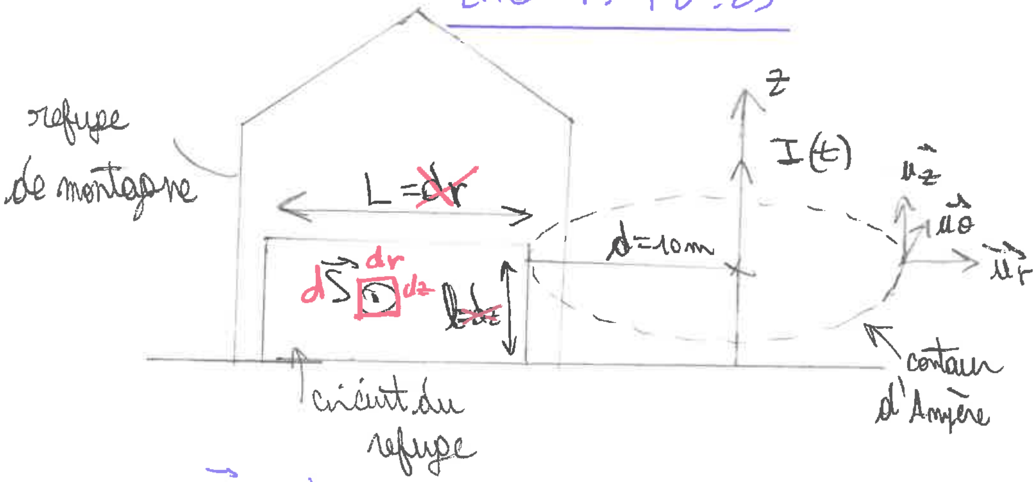
* Groupe 9 :

EXO 1 : TD 23



$$\vec{B}(r) = B(r)\,\vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}\,\vec{u}_\theta$$

r : rayon du contour d'ampère

$\vec{S}$ et $\vec{B}$ sont considérés colinéaires et de m sens

$$e_{ind} = -\frac{d\,\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\iint_{S_{rectangle}} \vec{B}\cdot d\vec{S}\right)$$

or $\vec{B}$ n'est pas uniforme sur la surface car dépend de r.

$$\phi_S(\vec{B}) = \iint_S \underbrace{\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}}_{B} \cdot \underbrace{dr\,dz}_{dS} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \int_d^{d+L} \frac{dr}{r} \cdot \int_0^{\ell} dz$$

S : Surface du circuit du refuge.

$$= \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \left[\ln r\right]_{d}^{d+L} \cdot \ell$$

fonction non définie en 0

$$= \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right) \ell$$

donc $e_{ind} = -\frac{d}{dt}\left(\phi(\vec{B})\right) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right) \ell \underbrace{\frac{d}{dt}\left(I(t)\right)}$

pente la plus élevée car on veut la valeur maximale

A.N :

$$e_{ind} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{d+L}{d}\right) \cdot 3 \times \frac{50 \cdot 10^{+3} - 0}{2 \cdot 10^{-6} - 0}$$

on pose $\ell = 3\,m$ (hauteur du refuge)

et $L = 5\,m$ par exemple

$\ln\left(\frac{d+L}{d}\right) = \ln\left(\frac{15}{10}\right) = 0{,}5$

$$= -\cancel{3{,}5 \cdot 10^{4}}\ 7{,}7 \times 10^{3}\ V$$

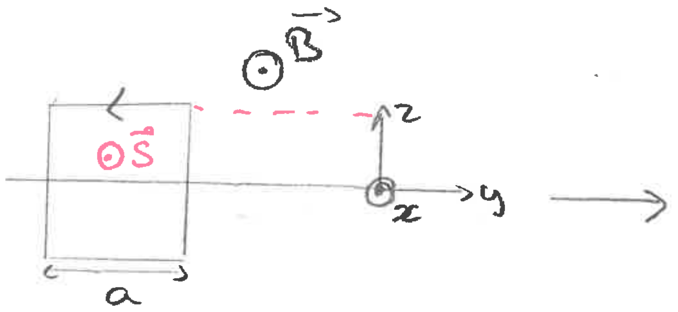
$$= -\cancel{35} \cdot 10^3\,V = -\cancel{35}\ 7{,}7\ kV$$

