{avec} \quad \Lambda = \frac{64}{Re}.$$

Dans cette expression,  $v_m = -dh_v/dt$  représente la vitesse débitante (ou vitesse moyenne) de l'écoulement dans le réservoir,  $d = 2R_1$  le diamètre du réservoir et  $Re$  le nombre de Reynolds. On a  $h_v(t=0) = h_0$ .

**Q27.** Évaluer l'ordre de grandeur de  $v_m$  en utilisant le temps  $\tau_{exp}$  donné à la question Q26. Rappeler la définition du nombre de Reynolds  $Re$  en fonction de  $\rho$ ,  $v_m$ ,  $\eta$  et de  $d$ , puis estimer sa valeur pour l'écoulement étudié. L'expression de  $\Lambda$  proposée étant valable pour un écoulement laminaire, quelle condition a-t-on sur  $Re$  ?

**Q28.** Exprimer la puissance des pertes de charge en fonction de  $\Delta P_c$ . Exprimer le théorème de l'énergie mécanique élémentaire en fonction de  $\Delta P_c$ .

On suppose que l'écoulement est quasistationnaire.

**Q29.** Effectuer un bilan d'énergie mécanique sur la pâte dans le cylindre de rayon  $R_1$  afin d'obtenir une expression de  $dh_v/dt$  en fonction de  $\rho$ ,  $g$ ,  $R_1$  et de  $\eta$ . On définira proprement la position du système fermé à l'instant  $t$  et à l'instant  $t + dt$ .

**Q30.** Déterminer la loi d'évolution  $h_v(t)$ . En déduire la durée totale de vidange du réservoir  $\tau_v$ .

**Q31.** Calculer numériquement  $\tau_v$  et comparer à la valeur expérimentale de la question Q26. Comment pourrait-on encore affiner la modélisation ?

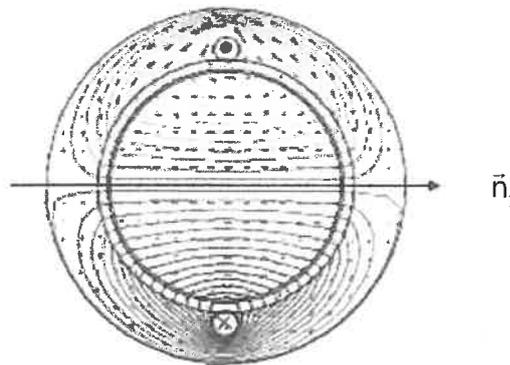
### 3è problème Machine synchrone

La machine synchrone est constituée d'un rotor en fer massif et d'un stator en fer feuilleté. Le rotor et le stator sont séparés d'un entrefer de très faible largeur. Ce circuit magnétique amplifie et canalise le champ magnétique.

Dans la machine diphasée, le stator se compose de deux enroulements décalés spatialement d'un angle de  $\frac{\pi}{2}$ .

On s'intéresse ici à un seul des deux enroulements du stator.

On a représenté, sur la **figure 7**, les lignes de champ magnétique  $\vec{B}$  créé par une spire du stator, de vecteur normal  $\vec{n}_1$ , parcourue par un courant  $i_1(t)$ . La spire est représentée en coupe par son conducteur " aller " et son conducteur " retour ".



**Figure 7** - Champ magnétique créé par une spire d'un enroulement du stator

**Q32.** La norme du champ magnétique est-elle uniforme dans le circuit magnétique ? Sinon, préciser les zones où le champ magnétique est le plus intense et est le moins intense.

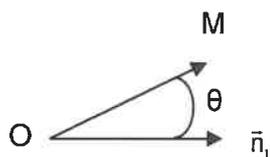
L'air est assimilé magnétiquement à du vide de perméabilité magnétique  $\mu_0$ . Le fer est assimilé à un matériau magnétique linéaire homogène de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ . On désigne par  $e$  la largeur de l'entrefer et  $L_{\text{fer}}$  la longueur moyenne d'une ligne de champ dans le fer. Par construction de la machine, on a  $\mu_r e \gg L_{\text{fer}}$ . La ligne de champ, de longueur  $L_{\text{fer}}$  dans le fer, est qualifiée de ligne de champ moyenne.

**Q33.** Pour la ligne de champ moyenne, on note  $H_{\text{air}}$  et  $H_{\text{fer}}$  les normes du champ d'excitation magnétique dans l'air (entrefer) et dans le fer. Ces normes sont supposées uniformes le long de cette ligne de champ. Par application du théorème d'Ampère, relier  $H_{\text{air}}$ ,  $H_{\text{fer}}$ ,  $e$ ,  $L_{\text{fer}}$  et  $i_1(t)$ .

Pour la ligne de champ moyenne, on note  $B_{\text{air}}$  et  $B_{\text{fer}}$  les normes du champ magnétique dans l'air (entrefer) et dans le fer. Par conservation du flux, on montre que  $B_{\text{air}}$  et  $B_{\text{fer}}$  sont très voisins. On assimile ces deux normes à une valeur commune notée  $B$ .

