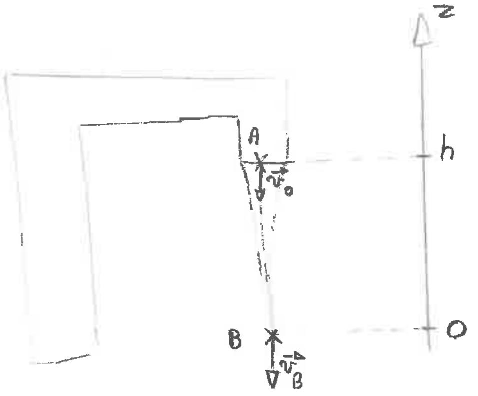
Groupe 5

Exercice 1, TD 14 :



L'écoulement de l'eau est homogène et incompressible, donc le débit volumique, sur un même ~~ligne de courant~~ tube de champ, se conserve.

2

Ainsi : $D_{V_A} = D_{V_B}$

$$v_0 \cdot S_1 = v_B \cdot S_2$$

or $v_B > v_0$, donc $S_1 > S_2$ $\quad S_1 = \pi \frac{D^2}{4}$ et $S_2 = \pi \frac{d^2}{4}$

$$\Rightarrow D > d$$

1 Commencer le raisonnement par la relation de Bernoulli dont tous les critères sont réunis pour être appliqués

De plus, l'écoulement est : - parfait
- stationnaire
- sans machine

Donc d'après la relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB :

$$\frac{P_A}{\rho} + g z_A + \frac{v_A^2}{2} = \frac{P_B}{\rho} + g z_B + \frac{v_B^2}{2}$$

$P_A = P_B = P^\circ$ car le jet est à l'air libre.

$$\Rightarrow gh + \frac{v_0^2}{2} = \frac{v_B^2}{2}$$

donc $v_B > v_A$

En outre, $v_B = v_0 \frac{S_1}{S_2} = v_0 \frac{D^2}{d^2}$

donc $\frac{\left(v_0 \frac{D^2}{d^2}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + gh$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{D}{\sqrt[4]{1 + \frac{2gh}{v_0^2}}}}$$

AN : Estimation : $g = 9{,}81\ m.s^{-1}$; $h = 20\ cm$; $v_0 = 0{,}5\ m.s^{-1}$; $D = 1\ cm$

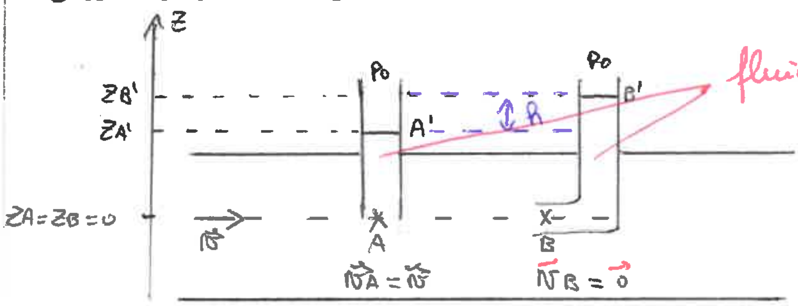
$$d = \frac{1.10^{-2}}{\sqrt[4]{1 + \frac{2.9{,}81.20.10^{-2}}{0{,}5}}} \simeq \boxed{6\ mm} < 1\ cm = D$$

B

Groupe 6

Exercice II TD n° 14 :

Dispositif : On dispose d'un tube coudé et d'un tube droit de diamètre très inférieur au réseau de tuyauterie ainsi que d'un outil pour percer la paroi du réseau et d'une règle. On découpe deux morceaux du réseau de tuyauterie et on y insère le tube coudé ainsi que le le tube droit de la manière suivante :



L'écoulement est stationnaire, homogène, parfait, incompressible et sans machine.

- D'après la loi de Bernoulli sur la ligne de champ AB.

$$\frac{v_A^2}{2} + g\cancel{z_A} + \frac{P_A}{\rho} = \frac{\cancel{v_B^2}}{2} + g\cancel{z_B} + \frac{P_B}{\rho}$$

$$\Leftrightarrow P_B = \rho\frac{v^2}{2} + P_A \Leftrightarrow \boxed{P_B - P_A = \rho\frac{v^2}{2}} \quad (1)$$

précisez à quel endroit vous êtes en statique

- Le fluide étant incompressible, on applique fondamental de la statique :

$$\vec{\text{grad}}\,P = \rho\vec{g} \Leftrightarrow \frac{dP}{dz} = -\rho g \Leftrightarrow P(z) = -\rho g z + cte$$

$$P(z_{A'}) = -\rho g z_{A'} + cte = P_0$$

$$\Rightarrow cte = P_0 + \rho g z_{A'}$$

donc $P(z) = P_0 + \rho g(z_{A'} - z)$ et $P(z_A) = P_0 + \rho g(z_{A'} - z_A) = P_0 + \rho g(z_{A'} - 0)$

