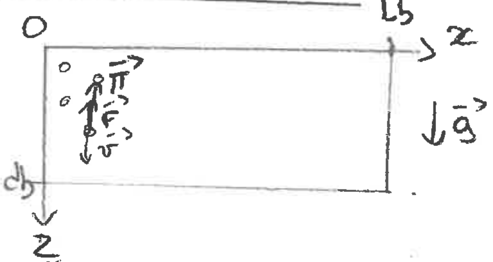
BLONDEL Agathe
BRECHBIEHL Emma
LARGEAU Garance

Exercice 1 TD 10



appliqué à 1 particule de fluide

1. D'après la 2nde loi de Newton : $m\vec a = \sum \vec F = \vec F + \vec \Pi + \vec P$

à écrire EXPLICITEMENT.

Nommer les forces

On projette sur z :

$$ma_z = -F - \Pi + mg$$

$$\Rightarrow m\dot v = -6\pi\eta r v - \rho_e \frac{4}{3}\pi r^3 g + mg$$

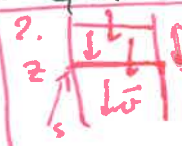
$$\Rightarrow \dot v + \frac{6\pi\eta r}{m} v = g\left(\frac{-\rho_e\frac{4}{3}\pi r^3}{m}+1\right)$$

or $m = \rho_0 \times V = \rho_0\times\frac{4}{3}\pi r^3$

Donc : $\dot v + \frac{6 v}{\rho_0\times\frac{4}{3} r^2} = g\left(\frac{-\rho_e}{\rho_0}+1\right)$

On a atteint la vitesse limite quand v est constante, donc $\dot v = 0$

$$v_l = \frac{\rho_0 \frac{4}{3} r^2}{6} g\left(-\frac{\rho_e}{\rho_0}+1\right)$$



Les particules qui franchissent S pendant dt $\delta N = n(z) v\,dt\,S$ d'où j

à simplifier.

D'après l'énoncé, $\rho_0>\rho_e$, donc $v_l>0$

Avec une analogie ~~électrique~~ : $\cancel{\tau_c} = \frac{6}{\rho_0\times\frac{4}{3}\times r^2} = \frac{1}{\tau_c}$

Δ homogénéité

par identification à la forme canonique d'1 éq. diff d'ordre 1 $\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau} = \dots$

2. $\vec j$ est en particules.m^{-2}.s^{-1}

$\vec j = n(z).\vec v_\ell$

expliquer le raisonnement fait.

3. D'après la loi de Fick : $\vec j_D = -D\,\vec{grad}(n(z))$

avec
- j_D en particules.m^{-2}.s^{-1}
- D le coefficient de ~~diffusivité~~ diffusion en m^2.s^{-1}
- n la densité en particules polluantes en particules.m^{-3}

oui, c'était dans l'énoncé.

Le courant de diffusion existe car la densité dans le bassin n'est pas uniforme et il est ascendant car contraire à $\vec e_z$

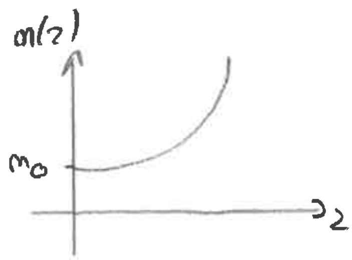
à cause de leur chute, les particules s'accumulent au fond du bassin, ce qui crée un gradient de concentration.

4. En régime permanent $\vec{j}+\vec{j_D}=\vec{0}$

donc $j+j_D=0$

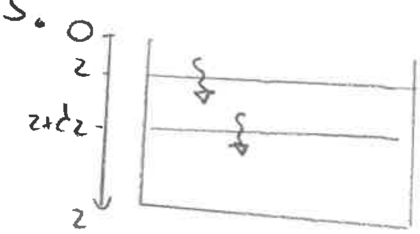
$\Leftrightarrow n(z)v_p - D\frac{dn}{dz}=0$

$\Leftrightarrow \frac{dn}{dz}-\frac{v_p}{D}n(z)=0$



Avec comme condition initiale $n(z=0)=n_0$

on trouve $\boxed{n(z)=n_0\exp\left(\frac{v_p}{D}z\right)}$

5. 

