

Devoirs surveillé n° 6
8h00 – 11h00 3 heures

Calculatrices autorisées

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 2 problèmes indépendants. Les parties du problème 1 sont indépendantes

1^{er} problème : Quelques aspects de l'industrie nucléaire

Le dénouement de la COP26 à Glasgow a été marqué par l'intervention de l'Inde pour demander non plus une sortie du charbon mais une réduction de l'émission des gaz à effet de serre. Dans son allocution télévisée en date du mardi 9 Novembre 2021, le Président de la République Française, Emmanuel Macron, a annoncé la relance de la construction de réacteurs nucléaires. C'est une annonce majeure pour le domaine de l'énergie, le recours aux énergies fossiles s'en trouvant grandement limité.

Préliminaires - Étude d'une machine à courant continu en travaux pratiques

L'objectif de cette partie préliminaire est d'exploiter les résultats obtenus au cours de deux manipulations classiques réalisées en travaux pratiques afin de déterminer certaines caractéristiques d'une machine à courant continu (MCC) pédagogique.

Un moteur à excitation séparée est alimenté par deux générateurs dont l'intensité du courant inducteur est notée I_e . L'induit est soumis à la tension U ; il est parcouru par un courant d'intensité I représenté sur la figure 1.

Le bobinage induit du moteur présente une résistance R et un coefficient d'auto-induction L .

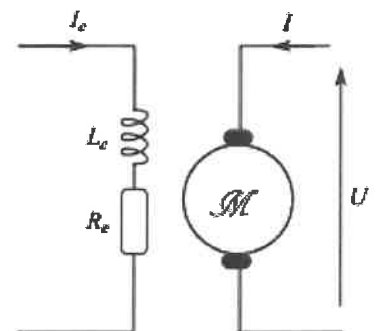


FIGURE 1 – Moteur d'entraînement

Q1. Schémas à l'appui, décrire en dix lignes maximum les différentes parties d'une machine à courant continu (rotor et stator, induit et inducteur, type de courant circulant dans chacun, rôle du système {collecteur + balais}).

Q2. Donner le schéma électrique équivalent de l'induit en régime stationnaire de fonctionnement moteur (on notera E' la force contre-électromotrice) et en régime de fonctionnement générateur (on notera E la force électromotrice). Tous les dipôles devront être correctement orientés.

Q3. En appelant ϕ la constante électromécanique de la machine, rappeler les deux équations liant E (ou E'), la vitesse angulaire de rotation Ω , le couple électromagnétique Γ_{em} et l'intensité du courant d'induit I .

Le dispositif étudié en travaux pratiques est le suivant. Deux machines à courant continu réversibles sont couplées par le même arbre. L'une peut fonctionner en moteur et l'autre en génératrice (cf. figure 2).

Les plaques signalétiques des deux machines présentent les indications suivantes :

	MCC1	MCC2
n (en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$) :	$1,5 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^3$
P (en kW) :	3,0	3,0
Inducteur :	220 V - 0,5 A	220 V - 0,62 A
Induit :	220 V - 15 A	220 V - 13,6 A

