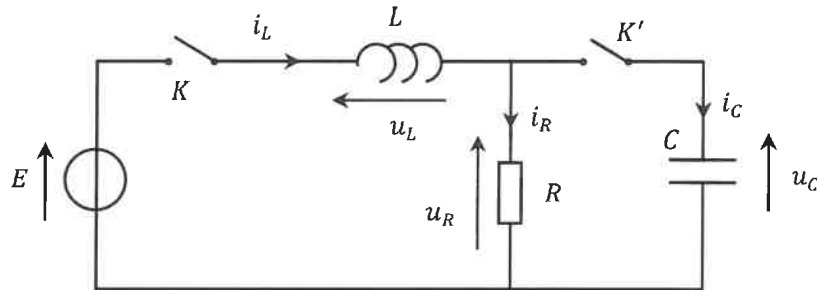


DS5 QCM ENAC EPL 1h

Électrocinétique des régimes transitoires

Dans le circuit LRC représenté sur la figure ci-après, les interrupteurs K et K' sont initialement ouverts. On désigne respectivement par u_R , u_L et u_C , les tensions aux bornes du résistor de résistance R , de la bobine d'inductance L et du condensateur de capacité C . On note i_R , i_L et i_C les intensités du courant électrique qui traversent respectivement ces dipôles. Le générateur est idéal, de tension électromotrice (on dit aussi force électromotrice) E stationnaire. Le condensateur est initialement chargé de sorte que $u_C = \frac{E}{3}$.



1. À un instant pris comme origine temporelle, on ferme K (K' restant ouvert). Que peut-on dire, à l'instant $t = 0^+$, de $u_R(0^+)$ et de $u_L(0^+)$?

A) $u_R(0^+) = 0$ B) $u_R(0^+) = E$ C) $u_L(0^+) = 0$ D) $u_L(0^+) = E$

2. Comment évoluent $i_L(t)$ et $u_L(t)$?

A) $i_L(t) = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$ C) $u_L(t) = E \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right]$
 B) $i_L(t) = \frac{E}{R} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$ D) $u_L(t) = E \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$

3. On attend suffisamment longtemps pour que le régime précédent s'achève (on dit aussi qu'il atteint le régime permanent), puis on ferme le second interrupteur (K') à un instant pris comme nouvelle origine temporelle. Déterminer $i_L(0^+)$ et $i_R(0^+)$:

A) $i_L(0^+) = 0$ B) $i_L(0^+) = \frac{E}{R}$ C) $i_R(0^+) = \frac{2E}{3R}$ D) $i_R(0^+) = \frac{E}{3R}$

4. Déterminer $i_C(0^+)$ et $u_L(0^+)$:

A) $i_C(0^+) = 0$ B) $i_C(0^+) = \frac{2E}{3R}$ C) $u_L(0^+) = \frac{2E}{3}$ D) $u_L(0^+) = \frac{E}{3R}$

5. Après fermeture de K' , l'intensité $i_L(t)$ obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{\tau_e} \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = \omega_0^2 i_\infty$$

où τ_e , ω_0 et i_∞ sont des constantes indépendantes du temps. Exprimer τ_e et ω_0 .

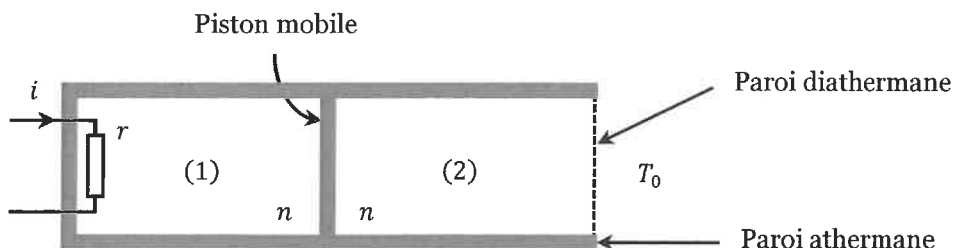
A) $\tau_e = RC$ B) $\tau_e = \frac{L}{R}$ C) $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ D) $\omega_0 = \frac{R}{L}$

6. Exprimer i_∞ ainsi que l'énergie ε_C emmagasinée dans le condensateur lorsque le régime devient stationnaire :

A) $i_\infty = \frac{E}{3R}$ B) $i_\infty = \frac{E}{R}$ C) $\varepsilon_C = 0$ D) $\varepsilon_C = \frac{CE^2}{2}$

Thermodynamique

Deux gaz, supposés parfaits, sont enfermés dans deux compartiments (1) et (2) séparés par un piston mobile athermane (on dit aussi calorifugé) qui coulisse sans frottement. Le compartiment (1) est entièrement calorifugé tandis que le compartiment (2) peut échanger de l'énergie par chaleur (transfert thermique) avec le milieu extérieur, assimilé à un thermostat de température T_0 , à travers une paroi diathermane (non calorifugée). Les deux compartiments contiennent chacun n moles de gaz et sont, dans l'état initial, à la température T_0 . Le volume total des deux compartiments est $V_t = 2V_0$, V_0 désignant les volumes, initialement égaux, de chacun des deux compartiments.



