

Devoirs surveillé n° 6
8h00 – 11h00 3 heures

Calculatrices autorisées

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.

- Ne pas utiliser de correcteur.

- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 2 problèmes indépendants. Les parties du problème 1 sont indépendantes

Utilisation des batteries Li-ion

Ce sujet aborde quelques éléments liés à l'utilisation des batteries lithium-ion. Une première étude chimique et thermodynamique sur un accumulateur en fonctionnement,

une dernière partie aborde l'utilisation de panneaux solaires comme source d'énergie.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Un formulaire et certaines valeurs numériques sont regroupés en fin d'énoncé.

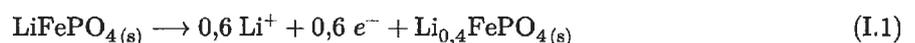
I Étude d'un accumulateur Li-ion



Figure 1 Accumulateur Li-ion de type 18650

I.A – Accumulateur lithium fer phosphate

Les batteries Li-ion LiFePO_4/C ont une densité d'énergie quatre fois supérieure à celle des batteries au plomb. Elles sont actuellement utilisées dans les voitures électriques et les smartphones. Un accumulateur est constitué d'une électrode en lithium fer phosphate (LiFePO_4) et d'une électrode de graphite (C). En fonctionnement, l'électrode LiFePO_4 ne peut pas être complètement dé-lithiée et la quantité de matière en ions Li^+ effectivement extraite est de seulement 0,6 mol. On considère que les deux demi-équations suivantes modélisent les réactions qui se déroulent aux électrodes :



Q 1. Identifier, en justifiant, la réaction se déroulant à l'anode et celle à la cathode.

Q 2. Écrire l'équation bilan de la pile en fonctionnement.

Q 3. En utilisant une approche électrochimique, proposer une estimation de la masse d'un accumulateur 18650 de capacité spécifique 2600 mA·h.

Q 4. La masse d'un tel accumulateur est mesurée à $m = 45,5$ g. Proposer une explication de la différence avec la masse obtenue à la question précédente.

I.B – Courbe galvanostatique

Des courbes densité de courant-potentiel, comme celle simplifiée proposée en figure 2, permettent de mieux connaître les limites de l'électrode employée. Le solvant utilisé est l'éthyl-propyl-carbonate (EPC) dont le domaine d'inertie électrochimique est compris entre les potentiels $E_{EPC,1} = -3,0$ V et $E_{EPC,2} = 2,1$ V. Par convention, l'abscisse des courbes densité de courant-potentiel utilisant le lithium est le potentiel évalué par rapport au potentiel standard du couple $\text{Li}^+/\text{Li}_{(s)}$.

Q 5. Décrire le montage à trois électrodes permettant de tracer une courbe courant-potentiel.

Q 6. Attribuer à la portion (a) de la courbe la demi-équation d'oxydoréduction susceptible de se produire en s'appuyant notamment sur les données numériques.

La diminution de courant sur la portion (b) est attribuée à un phénomène de passivation à la surface de l'électrode accompagné d'une transition de phase.

Q 7. Proposer une explication de l'augmentation brutale de la densité de courant sur la portion (c) de la courbe.