le nombre initial de particule est $N_0 S d_B$

$N_0 S d_B = \int_0^{d_B} n(z)dz\, S = \int_0^{d_B} S n_0 \exp\left(\frac{v_e}{D}z\right)dz$

$= S n_0 \frac{D}{v_e}\left[\exp\left(\frac{v_e z}{D}\right)\right]_0^{d_B}$

Le nombre de particules se conserve sur une tranche verticale du bassin, donc $N_0 = \frac{(n(z=d_b)-n_0)}{d_b} = \frac{n_0\left(\exp\left(\frac{v_p}{D}d_b\right)-1\right)}{d_b}$

donc $\boxed{n_0 = \frac{N_0\, d_b}{\exp\left(\frac{v_p}{D}d_b\right)-1}}$

$N_0 \cancel{S} d_B = \frac{n_0 D \cancel{S}}{v_e}\left(\exp\left(\frac{v_e d_B}{D}\right)-1\right)$

$\boxed{n_0 = \frac{N_0 v_e d_B}{\exp\left(\frac{v_e d_B}{D}\right)-1}}$

à revoir

→ il faut intégrer car $n(z)$

6. Le temps de sédimentation est le temps de chute des particules dans le bassin, donc $\boxed{\tau_s = \frac{d_b}{v_p}}$

Le temps caractéristique de diffusion s'écrit $\boxed{\tau_D = \frac{d_b^2}{D}}$

7. D'après la question 5 : $n_0 = \frac{N_0 \cdot d_b\, v_e}{\exp\left(\frac{v_p}{D}d_b\right)-1}$

or $\frac{\tau_D}{\tau_s} = \frac{\frac{d_b^2}{D}}{\frac{d_b}{v_p}} = \frac{d_b \cdot v_p}{D}$ et $d_b v_e = D\frac{\tau_D}{\tau_s}$

donc $n_0 = \frac{N_0\, d_b v_e}{\exp\left(\frac{\tau_D}{\tau_s}\right)-1} = N_0 D \frac{\tau_D/\tau_s}{e^{\tau_D/\tau_s}-1}$

clarification de l'eau $\Rightarrow n_0 \ll N_0$

$\Rightarrow \frac{\tau_D/\tau_s}{e^{\tau_D/\tau_s}-1} \ll 1 \Rightarrow \tau_D/\tau_s \gg 1$

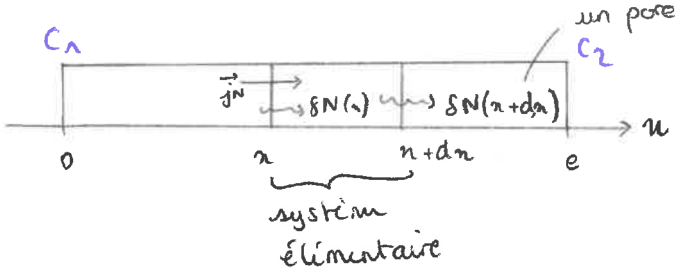
$\tau_D \gg \tau_s$

$\Rightarrow$ les particules doivent tomber plus rapidement qu'elles ne diffusent.

TD 10 : Exercice 2 — Grp 2 — Bon travail.

1. La différence de concentration entraîne la diffusion des particules d'un compartiment à un autre à travers les pores qui les mettent en contact.

de part et d'autre du pore



On suppose que $C_1 > C_2$

Bilan de particules dans le système élémentaire :

$$N(t+dt) = N(t) + \delta N(x) - \delta N(x+dx)$$

$$\Leftrightarrow \quad C(t+dt)\,dx S - C(t).\,dx S = j_N(x).\,S dt - j_N(x+dx)\,S dt$$

on suppose que $\vec{j_N}$ est uniforme sur S et colinéaire à $\vec{dS}$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) dt\, dx\, S = -\left(\frac{\partial j_N}{\partial x}\right) dx\, S\, dt$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial j_N}{\partial x}\right) = 0}$$

équation locale de la diffusion dans un pore.