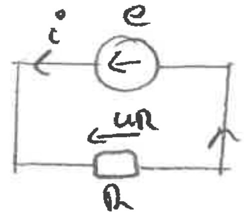
$$\| e_{ind\ max} \| = \cancel{35}\ 7{,}7\ kV$$

Il y a donc un risque élevé pour le circuit du refuge, car la valeur de tension induite est élevée. //

Exo II TD 23

BLONDEL Agathe
BRECHBIEHL Emma
LARGEAU Garance





1. Il apparaît un courant induit dans le cadre car il est dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B}$ ça ne suffit pas, il faut que $\Phi(\vec{B})$ varie dans le temps ; c'est la surface plongée dans $\vec{B}$ qui dépend du temps lorsque le cadre chute.

2. Quand $z>0$, B est uniforme

$$\phi(\vec{B}) = \vec{B}\cdot\vec{S} = B \times a \times z(t)$$

D'après la loi de Faraday : $e = -\dfrac{d\phi(\vec{B})}{dt}$

$$= -\frac{d(Baz(t))}{dt}$$

$$e = -Ba\dot{z}(t) = -Bav$$

D'après la loi des mailles : $e = u_R$

$$\Leftrightarrow e = Ri$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{e}{R} = \boxed{-\frac{Bav}{R}}$$

3. On calcule la résultante des forces de Laplace sur le côté droit du cadre

$$\vec{f_{Lap_d}} = i\vec{dl}\wedge\vec{B} = iz\vec{u_z}\wedge B\vec{u_x} = iBz\vec{u_y}$$

sur le côté gauche :

$$\vec{f_{Lap_g}} = i\vec{dl}\wedge\vec{B} = i(-z\vec{u_z})\wedge B\vec{u_x} = -iBz\vec{u_y}$$

vérifiez l'homogénéité des expressions

sur le côté supérieur :

$$\vec{f_{Lap_{sup}}} = -ia\vec{u_y}\wedge\vec{B} = +iaB\vec{u_z}$$

Ainsi $\vec{f_{Laplace}} = \cancel{zi B\vec{u_y}} \cancel{- zi B\vec{u_y}} + iaB\vec{u_z} = \boxed{iaB\vec{u_z}}$

la force de Laplace sur le côté inférieur est nul car $z<0$ et $B=0$

Or, on peut également écrire la force $\vec{f} = -k\vec{v}$ où k est le coefficient de frottement fluide.

Donc $\vec{f} = ia B\vec{u_z} = -\frac{Ba\,v}{R} \times aB\vec{u_z}$

$= -\frac{B^2a^2\vec{v}}{R}$ car $\vec{v} = v\vec{u_z}$

donc $\boxed{k = \frac{B^2a^2}{R}}$

B

4. Il peut servir d'amortissement car d'après la loi de Lenz, $\vec{f}$ s'oppose au mouvement.

5. On veut $k = 10^4$ SI

Donc $\frac{B^2a^2}{R} = 10^4$

$\Leftrightarrow B = \frac{1}{a}\sqrt{R \cdot 10^4} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-2}}\sqrt{10^{-4}10^4} = 10\,T$

du champ créé par

6. L'ordre de grandeur ~~d'~~un aimant permanent est entre 0,1 et 1 T alors qu'un électroaimant est de l'ordre de 10 à 100 T

Il est donc possible de créer un tel champ avec un électroaimant.