À un instant pris comme origine temporelle, le compartiment (1) reçoit de la chaleur par l'intermédiaire d'un résistor (résistance r) alimenté pendant une durée τ , par un générateur qui délivre un courant d'intensité i constante. L'état final est l'état d'équilibre thermodynamique du système qui succède à ce chauffage. On le caractérise par les variables d'état p_k, V_k et T_k qui représentent les pressions, volumes et températures des compartiments (k) où $k = 1$ ou 2 . On note R la constante des gaz parfaits et $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ le rapport de la capacité thermique molaire à pression constante sur la capacité thermique molaire à volume constant, identique pour les gaz des deux compartiments.

7. Exprimer V_1 et V_2 :

- A) $V_1 = \frac{T_1}{T_0 + T_1} V_0$ B) $V_1 = \frac{T_1}{T_0 + T_1} V_t$ C) $V_2 = \frac{T_0}{T_0 + T_1} V_0$ D) $V_2 = \frac{T_0}{T_0 + T_1} V_t$

8. Que peut-on affirmer ?

- A) $p_2 = p_1$ B) $p_1 = \frac{nR(T_0 + T_1)}{V_t}$ C) $p_1 = \frac{nR(T_0 + T_1)}{V_0}$ D) $p_2 \neq p_1$

9. Déterminer la variation d'énergie interne ΔU entre l'état initial et l'état final du système constitué par les deux gaz (on indique que ΔU est la somme des variations des énergies internes des deux gaz, entre l'état initial et final) :

- A) $\Delta U = 0$ C) $\Delta U = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_1 - T_0)$
 B) $\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0)$ D) $\Delta U = nR(T_1 - T_0)$

10. On note W_2 et Q_2 le travail et la chaleur (transfert thermique) algébriquement reçus par le gaz du compartiment (2) entre l'état initial et l'état final. On supposera la transformation réversible. Que peut-on affirmer ?

- A) $W_2 = nRT_0 \ln\left(\frac{T_0 + T_1}{2T_0}\right)$ C) $Q_2 = 0$
 B) $W_2 = 0$ D) $Q_2 = -W_2$

11. On note Q_1 la chaleur (transfert thermique) algébriquement reçu par le gaz du compartiment (1) entre l'état initial et l'état final. Que peut-on affirmer ?

- A) $Q_1 = \Delta U$ B) $Q_1 = \Delta U + W_2$ C) $Q_1 = W_2$ D) $Q_1 = ri^2\tau$

12. On note $S_2^{(r)}$ l'entropie algébriquement reçue et $S_2^{(c)}$ l'entropie algébriquement créée, entre l'état initial et l'état final, pour le gaz situé dans le compartiment (2). On indique que sa variation d'entropie ΔS_2 entre l'état initial et l'état final s'écrit $\Delta S_2 = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right)$; exprimer $S_2^{(r)}$ et $S_2^{(c)}$:

- A) $S_2^{(r)} = nR \ln\left(\frac{2T_0}{T_0 + T_1}\right)$ C) $S_2^{(c)} = nR \ln\left(\frac{2T_0}{T_0 + T_1}\right)$
 B) $S_2^{(r)} = 0$ D) $S_2^{(c)} = 0$

Dans cette partie, les caractères gras
sont des vecteurs.

Partie 3 : Freinage par induction électromagnétique

Un cadre métallique filiforme $ABCD$, de forme carrée (côté a), est abandonné sans vitesse initiale, par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire supposé galiléen, dans le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme (on note $\mathbf{g}$ le vecteur correspondant). On associe à $\mathcal{R}$ la base cartésienne orthonormée $\{O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ où $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ et $\mathbf{e}_z$ sont trois vecteurs unitaires portés, respectivement, par les axes Ox , Oy et Oz . Le vecteur $\mathbf{e}_z$ désigne le sens de la verticale descendante. Au cours de sa chute, ce cadre pénètre soudainement, à un instant pris comme origine du temps, dans une région, supposée illimitée, de l'espace ($z > 0$) où règne un champ magnétique $\mathbf{B}_a = -B_a \mathbf{e}_y$ ($B_a > 0$) uniforme et stationnaire (Figure 3). Dans cet exercice, on désignera par z_A la cote du point A . On considère en outre que l'inductance propre du cadre est négligeable.