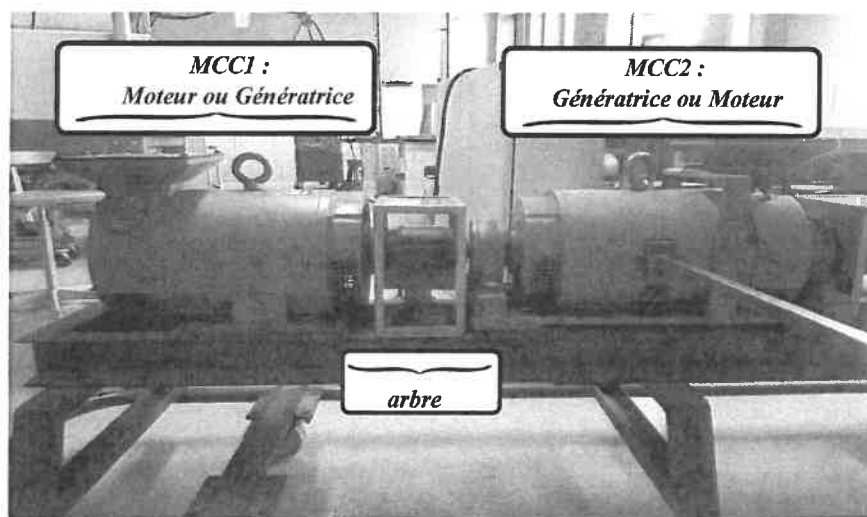


FIGURE 2 – Banc moteur

Deux expériences sont réalisées.

- **Expérience 1** : MCC2 non alimentée. Seul l'inducteur de la MCC1 est alimenté par une alimentation stabilisée. U_e est la tension aux bornes de l'inducteur. On relève : $U_e = (2,3 \cdot 10^2 \pm 0,1 \cdot 10^2)$ V et $I_e = (0,5 \pm 0,1)$ A.
- **Expérience 2** :
 - ★ MCC2 fonctionne en moteur et impose une vitesse de rotation à l'arbre Ω (ou n) dont on fait varier la valeur.
 - ★ Les circuits inducteurs de MCC1 et MCC2 sont alimentés dans les conditions nominales de fonctionnement par deux alimentations stabilisées.
 - ★ MCC1 fonctionne en génératrice. L'induit de cette dernière est connecté aux bornes d'un voltmètre que l'on considérera idéal.
 - ★ La vitesse de rotation est pilotée par la tension d'induit appliquée au circuit d'induit de la MCC2.
 - ★ La vitesse de rotation de l'arbre est mesurée à l'aide d'un tachymètre affichant la vitesse angulaire n en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ (tours par minute).

U désigne la tension affichée par le voltmètre. Les relevés obtenus sont :

n (en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$)	257	334	550	706	849	1004	1111	1240	1476	1601
U (en V)	41	63	88	112	135	160	177	197	235	255

Q4. À quelle grandeur caractéristique de la MCC1 la première expérience permet-elle d'avoir accès ? Préciser sa valeur.

On propose une partie des lignes de code permettant le traitement numérique des résultats de l'expérience 2.

```
1 from math import pi
2 from scipy import stats
3 import numpy as np
4
5 n = np.array([334., 550., 706., 849., 1004., 1111., 1240., 1476.])
6 omega = 2 * pi / 60 * n
7 U = np.array([63., 88., 112., 135., 160., 177., 197., 235.])
8
9 pente, ordonnee, r, p, d = stats.linregress(omega, U)
```

La fonction `linregress(omega, U)` retourne un 5-uplet contenant en particulier la valeur du coefficient directeur de la régression linéaire $U = f(\Omega)$ ainsi que le coefficient de détermination r^2 . Il a été obtenu :

coefficient directeur : $p = 1,49$ et $r^2 = 0,998$.

Q5. À quelle grandeur caractéristique de la MCC1 la deuxième expérience permet-elle d'avoir accès ? Vous exposerez clairement le raisonnement suivi. Donner la valeur de cette grandeur physique et son unité.

Partie I - Le minerai d'uranium

I.1 - Extraction

La mine d'uranium d'Imouraren est un gisement d'uranium à faible teneur que la compagnie Orano (ex-Areva) a eu le projet d'exploiter avec une mine à ciel ouvert se situant entre le Sahel africain et le désert du Sahara, à l'ouest du massif de l'Aïr.

En 2009, le site d'Imouraren est considéré par Areva, comme l'un des gisements uranifères les plus importants au monde. L'entreprise estime que le site contient 275 000 tonnes de minerai en terre et vise une production de 5 000 tonnes d'uranium pendant 35 ans.



FIGURE 3 – Le site d'Imouraren

Acheminement du minerai

Le dispositif d'acheminement du minerai d'uranium est schématisé sur la **figure 4**. Des roches sont contenues dans un réservoir suspendu au-dessus du tapis et déversées par un conduit vertical sur le tapis. On considérera que lorsque les roches entrent en contact avec le tapis, la composante de leur vitesse colinéaire à $\vec{u}_x$ dans le référentiel lié au sol, supposé galiléen, est négligeable.