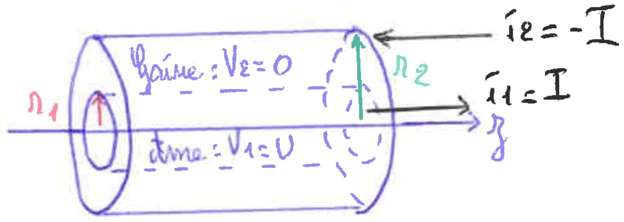
AUNIS LOICHOT SEYIFOU
Elouan Léa Yanis

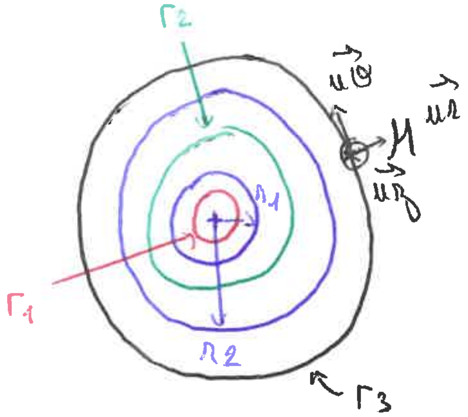
Groupe 4

Rédaction : Physique

Exercice 5 TD23 :

1.





Invariances et symétries des courants :

$\Pi_1(M, \vec{u_r}, \vec{u_z}) = \Pi$ symétrie des courants donc $\vec{B}(M) \perp \Pi_1$

Les rotations d'angle θ et translation de direction $\vec{u_z}$ laissent les courants invariants.

On a donc $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u_\theta}$ donc $B(r,\theta,z)$ est indépendant de θ et z

Théorème d'Ampère :

$$\underset{\substack{\Gamma \text{ fermé} \\ \text{orienté}}}{\mathcal{C}(\vec{B})} = \mu_0 i_{enlacé}$$

$$= \oint_{\substack{\Gamma \text{ fermé} \\ \text{orienté}}} \vec{B} \cdot \vec{dl}$$

$$= B(r) \oint_{\Gamma} dl$$

$$= B(r) 2\pi r$$

$$\Leftrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i_{enlacé}}{2\pi r}$$

Cas $r < r_1$:

~~$\vec{j}_{el}$ est uniforme donc :~~

~~$j_{el} = \frac{I}{S_1} = \frac{I}{\pi r_1^2}$~~

Le cylindre de rayon r_1 est creux, il n'y a donc pas de courant
$i_{enlacé} = 0$ $r < r_1$ $\vec{B} = \vec{0}$

Or :

cas du cylindre plein.

$$I_{enlacé} = j_{el} S_0$$

$$= \frac{I}{\pi r_1^2} \times \pi r^2 = \frac{I r^2}{r_1^2} \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r^2} \Leftrightarrow \boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi r_1^2} \vec{u_\theta}}$$

Cas $r_1 < r < r_2$:

$I_{enlacé} = I$, donc :

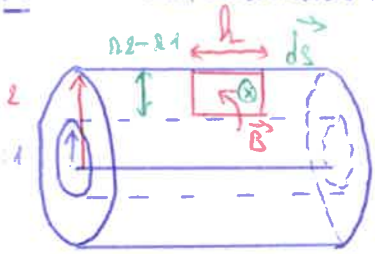
$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u_\theta}}$$

Cas $r_2 < r$:

$I_{enlacé} = i_1 + i_2$
$= I - I$
$= 0$, donc :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \vec{0}}$$

2. On veut déterminer le flux magnétique à travers le rectangle suivant :



$$\phi(\vec{B})_{\text{entre } r_2 \text{ et } r_1} = \iint \vec{B_{r_2-r_1}}(M).\vec{dS} \qquad = \iint \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, dr\, dz = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}\int_0^h dz$$

$$= \cancel{B_{r_1 r_2}(r)\iint dS}$$

⚠ $\vec{B}$ n'est pas uniforme sur S

$$= \cancel{\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times h \times (r_2 - r_1)} \qquad = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) h.$$

$$= LI$$

Ainsi, on obtient l'égalité suivante :

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 h \cancel{(r_2 - r_1)}}{2\pi \cancel{r}}} \times \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

3.