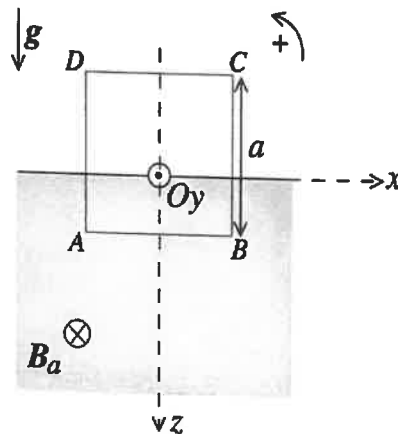


FIG. 3 – Cadre métallique pénétrant dans une région à champ magnétique constant et stationnaire

13. On oriente le cadre dans le sens trigonométrique (voir Figure 3). On note t_1 l'instant à partir duquel le cadre se trouve entièrement immergé dans la région $z > 0$. Quelle est l'expression de la tension électromotrice (ou force électromotrice) $e(t)$ induite au cours de la chute du cadre ?
 - A) $e(t) = 0$ si $t < 0$, $e(t) = -aB_a \dot{z}_A$ si $0 < t < t_1$ et $e(t) = 0$ si $t \geq t_1$
 - B) $e(t) = 0$ si $t < 0$, $e(t) = aB_a \dot{z}_A$ si $0 < t < t_1$ et $e(t) = 0$ si $t \geq t_1$
 - C) $e(t) = 0$ si $t < 0$, $e(t) = -aB_a \dot{z}_A$ si $t > 0$
 - D) $e(t) = 0$ si $t < 0$, $e(t) = aB_a \dot{z}_A$ si $t > 0$
14. Le cadre métallique présente une résistance R_c . Déterminer l'expression de la force de Laplace $\mathbf{F}_L$ à laquelle est soumis le cadre.
 - A) $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t < 0$ et $\mathbf{F}_L(t) = \frac{a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$ si $t > 0$ et $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t \geq t_1$
 - B) $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t < 0$ et $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{4a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$ si $t > 0$ et $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t \geq t_1$
 - C) $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t < 0$, $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$ si $0 < t < t_1$ et $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t \geq t_1$
 - D) $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t < 0$, $\mathbf{F}_L(t) = -\frac{a B_a^2 \dot{z}_A}{R_c} \mathbf{e}_z$ si $0 < t < t_1$ et $\mathbf{F}_L(t) = 0$ si $t \geq t_1$
15. Établir, par rapport à $\mathcal{R}$, l'équation différentielle du mouvement de A , le cadre étant supposé être en translation rectiligne, au cours de sa chute pour les instants compris entre l'instant initial et t_1 .

A) $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = -g$ avec $\tau = \frac{mR_c}{B_a a^2}$ B) $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = g$ avec $\tau = \frac{mR_c}{B_a^2 a^2}$	C) $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = -g$ avec $\tau = \frac{B_a^2 a^2}{mR_c}$ D) $\ddot{z}_A + \frac{\dot{z}_A}{\tau} = g$ avec $\tau = \frac{B_a^2 a^2}{mR_c}$
---	---

16. Calculer τ si $B_a = 1 \text{ T}$, $a = 5 \text{ cm}$, $m = 0,1 \text{ kg}$ et $R_c = 10 \Omega$.

A) $\tau = 4 \text{ s}$

B) $\tau = 400 \text{ s}$

C) $\tau = 4 \text{ min}$

D) $\tau = 1 \text{ min}$

17. Déduire de la question précédente la loi d'évolution de la vitesse $\dot{z}_A(t)$ sachant que la vitesse initiale est $\dot{z}_A(0) = v_0$.

A) $\dot{z}_A(t) = (v_0 - g\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$

C) $\dot{z}_A(t) = (v_0 + g\tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$

B) $\dot{z}_A(t) = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$

D) $\dot{z}_A(t) = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

18. On considère désormais le dispositif de la figure 4. Le cadre $ABCD$ présente un interrupteur K qui permet de modifier le circuit fermé dans lequel pourrait circuler un éventuel courant induit : si K est en position 1 (point K_1), le circuit fermé est la spire rectangulaire AMK_1D ; si K est en position 2 (point K_2), le circuit fermé est la spire rectangulaire $ABCD$. Que peut-on dire sur $e(t)$ si on maintient le cadre immobile et on commute soudainement K de la position 1 à la position 2 ? Ici encore, le cadre est orienté dans le sens trigonométrique.

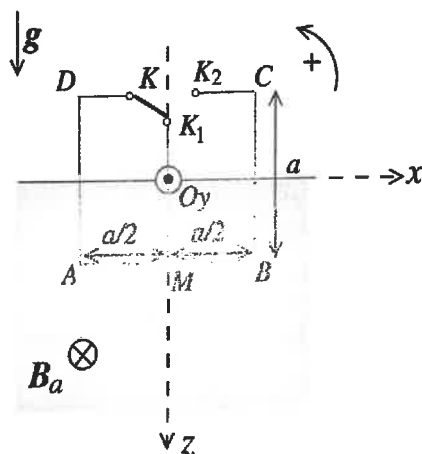


FIG. 4 – Cadre métallique présentant un interrupteur K

A) $e(t) < 0$

B) $e(t) = 0$

C) $e(t) > 0$

D) On ne peut rien dire a priori