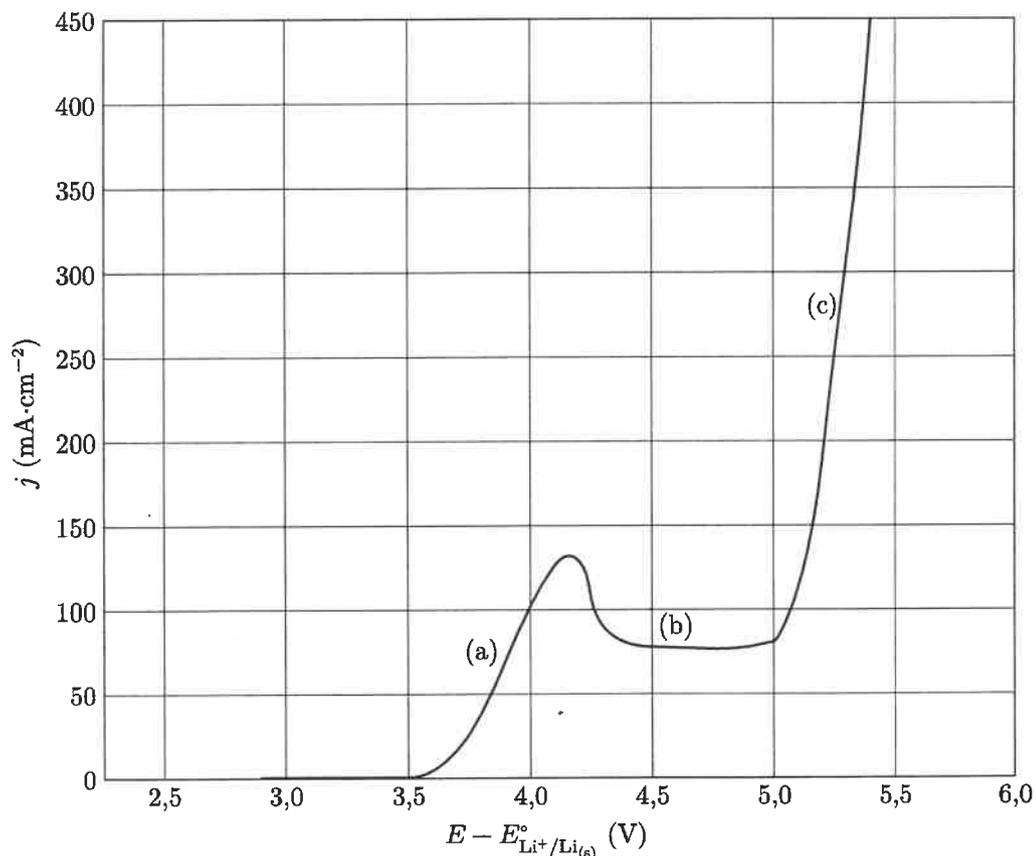


Figure 2 Courbe densité de courant-potentiel simplifiée d'une électrode de $\text{LiFePO}_{4(s)}$, le solvant utilisé est l'éthyl-propyl-carbonate (EPC) contenant des ions Li^+ à $1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

Q 8. Tracer l'allure de la branche de réduction du couple $\text{Li}^+/\text{LiC}_6(s)$ pour une électrode en graphite plongeant dans de l'EPC avec une concentration en ions Li^+ de $C_0 = 4,0 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. On supposera que le couple considéré correspond à un système rapide. Justifier l'intérêt d'utiliser des concentrations élevées.

pas de Q9 à 35

II Utilisation de panneaux solaires

II.A – Puissance nécessaire pour une voiture

Q 36. On considère le véhicule présenté figure 10 roulant sur un sol horizontal. En admettant que les frottements de l'air sont prépondérants devant toute autre forme de dissipation d'énergie et à l'aide des figures 11 et 12, proposer une estimation de la vitesse maximale que peut atteindre ce véhicule, sans tenir compte de la présence de tout dispositif de stockage d'énergie.



Figure 10 La société néerlandaise Lightyear propose une berline équipée de 5 m^2 de panneaux solaires qui mesure $5,05 \text{ m}$ de longueur, $1,82 \text{ m}$ de largeur et $1,40 \text{ m}$ de hauteur et possède un coefficient de traînée $C_x = 0,23$

