AUNIS Elouan
SEYIFOU Janis
LOICHOT Léa

TD 13
Groupe 4

Rédaction : Physique

Exercice 1 : 1.

Tableau des vitesses d'une bille dans le glycérol entre chaque division :

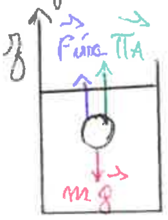
Δt (en s)	8,44	8,49	8,45	8,52	8,67
v (en m.s-1)	$2,37 \times 10^{-3}$	$2,36 \times 10^{-3}$	$2,37 \times 10^{-3}$	$2,27 \times 10^{-3}$	$2,31 \times 10^{-3}$

$v = \frac{a}{\Delta t}$ ← espace entre chaque div (2

$v_{moy} = 2,34 \times 10^{-3} \ m.s^{-1}$ = 0,234 m.s-1 (moins de caractère en écriture)

2.

Pour déterminer la vitesse limite, on applique le principe fondamental de la dynamique
système {bille} : B



Bilan des forces appliquées au système :

$m\vec{g} = -mg\vec{u_z}$

$\vec{\Pi}_A = \mu_{liq} V_{bille}\, g \vec{u_z}$

$\vec{F}_{vis} = \eta 6 \pi r v \vec{u_z}$

nommer les forces : poids poussée d'Archimède (hypothèse $v > 0$)

identifier la variable V_{bille} = volume de la bille

La vitesse limite est atteinte, il s'agit donc d'un régime permanent et $\vec{a} = \vec{0}$:

PFD :

$\vec{0} = \mu_{liq} V_{bille}\, g \vec{u_z} + 6\pi\eta r v \vec{u_z} - mg\vec{u_z}$

Sur $\vec{u_z}$:

$\mu_{liq} V_{bille}\, g + 6\pi\eta r v - \mu_B V_{bille}\, g = 0$

$\Leftrightarrow v_{lim} = \frac{\mu_B V_{bille}\, g - \mu_{liq} V_{bille}\, g}{6\pi\eta r}$

$= \frac{(\mu_B - \mu_{liq}) V_{bille}\, g}{6\pi\eta r}$ (avec $V_{bille} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$)

3.

On reprend l'expression précédente et on isole η :

$$\eta = \frac{(\mu_{bille} - \mu_{liq})\, V_{bille}\, g}{6 \pi r v}$$

AN :

$$\eta = \frac{(7,8 \times 10^{3} - 1,26 \times 10^{3}) \times 10 \times \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{0,525 \times 10^{-3}}{2}\right)^{3} \times 2}{6 \times \pi \times 0,525 \times 10^{-3} \times 2,37 \times 10^{-3}}$$

$$= 0,42 \text{ Pl}$$ oui

4.

On reprend les valeurs de v_{lim} et η calculées :

$$Re = \frac{\mu\, v_{lim}\, d}{\eta}$$ /

AN :

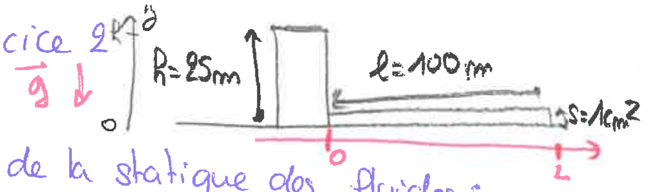
$$Re = \frac{1,26 \times 10^{3} \times 2,37 \times 10^{-3} \times 0,525 \times 10^{-3}}{0,4}$$

$$= 3,92 \times 10^{-3}$$ / $\simeq 4.10^{-3}$

Il s'agit bien d'un écoulement laminaire, les conditions d'application de la loi de Stockes sont validées. B.

Groupe 5

TD-13, exercice 2



1) D'après la relation fondamentale de la statique des fluides :
$-\overrightarrow{\text{grad}}\,P + \mu\vec{g} = 0$ donc $\overrightarrow{\text{grad}}\,P = \mu\vec{g}$

→ appliquée à l'eau en équilibre dans le chateau.