De même, on trouve de façon identique $P(z_B) = P_0 + \rho g(z_{B'} - z_B) = P_0 + \rho g(z_{B'} - 0)$

Or, $P(z_A) = P_A$ et $P(z_B) = P_B$ et $\boxed{P_B - P_A = \rho g(z_{B'} - z_{A'}) = \rho g h}$

- On injecte dans (1) : $\rho g h = \rho\frac{v^2}{2} \Leftrightarrow gh = \frac{v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$

B

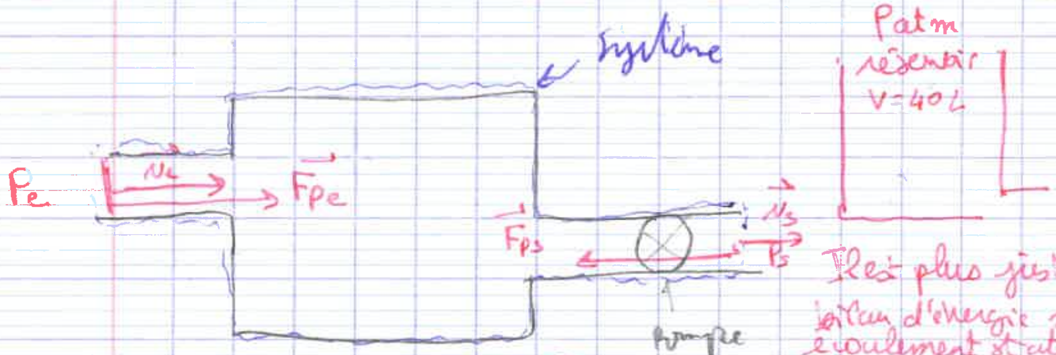
- Problèmes rencontrés :

Il est délicat d'insérer les deux tubes dans le réseau de tuyauterie car il y aura forcément des pertes d'eau. Il en est de même lorsqu'il faudra les retirer. De plus, il faudra reboucher les deux trous du réseau de tuyauterie. ✓ B utilisation de feuille blanche ?

TD 14

Exercice IV

Eguir Mohamed Amine
Eritsch Hugue
Kevin Youssef



Il est plus juste de faire un bilan d'énergie mécanique en écoulement stationnaire

et montrer $D_m [(e_{c_s} - e_{ce}) + (e_{ps} - e_{pe})] = \mathcal{P}_{pression} + \mathcal{P}_{visco} + \mathcal{P}_{pompe}$

On suppose que l'écoulement est permanent et stationnaire, donc 1er principe industriel

$D_m [(h_s - h_e) + (e_{c_s} - e_{ce}) + (e_{p_s} - e_{pe})] = P_{méca} + P_{th}$

↳ pas adapté ici car il s'agit d'un bilan thermo et on est dans le chapitre bilan méca

On suppose que :

- la variation de l'énergie potentielle de pesanteur et la variation de l'énergie cinétique sont négligeable
  - oui dans une voiture
  - à évaluer
- le système est adiabatique, donc $P_{th} = 0$
- la variation de l'énergie interne U est nulle ?
  - $\mathcal{P}_{visco} = 0$
- $P_{méca} = P_{pompe}$

$\mathcal{P}_{pression} = P_e S_e v_e - P_s S_s v_s = \frac{P_{atm} D_m}{\mu} - \frac{(P_{atm} + \Delta P) D_m}{\mu}$

$\mathcal{P}_{pression} = -\frac{D_m \Delta P}{\mu}$

$\mu_s = \mu_e = \mu$ (essence)

$D_m = \mu S_e v_e = \mu S_s v_s$

donc

pour 1 liquide $dh = c_p dT$

$D_m (h_s - h_e) = P_{pompe}$

?? $\frac{D_m}{\mu} (P_s - P_e) = P_{pompe}$

$e_{c_s} = \frac{1}{2} v_s^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4 D_v}{\pi d^2}\right)^2 = 0{,}48 \text{ J.kg}^{-1}$

$e_{ce} = \frac{1}{2} v_e^2$ avec $v_e S_e = v_s S_s$

$v_e \ll v_s$

section des droites

$P_{pompe} = D_v \Delta P$

AN : $P_{pompe} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 60} \cdot 3 \cdot 10^5 = 8{,}3 \text{ W}$