- Q6.** Le dispositif est conçu pour acheminer $\dot{m}_j = 25$ tonnes de roches par jour ; il fonctionne en continu. Évaluer le débit massique moyen D_m d'arrivée des roches sur le tapis exprimé en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Lorsqu'elles arrivent sur le tapis, les roches acquièrent la même vitesse que le tapis qui les achemine ainsi, jusqu'à l'extrémité droite du tapis où elles quittent le tapis animées de la vitesse $\vec{v} = v \vec{u}_x$. On suppose toujours le régime d'écoulement des roches permanent.

On note $\vec{F} = F \vec{u}_x$ la composante selon l'axe $(O, \vec{u}_x)$ de l'action des roches sur le tapis.

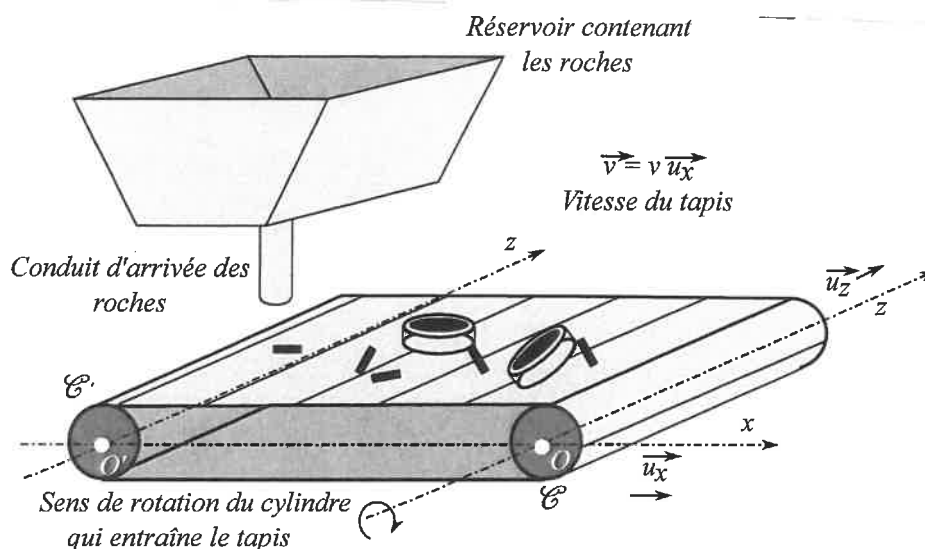


FIGURE 4 – Dispositif d'acheminement des roches

- Q7.** Déterminer F en fonction de D_m et v . On effectuera un bilan de quantité de mouvement en projection sur $\vec{u}_x$ sur le système compris dans le volume de contrôle formé par le lieu d'occupation des roches en contact avec le tapis. Ce volume de contrôle est fixe dans le référentiel lié au sol. Il reçoit de la matière à l'extrémité du tapis située sous le réservoir et en éjecte à l'autre extrémité située à l'entrée d'un concasseur.

I.2 - Vitesse de rotation du rotor du moteur

Le convoyeur de minéral est constitué d'un tapis (dont on négligera l'inertie) entraîné par un cylindre $\mathcal{C}$ d'axe $(O, \vec{u}_z)$ lié au rotor d'une machine à courant continu. Le moment d'inertie de l'ensemble $\Sigma = \{\mathcal{C} + \text{rotor}\}$ par rapport à l'axe $(O, \vec{u}_z)$ est noté J .

Un second cylindre $\mathcal{C}'$ est en rotation libre, sans frottement, autour de l'axe $(O', \vec{u}_z)$. Les deux cylindres $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont le même rayon a et le moment d'inertie de $\mathcal{C}'$ par rapport à $(O', \vec{u}_z)$ est noté J' . Les vitesses de glissement du tapis par rapport à chaque cylindre sont nulles. On désigne par Ω la vitesse angulaire de rotation des cylindres dans le sens indiqué sur la **figure 4**.