Alors $$\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Attention : erreur dans l'expression du nombre de Reynolds.

Ainsi : $\frac{\partial P}{\partial z} = -\mu g$ or, $\mu = cte$ et $g = cte$

Donc $P(z) = -\mu g z + cte$

$P(h) = P^0$, $P^0 = \mu g h + cte \Rightarrow cte = P^0 + \mu g h$

$P(z) = P^0 + \mu g(h - 0)$

$= 10^5 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 25$

$\simeq 345\,000$ Pa $\simeq 3{,}45$ bar.

2) Par définition, $R_h = \frac{P(0) - P(L)}{D_v}$

$D_v = \phi(v) = \iint_S \vec{v} \cdot \vec{dS}$ $= \iint \boxed{v(r)}\, \vec{u_z} \cdot dS\,\vec{u_z}$ avec $dS(r,\theta) = dr, r d\theta$

→ il faut d'abord faire un modèle pour déterminer v(r). Ce n'est pas évident.

$D_v = \iint \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L}(R^2 - r^2) r dr d\theta$

$= \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L} \left[\frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right]_0^R \cdot 2\pi$

$= \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L} \cdot 2\pi \frac{R^4}{4}$

$D_v = \frac{P(0) - P(L)}{8\eta L} \pi R^4$

dans cet exercice, vous pouviez appliquer directement la loi de Poiseuille en rappelant son expression.

Donc $R_h = \frac{P(0) - P(L)}{D_v} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$ ℓ

Or, on suppose l'écoulement laminaire avec ρ constant et incompressible, on peut donc utiliser la loi de Hagen Poiseuille que l'on vient de démontrer

$R_R = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$, $S = \pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ cm

$= \sqrt{\frac{1.10^{-4}}{\pi}} = \underline{5{,}6.10^{-3}\,m}$ oui

$= \frac{8\eta L}{R^2 S} = \frac{8 . 1.10^{-3} . 100}{(5{,}6.10^{-3})^2 . (1.10^{-4})}$

$= 2{,}5 . 10^8$ Pa. m^{-3}.s /

3) D'après la définition de la résistance hydraulique, $D_v = \frac{P(0) - P(L)}{R_h}$

$= \frac{(3{,}45 - 1) . 10^5}{2{,}5.10^8} = 9{,}8.10^{-4}\,m^3.s^{-1} \simeq 10^{-3}\,m^3.s^{-1}$

mettre la pression en Pa

vitesse trop faible ! réagissez.

4) $R_e = \frac{\rho L U}{\eta}$ avec $U = \frac{D_v}{S} = \frac{9{,}8.10^{-4}}{1.10^{-4}} = ~~9{,}8.10^{-5}\,m.s^{-1}~~$ $\underline{10\,m.s^{-1}}$

$= \frac{10^3 . \cancel{100} . \cancel{9{,}8.10^{-5}}}{1.10^{-3}} \times 10$ { ⚠ dans une conduite $L = \underline{2R}$ avec $\underline{S = \pi R^2}$

on trouve $Re = 10^5$ } ok

$= \cancel{9800} \Rightarrow$ écoulement turbulent car $R > 3000$

↳ la loi de Poiseuille n'est pas valable.

5) $D_{v\,effectif} = \frac{D_{v\,max}}{10} = \frac{9{,}8.10^{-4}}{10} = 9{,}8.10^{-5}\,m^3.s^{-1} \simeq 10^{-4}\,m^3.s^{-1} = 0{,}1\,L.s^{-1}$

$R = \frac{\rho L U}{\eta}$ avec $U = \frac{D_{v\,effectif}}{S} = \frac{9{,}8.10^{-5}}{1.10^{-4}} = 9{,}8.10^{-1}\,m.s^{-1} \simeq 1\,m.s^{-1}$

Donc $R_e = \frac{10^3 . \overset{L=2R}{\cancel{100}} . 9{,}8.10^{-6}}{1.10^{-3}} = \cancel{980} \simeq \cancel{1000}$ 10^4

Sur le diagramme de Moody, cela correspond à une ~~coefficient de~~ rugosité égal à $\underline{0{,}037\,mm}$? justifier cette valeur

6) Avec le temps, la conduite devient plus rugueuse, faisant ainsi baisser la vitesse de l'eau, et donc son débit.

