

TD 3: Exercice 1 BARRY; BOILLOT; CAPON

*merci de rédiger recto-verso
et de laisser une marg.
et de numéroté
vos pages.*

1) * Dans un ALI idéal, les courants d'entrée i^+ et i^- sont nuls

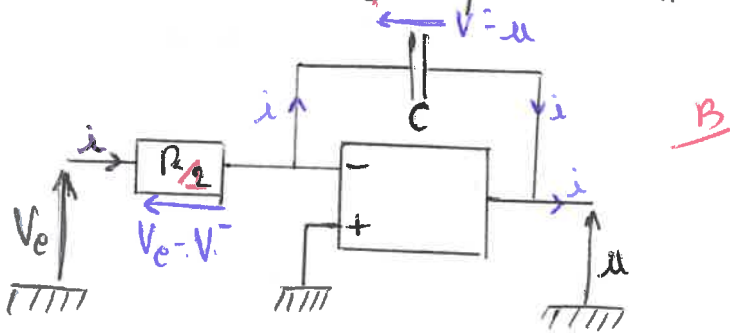
* On exprime le gain différentiel :

$$\mu = \frac{\Delta}{\varepsilon} \rightarrow +\infty$$

2) L'ALI fonctionne nécessairement en régime saturé car il possède une réaction positive.

3) L'ALI fonctionne en régime linéaire car il n'y a pas de saturation haute/basse et de plus, l'amplitude est du signal est de $3V < V_{\text{sat}}$

4) $V_e = +V_{\text{sat}} > 0$ donc D_2 est ~~fermé~~ ^{ouvert} et D_1 ~~ouvert~~ ^{fermé}.



L'ALI fonctionne en régime linéaire donc $\varepsilon = V^+ - V^- \Leftrightarrow V^+ = V^- = 0$

Par loi d'Ohm,

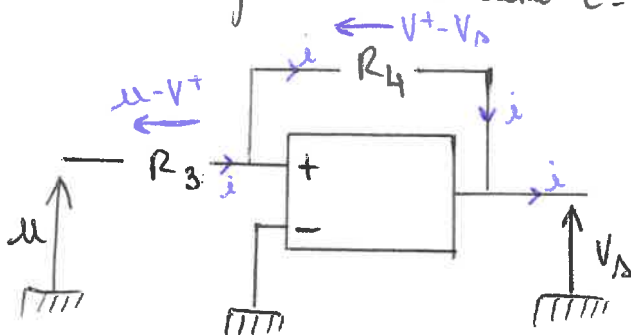
$$R_1 i = (V_e - V^-) \text{ et } V^- - u = Z_c i$$

$$\text{D'où } i = \frac{V_e - V^-}{R_1} = (V^- - u) j\omega C \Leftrightarrow u = -\frac{V_e}{R_1 j\omega C}$$

On passe en régime temporel :

$$u(t) = -\frac{1}{R_1 C} \int V_e(t) dt \quad \text{avec } V_e = V_0 \quad u(t) = -\frac{1}{R_1 C} V_0 t \quad (u(t=0)=0)$$

5) L'ALI fonctionne en régime saturé donc $\varepsilon = V^+ - V^-$ avec $V^- = 0$



* Par loi d'Ohm, $i = \frac{u - V^+}{R_3} = \frac{V^+ - V_A}{R_4} \Leftrightarrow u R_4 - R_4 V^+ = R_3 V^+ - R_3 V_A$

$\Leftrightarrow V^+ = \frac{u R_4 + V_A R_3}{R_3 + R_4}$

* on cherche à déterminer t_1 tel que la tension V_A bascule vers la valeur de $-V_0$.

Ainsi, $V_A = +V_0 = +V_{sat}$ à $t < t_1$

Donc $\frac{u R_4 + V_0 R_3}{R_3 + R_4} > 0 \Leftrightarrow \frac{u R_4}{R_3 + R_4} > -\frac{V_0 R_3}{R_3 + R_4} \Leftrightarrow u R_4 > -\frac{V_0 R_3 (R_3 + R_4)}{R_3 + R_4}$

$\Leftrightarrow u > -\frac{V_0 R_3}{R_4}$

D'où $u(t_1) = -\frac{V_0 R_3}{R_4}$ il faut isoler t_1 $u(t_1) = -\frac{V_0 t_1}{R_2 C} = -\frac{V_0 R_3}{R_4}$

$t_1 = R_2 C \frac{R_3}{R_4}$

6) Dans l'Al 1, $V^- = 0$ pour $t \geq 0$

Ainsi, la tension aux bornes du condensateur est égale à $V^- - u = -u$

Donc par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur, u est continue. B

7) Par analogie avec la question 5, $u(t) < \frac{V_0 R_3}{R_4}$ car $V_A = -V_0$ | saturation basse.