Expression de la densité d'énergie magnétique : $\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{d\mathcal{E}_B}{d\tau}}$ (en $J.m^{-3}$)

Entre la gaine et l'âme, on a $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, donc $u_B = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$ u_B n'est pas uniforme

On a donc :

$$\mathcal{E}_B = \iiint u_B . d\tau$$

$$= \iiint \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}\, dr\, dz\, r\, d\theta \quad \mathrm{TB}$$

AUNIS LOICHOT SEYIFOU
Elouan Léa Yanis

Groupe 4

Rédaction : Physique

Exercice 5 TD23 : (suite)

3.

On a donc :

$$\mathcal{E}_B = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} \int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$\boxed{= \frac{\mu_0 I^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) h}{4\pi}}$$

4.

Énergie emmagasinée dans une bobine : $\boxed{\mathcal{E}_{Bob} = \frac{1}{2} L I^2}$

On a donc :

$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) h}{4\pi} \Leftrightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 h \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi}}$$

On retrouve le résultat de la question 2. vraiment ? | pas tel que vous l'avez écrit.

Inductance linéique : $L_{lin} = \frac{L}{h} = \boxed{\frac{\mu_0 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi}}$

AN : $L_{lin} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \ln(3)}{2\pi} = \boxed{2{,}2 \times 10^{-7}\ \mathrm{H}}$

Exercice VI   TD 23   Bon travail   Groupe 1

1. D'après le cours : $\boxed{\vec{E}(t) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_z}$, donc : $\cancel{\sigma(t) = E(t)}$

$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t) = \boxed{\varepsilon_0 E_0 e^{-t/\tau}}$

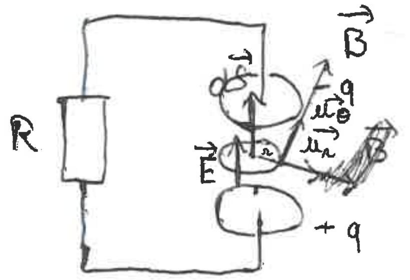
2. $i = 0 \Rightarrow j_{élec} = 0$. L'équation de Maxwell-Ampère s'écrit alors :

$$\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j}_{élec} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$= \mu_0 \varepsilon_0 \left(\frac{-E_0}{\tau}\right) e^{-t/\tau}\,\vec{u}_z$$

Les variations temporelles de $\vec{E}$ sont la source de $\vec{B}$. TB

3. $\vec{rot}\,\vec{B}$ est dirigé selon $\vec{u}_z$, donc $\vec{B}$ est selon $\vec{u}_\theta$.



D'après le théorème de Stokes :

$$\mathcal{E}_\Gamma(\vec{B}) = \oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{rot}\,\vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\Leftrightarrow B \cdot 2\pi r = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{E_0}{\tau} e^{-t/\tau} \int_0^r r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= -2\pi \mu_0 \varepsilon_0 \frac{E_0}{\tau} \frac{r^2}{2} e^{-t/\tau}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{B = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{E_0}{\tau} \frac{r}{2} e^{-t/\tau}}$$ B

4. $\cancel{d}\, e_B = \frac{d\mathcal{E}_B}{d\tau} = \boxed{\frac{B^2}{2\mu_0}}$

(en $J.m^{-3}$)

$$\Rightarrow \mathcal{E}_B = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau' = \iiint_V \frac{\mu_0^2 \varepsilon_0^2 E_0^2 r^2 e^{-2t/\tau}}{4\tau^2 \cdot 2\mu_0} d\tau'$$

grandeur temporelle

volume.

$$= \frac{\mu_0 \varepsilon_0^2 E_0^2 e^{-2t/\tau}}{8\tau^2} \int_0^a r^3\,dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^e dz$$

$$= \boxed{\frac{\mu_0 \varepsilon_0^2 \pi E_0^2 a^4 e\, e^{-2t/\tau}}{16\tau^2}}$$ ou

