

APPLICATIONS DIRECTES

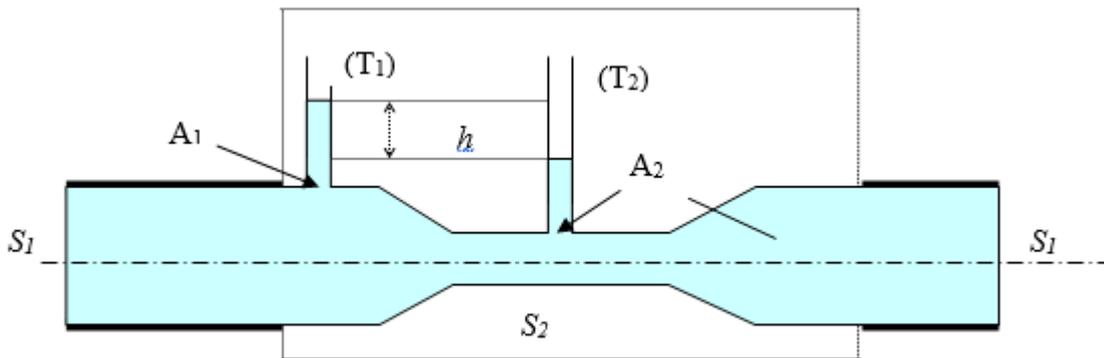
1. Aération d'un terrier

Dans les prairies Nord-Américaines, les chiens de prairie construisent deux types d'entrées dans leurs terriers : l'une haute en forme de cratère, l'autre basse en forme de dôme. Expliquer pourquoi ce système permet l'aération du terrier.

2. Débitmètre

On insère dans une canalisation de section S_1 un tube dit « de Venturi » de section S_2 . Le fluide s'écoulant en régime permanent dans la canalisation est de l'eau. On considère que les vitesses sont uniformes dans chaque section droite du tube.

L'axe de la canalisation est horizontal et deux tubes verticaux (T_1) et (T_2) jouent le rôle de capteurs de pression. On observe une dénivellation de hauteur h entre les surfaces libres de l'eau des tubes (T_1) et (T_2) ouverts à l'air.



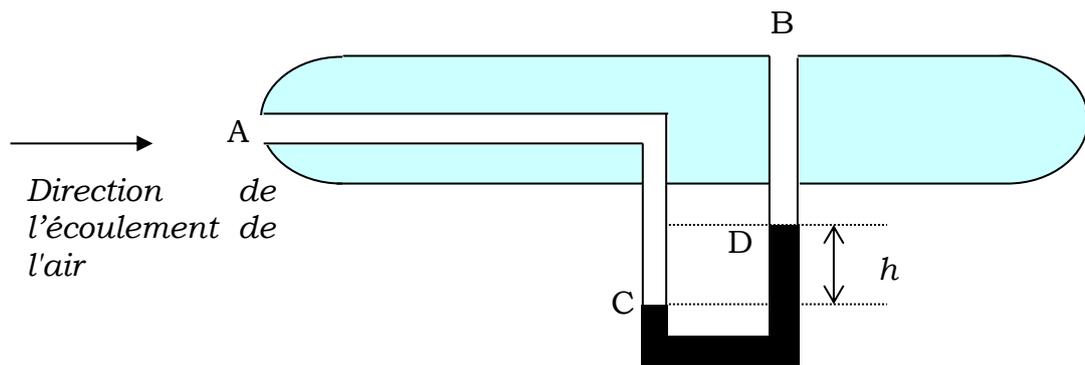
Tube de Venturi

On note P_0 la pression atmosphérique, P_1 la pression et v_1 la vitesse de l'écoulement en amont du tube de Venturi. A_1 est un point à la base du tube (T_1) et A_2 est un point à la base du tube (T_2).