Ainsi, $u(t_2) = \frac{V_0 R_3}{R_4} \Leftrightarrow V_S = -V_0$ pour $t > t_1$ et $u(t) = +\frac{V_0}{R_2 C} t + \text{const}$

8) Précédemment,

~~$u(t) = -\frac{1}{R_2 C} \int V_e(t) dt = -\frac{1}{R_2 C} V_e t + cte$~~

Or, $u(0) = 0$ donc $cte = 0$

Ainsi, pente = $\frac{du}{dt} = -\frac{1}{R_2 C} V_e = \frac{V_{sat} R_3}{R_4} - \left(-\frac{V_{sat} R_3}{R_4} \right) \frac{1}{T/2}$

Ici, $V_e = -V_{sat}$ et R_2 est active

Donc $\frac{4R_3}{R_4 T} = \frac{1}{R_2 C} \Leftrightarrow T = \frac{4R_3}{R_4} \times R_2 C$?

Si $V_e = +V_{sat}$, R_1 est active

D'où $T = \frac{4R_3}{R_4} \times R_1 C = \frac{4R_3}{R_4} \times R_2 C \Rightarrow R_1 = R_2$

$u(t_1) = \frac{V_0 t_1}{R_2 C} + \text{const} = -\frac{V_0 R_3}{R_4}$

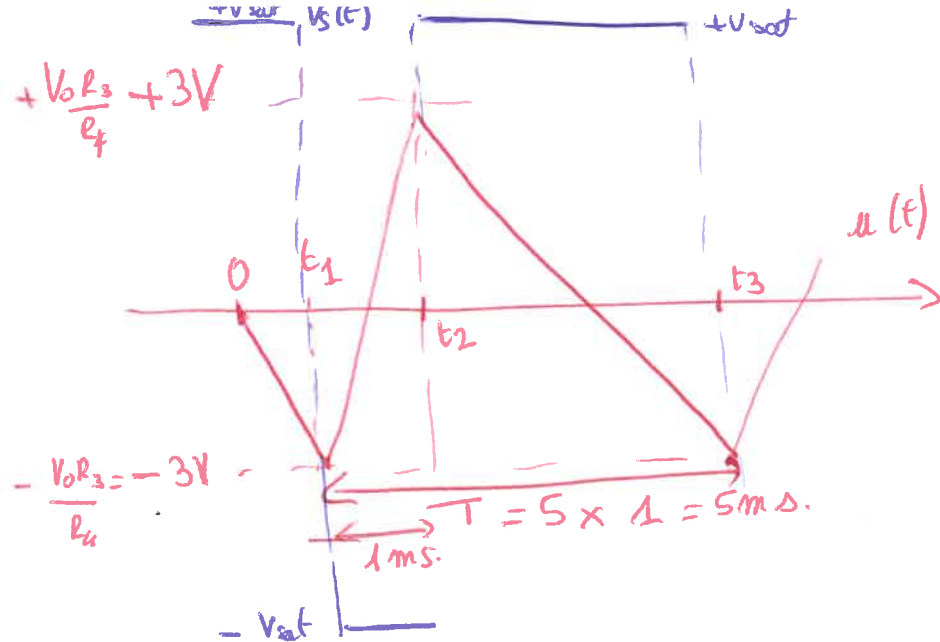
$\text{const} = -\frac{V_0}{R_2 C} \times R_2 C \frac{R_3}{R_4} - \frac{V_0 R_3}{R_4} = V_0 \frac{R_3}{R_4} \left(\frac{R}{R_2} + 1 \right)$

$u(t) = \frac{V_0}{R_2 C} t - \frac{V_0 R_3}{R_4} \left(\frac{R}{R_2} + 1 \right)$