Les cellules solaires en tandem qui associent le silicium à une pérovskite aux halogénures métalliques constituent une voie prometteuse pour dépasser la limite d'efficacité des cellules individuelles. Nous décrivons un tandem pérovskite/silicium monolithique avec un rendement de conversion de puissance certifié de 29,15%. L'absorbeur de pérovskite, avec une bande interdite de 1,68 eV, est resté stable en phase sous illumination grâce à une combinaison d'extraction rapide des trous et de recombinaison non radiative minimisée à l'interface sélective des trous. Ces caractéristiques ont été rendues possibles par une monocouche de carbazole à substitution méthyle auto-assemblée comme couche sélective de trous dans la cellule de pérovskite. L'extraction accélérée des trous était liée à un faible facteur d'idéalité de 1,26 et à des facteurs de remplissage à jonction unique allant jusqu'à 84%, tout en permettant une tension en circuit ouvert en tandem pouvant atteindre 1,92 V. À l'air, sans encapsulation, un tandem conserve 95% de son efficacité initiale après 300 heures de fonctionnement.

Figure 11 Résumé de l'article de Amran Al-Ashouri *et al.*, publié dans *Science* en décembre 2020

II.B – Conversion de puissance

La tension V_{ps} fournie par les panneaux solaires ne permet pas de recharger directement une batterie de tension 350 V. Un régulateur MPPT (*Maximum Power Point Tracking*) constitué d'un convertisseur électronique DC/DC a pour rôle d'optimiser les valeurs des paramètres électriques de fonctionnement entre le système photovoltaïque et la batterie. Le champ d'application de ces convertisseurs est large ; on étudie ici un hacheur parallèle (convertisseur Boost) dont le schéma de principe est donné en figure 13.

Ce système est composé principalement d'une bobine d'inductance L et de deux interrupteurs T_r et D considérés comme idéaux. Le conducteur ohmique de résistance R modélise la batterie à charger. Un signal rectangulaire périodique de période T commande l'interrupteur T_r . Selon l'état des deux interrupteurs, on peut distinguer deux phases de fonctionnement :

- la phase active, de durée αT , lorsque l'interrupteur T_r est fermé et l'interrupteur D est ouvert ; le coefficient α désigne le rapport cyclique ;
- la phase de roue libre, de durée $(1 - \alpha)T$, lorsque l'interrupteur T_r est ouvert et l'interrupteur D est fermé.