D'après la loi de Fick : $\vec{j_N} = -D\,\vec{\text{grad}}\,C = -D \frac{\partial C}{\partial x}\vec{u_x}$ donc $[D] = \dfrac{[j_N]}{[\text{grad} C]} = \dfrac{m^{-2}.s^{-1}}{m^{-4}}$

$$\boxed{\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right) = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right)}$$ = éq. locale de la diffusion

d'où $[D] = m^2.s^{-1}$

2. Le régime stationnaire est atteint $\Rightarrow \dfrac{\partial C}{\partial t} = 0$

On applique la loi de Fick à l'équation locale de la diffusion dans un pore :

$$\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad C(x) = ax + b$$

or $C(x=0) = b = C_1(t)$ et $C(x=e) = ae + C_1(t) = C_2(t)$

$$\Leftrightarrow \quad a = \frac{C_2(t) - C_1(t)}{e}$$

Ainsi $$\boxed{C(x) = \frac{C_2(t) - C_1(t)}{e}\,x + C_1(t)}$$

3. D'après la loi de Fick : $-\frac{j_N}{D} = \frac{\partial c}{\partial x}$. or $\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{C_2(t) - C_1(t)}{e}$

Donc $j_N = D\,\frac{C_1(t) - C_2(t)}{e} = \frac{D\,\Delta C(t)}{e}$

ϕ molaire à travers un pore $= \iint_S \vec{j_N} \cdot \vec{dS}_{1pore}$; on suppose que $\vec{j_N}$ et $\vec{dS}$ sont colinéaire et de même sens.

$= \boxed{j_N \cdot S_{1pore}}$ Et que $\vec{j_N}$ est uniforme sur la surface.

ϕ molaire à travers toute la membrane $= \phi_m = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{nombre de pores par unité de surface}}}{n}\,S\,j_N \cdot S_{1pore} = \underbrace{n j_N \cdot \pi r^2}_{= j_m \text{ par identification}} \cdot S$ | TB

4.

Ainsi, $\boxed{\vec{j_m} = \frac{n D \pi r^2}{e}\,\Delta C(t) \cdot \vec{i}}$ or $\vec{j_m} = k\,\Delta C\,\vec{i}$

Donc $\boxed{k = \frac{n D \pi r^2}{e}}$ qui est la perméabilité de la membrane.

$[k] = \frac{[n]\,[D]\,.[r]^2}{[e]} = \frac{m^{-2} \cdot m^2 \cdot s^{-1} \cdot m^2}{m} = \boxed{m \cdot s^{-1}}$

ou $[k] = \left[\frac{j_m}{\Delta C}\right] = \frac{mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}{mol \cdot m^{-3}}$

5. $k = \frac{n D \pi r^2}{e} \iff \boxed{r = \sqrt{\frac{k \cdot e}{n D \pi}}} \underset{AN}{=} \sqrt{\frac{10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{10^{6} \cdot 10^{+4}\,\pi \cdot 10^{-9}}} = 0{,}006\ m$

$= \boxed{\cancel{6\ mm}}$

$0{,}56\ \mu m$.

$n = 10^6$ pore / cm^2 $= \frac{10^6}{(10^{-2})^4} = 10^{10}$ pores / m^2

le rayon semble bien trop grand.

6. On suppose que $C_1(t) > C_2(t)$

$\phi_m = -\frac{dn_1}{dt} = -V_1\,\frac{dC_1}{dt} \iff -V_1\,\frac{dC_1}{dt} = j_m S$

les particules du compartiment 1 migrent vers le compartiment 2 donc $n_1 \searrow$ avec le temps

B

$\iff V_1\,\frac{dC_1}{dt} = -k\,\Delta C\,S$

$\iff \boxed{\frac{dC_1}{dt} = -\frac{k S\,\Delta C}{V_1}}$

De même, $\phi_m = \frac{dn_2}{dt} \iff \boxed{\frac{dC_2}{dt} = \frac{k S\,\Delta C}{V_2}}$

particules qui entrent dans le compartiment 2.