1. Les vitesses d'écoulement du fluide sont notées v_2 dans le tube de section S_2 et v_3 en aval du tube de Venturi. Exprimer ces vitesses en fonction de la constante de pesanteur g , de h , de S_1 et de S_2 .
2. Exprimer le débit volumique D_v en fonction de g , h , S_1 et S_2 .
3. Application numérique : $S_1 = 50 \text{ cm}^2$; $S_2 = 30 \text{ cm}^2$; $h = 1,25 \text{ m}$.
4. Quel est l'intérêt pratique d'un tel dispositif ?

3. Tube de Pitot

Les tubes de Pitot sont utilisés en aéronautique pour mesurer la vitesse d'un avion. Ils sont constitués d'un tube très fin placé parallèlement à la direction de l'écoulement de l'air. Les orifices A et B



Tube de Pitot

permettent des prises de pressions.

On considère que l'air est un fluide parfait, incompressible et en écoulement stationnaire, et que le dispositif ne perturbe pas l'écoulement.

La masse volumique, la vitesse et la pression de l'air loin du tube sont notées respectivement ρ_0 , v_0 et P_0 .

1. Représenter l'allure de la ligne de courant C_A qui aboutit en A et l'allure de C_B qui longe le tube en B.
2. Déterminer les vitesses v_A en A et v_B en B ainsi que les pressions P_A et P_B . Quel est le nom donné au point A ?
3. Dans le manomètre, on mesure une dénivellation h entre les deux niveaux de liquide de masse volumique ρ_l . En déduire la vitesse d'écoulement v_0 de l'air.

A.N. : $h = 24 \text{ cm}$. ; $\rho_l = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

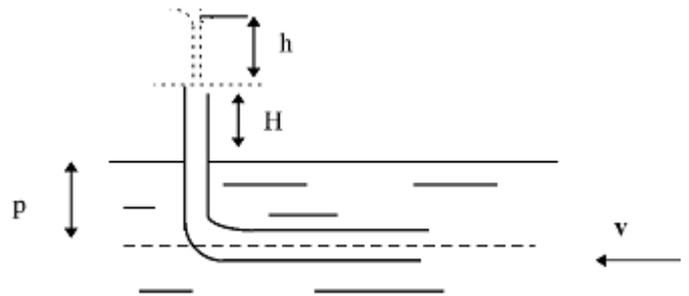
4. Jet d'eau :

On considère une particule fluide d'eau en mouvement rectiligne uniforme à la profondeur p de la surface.

1. Déterminer la pression en p .

La partie horizontale du tube représenté sur la figure est immergée à la profondeur p dans un courant d'eau parfait, uniforme et horizontal de vitesse v . Sa partie verticale émerge d'une hauteur H et est percée d'un orifice par lequel peut sortir un jet d'eau.

2. En précisant les hypothèses adoptées, calculer la hauteur h à laquelle le jet, dans les conditions où celui-ci existe, monte au-dessus du tube.



5. Puissance disponible sur une turbine :

Une turbine est installée à la sortie d'une conduite forcée de section 10^{-2} m^2 , constante, de 30m de dénivellation sur un cours d'eau dont le débit est de $0,1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Quelle puissance maximale peut-on récupérer sur cette turbine ?

EXERCICES

I. Jet d'eau issu d'un robinet

Le jet d'eau provenant d'un robinet a un diamètre moins important au fur et à mesure qu'il tombe. Expliquer pourquoi. Exprimer ce diamètre d en fonction de h , distance au robinet et de D , diamètre du robinet. On appelle v_0 la vitesse à laquelle l'eau sort du robinet. Effectuer l'application numérique en donnant des valeurs raisonnables aux grandeurs qui interviennent. Conclure.

II. Mesure de la vitesse d'un écoulement dans un tuyau.

Un technicien souhaite vérifier la vitesse d'écoulement d'un fluide dans le réseau de tuyauterie. Il dispose du matériel suivant : un tube coudé et un tube droit de diamètres très inférieurs à celui du réseau de tuyauterie, une règle graduée, un outil pour percer la paroi du réseau de tuyauterie. Expliquer la démarche qu'il pourrait suivre.