Le rotor du moteur et le cylindre $\mathcal{C}$ tournent donc à la même vitesse angulaire Ω . L'ensemble du dispositif mécanique produit, sur la partie tournante du moteur, un couple de frottement de moment $-\lambda \Omega \vec{u}_z$. La constante λ est positive.

L'objectif des trois questions suivantes est d'exprimer la vitesse angulaire de rotation Ω_p , valeur de Ω en régime permanent de fonctionnement, en fonction notamment de la tension d'alimentation de l'induit U et du débit D_m des roches.

- Q8.** À partir du schéma électrique du circuit d'induit, établir l'équation électrique (E_1) du moteur qui relie U , I , Ω_p et les paramètres utiles du problème en régime stationnaire.

- Q9.** En appliquant le théorème scalaire du moment cinétique en régime permanent de fonctionnement au système (Σ), établir l'équation mécanique (E_2) qui relie I , Ω_p , D_m , a et v .
- Q10.** Établir l'expression de Ω_p en fonction de U , D_m , ϕ , R , λ et a . Quelle est, dans ce modèle, l'influence du débit des roches sur la vitesse du tapis ?

Mesure de l'intensité du courant de l'induit du moteur à courant continu

On s'intéresse ici à une solution permettant la mesure de l'intensité du courant d'induit I à l'aide d'une résistance "shunt".

La **figure 5** donne le synoptique de la chaîne d'alimentation d'un moteur à courant continu (MCC). On s'intéresse à la mesure de la valeur moyenne I de l'intensité $i(t)$ du courant électrique.

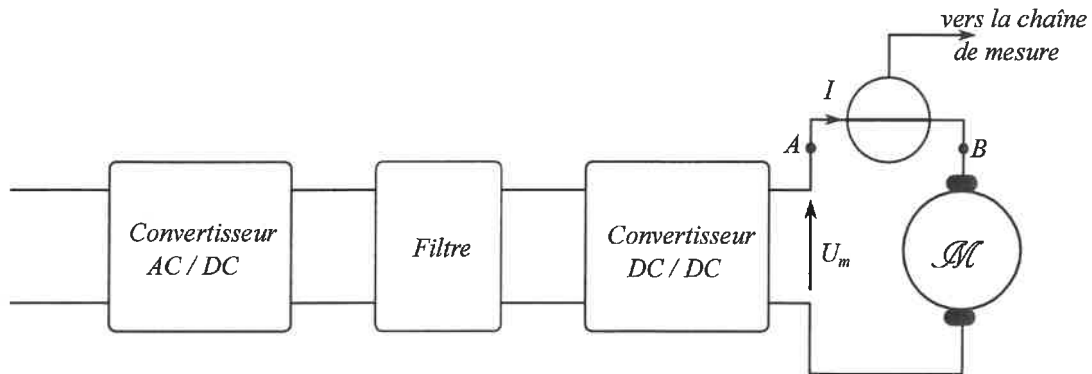


FIGURE 5 – Synoptique de la chaîne d'alimentation d'un moteur à courant continu

- Q11.** Donner un exemple de convertisseur AC/DC puis DC/DC. Quel est l'intérêt du convertisseur AC/DC dans la chaîne d'alimentation ? Comment justifier la présence du convertisseur DC/DC dans cette même chaîne d'alimentation ?

La mesure du courant I se fait à l'aide de la mesure de la différence de potentiel aux bornes d'une résistance R_{shunt} . La **figure 6** donne le schéma électrique relatif au filtrage et à l'amplification pour la mesure du courant.