→ Calculer $\Lambda = \frac{4R\,\Delta P}{\mu U^2 L} = \frac{4 \times 5{,}6 \times 10^{-3} \times 2{,}5 \times 10^5}{10^3 \times 1^2 \times 100}$

$= 5{,}6 . 10^{-2} \simeq 0{,}06$

. l'intersection entre $\Lambda = 0{,}06$ et $Re = 10^4$ donne $\frac{\varepsilon}{d} = 0{,}03$

III. Ecoulement du sang dans une artère

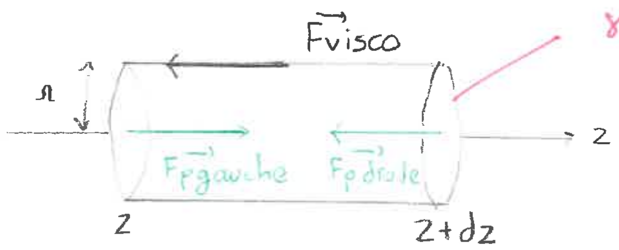
Groupe 6

1) Représentons l'écoulement d'un fluide visqueux dans une conduite cylindrique. L'écoulement est incompréssible, stationnaire, homogène et ~~laminaire.~~

de rayon R.

l

système élémentaire



Bilan des actions : sur le système élémentaire.

- Poids (négligé ~~car ⊥ à $\vec{u_z}$~~)
- forces de viscosité
- forces de pression.

- $\vec{F_{visco}} = \eta S \frac{dv}{dr} \vec{u_z} = \eta 2\pi r dz \frac{dv}{dr} \vec{u_z}$

en $r = R$ $v = 0$
Condition d'adhérence
donc $v(r)$ est
décroissante $\frac{dv}{dr} < 0$.

- $\vec{F_{pgauche}} = P(z) \pi r^2 \vec{u_z}$
- $\vec{F_{pdroite}} = -P(z+dz)\pi r^2 \vec{u_z}$

De plus, $P(r,\theta,z,t) = P(z)$ car on néglige le poids, il y a une invariance de rotation autour de Oz, et l'écoulement est stationnaire.

On applique le principe Fondamental de la dynamique appliquée à la particule fluide de masse dm.

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad})\vec{v} = (v(r)\vec{u_z} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\vec{u_z})v(r)\vec{u_z}$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{grad})\vec{v} = v(r)\frac{\partial v(r)}{\partial z}\vec{u_z} = \vec{0}$$

$$\vec{0} = \vec{F_{visco}} + \vec{F_p}$$

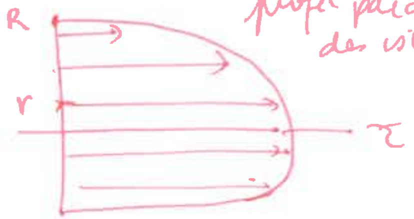
Sur Oz : $\eta\, 2\pi r\, dz \frac{dv}{dr} + P(z)\pi r^2 - P(z+dz)\pi r^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2\underbrace{\frac{\eta}{r}\frac{dv}{dt}}_{f(r)} = \underbrace{\frac{dP}{dz}\cancel{r}}_{g(z)}$ $f(r) = cste = g(z)$

et $cste = \frac{dP}{dz} = \frac{P(L)-P(0)}{L-0}$

Ainsi $\int_{v(R)=0}^{v(r)} dv = \frac{P(L)-P(0)}{L2\eta}\int_R^r r\,dr$

$\Leftrightarrow v(r) = \frac{P(L)-P(0)}{L2\eta}(r^2-R^2)$



profil parabolique des vitesses.