Pour cela : schématiser la situation ; détailler les relations et les calculs utilisés ; expliquer le problème qu'il va rencontrer une fois l'installation réalisée.

III. Vidange d'un réservoir

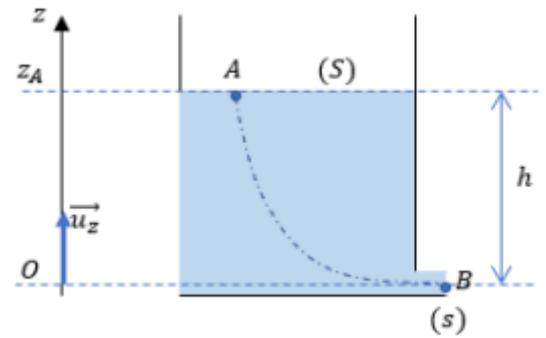
On considère un réservoir contenant de l'eau s'écoulant à travers une ouverture de sections. L'eau est assimilée à un fluide incompressible de masse volumique μ . Dans une première approche,

l'écoulement est supposé parfait. Le réservoir est aussi alimenté à travers l'ouverture supérieure de section S , ce qui permet d'assurer un écoulement stationnaire. Cette alimentation n'est pas représentée sur le schéma.

1. On suppose que $s \ll S$, montrer que $v_B = \sqrt{2gh}$.
Commenter cette relation appelée formule de Torricelli.

A $t = 0$, on arrête l'alimentation en eau à travers l'ouverture supérieure de section S , alors que $h = 20$ cm. L'hypothèse stationnaire n'est plus valable mais on peut supposer le régime d'écoulement quasi-stationnaire à tout instant ce qui revient à adapter la formule de Torricelli sous la forme $v_B(t) = \sqrt{2gz_A(t)}$

2. Etablir l'équation différentielle dont $z_A(t)$ est solution.
3. Déterminer la valeur du rapport s/S qui assure une vidange complète du réservoir en 10 s.



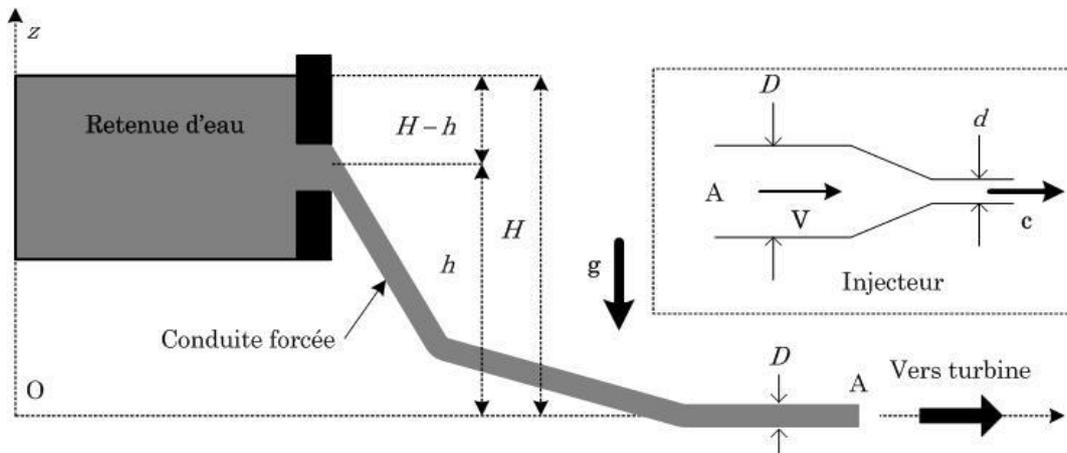
IV. Approvisionnement en carburant

L'essence est stockée dans le réservoir d'une voiture dont la contenance est d'environ 40 litres à la pression atmosphérique P_{atm} . Une pompe à essence assure un écoulement permanent de l'essence dans des durites de 6 mm de diamètre. La pression en sortie de pompe vaut : $P = P_{atm} + \Delta P$, avec $\Delta P = 3$ bars. Le débit volumique est de l'ordre de 100 L.h^{-1} . Ces durites alimentent en permanence les injecteurs qui assurent le besoin en carburant du véhicule. Le surplus non injecté dans les cylindres, retourne dans le réservoir. Évaluer, en justifiant au mieux votre modèle, la puissance de la pompe à essence.