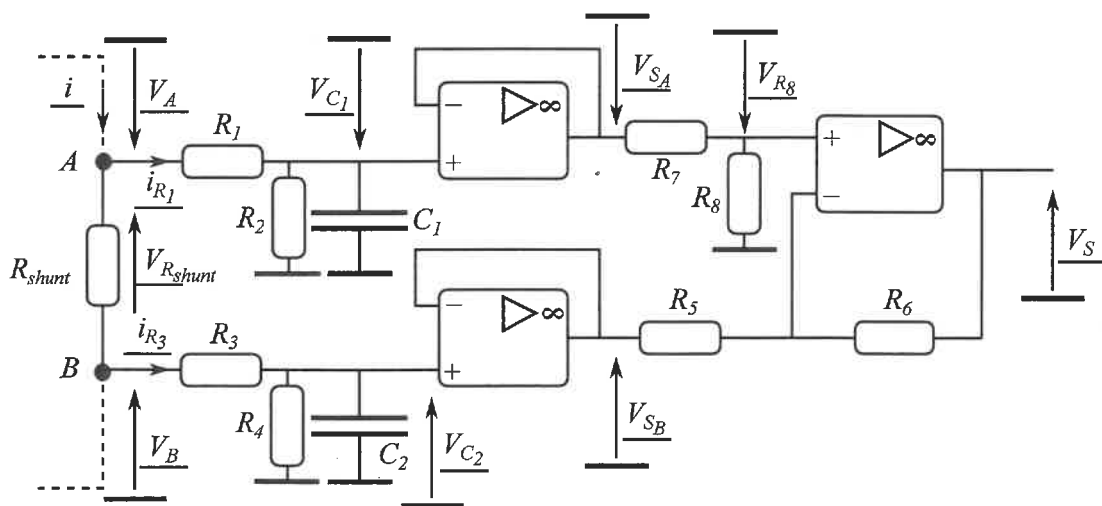


FIGURE 6 – Schéma de la mesure de courant par résistance shunt

On se place en régime sinusoïdal forcé. La représentation complexe est adoptée. Les différents ALI sont idéaux en régime linéaire.

- Q11'** Rappeler le modèle d'un ALI idéal en régime linéaire. Quel indice laisse à penser que le régime de fonctionnement des ALI est linéaire ?

Partie II - Electrochimie de l'eau

Données à 298 K :

Enthalpies standard de formation :

	O ₂ (gaz)	H ₂ O(liq)	H ₂ (gaz)
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	0	-285,5	0

Potentiers redox standard en V, à 298 K :

	Cl ₂ /Cl ⁻	Na ⁺ /Na	O ₂ /H ₂ O	H ⁺ /H ₂
E° (V)	1,36	-2,71	1,23	0

Surpotentiels seuils sur électrode de platine :

	Cl ₂ /Cl ⁻	O ₂ /H ₂ O	H ⁺ /H ₂
η_s (V)	0,08	0,77	
η_c (V)			-0,07

Masses molaires (en g · mol⁻¹) : M(Na) = 23,0 et M(Cl) = 35,5 .

Charge par mole de charges élémentaires : 1 Faraday = $\mathcal{F}$ = 96 500 C · mol⁻¹.

Constante des gaz parfaits : R = 8,31 J · K⁻¹ · mol⁻¹.

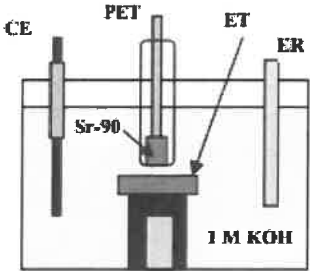
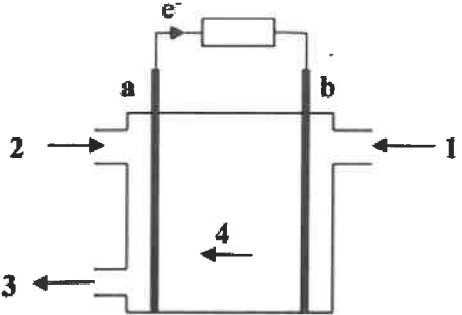
$RT \ln(10) / \mathcal{F} = 0,06$ V .