Déterminons D_v : $D_v = \phi(\vec{v}) = \iint v(r)\vec{u_z}\cdot dS\,\vec{u_z}$

$\Leftrightarrow D_v = \iint \frac{P(0)-P(L)}{4\eta L}(R^2-r^2)\,r\,dr\,d\theta$

$= \frac{P(0)-P(L)}{4\eta L}\int_0^R (R^2r - r^3)\,dr \int_0^{2\pi} d\theta. = \frac{P(0)-P(L)}{8\eta L}\pi R^4.$

par définition

Comme $R_H = \frac{P(0)-P(L)}{D_v}$, $\boxed{R_H = \frac{P(0)-P(L)}{D_v} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}}$.

→ qui est la loi de Hagen-Poiseuille. B

2) On cherche à calculer la perte de charge

On la note ΔP et on la trouve avec la loi de Hagen-Poiseuille précédemment établie : TB

$\Delta P = \frac{8\eta L D_v}{\pi R^4}$ Or $D_v = \frac{D_m}{\rho}$. On remplace : B

$\Delta P = \frac{8\eta L D_m}{\pi R^4 \rho}$

$= \frac{8\times 4\cdot10^{-3}\times 50\cdot10^{-2}\times 0{,}05}{\pi\times(4\cdot10^{-3})^4\times 1000} = \boxed{995\ Pa}$ B

Groupe 6.

3) $D_v = \frac{D_m}{\rho}$, on a $\frac{\Delta P \cdot \rho}{D_m} = \frac{8 \eta L}{\pi R^4}$

donc $D_m = \frac{\Delta P \cdot \rho \cdot \pi R^4}{8 \eta L}$

oui

Le rayon de l'artère est divisé par 2, ainsi $R' = \frac{R}{2}$.

Donc $D_m' = \frac{\Delta P \cdot \rho \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^4}{8 \eta L} = \overset{D_m}{\frac{\Delta P \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^4}{16 \times 8 \times \eta \cdot L}} = \boxed{\frac{D_m}{16\cancel{128}}}$

4) $Re = \frac{\rho U L}{\eta}$ On note $\nu = \frac{\eta}{\rho}$.

donc $Re = \frac{U L}{\nu} = \frac{U \cdot L}{\nu} = \boxed{\frac{D_v L}{\pi R^2 \nu}}$

En effet, $U = \frac{D_v}{S} = \frac{D_v}{\pi R^2}$

pour une conduite $L = 2R$
$Re = \frac{2 D_v}{\pi \nu R}$

Evaluons Re dans les 2 cas : avec D_m et D_m'.

- $D_v = \frac{D_m}{\rho} = \frac{0,05}{1000} = 5 \cdot 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}$ et $\frac{\eta}{\rho} = 4 \cdot 10^{-6}$

donc $Re = \frac{5 \cdot 10^{-5} \times \overset{(2 \times 4.10^{-3})}{\cancel{(50.10^{-2})}}}{\pi \times (4 \cdot 10^{-3})^2 \times 4 \cdot 10^{-6}} = \boxed{\cancel{1,2 \cdot 10^5}}$ 2000 Pour l'écoulement 1 (turbulent)
↳ tout juste

- $D_v' = \frac{D_m'}{\rho} = \frac{D_m}{128 \rho} = \frac{0,05}{128 \times 1000} = 3,9 \cdot 10^{-7}\ m^3\ s^{-1}$

donc $Re = \frac{3,9 \cdot 10^{-7} \times \overset{(2 \times 4.10^{-3})}{\cancel{(50.10^{-2})}}}{\pi \times (4 \cdot 10^{-3})^2 \times 4 \cdot 10^{-6}} = \boxed{\cancel{970}}$ 250. → laminaire

car ~~970~~ 250. < 1000.