V. Rôle d'un injecteur

Les lacs de barrage servent de réserve d'énergie potentielle. Des conduites amènent l'eau jusqu'à une turbine où l'énergie mécanique est convertie en énergie électrique grâce à un alternateur. Au vu des chutes assez importantes, il faut éviter l'écueil de la cavitation qui est un phénomène d'ébullition sous faible pression. Ce même phénomène peut se produire derrière une hélice. Ceci n'est pas souhaitable car lorsque les bulles implosent elles donnent naissance à des jets très rapides qui détériorent les surfaces. Un remède consiste à placer un injecteur en bout de la canalisation, avant la turbine.

Données : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $D = 60 \text{ cm}$, $H = 300 \text{ m}$ et $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$,
pression de vapeur saturante de l'eau à 15°C $P_{sat} = 2.10^{-2} \text{ bar}$



*Retenue et conduite forcée pour installation hydroélectrique.
L'injecteur, en A, est schématisé dans le rectangle en pointillés.*

1. Dans cette question on l'extrémité aval de la conduite n'est pas reliée à l'injecteur ; l'eau sort à l'air libre au point A. En justifiant l'utilisation de la relation de Bernoulli entre le point A et un point quelconque de la canalisation, montrer que la pression $P_1(z)$ à l'intérieur de la conduite sous la forme est une fonction affine décroissante.

2. En déduire l'allure qualitative de $P(z)$ pour $0 < z < H$

3. Tracer l'allure du diagramme (P,T) de l'eau. Pour quelle valeur de pression se produit le phénomène de cavitation ?

3. On suppose que la température de l'eau est de 15°C . Déterminer l'altitude z_0 pour laquelle ce phénomène se produit.

La conduite est maintenant munie de l'injecteur de diamètre de sortie d .

4. Déterminer c la vitesse en sortie de l'injecteur.

5. En déduire la vitesse en A en fonction de d , D et c .

6. Exprimer la pression $P_2(z)$ à l'intérieur de la conduite munie d'injecteur.

7. A quelle altitude z_1 le phénomène de cavitation se produit-il ?

8. A quelle condition sur z_1 n'obtient-on aucun phénomène de cavitation ? On exprimera z_1 en fonction de z_0 , d , D et H .

On admet que l'entrée de la conduite est pratiquement à l'altitude H .

9. Montrer que les phénomènes de cavitation disparaissent dans toute la conduite si d est inférieur à un certain d_0 dont on établira l'expression en fonction de D , z_0 et H .

Calculer d_0 .

10. Le diamètre de sortie de l'injecteur est $d = 12$ cm. La vitesse du jet mesurée en sortie de l'injecteur est $c' = 74$ m.s⁻¹. A quelle dénivellation, notée H' , cette vitesse correspondrait-elle ? Exprimer et calculer le *coefficient de contraction* $C_c = \frac{H'}{H}$. Donner

quelques raisons de l'écart à l'unité de ce coefficient.

11. Exprimer et calculer le débit volumique q de l'injecteur *sans pertes*, puis le débit massique D_m en fonction de d , de c et de μ .

12. Exprimer et calculer la puissance cinétique *réelle* P_c du jet en sortie (énergie cinétique par unité de temps, pour la vitesse de sortie c' et le débit associé q').

13. Justifier que l'on nomme *puissance potentielle* la quantité $P_{pot} = \mu q g H$. Exprimer et calculer le rendement de la conduite $\eta = \frac{P_c}{P_{pot}}$ en fonction de C_c .