

**APPLICATIONS DIRECTES**

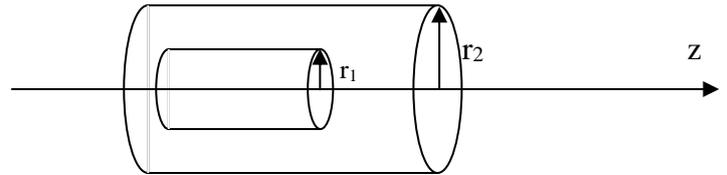
**1. Courants de déplacement et courant de conduction**

On considère un milieu ohmique de conductivité  $\gamma$ . Pour un champ électrique sinusoïdal de fréquence  $f$ , calculer le rapport des amplitudes des densités de courant de conduction et de déplacement.

AN :  $f = 10^6$  Hz, pour le cuivre  $\gamma = 6.10^7$  S.m<sup>-1</sup>, pour un sol argileux  $\gamma = 10^{-4}$  S.m<sup>-1</sup>, pour du verre  $\gamma = 10^{-6}$  S.m<sup>-1</sup>.

**2. Blindage électromagnétique**

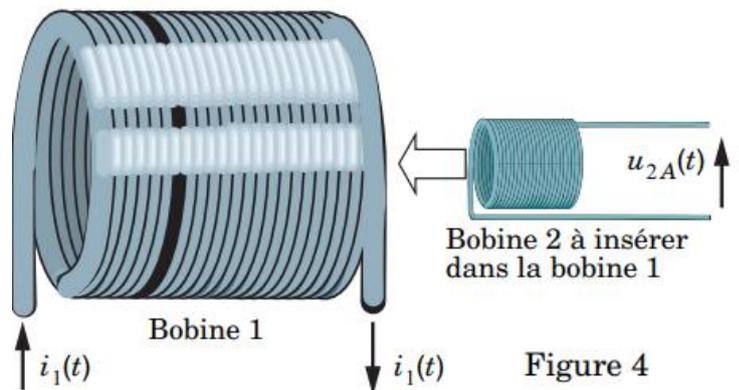
Un petit solénoïde (1) de rayon  $r_1$ , comportant  $N_1$  tours de fil parcouru par un courant  $i_1(t)$ , a même axe Oz qu'un solénoïde (2) assimilé à un solénoïde infini de longueur  $l_2$  et de rayon  $r_2 > r_1$ , comportant  $N_2$  tours de fil parcouru par un courant  $i_2(t)$  et une résistance  $R_2$ .



1. Représenter sur le schéma, le sens des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  compatibles avec un champ magnétique orienté dans le sens z croissant.
2. Rappeler l'expression du champ magnétique créé par le solénoïde 2.
3. Montrer que le coefficient de mutuelle inductance des deux circuits est :  $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_2} \pi r_1^2$

**3. Modèle électrocinétique du couplage**

On place deux bobines cylindriques assez longues de telle sorte qu'elles aient le même axe de révolution. La bobine la plus grande n°1 de résistance  $R_1$  et d'auto-inductance  $L_1$  est alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de force électromotrice  $e_g(t) = e_m \cdot \cos(\omega t + \phi_e)$  et de résistance interne  $R_g = 50 \Omega$ . La valeur efficace de la force électromotrice du générateur vaut 7,31 V. Par ailleurs, un voltmètre d'impédance



infinie indique la tension efficace aux bornes de la petite bobine (notée 2), 1 de résistance  $R_2$  et d'auto-inductance  $L_2$  située à l'intérieur de l'autre bobine.

1. Représenter le schéma électrocinétique équivalent.
2. Exprimer la fonction de transfert complexe  $\underline{U}_2 / \underline{e}_g$  où  $\underline{e}_g$  et  $\underline{U}_2$  sont respectivement les tensions complexes délivrées par le fém du générateur et celle aux bornes de la bobine 2, en fonction de  $L_1$ ,  $R_1$  et de  $M$  le coefficient de couplage.
3. Quelle est la nature du filtrage réalisé ? On donnera l'expression du gain  $H_0$  dans la bande passante et de la fréquence de coupure  $f_c$ .
4. On mesure la fréquence de coupure de ce filtre  $f_c = 158$  Hz, sachant que  $R_1 = 11,2 \Omega$  en déduire la valeur de  $L_1$ .