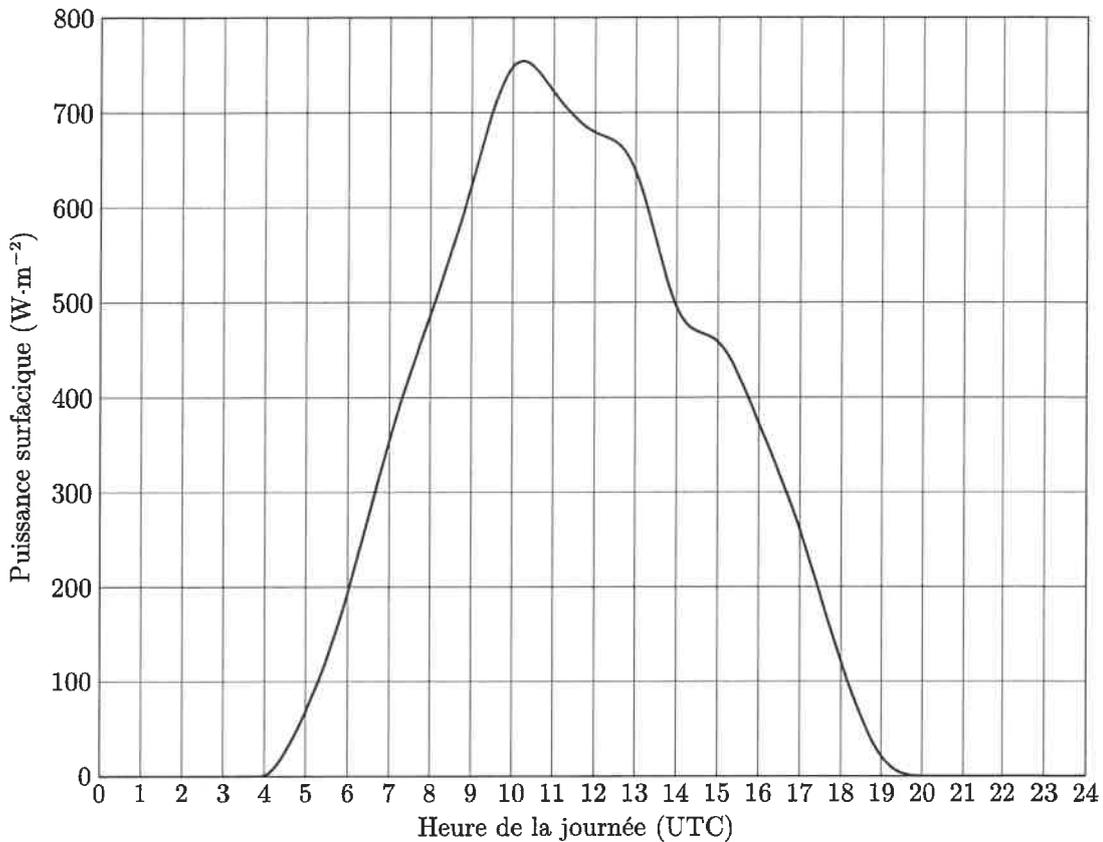


Figure 12 Puissance surfacique journalière reçue à Paris moyennée sur le mois de juillet pour une année météorologique typique, d'après <https://re.jrc.ec.europa.eu>

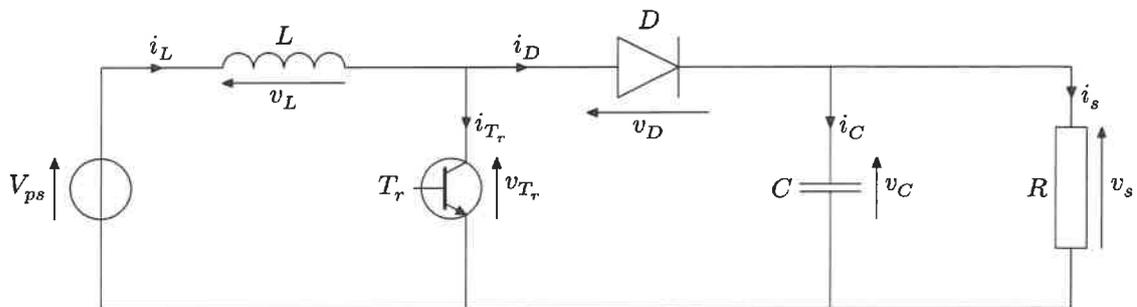


Figure 13 Schéma de principe d'un convertisseur Boost

Dans l'étude qui suit, nous faisons les hypothèses suivantes :

- le régime périodique est établi ;
- la tension d'alimentation V_{ps} est continue et constante ;
- la valeur de la capacité C est suffisamment grande afin de pouvoir considérer la tension de sortie v_s comme supérieure à V_{ps} .

II.B.1) Phase active $0 \leq t < \alpha T$

Q 37. On admet que $v_s > 0$. Justifier que la diode est bloquée. Représenter alors le schéma du circuit équivalent pour cette phase active supposée débuter à l'instant $t = 0$.

Q 38. En déduire l'expression de $i_L(t)$ avec pour condition initiale $i_L(t = 0) = i_{L,\min}$.

Q 39. Indiquer le temps caractéristique associé à l'ensemble résistance-condensateur. En déduire une condition sur C pour que la tension v_s puisse être considérée comme constante.

II.B.2) Phase de roue libre $\alpha T \leq t < T$

Q 40. Représenter le schéma équivalent du convertisseur Boost durant la phase de roue libre.

Q 41. On pose $i_L(t = \alpha T) = i_{L,\max}$. En déduire l'expression de $i_L(t)$ en fonction de V_{ps} , v_s , L , αT et $i_{L,\max}$.