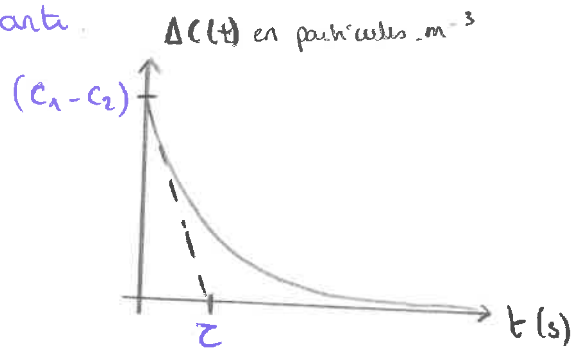
TD10 EX2 Grp 2.

$$\frac{dC_1}{dt} - \frac{dC_2}{dt} = -kS\Delta C\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d\,\Delta C}{dt} + \left(\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}\right)kS\,\Delta C = 0}$$

7. • On pose $\tau = \frac{V_1V_2}{(V_1+V_2)kS}$ la constante de temps du phénomène.

$\Delta C(t) = k e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec k une constante.



Or, $\Delta C(t=0) = k = C_1(t=0) - C_2(t=0)$

$\Leftrightarrow k = C_1 - C_2$.

Donc $\underline{\Delta C(t) = (C_1 - C_2)e^{-t/\tau}}$

on cherche t tel que

• $\frac{\Delta C(0)}{10} = \Delta C(t) \Leftrightarrow \frac{\Delta C(0)}{10} = \Delta C(0)\,.\,e^{-t_{1/10}/\tau}$.

$\Leftrightarrow \frac{1}{10} = e^{-t_{1/10}/\tau}$.

$\Leftrightarrow -\ln(10) = -\frac{t_{1/10}}{\tau} \Leftrightarrow t_{1/10} = \ln(10)\,.\,\tau$.

Ainsi, $t_{1/10} = \ln(10)\,.\,\frac{2.10^{-3}\,.\,1.10^{-3}}{(2+3).10^{-3}\,.10^{-6}\,.\,200(10^{-2})^2}$

$\Leftrightarrow \boxed{t_{1/10} \simeq 76753\text{ s} = 21{,}3\text{ h}}$ D

AUNIS Elouan
SEYI Folfanis
LOICHOT Léa

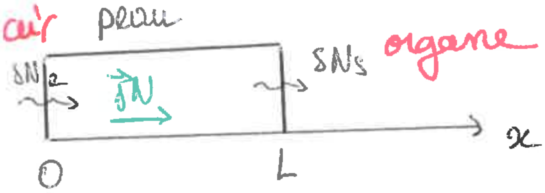
GROUPE 4

Rédaction : Physique :

B

Exercice 3 TD 10

1. On suppose que le transport d'oxygène vers les organes se fait uniquement par diffusion à travers la peau :



On sait que $D = \dfrac{L^2}{\tau_{diff}}$

On suppose que l'oxygène doit traverser 10 cm du corps avant d'atteindre les organes, on a donc
un peu fort !

$L = 10^{-1}\,m$

$\tau_{diff} = \dfrac{L^2}{D}$

AN : $= \dfrac{10^{-2}}{10^{-9}}$

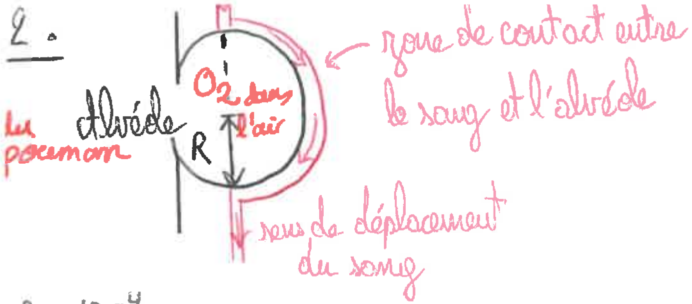
$= 10^{7}\,s$

$\simeq 115$ jours

Le temps caractéristique représentant le temps de diffusion de l'oxygène à travers la peau, est bien trop long.

Le transport d'oxygène par le sang se fait majoritairement par convection.

2.



$R = 10^{-4}\,m$

Le sang entre en contact avec la moitié d'un périmètre de l'alvéole et se déplace à la vitesse :

$v = 10^{-3}\,m.s^{-1}$

Longueur de la distance de contact :

$d = \frac{2\pi R}{2}$ ← demi ~~sphère~~ cercle

AN :

$d = \pi \times 10^{-4}$ m?