Groupe 1

TD13 : Fluide en écoulement dans un tuyau, autour d'un obstacle

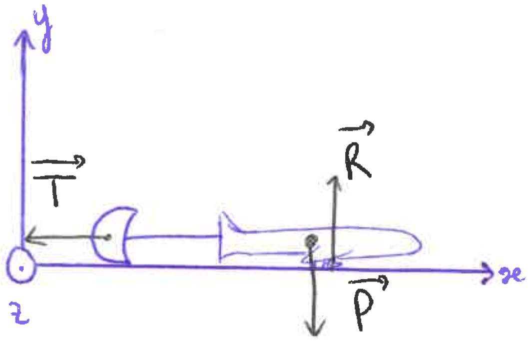
Exercice IV : Atterrissage d'un avion

Avion de masse m ($m \gg$ masse parachute)

Atterrit à la vitesse $v(0) = 241\ km \cdot h^{-1}$

→ Hypothèses :

- $T_{avion} \ll T_{parachute}$ (traînées)
- forces de frottement des roues négligées
- le réacteur ne fournit plus de poussée



$\downarrow \vec{g} = -g\vec{u_y}$

1.| Système = {avion + parachute}

Référentiel terrestre galiléen

Bilan des forces : - poids avion $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_y}$

- traînée du parachute $\vec{T} = -C_x \rho S \frac{v^2}{2}\vec{u_x}$
- réaction du sol $\vec{R} = +R\vec{u_y}$

Principe fondamental de la dynamique : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$

/ en projection sur x :

$$m\frac{dv}{dt} = -C_x \rho S \frac{v^2}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{C_x \rho S v^2}{2m} = 0}$$

On résout cette équation en séparant les variables :

$$-\frac{1}{v^2}dv = \frac{C_x \rho S}{2m}dt$$

En intégrant entre 0 (date à laquelle les roues touchent le sol) et t :

$$\int_{v(0)}^{v(t)} \frac{-1}{v^2}dv = \frac{C_x \rho S}{2m}\int_0^t dt \quad \Longleftrightarrow \quad \left[\frac{1}{v}\right]_{v(0)}^{v(t)} = \frac{C_x \rho S}{2m}t$$

d'où $$\frac{1}{v(t)} = \frac{C_x \rho S}{2m}t + \frac{1}{v(0)} = \frac{C_x \rho S v(0) t + 2m}{2m v(0)}$$

soit $$\boxed{v(t) = \frac{2m v(0)}{C_x \rho S v(0) t + 2m}}$$

oui

2.| Si les freins fonctionnent, le temps de freinage est de :

$$\boxed{t_f} = \frac{d}{v(0)} = \frac{1400}{241 \cdot 10^3} \cdot 3600 = \boxed{20,9\ s}$$

non ! distance de freinage $= \int_0^{t_f} v(t)dt$

↳ c'est une approximation.

Alors $$v(t_f) = \frac{2m v(0)}{C_x \rho S v(0) t_f + 2m}$$

où S = surface projetée du parachute sur l'axe y donc si le parachute est une demi-sphère, $\boxed{S = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2}$

$$d = \frac{2m}{C_x \rho S} \ln\left(1 + \frac{C_x \rho S v_0 t}{m}\right) \rightarrow t_f = \frac{2m}{C_x \rho S v_0}\left(e^{\frac{d C_x S}{2m}} - 1\right) \rightarrow v(t_f) = 0,37 v_0 = 90\ km.h^{-1}$$

D'où, avec $\rho = 1\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et $C_x = 1{,}5$:

$$\boxed{v(t_f)} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot 241 \cdot \frac{10^3}{3600}}{1{,}5 \cdot 1 \cdot \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 241 \cdot \frac{10^3}{3600} \cdot 20{,}9 + 2 \cdot 9 \cdot 10^3} = \boxed{36{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

$$\boxed{= 131\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}}$$

Sur la distance de freinage habituelle, le parachute permet de diviser par deux la vitesse de l'avion. La piste d'atterrissage doit être au moins deux fois plus grande que cette distance de freinage pour que le parachute de secours puisse fonctionner correctement.

