

2023/2024

Thème : Machine à courant continu

**APPLICATIONS DIRECTES****1. Modélisation d'un moteur à courant continu**

Un véhicule électrique est équipé d'un moteur à courant continu à excitation séparée de courant  $i_{exc}$  dont le schéma est donné ci-contre.

1. Donner les légendes des flèches.

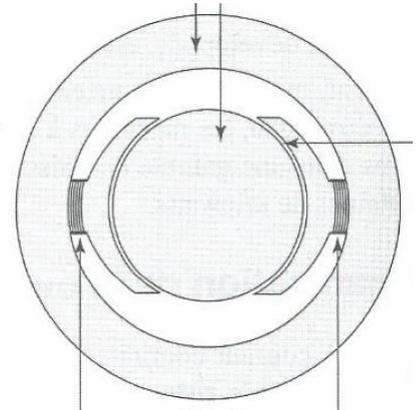
2. On suppose que le matériau ferromagnétique du rotor et du stator sont parfaits, doux, de perméabilité relative infinie. Tracer quelques lignes du champ magnétique du circuit statorique. Exprimer la valeur du champ magnétique dans l'entrefer en fonction de  $i_{exc}$  que l'on orientera.

3. Quelle est la direction moyenne du champ magnétique statorique dans l'entrefer ?

4. Pourquoi le champ créé par le rotor est-il toujours perpendiculaire à celui du stator ?

On peut représenter le rotor en régime permanent par l'association en série d'une force contreélectromotrice  $e$  et d'une résistance, tel que  $U = Ri + e$ , avec  $e = \Phi \cdot \omega$  où  $\Phi = ki_{exc}$ ,  $k$  étant caractéristique du moteur. Cette relation est valable lorsque  $i_{exc} < i_{exc,max}$ .

5. Quelle est l'unité de  $\Phi$  ? Tracer l'allure des variations de  $\Phi$  en fonction de  $i_{exc}$ . Quel phénomène observe-t-on lorsque  $i_{exc} > i_{exc,max}$  ?

**2. Moteur à courant continu :**

L'induit d'un moteur à courant continu à aimant permanent est alimenté par une tension constante  $U = 100 \text{ V}$ . On relève les caractéristiques suivantes de l'induit :

$R = 0,8 \Omega$  ;  $I_0 = 1 \text{ A}$  (courant à vide) ;

$I = 25 \text{ A}$  (courant en charge pour une vitesse de rotation  $\Omega = 1000 \text{ tr/min}$ ).

- Rappeler les relations entre la fém  $E$  et la vitesse de rotation  $\Omega$ , le couple électromagnétique (ou couple de Laplace)  $C$  et l'intensité du courant  $I$ , les équations mécanique et électrique du moteur en régime stationnaire.
- Calculer la fém  $E$  lorsque la machine est en charge. En déduire la constante du moteur et le couple moteur ou couple de Laplace
- Lorsque le moteur tourne à vide déterminer la valeur du couple de frottement  $C_{frott}$ . Calculer sa fém  $E_0$  à vide, en déduire la vitesse de rotation  $\omega_0$ .
- Calculer le couple de charge, lorsque le moteur est chargé, en supposant le couple de frottement identique à vide et en charge.
- Evaluer à vide puis en charge : la puissance électrique reçue par le moteur  $P_{mot}$ , la puissance dissipée par effet Joule  $P_J$ , la puissance de Laplace ou puissance utile  $P_u$ , la puissance dissipée par frottement  $P_{frott}$ , la puissance dissipée par la charge  $P_{ch}$ . Quels liens a-t-on entre toutes ces puissances ?

**3. Démarrage d'un moteur à courant continu**

Soit  $\Phi$  la constante électromécanique d'un moteur à courant continu à aimants permanents et  $r$  sa résistance d'induit, on néglige l'inductance d'induit. On suppose que la charge entraînée présente un couple résistant défini par  $C_r = c + f\omega$  où  $c$  et  $f$  sont des constantes positives. Partant d'un état d'immobilité de l'ensemble, on suppose que la tension d'induit du moteur prend la valeur  $U$ , qui reste constante pendant toute la phase de démarrage.

a) Représenter, en régime permanent, la caractéristique couple vitesse d'une machine à courant continu à excitation séparée soumise à une tension d'induit fixée.

b) Sur le même graphe représenter l'allure de la caractéristique définissant le couple résistant. On suppose  $C_{rMAX} < \Phi U / r$ .

- c) Ecrire l'équation mécanique du moteur. Décrire qualitativement l'évolution de la vitesse angulaire, à partir du démarrage, en s'appuyant sur le graphe précédent.
- d) Au bout d'un temps suffisamment long, le dispositif tend-il vers un fonctionnement stable ?