On a donc :

$\delta t_s = \frac{d}{v}$

AN : $= \frac{\pi \times 10^{-4}}{10^{-3}}$

$\simeq 0,31\,s$

3.

On veut calculer le temps de diffusion dans le cas actuel :

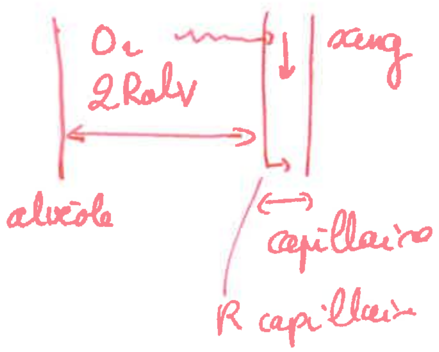
$\tau_{diff} = \tau_{air} + \tau_{aqu}$

traverse tout l'alv → $= \frac{4 \times R_{alv}^2}{D_{air}} + \frac{R_{cap}^2}{D_{eau}}$ ← traverse que la moitié pour atteindre le capillaire

AN : $= \frac{4 \times 10^{-8}}{1,8 \times 10^{-4}} + \frac{10^{-10}}{10^{-9}}$

$\simeq 2 \times 10^{-4} + 10^{-1}\,s$

$\simeq 0,1\,s$



On a $\delta t_s > \tau_{diff}$, la diffusion a donc le temps de se faire.

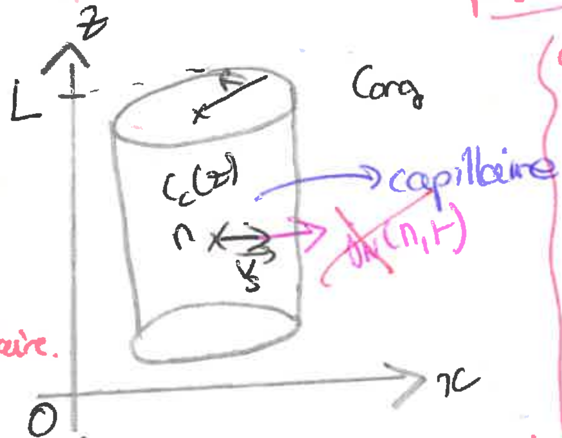
TD 10 : IV Alimentation d'un organe en nutriments

Groupe 1

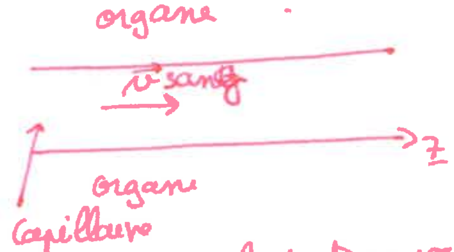
1) La nature du phénomène est de la ~~diffusion~~ convection car il y a un phénomène de transport de particules en cause à une différence de concentration entre l'intérieur du capillaire et l'organe à proximité.

le nutriment est transporté par le sang.

2) le sang s'écoule parallèlement aux parois du capillaire.



conserver l'orientation du sujet



$$\boxed{\vec{j}_N(n,t) = C_c(z)\vec{v_s}}$$

courant convectif de transport des nutriments dans le sang.

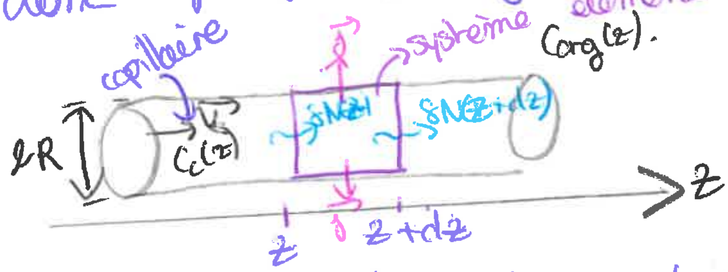
3) l'énoncé nous donne : $j = \gamma(C_c(z) - C_{org}(z))$

$$[\gamma] = \frac{[j]}{[C_c(z) - C_{org}(z)]} = \frac{[mol.m^{-2}.s^{-1}]}{[mol.m^{-3}]}$$

$$\boxed{[\gamma] = [m.s^{-1}]}$$

donc γ est homogène à une vitesse.