**4. Inductance équivalente :**

On considère deux bobines de résistances négligeables et de coefficients d'inductance propre  $L_1$  et  $L_2$ . Les deux bobines sont disposées en série et couplées avec un coefficient d'inductance mutuelle  $M$ . Elles sont alimentées par un générateur de fém  $E$  et de résistance interne négligeable.

- a) A quelle condition les flux magnétiques créés par chacune des bobines s'additionnent-ils ?
- b) Ecrire l'énergie magnétique du circuit.

- c) En identifiant cette énergie à celle de l'inductance équivalente  $L_{eq}$ , déduire cette inductance équivalente.
- d) Refaire le raisonnement précédent si on inverse les bornes d'une seule des deux bobines.

## INDUCTION DANS UN CIRCUIT MOBILE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE STATIONNAIRE

### Rappel de cours :

Méthode d'étude de ce type de situation :

Orienter le circuit revient à choisir le sens du courant qui circule dans le conducteur et de s'y tenir.

Mécanique : le système étudié est le solide en mouvement. En appliquant le principe fondamental de la dynamique on obtient **L'équation mécanique**.

Si on multiplie cette équation par la vitesse, on obtient des puissances.

Electricité : On remplace le solide en mouvement par sa fém induite, orientée en convention GENERATEUR obtenue par la loi de Faraday. En appliquant la loi des tensions on obtient **L'équation électrique**.

Si on multiplie cette équation par le courant, on obtient des puissances.

Bilans : La somme de la puissance des forces de Laplace et de celle cédée par la fém induite est nulle.

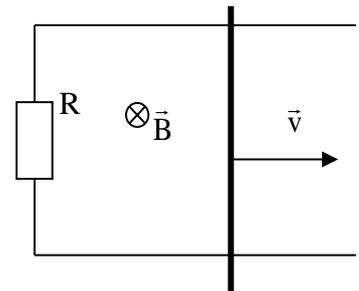
Faire un bilan énergétique revient à sommer les puissances mécaniques et électriques de manière à faire disparaître les termes précédents.

### Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique :

#### 5. Rail de Laplace :

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de  $b = 10 \text{ cm}$  et connectés à une extrémité à une résistance  $R = 10 \Omega$  ; le circuit est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent  $\vec{B}$  de valeur  $0,2 \text{ T}$ .

On éloigne la barre de l'extrémité du circuit à une vitesse  $\vec{v}$  de valeur  $5 \text{ m/s}$  constante.



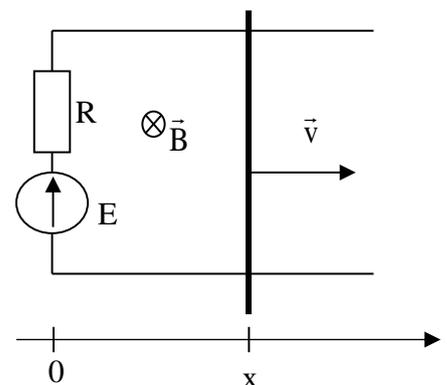
- a) Calculer la fém induite  $e$  et le courant induit. Dessiner le schéma électrocinétique équivalent.
- b) Calculer la puissance électrique fournie par la fém induite.
- c) Calculer la force nécessaire pour assurer le déplacement de la barre à vitesse constante.
- d) Calculer la puissance de cette force et conclure.

### Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique :

#### 6. Principe du moteur à courant continu :

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de  $b$  et alimenté par un générateur fournissant une fém  $E$ . Le circuit possède une résistance  $R$  ; il est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent  $\vec{B}$ . La barre se déplace à une vitesse  $\vec{v}$ .

- a) Ecrire l'équation électrique du circuit. Dessiner le schéma électrocinétique équivalent.
- b) Ecrire l'équation mécanique.
- c) Effectuer un bilan de puissance et conclure.