$u(t_2) = \frac{V_0 R_3}{R_4}$

$\frac{V_0 t_2}{R_2 C} - \frac{V_0 R_3}{R_4} \left(\frac{R}{R_2} + 1 \right) = \frac{V_0 R_3}{R_4}$

$t_2 = R_2 C \frac{R_3}{R_4} \left(2 + \frac{R}{R_2} \right)$ 2/3



$$t \in [t_1, t_2] \quad \frac{du}{dt} = \frac{1}{R_2 C} V_{sat} = \frac{V_0}{R_2 C} = \frac{6}{1 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^3 \text{ V.s}^{-1}$$

$$t \in [t_2, t_3] \quad \frac{du}{dt} = -\frac{1}{R_1 C} V_{sat} = \frac{-V_0}{R_1 C} = \frac{-6}{4 \cdot 10^{-3}} = -1,5 \cdot 10^3 \text{ V.s}^{-1}$$

$$t \in [t_1, t_2] \quad \frac{du}{dt} = \frac{V_0}{R_2 C} = \frac{2V_0 R_3}{R_4 (t_2 - t_1)}$$

$$t \in [t_2, t_3] \quad \frac{du}{dt} = -\frac{V_0}{R_1 C} = -\frac{2V_0 R_3}{R_4} \times \frac{1}{(t_3 - t_2)}$$

$$(t_2 - t_1) = \frac{2R_3}{R_4} \times R_2 C \quad (t_3 - t_2) = \frac{2R_3}{R_4} \times R_1 C$$

$$T = (t_3 - t_2) = \frac{2R_3}{R_4} C (R_2 + R_1)$$

$$R_3 = R_4 \times \frac{3}{15} = \frac{1000}{5} = 200 \Omega$$

$$R_2 + R_1 = \frac{T R_4}{2 R_3 C} = \frac{5 \times 10^{-3} \times 1000}{2 \times 200 \times 10^{-6}} = 12,5 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{6}{1,5} = 4$$

$$R_1 = 4 R_2$$

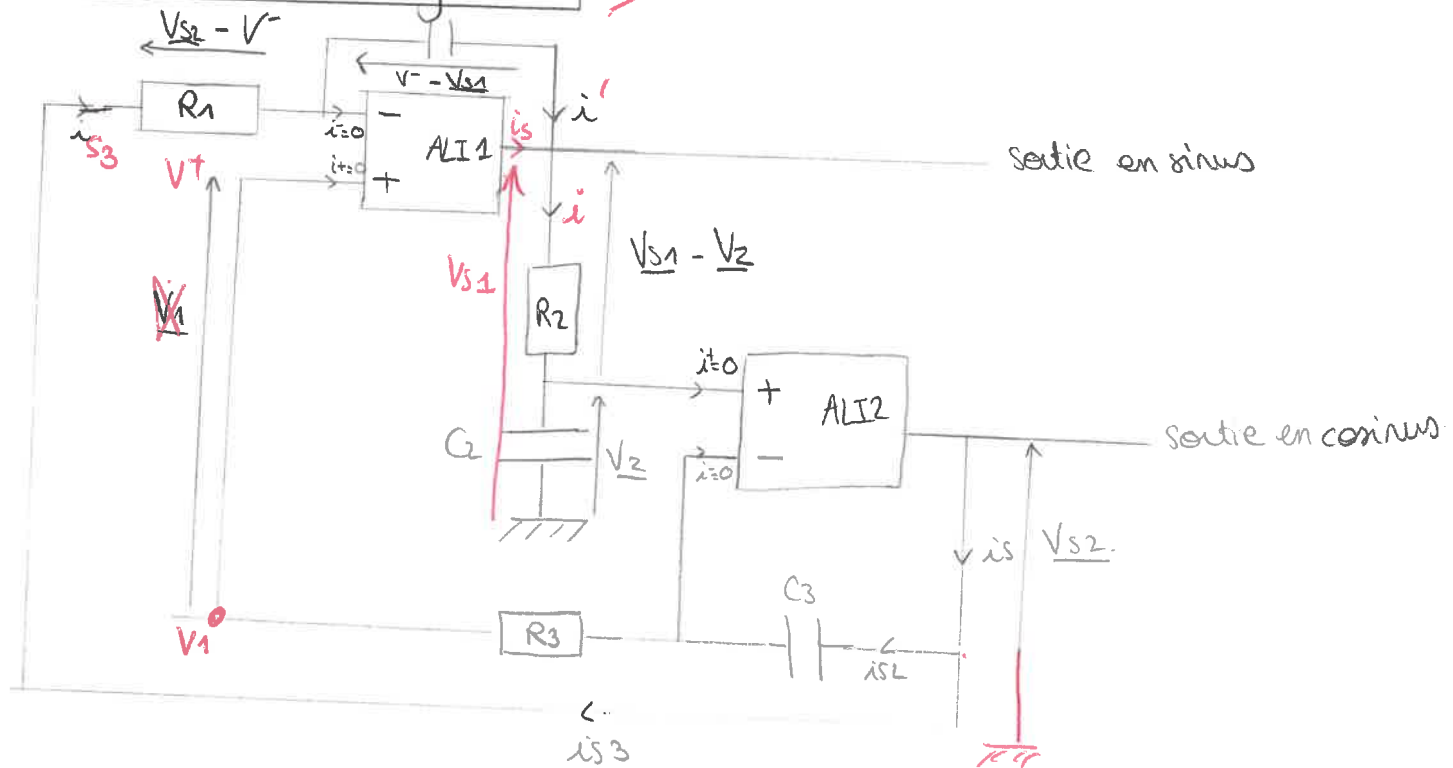
$$5 R_2 = 12,5 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2,5 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