4)



Bilan de matière en nutriment sur le système élémentaire :

à l'instant t il y a N(t) particules dans le système élémentaire

à l'instant t+dt il y a N(t+dt) particules dans le système élémentaire.

De plus il y a des particules qui sortent du système élémentaire par les surfaces latérales.

d'où $\boxed{N(t+dt) = N(t) + \delta N_e - \delta N_s - j S_{lat} dt}$

avec δN_e = nombre de particules entrées dans le système élémentaire pendant dt.

et δN_s = nombre de particules sorties du système élémentaire

or on est en régime stationnaire :

donc $\boxed{N(t+dt) = N(t)} = 0$

$\Leftrightarrow$ $0 = \frac{\partial c}{\partial t} dt\, dz\, S = \ldots (\delta N(z) - \delta N(z+dz)) - j S_{lat} dt$

$\Leftrightarrow$ $0 = \ldots (\delta N(z) - \delta N(z+dz)) - j S_{lat} dt$ ⚠ rigueur des variables du pb.

oui

or $\boxed{j_N(z)\, S = \frac{\delta N}{dt}}$?

$\Leftrightarrow$ $j_N(z) S - j_N(z+dz) S - j S_{lat} dt = 0$

$\Leftrightarrow$ $-\frac{\partial j_N}{\partial z} dz\, S\, dt - \gamma (c_c(z) - c_{org}(z)) S_{lat} dt = 0$

d'après ce qu'on a dit : $j_N = c_c(z) v_s$

de plus $v_s = cste$

$\Leftrightarrow$ $-v_s \frac{\partial c_c(z)}{\partial z} dz\, S\, dt - \gamma (c_c(z) - c_{org}(z)) S_{lat} dt = 0$

$\Leftrightarrow$ $-v_s \frac{\partial c_c(z)}{\partial z} dz\, \pi R^2 dt - \gamma (c_c(z) - c_{org}(z)) 2\pi R\, dz\, dt = 0$

$\Leftrightarrow$ $v_s R \frac{\partial c_c(z)}{\partial z} + \gamma 2\, c_c(z) = \gamma 2\, c_{org}(z)$

on obtient une équation différentielle d'ordre 1 vérifiée par $c_c(z)$:

$$\boxed{\frac{d c_c(z)}{dz} + \frac{2\gamma}{v_s R} c_c(z) = \frac{2\gamma}{v_s R} c_{org}(z)}$$

sachant qu'on est en régime stationnaire.

~~donc~~ $\boxed{\frac{\partial c_c(z)}{\partial z} = \frac{d c_c(z)}{dz}}$

oui !

5) On suppose que $\underline{C_{eq}(z) = K}$

d'après l'équation différentielle précédente :

$$\boxed{C_c(z) = A e^{-\frac{2\gamma z}{V_s R}} + K}$$

or $C_c(0) = A + K$

d'où $A = C_c(0) - K$

ainsi $$\boxed{C_c(z) = (C_c(0) - K) e^{-\frac{z}{L_0}} + K}$$

avec $L_0 = \frac{R V_s}{2\gamma}$ B

6) D'après la question précédente :

$$\left| \frac{C_c(z) - K}{C_c(L) - K} \right| = \left| \frac{(C_c(0) - K) e^{-\frac{2\gamma L}{V_s R}}}{C_c(0) - K} \right| = e^{-\frac{2\gamma L}{V_s R}} \geq 30\,\%.$$

ainsi $$\boxed{e^{-\frac{2\gamma_{max} L}{V_s R}} \geq 0{,}3}$$

$$-\frac{2\gamma_{max} L}{V_s R} \geq \ln(0{,}3)$$

$$\boxed{\gamma_{max} = \frac{-\ln(0{,}3)\, V_s R}{2L}}$$

$$\gamma_{max} = \frac{-\ln(0{,}3) \times 10^{-5} \times 2{,}8 \cdot 10^{-3}}{2 \times 1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\underline{\gamma_{max} \simeq 1{,}7 \cdot 10^{-5}\ m \cdot s^{-1}}$$ TB