5. $\boxed{\cancel{d}e_E = \dfrac{d\mathcal{E}_E}{d\tau} = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2}}$ (en $J.m^{-3}$)

$$\Rightarrow \mathcal{E}_E = \iiint_V \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\, d\tau = \frac{\varepsilon_0 E_0^2 e^{-2t/\tau}}{2} \int_0^a r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{l} dz$$

grandeur uniforme

$\mathcal{E}_E = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} \times$ volume du condensateur

$$\boxed{= \frac{\pi \varepsilon_0 E_0^2 a^2 l \cdot e^{-2t/\tau}}{2}}$$

6. $$\frac{\mathcal{E}_B}{\mathcal{E}_E} = \frac{\dfrac{\mu_0 \varepsilon_0^2 \pi E_0^2 a^4 l \cdot e^{-2t/\tau}}{16\tau^2}}{\dfrac{\varepsilon_0 \pi E_0^2 a^2 l \cdot e^{-2t/\tau}}{2}} = \boxed{\frac{\mu_0 \varepsilon_0 a^2}{8\tau^2}}$$ oui

On prend : $\tau = 10^{-6}$ s (temps caractéristique d'un circuit RC avec $R = 1\,k\Omega$ et $C = 1\,nF$), alors:

$$\frac{\mathcal{E}_B}{\mathcal{E}_E} = \frac{4\pi.10^{-7} \cdot 8{,}9.10^{-12} \cdot (10.10^{-2})^2}{8 \cdot (10^{-6})^2} = 1{,}34 \cdot 10^{-8}$$

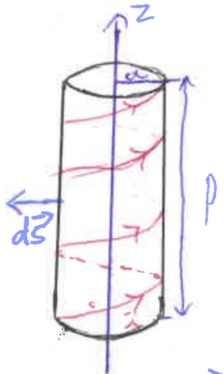
Pour un condensateur : $\boxed{\mathcal{E}_B \ll \mathcal{E}_E}$

TB

Exercice 3 TD23 Groupe 2

1) dans le solénoïde ~~il~~ crée un champ $\vec{B}(t)$ → à l'intérieur du solénoïde, trop rapide, donc un courant induit dans le conducteur, d'où $\vec{j}$. ~~Posons $S_p = 2\pi a h v$.~~

MF $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ crée → dans le métal $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ induits créé par la variations temporelles de $\vec{B}(t)$, colinéaire à $\vec{u_\theta}$; colinéaire à $\vec{u_\theta}$; colinéaire à $\vec{u_z}$



~~$i(t) = \iint_{S_p} \vec{j}\cdot\vec{dS} \Rightarrow \vec{j} = j\vec{u_\theta}$~~

De plus $j = \frac{i(t)}{S(r)} \Rightarrow j(r,t)\vec{u_\theta}$.

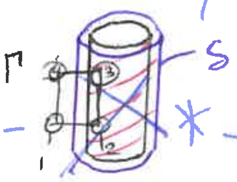
2) $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f\gamma\mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{\pi\cdot 100\cdot 10^3\cdot 10^7\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}}$

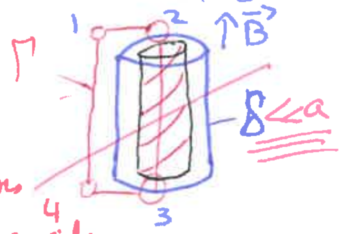
$$\boxed{\delta = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{10^5}} \simeq 0{,}5\,mm.}$$

3)  $\uparrow\vec{B}$ induits avec la règle du pouce de la main droite on voit que $\vec{B} = B\vec{u_z}$.

→ $\delta \ll a \ll \ell$ → $a \simeq 5\,mm$ $\ell \simeq 5\,cm$

4) Le théorème d'Ampère nous donne $\mathcal{C}_{\Gamma}(\vec{B}) = i_{enlacé}\,\mu_0 = \iint_{S(\Gamma)} \mu_0 \vec{j}\cdot\vec{dS}$.