II.1 Une batterie nucléaire à base d'eau

Des chercheurs de l'Université du Missouri ont concentré leurs recherches sur l'isotope 90 du strontium, qui permet de stimuler l'énergie électrochimique dans une solution à base d'eau. La batterie, équipée d'une électrode de dioxyde de titane nanostructuré et d'un revêtement de platine, peut ainsi recueillir et convertir efficacement l'énergie en électrons. Ces appareils sont prometteurs pour des applications spatiales, des dispositifs marins éloignés, etc.

« L'eau agit comme un tampon et la surface de plasmons créée dans le dispositif s'est avérée être très utile pour en augmenter l'efficacité », écrit Jae W. Kwon dans la recherche publiée par la revue scientifique Nature.

Réf. : Baek Hyun Kim, Jae W. Kwon, « Plasmon-assisted radiolytic energy conversion in aqueous solutions », Nature 11/06/2014

	
<i>PET : polyethylene terephthalate(film plastique)</i> <i>Document 1 : vue schématique du dispositif</i>	<i>Document 2 : schéma de principe d'une pile AFC</i>

Q12. Expliquer à partir du document 1 comment tracer expérimentalement des courbes intensité-potentiel à la surface de l'électrode désignée par ET, proposer une signification pour les électrodes désignées par CE et ER.

Il y a une cinquantaine d'années les piles à combustibles alcalines (pile AFC, document 2) ont été développées pour les programmes spatiaux.

Par réaction entre du dioxygène gazeux et du dihydrogène gazeux en milieu alcalin ($\text{pH} = 14$), on produit de l'eau et un courant électrique. Cette pile a un rendement de 50 %.

On suppose que $P(\text{O}_2) = P(\text{H}_2) = 1 \text{ bar}$ et que la pile est utilisée à une température de 25°C .

Q13. Déterminer, les réactions à l'anode et à la cathode ainsi que l'équation globale de fonctionnement de la pile.

Q14. Nommer les espèces chimiques 1 à 4 et affecter les termes d'anode et de cathode aux électrodes a et b du document 2.

II. 2 Valorisation des eaux de pluie par électrolyse en ligne

La récupération d'eau de pluie dans des bacs de stockage permet de nombreuses utilisations : arrosage, alimentation des chasses d'eau et lave-linge entre autres.

Dans l'agriculture, on l'utilise également pour le bétail au prix d'un traitement de désinfection par production de dichlore, qui peut être réalisé par électrolyse.

On considère tout d'abord l'électrolyse de l'eau pure à $T = 298 \text{ K}$, avec deux électrodes de platine, sous l'action d'une différence de potentiel U , permettant de recueillir du dioxygène et du dihydrogène gazeux.

On donne le schéma de principe de la cellule d'électrolyse (figure 10)

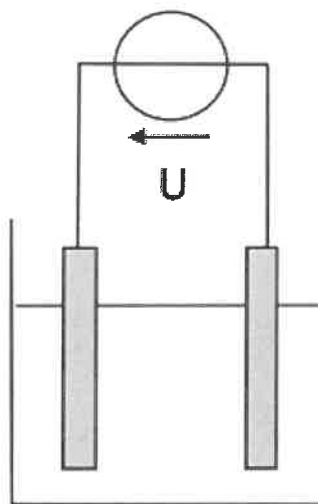


Figure 10 - Cellule d'électrolyse

Q15. Préciser les demi-réactions électroniques qui se produisent lors de l'électrolyse de l'eau pure et en donner le bilan (pour une unité stœchiométrique d'eau). On précise que le platine des électrodes ne participe à aucune réaction.

Q16. Calculer la constante d'équilibre K° de l'équation bilan ainsi que l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^\circ$ à la température $T = 298\text{K}$.

Q17. Déterminer l'enthalpie standard $\Delta_r H^\circ$ de la réaction à $T = 298\text{K}$. Est-il préférable de pratiquer cette électrolyse à haute température ou à basse température ? Justifier.

Q18. Reproduire le schéma de la figure 10 sur votre copie et faire apparaître le sens de circulation du courant et des électrons, les noms des électrodes et le sens de circulation des ions dans la solution.