$\mathcal{P}_{pompe} = -\mathcal{P}_{pression} + D_m e_{c_s}$

($\mu_{essence} \simeq 800 \text{ kg.m}^{-3}$

$D_m e_{c_s} = \mu D_v e_{c_s} = 800 \times \frac{100 \times 10^{-3}}{3600} \times 0{,}48 \simeq 0{,}01$

négligeable devant $\mathcal{P}_{pression}$

Groupe 1

Exercice V

1. Comme l'écoulement dans la conduite est incompressible, homogène, stationnaire, parfait et qu'il se fait sans machine, on peut appliquer la relation de Bernoulli sur une ligne de champ AB, où B est un point quelconque de la canalisation

N'hésitez pas à faire un schéma.

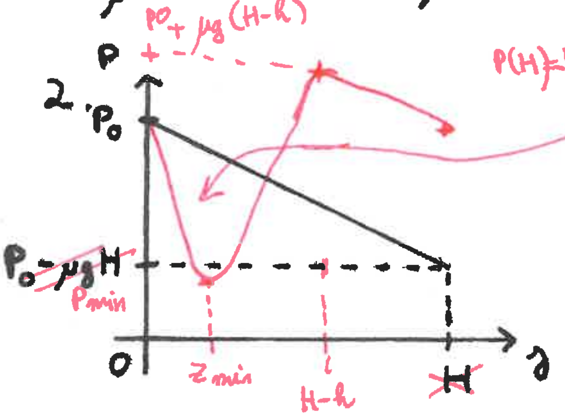
$$\frac{v_A^2}{2} + g z_A + \frac{P_A}{\rho} = \frac{v_B^2}{2} + g z_B + \frac{P_B}{\rho}$$

où : $v_A = v_B$, $z_A = 0$ et $z_B = z$, $P_A = P_0$ et $P_B = P_1(z)$, ce qui donne :

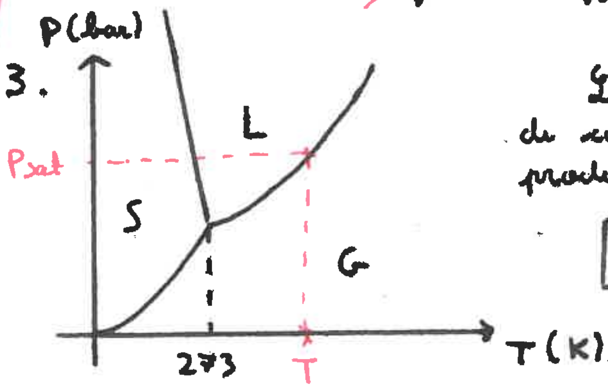
$$\frac{P_0}{\rho} = g z + \frac{P_1(z)}{\rho} \iff \boxed{P_1(z) = P_0 - \rho g z}$$

On obtient bien une fonction affine décroissante

2.



3.



Le phénomène de cavitation se produit pour : $\boxed{P < P_{SAT}}$

3. À 15°C, $P_{SAT} = 2.10^{-2}$ bar, donc on a une cavitation si :

$$P_{SAT} > P_0 - \rho g z_0 \iff z_0 > \frac{P_0 - P_{SAT}}{\rho g} = \frac{1.10^5 - 2.10^3}{1.10^3 \cdot 9,81} = \boxed{10\ m}$$

4. En appliquant cette fois-ci la relation de Bernoulli à la ligne de champ CD, où C est le point à la sortie de l'injecteur et D un point ~~quelconque de la conduite~~ : à la surface de la retenue d'eau :

$$\frac{v_C^2}{2} + g z_C + \frac{P_C}{\rho} = \frac{v_D^2}{2} + g z_D + \frac{P_D}{\rho}$$

avec : $v_C = c$ et $v_D = 0$, $z_C = 0$ et $z_D = H$, $P_C = P_D = P_0$, alors :

$$\frac{c^2}{2} = g H \iff c = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 300} = \boxed{76,7\ m.s^{-1}}$$

on prend les données de l'énoncé

B

5. Comme l'écoulement est incompressible et homogène, le débit volumique se conserve :

$$D_V = v_A \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = c\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \iff \boxed{v_A = \frac{d^2}{D^2} c}$$