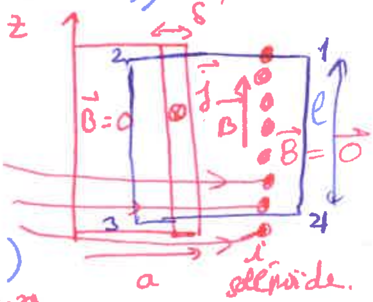
prenons Γ comme ci-contre.  ici ~~Γ(r)~~ comprend $r = a - \delta$ et $r = a + \delta$



$\mathcal{C}_{\Gamma}(\vec{B}) = \oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \underbrace{\int_1^2 \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{=0 \text{ car prod. scal}} + \underbrace{\int_2^3 \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{=0 \text{ hyp donnée}} + \underbrace{\int_3^4 \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{=0 \text{ ~~pareil~~ prod. scalair}} + \underbrace{\int_4^1 \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{=0}$

=0 car en dehors du solénoïde ~~→ $B \to 0$~~

$\Rightarrow \mathcal{C}_{\Gamma}(\vec{B}) = \ell B = \mu_0\, i_{enlacé} = \mu_0 \ell n i(t) ~~+~~ \iint_{S(\Gamma)} j\,dS = j\ell(~~a+2~~\,\delta\ell)\mu_0 + \mu_0 \ell n i(t)$



~~$a \vec{B} =$~~ D'où $j_0(t) = -\frac{i\,n}{~~}\delta = -\frac{n}{\delta} I_0 \cos(2\pi f t) = j_0 \cos(2\pi f t + \pi)$

$j_0 = \frac{n I_0}{\delta} = \frac{1300\times 1}{0{,}5\cdot 10^{-3}}$

5) $dP = $ ~~$R i^2 = \frac{1}{\gamma}\frac{dl}{S} i^2$~~ $= \vec{j}\cdot\vec{E}\,d\tau = \frac{j_0^2}{\gamma}\,d\tau$ (R pas donnée ; pas adapté.)

$\Rightarrow \langle dP\rangle = $ ~~$\frac{1}{\gamma}\frac{dl}{S}\langle i^2\rangle = \frac{1}{\gamma}\frac{dl}{S}\frac{I_0^2}{2}$~~ (car $\langle\cos^2\rangle = \frac{1}{2}$)

6) $\langle P\rangle = $ ~~$\frac{1}{\gamma}\frac{l}{S}\langle i^2\rangle$~~ $= \frac{1}{\gamma}\left(\frac{n I_0}{\delta}\right)^2 \langle\cos^2(2\pi f t)\rangle\, \ell 2\pi\delta a$

$= \langle dP\rangle \times$ volume

~~$= \frac{1}{10^7}\frac{0{,}1}{\pi\, 0{,}01^2} 1^2 \frac{1}{2} \simeq 1\cdot 10^{-5}$~~ W, ce qui n'est pas cohérent (on voudrait du kW)

De plus, il semble que P soit indépendant de f, étrange.

↳ non δ dépend de f

Les courants induits circulent dans la couronne cylindrique d'épaisseur δ de longueur ℓ : volume $= 2\pi a\delta\ell$

$$\boxed{j_0 = 2{,}6\times 10^6\ A.m^2}$$

$\langle P\rangle = \frac{1}{\gamma} j_0^2 \times \frac{1}{2} \times \ell 2\pi\delta a$

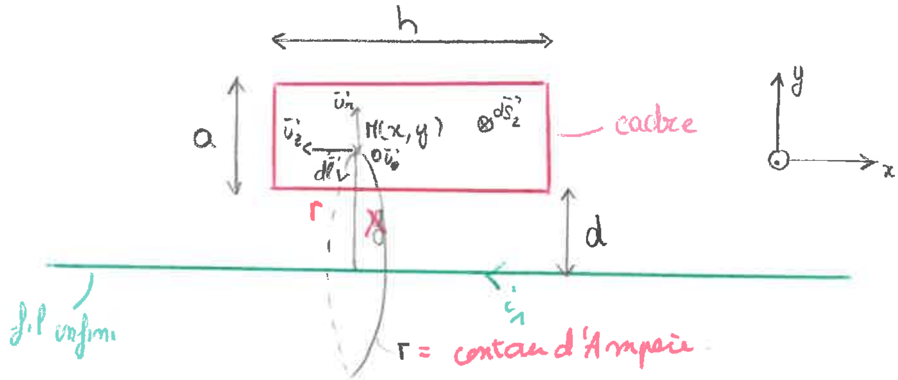
$= \frac{1}{10^7} \times (2{,}6\times 10^6)^2 \times 5\times 10^{-2} \times \pi \times 0{,}5\times 10^{-3} \times 5\times 10^{-3} = \underline{0{,}265\,W}$