TD3 exercice 2.

1). Ces ALI peuvent fonctionner en régime linéaire, il y a rétroaction négative.



2) Pour la loi d'Ohm on obtient:

$$i = \frac{V_{S1} - V_2}{R_2} = \frac{V_2}{Z_{C2}} \quad (\Rightarrow) \quad V_2 \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2 \right) = \frac{V_{S1}}{R_2}$$

$$\Rightarrow V_2 \left(\frac{1 + j\omega R_2 C_2}{R_2} \right) = \frac{V_{S1}}{R_2} \quad (\Rightarrow) \quad \frac{V_2}{V_{S1}} = \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2} = \frac{1}{1 + a_2 p}$$

Ainsi $\boxed{\frac{V_2}{V_{S1}} = \frac{1}{1 + a_2 p}}$

3. En étudiant l'ALI.1 =

$$v^+ = v_1$$

Pour loi d'Ohm: $i_{S3} = \frac{V_{S2} - v^-}{R_1} = \frac{v^- - V_{S1}}{Z_{C1}}$

$$\Rightarrow \underline{V_2} - \frac{V_{s2} R_3}{\underline{Z_{C3}} + R_3} = 0$$

Suite EXO.2 T.D.3:

$$\Leftrightarrow \underline{V_a} = \frac{\underline{V_{s2}} \cdot R_3}{\underline{Z_{C3}} + R_3} \quad \Leftrightarrow \frac{\underline{V_{s2}}}{\underline{V_a}}(W) = \frac{\underline{Z_{C3}} + R_3}{R_3}$$

$$= 1 + \frac{\underline{Z_{C3}}}{R_3}$$

donc $\boxed{\frac{\underline{V_{s2}}}{\underline{V_a}}(P) = 1 + \frac{1}{\underbrace{R_3 C_3 P}_{a_3}}}$ *o'*

$$= 1 + \frac{1}{jC_3 R_3 W}$$

5. multiplions les différentes fonctions de transfert déterminées précédemment :
possible car $i_2 = 0$, $V_{s2} = 0$

$$\frac{\underline{V_a}}{\underline{V_{s1}}} \times \frac{\underline{V_{s1}}}{\underline{V_{s2}}} \times \frac{\underline{V_{s2}}}{\underline{V_a}} = 1 = \frac{1}{1 + a_2 P} \times \frac{(-1)}{a_1 P} \times \left(1 + \frac{1}{a_3 P} \right)$$

$$= \frac{-1}{a_1 P + a_1 a_2 P^2} \times \frac{(1 + a_3 P)}{a_3 P}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{-(1 + a_3 P)}{a_1 a_3 P^2 + a_1 a_2 a_3 P^3}$$

$$\Leftrightarrow a_1 a_3 P^2 + a_1 a_2 a_3 P^3 = -(1 + a_3 P)$$

$$\Leftrightarrow [1 + a_3 P + a_1 a_3 P^2 + a_1 a_2 a_3 P^3 = 0]$$

on change P
en jW

$$\Leftrightarrow a_3 jW + a_1 a_3 (jW)^2 + a_1 a_2 a_3 (jW)^3 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_3 jW - a_1 a_3 W^2 - a_1 a_2 a_3 jW^3 = -1$$