## EXERCICES :

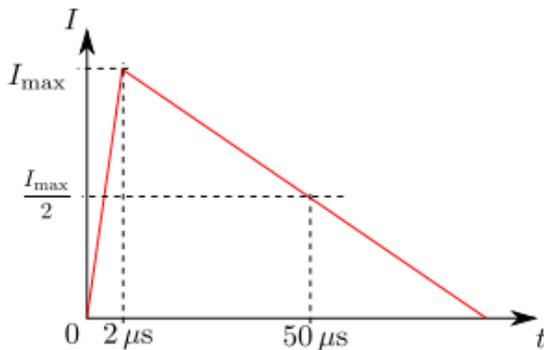
### I. Effet magnétique de la foudre

La foudre se manifeste particulièrement en montagne, milieu propice à la formation de nuages d'orage. La foudre peut causer des dégâts matériels de plusieurs façons. L'une d'elle est par un effet de tension induite dans les circuits électriques avoisinants. Ces circuits peuvent être l'installation électrique d'un refuge de montagne, ou les accessoires électroniques du randonneur.

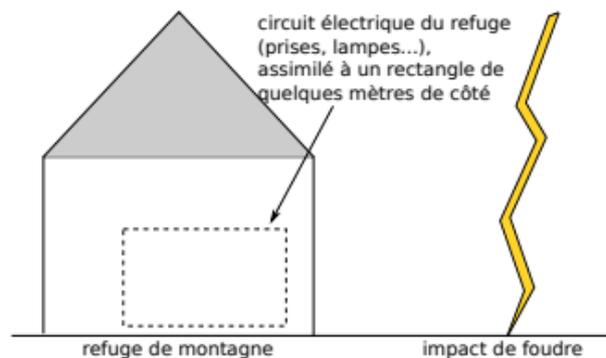
Pour étudier ceci, on modélise d'abord le coup de foudre comme un fil rectiligne infini, d'axe  $z$  vertical ascendant, parcouru par un courant  $I(t)$  et dirigé dans le sens des  $z$  croissants. On se place dans le vide. On utilise un système de coordonnées cylindriques d'axe  $z$ .

La perméabilité magnétique du vide est  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

En utilisant notamment les deux schémas ci-dessous, et en proposant des ordres de grandeur raisonnables pour les dimensions considérées, estimer la valeur maximale de la force électromotrice (ou tension) induite dans le circuit électrique d'un refuge de montagne, si le coup de foudre tombe à une distance  $d = 10 \text{ m}$  de celui-ci. Commenter le résultat.



Document 10a : profil standardisé de l'intensité  $I(t)$  délivrée par un coup de foudre, utilisé pour les études de risques dans les installations électriques. On pourra prendre  $I_{\text{max}} = 50 \text{ kA}$ .



Document 10b : vue schématique de la situation.

## II. Amortissement électromagnétique

Un cadre de côté  $a$ , de masse  $m$ , de résistance totale  $R$  et d'inductance négligeable est astreint à se déplacer dans une zone d'espace telle que :

Dans la zone définie par  $z > 0$  règne un champ magnétique uniforme et orthogonal au cadre  $\vec{B} = B\vec{u}_x$  ;

Dans la zone définie par  $z < 0$ , il n'existe pas de champ magnétique.

La position du cadre est repérée par l'abscisse  $z$  du côté horizontal supérieur du cadre.

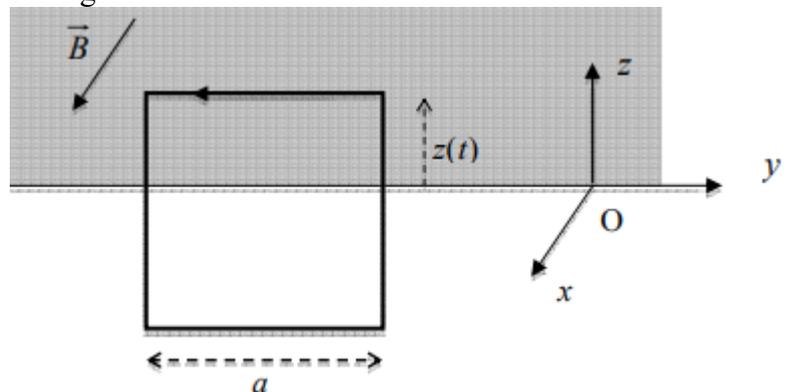
Un dispositif non représenté astreint le cadre à se déplacer uniquement verticalement.