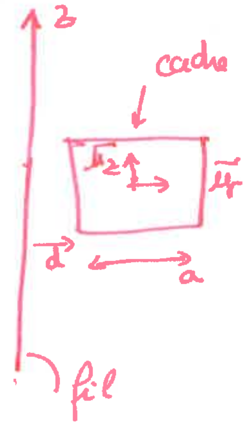
$\langle P\rangle \propto \delta \propto \sqrt{f}$

Groupe 7

TD23 exercice IV

le système de coordonnées adapté est effectivement cylindrique - prenez sa représentation usuelle





Par définition : $\phi_{1\to 2} = M i_1$ où M est le coefficient d'inductance mutuelle.

Or, $\phi_{1\to 2} = \iint \vec{B}_1(M) \cdot d\vec{S}_2$

→ Cherchons à déterminer $\vec{B}_1(M)$: créé par le fil infini.

Comme le champ $\vec{B}$ est ~~colinéaire~~ ⊥ au plan ~~d'anti~~ de symétrie des courants $= (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ $\vec{B}_1(M) = B_1(M)\vec{u}_\theta$

Les ~~charges~~ courants sont invariants selon la translation sur z et sont invariants par rotation d'angle θ. Ainsi, $\vec{B}_1(M) = \cancel{B_1(y)\vec{u}_\theta}$ $\vec{B}_1(M) = B(r,\theta,z)\vec{u}_\theta$ est indépendant de θ et z

$\vec{B}_1(M) = B_1(r)\vec{u}_\theta$

D'après le théorème d'Ampère : $\mathcal{C}_\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 I_{\text{enlacés}}$

$\mathcal{C}_\Gamma(\vec{B}) = \oint \vec{B}_1(\cancel{y}\, r) \cdot d\vec{l}$ et $I_{\text{enlacés}} = i_1$

$= B(\cancel{y}\, r) \oint dl$

$= B(\cancel{y}\, r)\, 2\pi\, \cancel{y}\, r$

D'où

$$\vec{B}_1(\cancel{y}\, r) = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi \cancel{y}\, r}\vec{u}_\theta$$

Alors, $\phi_{1\to 2} = \iint \vec{B}_1(y) \cdot d\vec{S}_2$

$$= \int_d^{a+d}\int_0^h \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}\, dr\, dz = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dr}{r}\int_0^h dz$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} i_1 h \times \ln\left(\frac{a+d}{d}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 h}{2\pi}\ln\left(\frac{a+d}{d}\right) i_1$$

Par identification : $\boxed{M = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln\left(\frac{a+d}{d}\right)}$

Si on considère que $a \ll d$, alors $\underline{\underline{M}} = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln(1) \underline{\underline{= 0}}$) approximation trop forte

Par définition : $\phi(\vec{B}) = \iint \underbrace{\vec{B}\cdot\vec{dS}}$

$\vec{B}$ et $\vec{dS}$ sont colinéaires

$= \iint B . dS$

$= B \iint dS$ (on considère le champ magnétique uniforme)

$\boxed{\phi(\vec{B}) = B h \times a} = M i = \frac{\mu_0 h a}{2\pi d} i$

$a \ll d$ $\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \simeq \frac{a}{d}$

$M = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \times \frac{a}{d}$

par identification

$B = \frac{\mu_0 i}{\underbrace{2\pi d}}$

↳ circonférence du contour d'Ampère

↳ B est bien uniforme