Ainsi, pour que le système soit un oscillateur sinusoïdal, il faut que l'équation soit vérifiée. ✓

or (-1) est un réel. donc par identification de la partie réelle et imaginaire :

$$\begin{cases} -1 = -a_1 a_3 W^2 \\ a_3 jW - a_1 a_2 a_3 jW^3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \quad -1 = -a_1 a_3 W^2 \\ (2) \quad a_3 jW = a_1 a_2 a_3 jW^3 = 0 \end{cases}$$

or dans l'énoncé on a : $R_1 = R_2 = R_3$ et $C_1 = C_2 = C_3$

donc $a_1 = a_2 = a_3 = a_i$ ✓

ainsi (1) on a : $W^2 = \frac{1}{a_i^2} \Leftrightarrow \left[W = \frac{1}{a_i} \right]$ ✓

(2) : $a_3 jW = a_1 a_2 a_3 jW^3$

$\Leftrightarrow W^2 = \frac{1}{a_i^2} \Leftrightarrow \left[W = \frac{1}{a_i} \right]$ ✓

Ainsi le système est bien un oscillateur sinusoïdal.

$$W = 2\pi f = \frac{1}{a_i} \Leftrightarrow f = \frac{1}{2\pi a_i} = \frac{1}{2\pi R_i \cdot C_i} = \frac{1}{2\pi \times 820 \cdot 10^{-12} \cdot 9,76 \cdot 10^3}$$

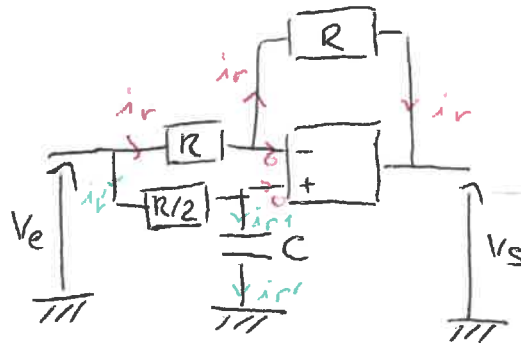
$$\Leftrightarrow \boxed{f \approx 20 \text{ kHz}}$$

6. (d'après Q3). $\frac{V_{s2}}{V_{s1}} = \frac{1}{V_{s1}/V_{s2}} = -a_1 P = -R_i C_i P = -jR_i C_i W$

La fonction de transfert est un imaginaire pur négatif donc le déphasage entre $\underline{V_{s2}}$ et $\underline{V_{s1}}$ est de $-\pi/2$. Or le déphasage entre un cosinus et un sinus est bien de $\pi/2$, ce qui explique les annotations : sortie en sinus ($\underline{V_{s1}}$) et sortie en cosinus ($\underline{V_{s2}}$). TB

Ex III, TD 3

Circuit étudié :



1.

1. a. Fonction de transfert $\underline{H} = (F)$ du montage :

On a, d'après la loi d'Ohm : $i_r = \frac{V_e - V^-}{R} = \frac{V^- - V_s}{R}$

Donc $V_e - V^- = V^- - V_s$; donc $V^- = \frac{1}{2}(V_e + V_s)$ ✓

De plus, $i_r' = \frac{V_e - V^+}{R/2} = \frac{V^+}{1/j\omega C}$

Donc $V^+ = \frac{V_e}{1 + j\frac{R}{2}C\omega}$ ✓

On s'ali est monté en régime linéaire donc $E = V^+ - V^- = 0$ donc $V^+ = V^-$

De ce fait, $\frac{1}{2}(V_e + V_s) = \frac{V_e}{1 + j\frac{R}{2}C\omega}$

Donc $\frac{V_e}{V_s} = (F) = \frac{1 - j\frac{R}{2}C\omega}{1 + j\frac{R}{2}C\omega}$ ✓

→ $\forall \omega |F| = 1$
mais $\arg(F)$ dépend
de ω .

1. b.