6. En utilisant une nouvelle fois la loi de Bernoulli sur une ligne de champ CE, avec E, un point quelconque de la conduite :

$$\frac{v_C^2}{2} + g z_C + \frac{P_C}{\mu} = \frac{v_E^2}{2} + g z_E + \frac{P_E}{\mu}$$

avec : $v_C = c$ et $v_E = v_A = \left(\frac{d}{D}\right)^2 c$, $z_C = 0$ et $z_E = z$, $P_C = P_0$ et $P_E = P_2(z)$:

$$\frac{c^2}{2} + \frac{P_0}{\mu} = \frac{\left(\frac{d}{D}\right)^4 c^2}{2} + g z + \frac{P_2(z)}{\mu} \Leftrightarrow \boxed{P_2(z) = P_0 - \mu g z + \frac{1}{2}\mu c^2\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)}$$

7. En considérant que l'on est toujours à 15 °C : on considère $d \ll D$

$$P_{SAT} > P_2(z) \Leftrightarrow P_{SAT} > P_0 - \mu g z_1 + \frac{1}{2}\mu c^2\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)$$

$$\Leftrightarrow z_1 > \frac{P_0 - P_{SAT} + \frac{1}{2}\mu c^2\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)}{\mu g} = \frac{1.10^5 - 2.10^3 + \frac{1}{2} \cdot 1.10^3 \cdot (76,7)^2 \cdot (1-0)}{1.10^3 \cdot 9,81}$$

oui, bon ordre de grandeur

$$\boxed{= 309 \text{ m}}$$

Remarque : $z_1 > H$, donc l'injecteur empêche bien la cavitation.

8. $z_0 = \frac{P_0 - P_{SAT}}{\mu g} \Rightarrow z_1 > z_0 + \frac{1}{2}\frac{c^2}{g}\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)$

Par ailleurs, $c = \sqrt{2gH} \Rightarrow \boxed{z_1 > z_0 + H\left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right)}$ B

9. En admettant que le point le plus haut de la conduite est en H, alors, c'est le point le plus haut où la cavitation peut avoir, donc la limite est :

$$P_2(H) = P_{SAT} \Leftrightarrow P_0 - \mu g H + \frac{1}{2}\mu c^2\left(1 - \left(\frac{d_0}{D}\right)^4\right) = P_{SAT}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\mu c^2\left(1 - \left(\frac{d_0}{D}\right)^4\right) = P_{SAT} - P_0 + \mu g H = \mu g (H - z_0)$$

$$\Leftrightarrow g H \left(1 - \left(\frac{d_0}{D}\right)^4\right) = g(H - z_0) \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{d_0}{D}\right)^4 = 1 - \frac{z_0}{H} \Leftrightarrow d_0 = D\sqrt[4]{\frac{z_0}{H}}$$

oui

$$= 60.10^{-2} \cdot \sqrt[4]{\frac{10}{300}}$$

$$\boxed{= 0,26 \text{ m}}$$ oui

10. $c' = \sqrt{2gH'} \Leftrightarrow H' = \frac{c'^2}{2g} = \frac{74^2}{2 \cdot 9,81} = \boxed{279 \text{ m}}$ ~ 10 cf énoncé

$\rightarrow C_c = \frac{H'}{H} = \frac{279}{300} = \boxed{0,93} < 1$

pertes de charges dans la conduite

11. $q = c\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 76,7 \cdot \pi\left(\frac{12.10^{-2}}{2}\right)^2 = \boxed{0,87 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}}$, $\boxed{D_m = \cancel{\frac{\mu q}{\mu}} = \frac{0,87}{1.10^3} = \cancel{8,7}.10^{-4} \text{ kg.s}^{-1}}$ 870

12. $P_c = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m c'^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\mu V c'^2}{\Delta t} = \frac{\mu c'^2 q'}{2} = \frac{\mu c'^3 d^2}{8} = \frac{1.10^3 \cdot (74)^3 \cdot (12.10^{-2})^2}{} = \boxed{\cancel{73}.10^5 \text{ W}}$

oui $= 2,3.10^6$ W 8

13. On l'appelle ainsi car elle provient de l'énergie potentielle de l'eau.

$$\eta = \frac{P_c}{P_{pot}} = \left(\frac{P_c}{\mu q g H} = \frac{9,9.10^3}{1.10^3 \cdot 0,28 \cdot 9,81 \cdot 300} = 0,88 \Rightarrow 88\ \%\right)$$

$$= \frac{\mu q \frac{c'^2}{2}}{\mu q g H} = \frac{c'^2}{2 c g H} = \frac{(\sqrt{2gH'})^3}{2\sqrt{2gH} \cdot gH} = \left(\frac{H'}{H}\right)^{3/2} = C_c^{3/2} = 0,93^{3/2} = 0,90$$

oui $\Rightarrow \boxed{90\ \%}$