## EXERCICES

### I. Moteur à courant continu

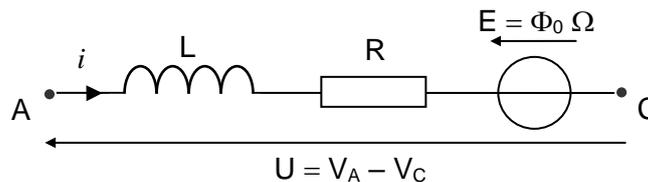
L'hélice d'une maquette d'avion est entraînée par un moteur à courant continu à aimant permanent (noté M.C.C.) possédant, au point nominal de fonctionnement, les caractéristiques suivantes :

- tension nominale d'induit :  $U_{nom} = 12 \text{ V}$ ,
- intensité du courant dans l'induit :  $I_{nom} = 2,50 \text{ A}$ ,
- vitesse de rotation :  $N_{nom} = 3000 \text{ tr. min}^{-1}$ .

Le rotor est équilibré pour minimiser les vibrations. Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'axe du moteur est  $J = 10^{-5} \text{ kg.m}^2$  ; les pertes fer (dans le circuit magnétique) et mécaniques (frottements solides) sont négligées. Lors de sa rotation à la vitesse  $\vec{\Omega}$ , le cylindre est soumis à une force de frottement fluide, de couple :  $\vec{C}_f = -\beta \vec{\Omega} = -C_f \vec{e}_z$  (avec  $C_f > 0$  et  $\beta = 10^{-5} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ ). L'induit possède une résistance  $R = 0,24 \Omega$  et une inductance  $L$  supposées constantes. Un générateur de tension constante  $V_A - V_C = U$  (avec  $U > 0$ ) alimente le moteur. On appelle  $\Phi_0$  la constante du moteur.

1. Donner l'expression de la force contre électromotrice du moteur.  
A partir d'un bilan de puissance, montrer l'expression du couple des forces électromagnétiques  $\vec{C}_{em} = C_{em} \vec{e}_z = i \Phi_0 \vec{e}_z$ ,  $i$  étant l'intensité du courant dans l'induit.

Le schéma électrique équivalent de l'induit en régime dynamique est proposé ci-dessous :



2. En déduire l'équation électrique reliant les grandeurs  $E$ ,  $U$ ,  $R$ ,  $L$  et  $i$ .
3. Ecrire l'équation mécanique reliant  $J$ ,  $\vec{\Omega}$ , le couple utile  $\vec{C}_u = -C_u \vec{e}_z$  (avec  $C_u > 0$  et supposé constant), imposé au moteur lorsqu'il entraîne la charge mécanique, le couple de frottement  $\vec{C}_f$  et le couple électromagnétique  $\vec{C}_{em}$ .  
En déduire la projection de cette équation mécanique suivant l'axe  $\vec{e}_z$ .
4. Expliquer qualitativement comment freiner le moteur. Quel est le comportement du moteur lorsqu'il tourne en roue libre, c'est-à-dire non alimenté ?

#### Fonctionnement en régime nominal

5. Calculer la valeur de la force électromotrice du moteur  $E$  ; en déduire la constante  $\Phi_0$  et préciser son unité.
6. En négligeant la chute de tension aux bornes de la bobine, déduire des équations mécanique et électrique couplées, l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire  $\Omega$  en utilisant  $\Phi_0$ ,  $\beta$ ,  $C_u$ ,  $J$ ,  $R$  et  $U$ . Déterminer le temps  $\tau$  caractéristique de la "mise en vitesse" du moteur. Exprimer la vitesse angulaire limite  $\Omega_{lim}$ . Combien de temps est-il nécessaire pour atteindre cette vitesse à 1 % près ?
7. Calculer le moment du couple utile  $C_u$  en régime nominal et  $\Omega_{lim}$  (en  $\text{tr. min}^{-1}$ ). Quel est le courant  $i_d$  dans l'induit au démarrage, si la tension d'induit est égale à la tension nominale ? Commenter.  
Quelle est, au démarrage, la tension minimale  $U_{dmin}$  nécessaire pour entraîner le moteur ?

## II. Moteur série et freinage rhéostatique

Un petit moteur à courant continu dont les résistances des enroulements ont pour valeur  $r = 5\Omega$  pour l'induit est monté en série avec un rhéostat de résistance totale  $R_T = 100\Omega$ , l'ensemble étant alimenté par une source de tension constante de valeur  $U = 210\text{ V}$ .