II.B.3) Valeurs moyennes sur une période

Q 42. Déterminer deux expressions distinctes de la valeur de l'ondulation de l'intensité $i_{L,\max} - i_{L,\min}$, en fonction de α , T , L , V_{ps} et v_s .

Q 43. Représenter l'allure de l'évolution de l'intensité $i_L(t)$ sur une durée de deux périodes.

Q 44. En déduire $\langle v_L(t) \rangle$ et $\langle v_s(t) \rangle$, les valeurs moyennes sur une période des tensions $v_L(t)$ et $v_s(t)$, en fonction de V_{ps} et α .

Q 45. Justifier la dénomination de hacheur-survolteur associée au convertisseur Boost. Déterminer la valeur du rapport cyclique α pour permettre la recharge de la batterie étudiée si la tension aux bornes de l'association des panneaux solaires est de 72 V.

Données

Valeurs relatives à l'accumulateur 18650

- Capacité spécifique $Q = 2600 \text{ mA}\cdot\text{h}$
- Tension $U = 3,7 \text{ V}$
- Masse $m = 45,5 \text{ g}$
- Diamètre $d = 18 \text{ mm}$
- Hauteur $h = 65 \text{ mm}$
- Résistance interne $r = 7,7 \text{ m}\Omega$
- Capacité thermique massique $c_p = 0,73 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Conductivité thermique $\lambda = 0,40 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Grandeurs générales

- Masses molaires

	Li	Fe	P	C	O	H
$M \text{ (g}\cdot\text{mol}^{-1}\text{)}$	6,9	55,8	31,0	12,0	16,0	1,0

- Potentiels standards

	$\text{Li}^+/\text{Li}_{(s)}$	$\text{Li}^+/\text{LiFePO}_4_{(s)}$	$\text{Li}^+/\text{LiC}_6_{(s)}$
$E^\circ \text{ (V)}$	-3,0	0,6	-2,9

- Enthalpies standard de formation à 298 K

	$\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_3_{(l)}$	$\text{CO}_2_{(g)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(g)}$
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ}\cdot\text{mol}^{-1}\text{)}$	-1165,30	-393,5	-241,8

- Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Constante universelle des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Dans les conditions usuelles de température et de pression, $\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 = 0,059 \text{ V}$
- Viscosité cinématique de l'air : $\nu = 1,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
- Masse volumique de l'air dans les conditions usuelles de température et de pression : $\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Capacité thermique massique à pression constante de l'air : $c_p(\text{air}) = 1,0 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
- Coefficient conducto-convectif de l'air dans les conditions opératoires décrites en II.A : $h_{cc} = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Formulaire

- Force de traînée d'un corps de surface frontale S , de coefficient de traînée C_x , se déplaçant à la vitesse v , dans un fluide de masse volumique ρ :

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2.$$

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

2^e problème

Un miroir pour les ondes électromagnétiques

1)

Q 1. Énoncer les équations de Maxwell. Que deviennent-elles dans une région vide de charges et de courants ?

On se placera dans cette situation dans toute la sous-partie I.A.

Q 2. En déduire l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique (équation de d'Alembert).

On considère une onde électromagnétique dans le demi-espace $x < 0$, dont le champ électrique est de la forme

$$\vec{E}_i(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y. \quad (I.1)$$

Q 3. Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde ainsi que son état de polarisation. Établir la relation, dite relation de dispersion, entre k et ω .

Cette onde rencontre une plaque métallique plane, constituée d'un conducteur parfait, dont la surface est située en $x = 0$ (figure 1).