Q19. En considérant uniquement l'aspect thermodynamique, quelle tension minimale U_{min} doit être appliquée pour que l'électrolyse démarre ?

Q20. On constate qu'en réalité il faut appliquer une différence de potentiel supérieure à $U_{\text{cin}} = 2,07\text{V}$ afin d'observer une réaction sur des électrodes de platine, en raison de l'aspect cinétique de la réaction. On propose en figure 11 les courbes intensité-potentiel relatives à l'électrolyse. Identifier les courbes et justifier la valeur de U_{cin} par un calcul.

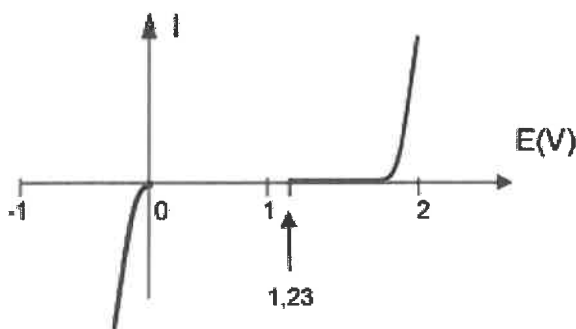


Figure 11 - Courbes intensité-potentiel pour l'électrolyse de l'eau

Q21. En réalisant expérimentalement cette manipulation, on constate que le courant circulant est extrêmement faible. Pourquoi ?

Q22. Pour traiter cette eau, on ajoute du chlorure de sodium $\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$ à raison de 100 g par m^3 de solution. On considère $P(\text{Cl}_2) = 1 \text{ bar}$. Les demi-réactions électroniques sont-elles modifiées ? Pourquoi ? Écrire la réaction d'oxydo-réduction correspondante.

Q23. L'intensité du courant circulant dans l'électrolyseur vaut $I = 10 \text{ A}$. Quel volume de solution peut-on traiter par heure ?

Q24. Le dichlore se décompose au contact de l'eau en acide hypochloreux HClO et en acide chlorhydrique. Écrire le bilan de cette réaction. Cette réaction est-elle une réaction acidobasique ou une réaction redox ? Justifier.

2^e problème : Un miroir pour les ondes électromagnétiques

Formulaire

Soit $\vec{A}$ un champ vectoriel s'exprimant en coordonnées cartésiennes par $\vec{A} = A_x(x, y, z)\vec{u}_x + A_y(x, y, z)\vec{u}_y + A_z(x, y, z)\vec{u}_z$.

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = \text{grad}(\text{div } \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{u}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{u}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{u}_z$$

Q 1. Énoncer les équations de Maxwell. Que deviennent-elles dans une région vide de charges et de courants ?

On se placera dans cette situation dans toute la sous-partie I.A.

Q 2. En déduire l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique (équation de d'Alembert).

On considère une onde électromagnétique dans le demi-espace $x < 0$, dont le champ électrique est de la forme

$$\vec{E}_i(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y. \quad (\text{I.1})$$

Q 3. Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde ainsi que son état de polarisation. Établir la relation, dite relation de dispersion, entre k et ω .

Cette onde rencontre une plaque métallique plane, constituée d'un conducteur parfait, dont la surface est située en $x = 0$ (figure 1).

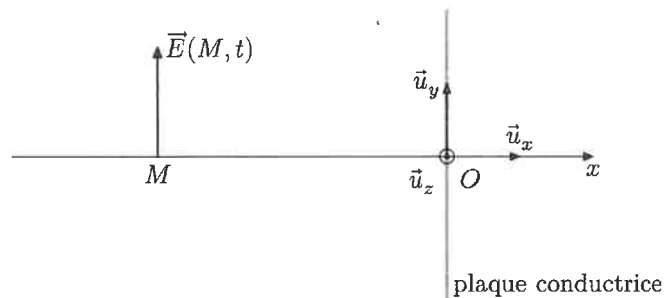


Figure 1 Onde électromagnétique rencontrant un conducteur parfait

On rappelle les relations de passage du champ électromagnétique entre un milieu 1 et un milieu 2,