→ attention, il n'y a pas de proportionnalité.

on trouve $v(t_f) \simeq 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$

$$v(t_f) = v_0 e^{-\frac{d C_x \rho S}{2m}}$$

TD §3, Ex 5 | 1) $F_T = \frac{1}{2} C_x \mu_{air} A v^2$ | Groupe 2

coef de trainée

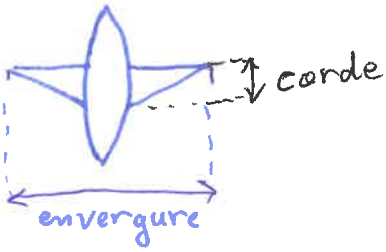
masse volumique de l'air

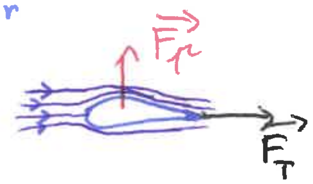
vitesse du fluide

$F_P = \frac{1}{2} C_z \mu_{air} A v^2$

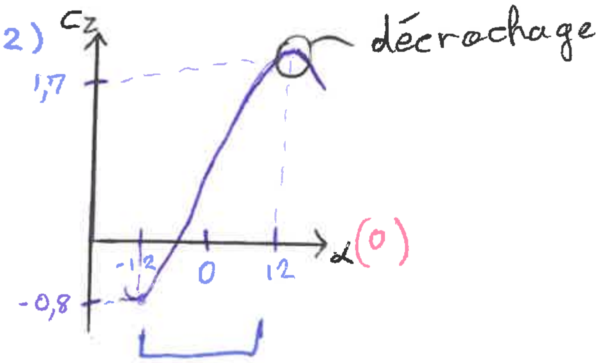
coef de portance.

envergure × corde

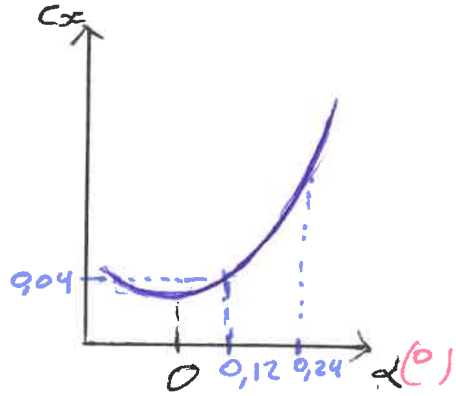




2)



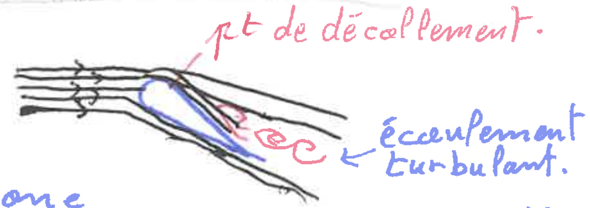
C_z = f° affine de α



L'allure des courbes ressemble~~s~~ à celles correspondant à $Re \simeq 10^5$. L'avantage est qu'on a une large plage d'angles α avant le décrochage ⇒ Stable. La Trainée sera très faible pour $\alpha \in [-8,8]^0$ tandis que la portance sera élevée.

3) Décrochage à $\alpha \simeq 12°$

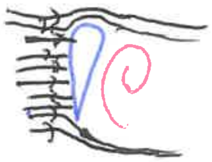
Si l'angle incident est trop grand, Le point de décollement sera très proche du bout de l'aile ⇒ augmentation de la zone de recirculation de l'air ⇒ augmentation de la trainée et diminution de la portance.



Rq: si Re aussi grand que prévu; $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$ sera~~s~~ ~ petit.

épaisseur de la couche limite.

4) On peut supposer que si α = 90°, C_z seras minimal et C_x maximale:



C_z diminue si α > 12°

ce qui correspond à une augmentation de C_T

↳ donc la portance diminue

↳ donc la trainée augmente

cohérent.