• À basse fréquence : $(F) \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} 1$
($\omega \rightarrow 0$) Donc $G = (|H|) = 1$
Et $\arg(H) = 0 = \varphi$

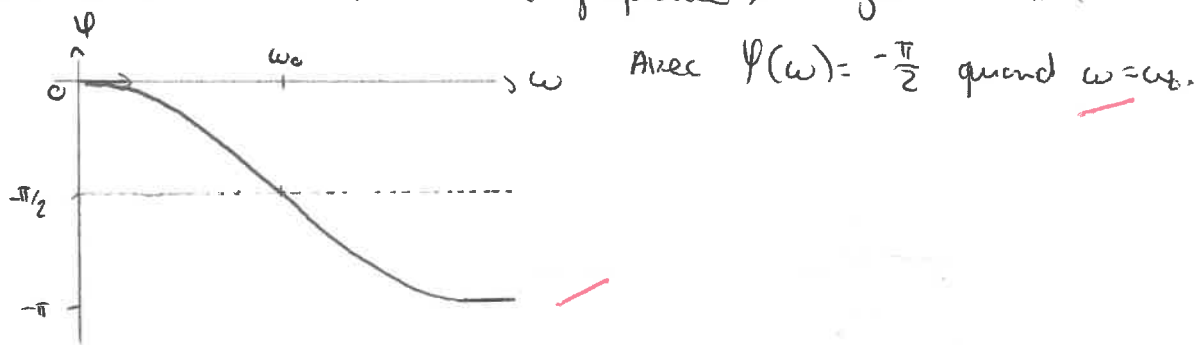
• À haute fréquence : $(F) \underset{\omega \rightarrow \infty}{\sim} -1$
Donc $G = (|H|) = 1$
Et $\arg(H) = \pm \pi$

On a donc un "déphasage"
car aucune gain (=1)
et un déphasage à haute
fréquence de $\pm \pi$.

2.

2.a Montage amplificateur inverseur :

Dans le cas au φ , à haute fréquence, est égal à $-\pi$.



De plus, on cherche ω tel que $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$

$$\text{On aura, avec } \varphi(\omega) = \arg\left(\frac{1 - j\frac{RC\omega}{2}}{1 + j\frac{RC\omega}{2}}\right)$$

$$= \arg(1 - j\frac{RC\omega}{2}) - \arg(1 + j\frac{RC\omega}{2})$$

$$= \arctan\left(-\frac{RC\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{RC\omega}{2}\right)$$

On arctan est impaire donc $\varphi(\omega) = -2\arctan\left(\frac{RC\omega}{2}\right)$

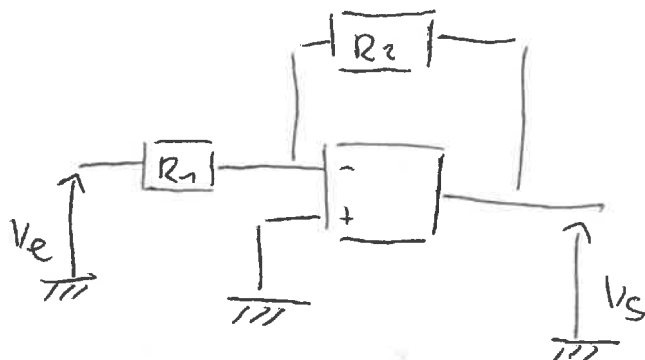
$$\text{On aura donc } -2\arctan\left(\frac{RC\omega}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arctan\left(\frac{RC\omega}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Donc $\omega = \frac{2\tan(\pi/4)}{RC} = \frac{2}{RC}$ B

2.

2.a Montage amplificateur inverseur :



2.b. Association en cascade possible car la résistance de sortie de chaque filtre est nulle $\rightarrow$ donc $H = H_F \times H_F \times H_A$

2. d.