Le déplacement du cadre au cours du temps est tel qu'à tout instant, le côté horizontal inférieur se trouve dans la zone où il n'existe pas de champ magnétique et le côté supérieur se trouve dans la zone où règne  $\vec{B}$ .

L'orientation arbitraire du cadre est donnée par la figure.

On néglige les frottements mécaniques.

1. Pourquoi apparaît-il un courant induit dans le cadre ?
2. Donner son expression en fonction de  $B$ ,  $a$ ,  $R$  et  $v$ , vitesse du cadre.
3. Déterminer l'expression de la résultante des forces de Laplace. En déduire l'expression du coefficient de frottement fluide  $h$



On suppose que ce cadre est relié à la suspension d'un véhicule.

4. Justifier que ce système peut servir d'amortissement. Citer les avantages d'un tel système par rapport aux systèmes classiques.

5. Pour un amortisseur de véhicule, le coefficient de frottement fluide doit être de l'ordre de  $10^4$  SI. On se place dans le cas d'un cadre de côté  $a = 10$  cm et de résistance  $R = 10^{-4} \Omega$ . Déterminer numériquement la valeur du champ magnétique  $B$  à appliquer.
6. Est-il possible de créer un tel champ avec un aimant permanent ? Un électroaimant ?

### III. Four à induction

On désire chauffer un cylindre conducteur de conductivité électrique  $\gamma = 10^7$  S.m<sup>-1</sup>, d'axe Oz, de longueur  $l \gg a$ , son rayon, en le plongeant dans un solénoïde infini comportant  $n = 1\ 300$  spires par unité de longueur et parcouru par un courant  $i(t) = I_0 \cdot \cos(2\pi ft)$  d'amplitude  $I_0 = 1$  A, oscillant à la fréquence  $f = 100$  kHz. On se place dans l'ARQS.

1. Expliquer qualitativement pourquoi une densité de courant électrique apparaît dans le conducteur. Justifier sa direction orthoradiale. De quelle(s) variable(s) d'espace dépend le module de la densité de courant ?

A une fréquence aussi élevée, on montre que les courants induits sont essentiellement répartis à la périphérie du conducteur, sur une petite épaisseur  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0}} \ll a$ , appelée épaisseur de peau.

2. Calculer la valeur numérique de  $\delta$  et en déduire un ordre des grandeurs possibles pour  $a$  et  $l$ . Dans le cylindre conducteur on modélise la répartition de la densité des courants électriques de la manière suivante :  $r < a - \delta$   $\vec{j} = \vec{0}$  et pour  $a - \delta < r < a$   $\vec{j} = j_o(t)\vec{u}_\theta$ .

3. Déterminer la direction du champ magnétique créé par  $\vec{j} = j_o(t)\vec{u}_\theta$

Dans ce modèle on admet que pour  $r < a - \delta$ , le champ magnétique total, créé par le solénoïde ET les courants induits est nul.

4. En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer l'expression de  $j_o(t)$  en fonction de  $i(t)$ ,  $n$  et  $\delta$ . Calculer l'amplitude de  $j_o$ .
5. Exprimer la puissance élémentaire  $dP$  dissipée par effet Joule dans un volume  $d\tau$  du barreau. En déduire sa moyenne temporelle.
6. En déduire la puissance moyenne  $\langle P \rangle$  dissipée sur une longueur  $l$  du barreau. Comment varie cette puissance avec la fréquence ? AN : calculer la valeur de  $\langle P \rangle$  pour les valeurs de  $a$  et  $l$  choisies à la question 2.

### IV. Inductance mutuelle

Calculer le coefficient d'inductance mutuelle entre un fil infini parcouru par un courant  $i_1$  et un cadre rectangulaire, de longueur  $h$  et de largeur  $a$  situé dans le plan du fil. La longueur du cadre est parallèle au fil, à la distance la plus petite  $d$ .