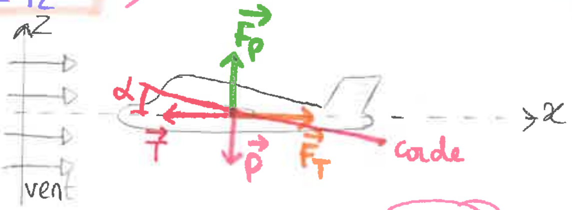
Exo 6 TD 13

BLONDEL Agathe
BRECHBIEHL Emma
LARGEAU Garance

1) En utilisant la courbe de portance C_z de l'exercice 5, on voit que la portance maximale est $C_z = 1,6$.
En reportant sur l'axe des abscisses, on obtient ~~$\delta = 12°$~~ ⇒ $\boxed{\delta = 8°}$

$\alpha = 12° = \delta + \beta$ ↑ inclinaison systématique.

2)



$\vec{F_p}$: portance où $\vec{F_p} = \frac{1}{2} C_p \rho_{air} A U^2 \vec{U_z}$
$\vec{P}$: poids où $\vec{P} = m\vec{g}$
$\vec{F_T}$: traînée où $\vec{F_T} = \frac{1}{2} C_T \rho_{air} A U^2 \vec{U_x}$
$\vec{T}$: traction

L'avion quitte le sol lorsque $\boxed{\|\vec{F_p}\| = \|\vec{P}\|}$ ⚠ ces 2 vecteurs sont opposés

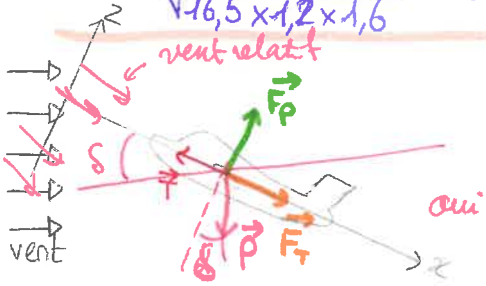
donc $\frac{1}{2} C_p \rho_{air} A V_{min}^2 = mg$

donc $v_{min}^2 = \frac{2mg}{A \rho_{air} C_p}$ donc $V_{min} = \sqrt{\frac{2mg}{A \rho_{air} C_p}}$

où A = corde x envergure $= 1,5 \times 11 = 16,5 m^2$

A.N: $V_{min} = \sqrt{\frac{2 \times 750 \times 9,81}{16,5 \times 1,2 \times 1,6}} = 22 m.s^{-1} = 78 km.h^{-1}$ B

3)



oui F_T est dans le sens du vent relatif.
l'inclinaison de l'aile fait un angle $\beta = 4°$ par rapport à la corde.

4) $P_{max} = 75 kW$ et $P = T \times v$ où T : norme force de traction
v : vitesse

Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'avion :
sur (Ox) : $F_T + P_{\sin\delta} - T = 0$ car v = cste | ⚠ projeter $\vec{P}$

donc $T = F_T + P_{\sin\delta} = \frac{1}{2} C_T \rho_{air} A v^2 + mg \sin\delta$ ~~12~~
$= \frac{1}{2} \times 0,03 \times 1,2 \times 16,5 \times 22^2 + 750 \times 9,81 \times \sin(12)$
$= 1,6 \times 10^3 N$

avec $C_T = 0,03$ déduit de la courbe de l'exo 5 pour $\beta = 4°$

Ainsi $P = T \times v = 1,6 \times 10^3 \times \cancel{22} = \cancel{3,7} \times 10^4 W = \cancel{37} kW$
48 30,3 4,8 48

Ce qui correspond à $\frac{\cancel{37}}{75} \times 100 = \cancel{49}\%$ 64%
48

en projection sur Oz $F_p = mg \cos\delta$
8°

$C_z = 0,8$ pour $\beta = 4°$

$v = \sqrt{\frac{2mg\cos\delta}{A\rho_{air} C_z}} = 30,3 m.s^{-1}$
$= 109 km.h^{-1}$

5) Lorsque C_p est grand, le rendement est grand car la portance aide l'avion à décoller. et à voler.