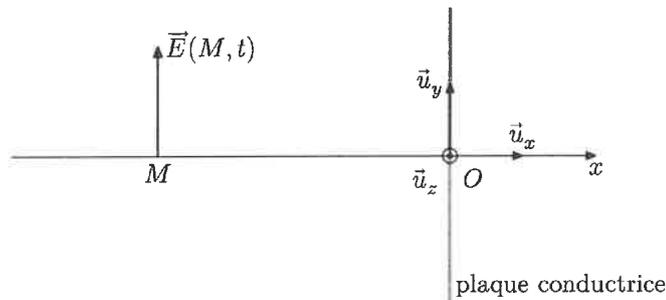


Figure 1 Onde électromagnétique rencontrant un conducteur parfait

On rappelle les relations de passage du champ électromagnétique entre un milieu 1 et un milieu 2,

$$\vec{E}_2(M, t) - \vec{E}_1(M, t) = \frac{\sigma(M, t)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad (I.2)$$

$$\vec{B}_2(M, t) - \vec{B}_1(M, t) = \mu_0 \vec{j}_s(M, t) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad (I.3)$$

où M est un point de l'interface, $\vec{E}_i(M, t)$ et $\vec{B}_i(M, t)$ les limites des champs dans le milieu i en un point $M_i \rightarrow M$, $\sigma(M, t)$ la densité surfacique de charge en M , $\vec{j}_s(M, t)$ la densité de courant surfacique à l'interface et $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ le vecteur unitaire normal à l'interface en M , dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

Q 4. Rappeler la définition d'un conducteur parfait. Que peut-on alors dire du champ $\vec{E}(M, t)$ dans un tel milieu ?

Q 5. Le champ électrique de l'onde décrite par l'équation (I.1) vérifie-t-il la relation de passage (I.2) ? Dans le demi-espace $x < 0$, règne aussi une onde de la forme $\vec{E}_r(M, t) = \vec{E}_{0r} \cos(\omega' t + k' x)$. En utilisant les relations de passage, déterminer \vec{E}_{0r} , ω' et k' . Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde ainsi que son état de polarisation.

Q 6. Dans le milieu $x < 0$, établir l'expression des champs électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ résultants. Comment qualifier l'onde correspondante ?

2)

On dispose au laboratoire d'un équipement permettant d'étudier des ondes électromagnétiques dites centimétriques. On réalise l'expérience décrite figure 2, où E est un émetteur d'ondes centimétriques, P une plaque métallique, A une antenne reliée à un boîtier électronique B délivrant une tension continue U proportionnelle à la moyenne temporelle $\langle \vec{E}^2 \rangle$ du champ électromagnétique au niveau de l'antenne A.

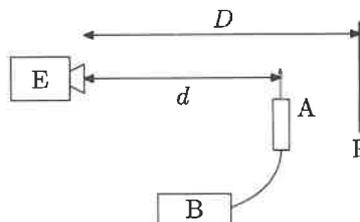


Figure 2 Dispositif expérimental à ondes centimétriques

On place la plaque P à une distance D d'environ 46 cm de l'émetteur et on relève la tension U délivrée par le boîtier pour diverses valeurs de la distance d entre l'émetteur et l'antenne. Les mesures obtenues sont présentées en figure 3.

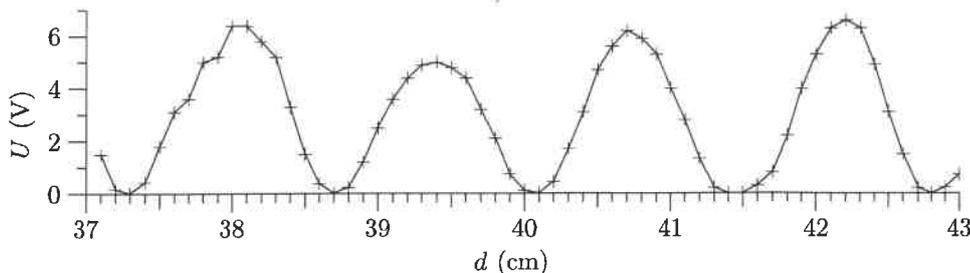


Figure 3 Tension U en fonction de la distance d entre l'antenne et l'émetteur

Q 7. Déduire de l'enregistrement de la figure 3 la fréquence f des ondes utilisées.