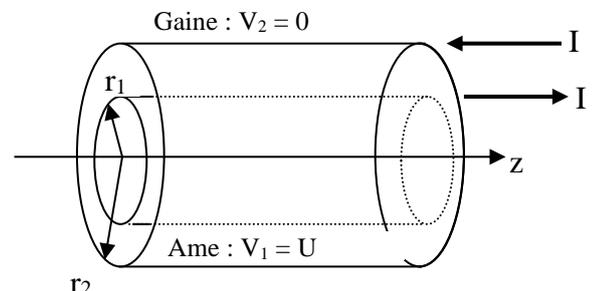
Que devient ce coefficient lorsque  $a \ll d$  ?

A partir de la définition du flux magnétique, en déduire qu'on peut alors considérer le champ magnétique uniforme dans le cadre. Donner sa valeur.

### V. Etude énergétique d'un câble coaxial

Le système étudié est constitué de deux longs cylindres creux de même axe Oz et de rayon  $r_1$  (âme) et  $r_2 > r_1$  (gaine) séparés par de l'air assimilé au vide (dans un vrai câble tels ceux utilisés pour les antennes de télévision, l'espace est rempli par un matériau isolant).

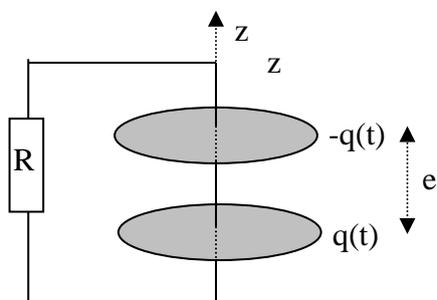
Le câble est utilisé pour alimenter un dipôle très éloigné de la source, de telle sorte que l'intensité  $I$  transportée par l'âme revient par la gaine.



1. Donner l'expression du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par ces courants dans tout l'espace.
2. Déterminer le flux magnétique à travers un rectangle de longueur  $h$ , et de largeur  $r_2 - r_1$  situé entre l'âme et la gaine. En déduire l'inductance propre  $L$  pour une longueur  $h$  du câble.

- Rappeler l'expression de la densité d'énergie magnétique. En déduire l'énergie magnétique contenue entre la gaine et l'âme pour une longueur  $h$  de câble.
- Rappeler l'expression de l'énergie emmagasinée par une bobine en fonction de  $L$  et  $I$ . En déduire l'inductance linéique du câble en fonction  $\mu_0$ ,  $r_1$  et  $r_2$  et conclure.
- La calculer pour un câble standard où  $r_1 = 1$  mm et  $r_2 = 3$  mm.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  SI.

## VI. Condensateur plan en régime dépendant du temps



Un condensateur plan est formé de deux disques parfaits identiques de rayon  $a$  et d'axe commun ( $Oz$ ). Les deux armatures sont séparées d'une distance  $e$ .

Comme  $e < a$ , on néglige les effets de bord, on admet alors que le champ électrique est uniforme dans tout le volume compris entre les deux armatures :  $\vec{E} = E(t)\vec{u}_z$ .

On étudie ici la décharge du condensateur à travers la résistance  $R$  de sorte que  $E(t) = E_0 \cdot \exp(-t/\tau)$ .

- Rappeler l'expression du champ électrique entre les armatures d'un condensateur plan. En déduire l'expression de la densité surfacique de charge  $\sigma(t)$  en fonction du temps.
- Sachant qu'il n'existe pas de courants entre les électrodes, déterminer à partir de l'équation complète de Maxwell Ampère, la source du champ magnétique.
- En déduire la direction du champ magnétique entre les électrodes, ainsi que son expression en appliquant le théorème de Stokes.
- Rappeler l'expression de la densité d'énergie magnétique, puis l'énergie magnétique contenue dans tout l'espace.
- Même question avec l'énergie électrique.
- Faire le rapport de ces deux énergies afin de les comparer. On prendra  $a = 10$  cm (c'est très grand pour un condensateur !)