$$\vec{E}_2(M, t) - \vec{E}_1(M, t) = \frac{\sigma(M, t)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad (\text{I.2})$$

$$\vec{B}_2(M, t) - \vec{B}_1(M, t) = \mu_0 \vec{j}_s(M, t) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad (\text{I.3})$$

où M est un point de l'interface, $\vec{E}_i(M, t)$ et $\vec{B}_i(M, t)$ les limites des champs dans le milieu i en un point $M_i \rightarrow M$, $\sigma(M, t)$ la densité surfacique de charge en M , $\vec{j}_s(M, t)$ la densité de courant surfacique à l'interface et $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ le vecteur unitaire normal à l'interface en M , dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

Q 4. Rappeler la définition d'un conducteur parfait. Que peut-on alors dire du champ $\vec{E}(M, t)$ dans un tel milieu ?

Q 5. Le champ électrique de l'onde décrite par l'équation (I.1) vérifie-t-il la relation de passage (I.2) ? Dans le demi-espace $x < 0$, règne aussi une onde de la forme $\vec{E}_r(M, t) = \vec{E}_{0r} \cos(\omega' t + k' x)$. En utilisant les relations de passage, déterminer $\vec{E}_{0r}$, ω' et k' . Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde ainsi que son état de polarisation.

Q 6. Dans le milieu $x < 0$, établir l'expression des champs électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ résultants. Comment qualifier l'onde correspondante ?

I.A.2)

On dispose au laboratoire d'un équipement permettant d'étudier des ondes électromagnétiques dites centimétriques. On réalise l'expérience décrite figure 2, où E est un émetteur d'ondes centimétriques, P une plaque métallique, A une antenne reliée à un boîtier électronique B délivrant une tension continue U proportionnelle à la moyenne temporelle $\langle \vec{E}^2 \rangle$ du champ électromagnétique au niveau de l'antenne A.

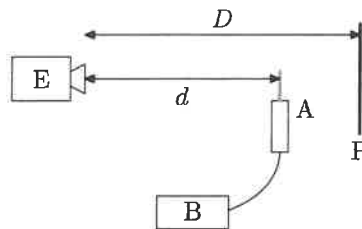


Figure 2 Dispositif expérimental à ondes centimétriques

On place la plaque P à une distance D d'environ 46 cm de l'émetteur et on relève la tension U délivrée par le boîtier pour diverses valeurs de la distance d entre l'émetteur et l'antenne. Les mesures obtenues sont présentées en figure 3.

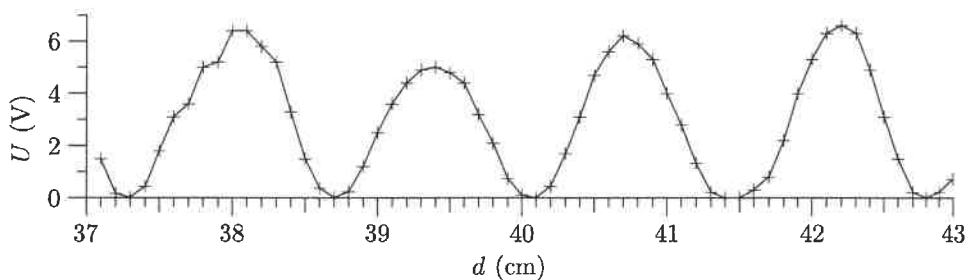


Figure 3 Tension U en fonction de la distance d entre l'antenne et l'émetteur

Q 7. Dédurre de l'enregistrement de la figure 3 la fréquence f des ondes utilisées.

Le constructeur annonce une fréquence $f_{\text{cons}} = 11 \pm 1,1$ GHz, soit une incertitude-type $u_{\text{cons}} = \frac{1,1}{\sqrt{3}} = 0,6$ GHz.

Q 8. Estimer l'incertitude-type sur la fréquence déterminée expérimentalement et discuter de l'acceptabilité de la mesure par rapport aux données constructeur par un calcul d'écart normalisé.