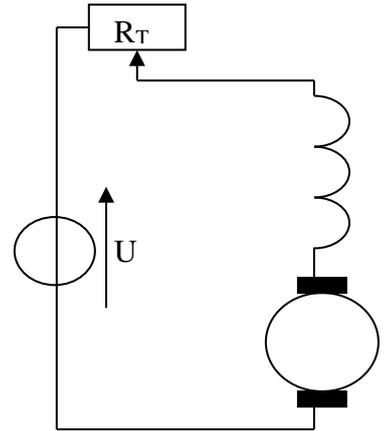
Si l'on court-circuite le rhéostat, on constate que le courant fourni par la source a pour intensité  $2\text{ A}$  et que le moteur tourne à la vitesse de rotation constante de  $2000\text{ tr/min}$  en fournissant un couple  $C$  que l'on supposera constant dans la suite de l'exercice. On admet que dans le moteur, les pertes de puissance autres que les pertes par effet Joule sont négligeables.

a. Calculer  $C$ .

b. Calculer la valeur  $R$  que l'on doit donner au rhéostat pour que la vitesse de rotation du moteur soit de  $1000\text{ tr/min}$ .

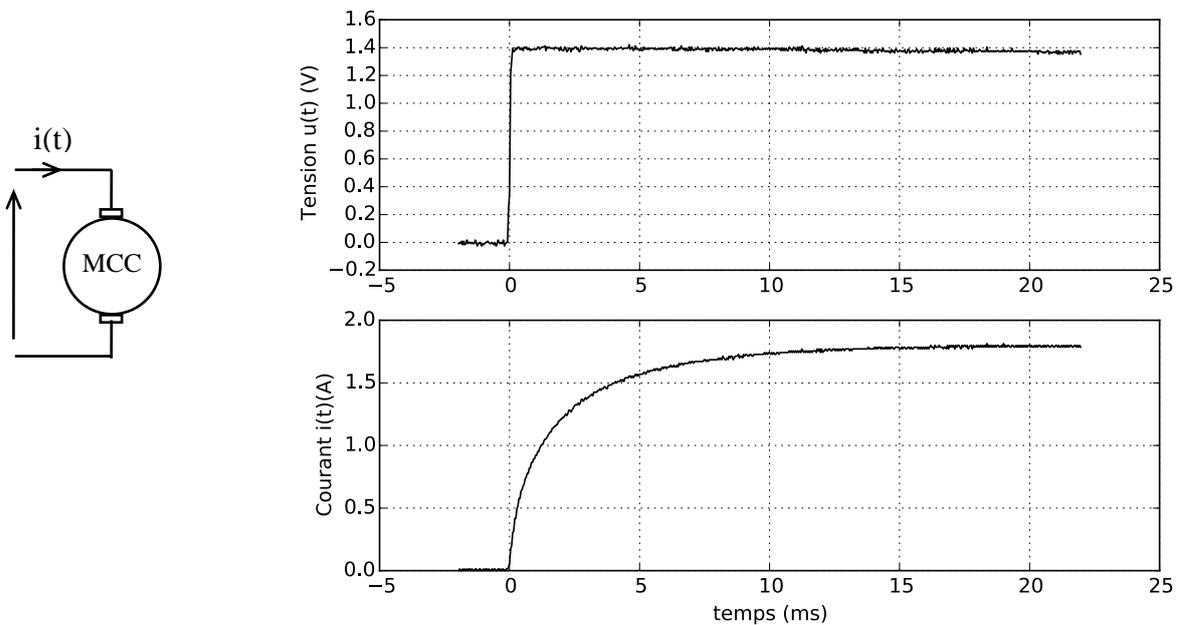
c. Calculer, dans les conditions de la question précédente, la puissance utile et le rendement de l'installation.

d. Pour quelle valeur de  $R$ , le moteur ne tourne-t-il plus ?



## III. Essai à rotor bloqué

On effectue un essai à rotor bloqué. L'enregistrement de la tension  $u(t)$  aux bornes de la M.C.C. et du courant  $i(t)$  sont présentés ci-dessous :



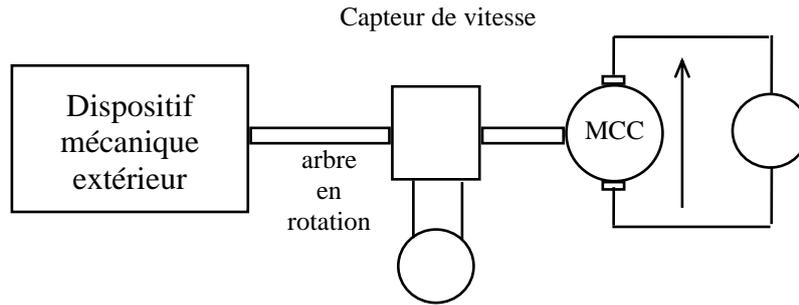
1. Donner le schéma électrique équivalent de l'induit d'une M.C.C. dans le cas général puis dans le cadre d'un essai à rotor bloqué.
2. À partir des graphes de  $i(t)$  et  $u(t)$ , proposer et mettre en œuvre une méthode permettant de déterminer la résistance  $R$  et l'inductance  $L$  du bobinage du moteur.
3. Pourquoi cet essai doit-il être réalisé sous tension réduite ?