On a obtenu précédemment:
$$\frac{V_s'}{V_e} = \frac{1 - jRC\omega - \frac{R^2 C^2 \omega^2}{4}}{1 + jRC\omega - \frac{R^2 C^2 \omega^2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow V_s' + j\omega RC V_s' + j^2 \frac{R^2 C^2 \omega^2}{4} V_s' = V_e - j\omega RC V_e + j^2 \omega^2 \frac{R^2 C^2}{4} V_e$$

régime temporel $\rightarrow \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \frac{d^2 V_s'}{dt^2} + RC \frac{dV_s'}{dt} + V_s' = \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \frac{d^2 V_e}{dt^2} - RC \frac{dV_e}{dt} + V_e$

On $V_s' = \frac{-R_1}{R_2} V_e$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \left(\frac{-R_1}{R_2}\right) \frac{d^2 V_e}{dt^2} + RC \left(\frac{-R_1}{R_2}\right) \frac{dV_e}{dt} + \left(\frac{-R_1}{R_2}\right) V_e = \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \frac{d^2 V_e}{dt^2} - RC \frac{dV_e}{dt} + V_e$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 V_e}{dt^2} \left(\left(\frac{RC}{2}\right)^2 \left(\frac{-R_1}{R_2}\right) - \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \right) + \frac{dV_e}{dt} \left(RC \left(\frac{-R_1}{R_2}\right) + RC \right) + V_e \left(\frac{-R_1}{R_2} - 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 V_e}{dt^2} \left(\frac{R^2 C^2}{4} \left(\frac{-R_1}{R_2} - 1 \right) \right) + \frac{dV_e}{dt} \left(RC \left(\frac{-R_1}{R_2} + 1 \right) \right) + V_e \left(\frac{-R_1}{R_2} - 1 \right) = 0$$

Pour qu'il y ait démarrage des oscillations, il faut que $\frac{-R_1}{R_2} + 1 > 0$

Donc que $\frac{R_1}{R_2} < 1$

$$\frac{R_1}{R_2} < 1$$

Donc, il faut que $R_1 < R_2$.

* En considérant $V_e = S(t)$, on a bien l'équation différentielle par laquelle $S(t)$ est solution.

multiplier par -1 pour que les coeff soient positifs.

$$\frac{d^2 V_e}{dt^2} \left(\frac{RC}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{dV_e}{dt} RC \left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right) + V_e \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0$$

démarrage $\frac{R_1}{R_2} - 1 < 0$

$$R_1 < R_2$$

2.c.

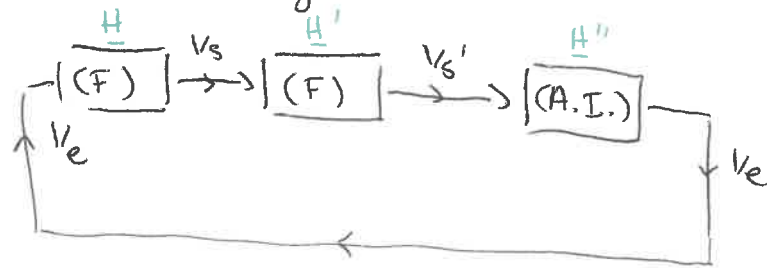
des montages

On rappelle les fonctions de transfert utilisées :

$$(F) = \frac{1 - j\frac{RC\omega}{2}}{1 + j\frac{RC\omega}{2}}$$

Et on a le montage suivant :

$$(A.I.) = -\frac{R_2}{R_1}$$



$$\text{On a donc } \frac{V_s}{V_e} = \underline{H} = \frac{1 - j\frac{RC\omega}{2}}{1 + j\frac{RC\omega}{2}} ; \frac{V_s'}{V_s} = \underline{H}' = \frac{1 - j\frac{RC\omega}{2}}{1 + j\frac{RC\omega}{2}} ; \frac{V_e}{V_s'} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Le système constitue un oscillateur sinusoïdal à condition que $\underline{H}\underline{H}' = \frac{1}{\underline{H}''}$

$$\text{On obtient que } \underline{H}'' = \frac{1}{\underline{H}\underline{H}'}$$

$$\text{Donc } -\frac{R_2}{R_1} = \frac{(1 + j\frac{RC\omega}{2})^2}{(1 - j\frac{RC\omega}{2})^2} \Leftrightarrow (1 - j\frac{RC\omega}{2})^2 \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) = (1 + j\frac{RC\omega}{2})^2$$

En identifiant la partie réelle et imaginaire :

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} RC\omega = RC\omega \\ \frac{R_2}{R_1} \frac{(RC\omega)^2}{4} - \frac{R_2}{R_1} = 1 - \frac{R^2 C^2 \omega^2}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R_1 = R_2 \\ (RC\omega)^2 - 4 = 4 - (RC\omega)^2 \end{cases}$$

Il faut donc que $R_1 = R_2$. **B**