**Q34.** Déterminer l'expression de  $B$  en fonction de  $i_1(t)$ , de  $e$  et de  $\mu_0$ .

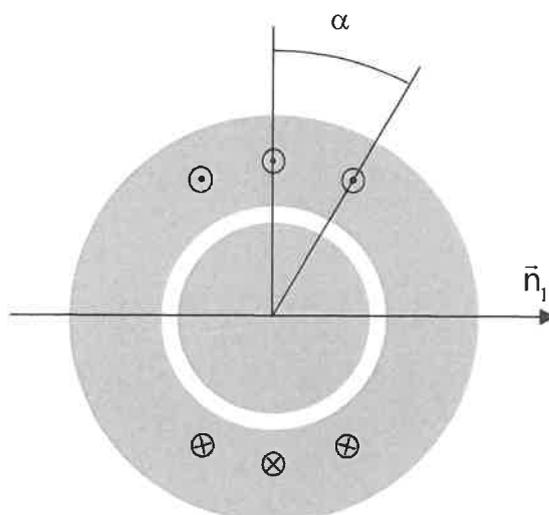
Par la suite, on considère que la norme du champ magnétique  $B$  est uniforme dans l'entrefer. On désigne par  $\vec{B}_{\text{spire}}(\theta, t) = B_{\text{spire}}(\theta, t)\vec{e}_r$ , le champ magnétique créé par cette spire en un point  $M$  de l'entrefer repéré (**figure 8**) par sa position  $\theta$ .



**Figure 8** - Repérage de l'entrefer

**Q35.** Représenter graphiquement en fonction de  $\theta$ , l'allure de  $B_{\text{spire}}(\theta, t)$  pour  $i_1(t) > 0$  et  $\theta \in [-\pi, \pi]$ .

L'enroulement considéré du stator, parcouru par le courant  $i_1(t)$ , n'est pas constitué d'une seule spire mais de trois spires décalées les unes des autres d'un angle  $\alpha$ , comme le montre la **figure 9**. Ces trois spires sont représentées en coupe par trois conducteurs " aller " et trois conducteurs " retour ".



**Figure 9** - Enroulement à trois spires décalées

On désigne par  $\vec{B}_1(\theta, t) = B_1(\theta, t)\vec{e}_r$ , le champ magnétique créé par l'enroulement du stator à trois spires décalées.

**Q36.** Représenter graphiquement, en fonction de  $\theta$ , l'allure de la fonction  $B_1(\theta, t)$  pour  $i_1(t) > 0$  et  $\theta \in [-\pi, \pi]$ . On prendra  $\alpha \approx \frac{\pi}{6}$ .

Dans la suite, on admettra que cet enroulement du stator crée dans l'entrefer un champ magnétique  $\vec{B}_1(\theta, t) = K i_1(t) \cos(\theta)\vec{e}_r$  et que le second enroulement, parcouru par un courant  $i_2(t)$ , crée dans l'entrefer un champ magnétique  $\vec{B}_2(\theta, t) = K i_2(t) \sin(\theta)\vec{e}_r$ .

Une alimentation électrique de pulsation  $\omega_s$  impose des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  de la forme :

$$\begin{cases} i_1(t) = I_{\max} \cos(\omega_s t) \\ i_2(t) = I_{\max} \sin(\omega_s t) \end{cases}$$

- Q37.** Déterminer l'expression du champ magnétique  $\vec{B}_s$  créé par le stator dans l'entrefer. On posera :  $B_{s0} = KI_{max}$ .  
Justifier que ce champ magnétique  $\vec{B}_s$  est un champ tournant à la vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  qu'on précisera.

Le rotor tourne à la vitesse angulaire  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ . Il possède une bobine comportant plusieurs spires bien réparties. Elle est alimentée par l'intermédiaire d'un contacteur tournant, relié à une source de courant continu  $I_R$ . Il crée un champ en un point M repéré par l'angle  $\theta$  dans l'entrefer :

$$\vec{B}_R(\theta, t) = K_R I_R \cos(\theta_R(t) - \theta) \vec{e}_r = B_{r0} \cos(\theta_R(t) - \theta) \vec{e}_r$$

où  $\theta_R(t)$  désigne la position du rotor. On a :  $\theta_R(t) = \Omega t + \theta_0$ .

- Q38.** Exprimer l'énergie magnétique  $W_m$  stockée dans l'entrefer à l'aide d'une intégrale qu'on ne demande pas d'intégrer et faisant intervenir  $\vec{B}_s$  et  $\vec{B}_R$ .

On admettra, en ne conservant que les termes qui varient le plus lentement avec le temps, que :

$$W_m = \frac{R_e L_e e}{2\mu_0} (\pi B_{s0}^2 + \pi B_{r0}^2 + 2\pi B_{r0} B_{s0} \cos(\omega_s t - \theta_R(t))).$$

- Q39.** Préciser l'unité du produit  $R_e L_e e$  et indiquer à quels paramètres du système correspondent chacun des deux termes :  $R_e$  et  $L_e$ .

On note  $\vec{\Gamma} = \Gamma_z(t) \vec{e}_z$ , le couple électromagnétique exercé sur le rotor. On rappelle que  $\Gamma_z(t) = \frac{\partial W_m}{\partial \theta_R}$ .

- Q40.** Préciser l'expression de  $\Gamma_z(t)$  en fonction de  $R_e$ ,  $L_e$ ,  $e$ ,  $\mu_0$ ,  $B_{r0}$ ,  $B_{s0}$ ,  $\Omega$ ,  $\omega_s$  et de  $\theta_0$ .

La machine synchrone peut fonctionner en moteur ou en alternateur.

- Q41.** On considère que  $\omega_s$  est fixé par le réseau électrique extérieur. À quelle condition sur  $\Omega$ , le couple moyen est-il non nul ? Comment appelle-t-on cette condition ? Préciser, en fonction de  $R_e$ ,  $L_e$ ,  $e$ ,  $\mu_0$ ,  $B_{r0}$ ,  $B_{s0}$ , et de  $\theta_0$ , l'expression de ce couple moyen.

- Q42.** On suppose que cette condition est respectée. À quelle condition sur  $\theta_0$  a-t-on un fonctionnement alternateur ? Un fonctionnement moteur stable ?