## IV. Essai à vide en fonctionnement générateur

Au cours de cet essai, la M.C.C. fonctionne en génératrice à vide ; aucune charge électrique n'est connectée. L'arbre est mis en rotation par un dispositif mécanique extérieur. On mesure pour différentes valeurs de la vitesse angulaire de rotation de la M.C.C., la tension  $E$  générée à ses bornes. Le capteur de vitesse fournit une tension alternative dont la fréquence  $f$  en hertz est 30 fois la fréquence de rotation  $n$  de la M.C.C. en tours par seconde.

1. Quelles sont les expressions de la vitesse angulaire de rotation (en  $\text{rad. s}^{-1}$ ) et de la fréquence de rotation  $N$  (en  $\text{tr/min}$ ) en fonction de la fréquence  $f$  mesurée ?

## Schéma de montage de l'essai à vide



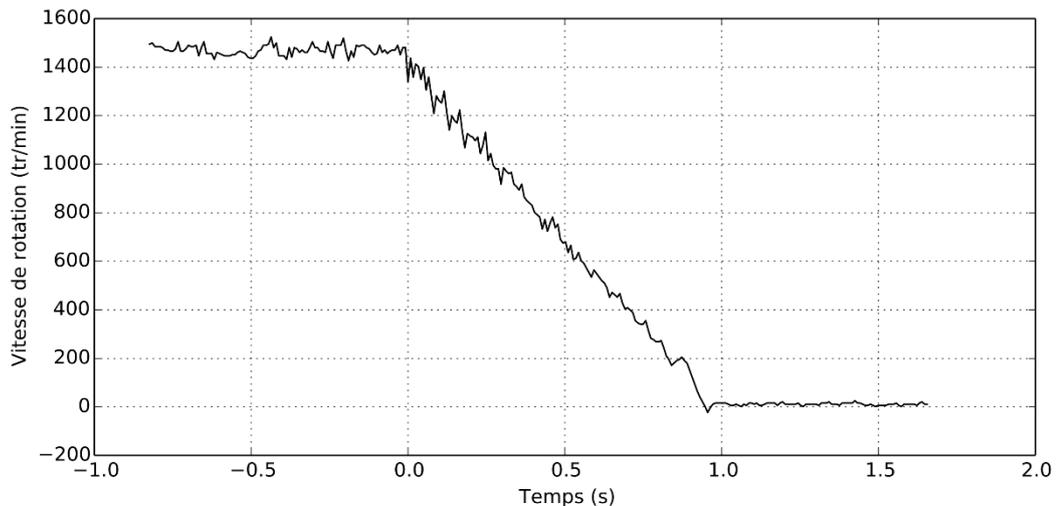
Mesure $k$ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_k$ (en V)	1,0293	2,2551	3,4583	4,7254	5,946	7,162	8,338	9,098	10,686	12,027
$f_k$ (en Hz)	76,80	167,24	256,34	350,48	442,3	535,1	625,8	684,9	807,6	910,4

2. Déterminer la constante de la MCC.

### V. Essai de lâché

La machine à courant continu est alimentée par une source de tension et tourne à sa vitesse de rotation nominale  $N_n = 1500 \text{ tr/min}$ . A l'instant  $t = 0$ , la M.C.C. est déconnectée de la source de tension. On enregistre l'évolution de sa vitesse angulaire de rotation ( $t$ ).

On note  $C_r = C_{r0} + f\Omega$  le couple de frottement ramené sur l'arbre moteur, où  $C_{r0}$  est le couple de frottement sec et  $f$  le coefficient de frottement visqueux. Le moment d'inertie ramené sur l'arbre de la M.C.C. est noté  $J$ .



Essai de lâché

1. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la vitesse de rotation du moteur en fonction du temps pour  $t \geq 0$ . À partir du relevé, que peut-on dire de la valeur de  $f$  ?

Un essai non étudié ici permet de déterminer  $C_{r0} = 8 \text{ mN.m}$ .

2. Proposer une méthode de mesure du moment d'inertie  $J$ . Calculer la valeur expérimentale de  $J$  à l'aide du relevé de la figure 15.

On mesure pour la M.C.C. un diamètre de 4cm et une masse de 160g.

3. En précisant les hypothèses retenues, déduire de ces mesures une estimation de la valeur du moment d'inertie  $J$  du moteur. Comparer à la valeur expérimentale obtenue.