Lorsque C_z est grand, le rendement est faible car la trainée ralentit l'avion

pas possible car f est sans dimension.

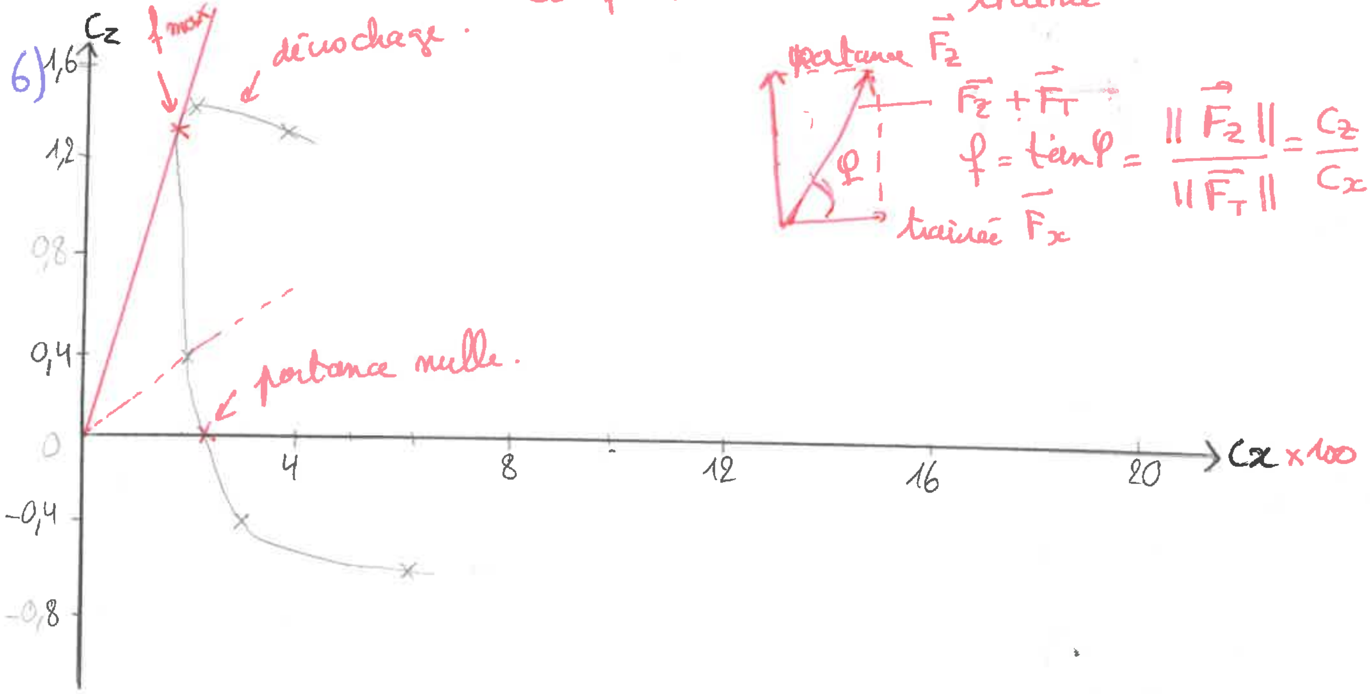
Géométriquement, f représente la résultante des forces de portance et de trainée

$C_z = f\, C_T$

$f = \frac{\text{portance}}{\text{traînée}}$

$f = \tan\varphi = \frac{\|\vec{F_z}\|}{\|\vec{F_T}\|} = \frac{C_z}{C_x}$

6)



7) $f = \frac{d_{horiz}}{d_{vert}}$ et $f = \frac{C_p}{C_T}$

donc $d_{horiz} = \frac{C_p}{C_T} d_{vert} = \frac{0,55}{0,02} \times 1000 = 2,75 \times 10^4 \text{m}$ $= 27$ km

où $\left| \begin{array}{l} C_p = 0,55 \\ C_T = 0,02 \end{array} \right.$ car $\alpha = 0$ lorsque l'avion plane à 1000 m] B