Le constructeur annonce une fréquence $f_{\text{cons}} = 11 \pm 1,1$ GHz, soit une incertitude-type $u_{\text{cons}} = \frac{1,1}{\sqrt{3}} = 0,6$ GHz.

Q 8. Estimer l'incertitude-type sur la fréquence déterminée expérimentalement et discuter de l'acceptabilité de la mesure par rapport aux données constructeur par un calcul d'écart normalisé.

3)

Pas de Q 9 à Q 11

On rappelle que le champ magnétique est nul dans un conducteur parfait.

Q 12. Déterminer la densité de courant surfacique $\vec{j}_s(M, t)$ sur le conducteur dans le cas représenté figure 1. Quelle est la source physique du champ réfléchi $\vec{E}_r(M, t)$?

On utilise un émetteur d'ondes centimétriques, générant un champ $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\vec{u}_y$. On remplace le plan métallique de la figure 1 par une grille métallique, constituée de barreaux parallèles séparés d'une distance très inférieure à la longueur d'onde λ de l'onde électromagnétique émise par le générateur. On admet que, dans ce cas, la grille se comporte comme un plan conducteur dans lequel les seuls courants électriques qui peuvent s'établir ont même direction que les barreaux.

On considère trois situations différentes par l'orientation de la grille par rapport au champ \vec{E} (figure 5).

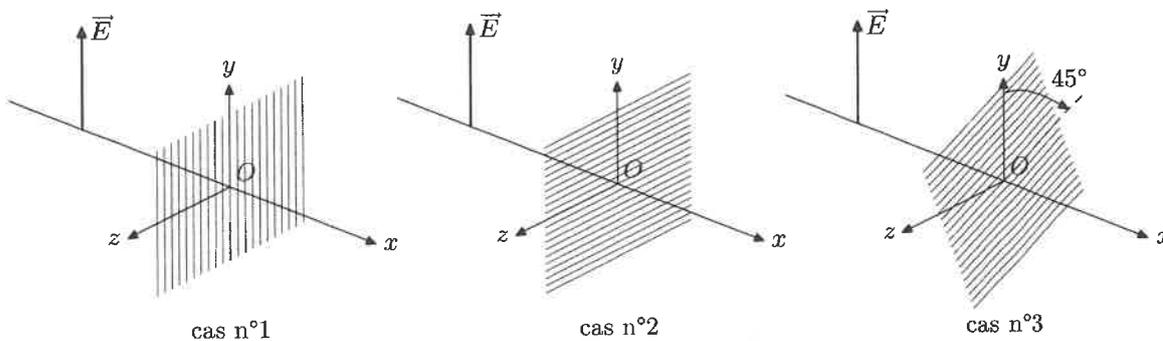


Figure 5 Onde électromagnétique incidente sur une grille métallique

Q 13. Dans chacun de ces trois cas, décrire le plus précisément possible le champ électrique observé en $x > 0$.

Q 14. À quel dispositif rencontré en travaux pratiques cette grille fait-elle penser ?

4)

Pour étudier les ondes électromagnétiques d'origine spatiale, on utilise un radiotélescope, basé sur le même principe qu'un télescope optique : un miroir parabolique réfléchit les ondes vers des capteurs situés à son foyer.

Q 15. Proposer une réalisation pratique du miroir d'un radiotélescope de très grande dimension (de l'ordre de la centaine de mètres) fonctionnant dans le domaine des ondes centimétriques.

Formulaire

Soit \vec{A} un champ vectoriel s'exprimant en coordonnées cartésiennes par $\vec{A} = A_x(x, y, z)\vec{u}_x + A_y(x, y, z)\vec{u}_y + A_z(x, y, z)\vec{u}_z$.

$$\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}} \vec{A}) = \overline{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

$$\overline{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{u}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{u}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{u}_z$$