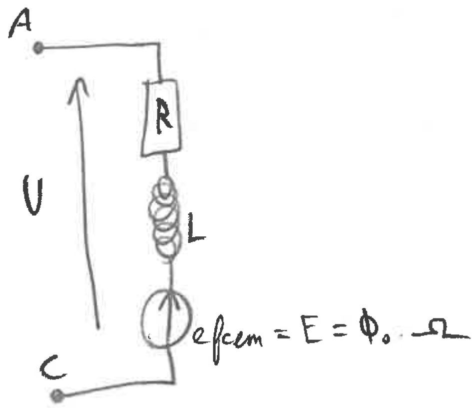
Exercice I : groupe 2 page 1 TD 27

Très bon travail.

1) 

$e_{fcem} = \Phi_0 \cdot \Omega$

Bilan de puissance : On écrit la loi des mailles en régime permanent, donc $L\frac{di}{dt} = 0$.

$$U = Ri + e_{fcem} = Ri + \Phi_0 \Omega$$

$\times i$

$$Ui = Ri^2 + \Phi_0 \Omega i$$

$\Leftrightarrow P_{élec} = P_{joule} + P_{em}$ or, $P_{em} = \vec{C_{em}} \cdot \vec{\Omega}$ donc $C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \Phi_0 i$

on a donc $\boxed{\vec{C_{em}} = \Phi_0 i \vec{e_z}}$ B

2) Loi des mailles : $U = U_R + U_L + E \Leftrightarrow \boxed{U = Ri + L\frac{di}{dt} + E}$

3) On applique le théorème du moment cinétique au rotor :

$J\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{C_u} + \vec{C_f} + \vec{C_{em}}$ or, $\vec{C_u} = -C_u \vec{e_z}$, $\vec{C_f} = -\beta \vec{\Omega}$ et $\vec{C_{em}} = \Phi_0 i \vec{e_z}$

donc $J\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = -C_u \vec{e_z} - \quad \vec{e_z} + \quad \vec{e_z}$

On projette l'équation sur $\vec{e_z}$: $\boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = -C_u - \beta\Omega + \Phi_0 i}$

4) Pour freiner le moteur, il faut $J\frac{d\Omega}{dt} < 0 \Leftrightarrow C_{em} - C_u - C_f < 0$

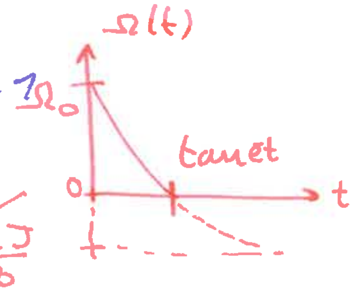
$\Leftrightarrow C_{em} < C_u + C_f \Leftrightarrow \Phi_0 i < \beta\Omega + C_u$

On peut donc augmenter le couple de frottement pour freiner le moteur.

ou alors simplement couper i

en roue libre : $J\dfrac{d\Omega}{dt} = -C_f - C_u = -\beta\,\Omega - C_u$

$\Leftrightarrow \dfrac{d\Omega}{dt} + \dfrac{\beta\Omega}{J} = -C_u$ équation différentielle d'ordre 1



Donc en roue libre, Ω décroît en exponentielle.
et s'arrête lorsque $\Omega = 0$.

5) $U_{nom} = E + RI_{nom}$

$\Leftrightarrow E = U_{nom} - RI_{nom} = 12 - 0{,}24 \times 2{,}50 = \underline{11{,}4\,V}$

or, $E = \Phi_0 \times \underbrace{\Omega}_{N_{nom}}$ $\qquad N_{nom} = 3000\ tr/min = \dfrac{3000 \times 2\pi}{60} = 314\ rad.s^{-1}$

donc $\Phi_0 = \dfrac{E}{N_{nom}} = \dfrac{11{,}4}{314} = \underline{3{,}63.10^{-2}\ V.s}$

6) équation électrique : $U = E + Ri + \cancel{L\dfrac{di}{dt}}$

↳ on néglige la chute de tension aux bornes de la bobine.

donc $U = E + Ri = \Phi_0\,\Omega + Ri$

équation mécanique : $J\dfrac{d\Omega}{dt} = \Phi_0\,i - \beta\,\Omega - C_u$

$\Leftrightarrow i = \dfrac{J}{\Phi_0}\dfrac{d\Omega}{dt} + \dfrac{\beta}{\Phi_0} + \dfrac{C_u}{\Phi_0}$

donc, comme $U = \Phi_0\,\Omega + Ri$,

$$U = \Phi_0\,\Omega + \frac{RJ}{\Phi_0}\frac{d\Omega}{dt} + \frac{R\beta}{\Phi_0}\Omega + \frac{C_u}{\Phi_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\Omega}{dt} + \left(\frac{\Phi_0^2}{RJ} + \frac{\beta}{J}\right)\Omega = \frac{C_u}{RJ} + \frac{U\Phi_0}{RJ}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\Omega}{dt} + \underbrace{\left(\frac{\Phi_0^2}{RJ} + \frac{\beta}{J}\right)}_{1/\tau}\Omega = \frac{1}{RJ}\left(C_u + U\Phi_0\right)$$

donc $\tau = \dfrac{RJ}{\Phi_0^2 + R\beta} = \dfrac{0{,}24 \times 10^{-5}}{(3{,}63.10^{-2})^2 + 0{,}24.10^{-5}} = \underline{1{,}8.10^{-3}\ s}$

pour trouver Ω_{lim}, on peut résoudre l'équation différentielle.

↳ pas forcément $\Omega_{lim} = \Omega(t \to \infty)$ = valeur en régime permanent pour $\frac{d\Omega}{dt} = 0$.

$$\Omega = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \underbrace{\frac{-C_u + U\Phi_0}{RJ} \times \tau}_{= \frac{-C_u + U\Phi_0}{\Phi_0^2 + R\beta}}$$

$$\boxed{\frac{d\Omega}{dt} + \frac{\Omega}{\tau} = \frac{\Omega_{lim}}{\tau}}$$

forme canonique de l'équa. diff

$\Omega(t=0) = 0$, donc $A = \frac{(-C_u + U\Phi_0)}{\Phi_0^2 + R\beta} \times (-1)$

$\Omega(t) = \Omega_{lim}(1 - e^{-t/\tau})$

finalement, $\Omega = \left(-\frac{-C_u + U\Phi_0}{\Phi_0^2 + R\beta}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{-C_u + U\Phi_0}{\Phi_0^2 + R\beta}$

$$\boxed{\Omega_{lim} = \frac{-C_u + U\Phi_0}{\Phi_0^2 + R\beta}}$$

Il faut 5τ pour atteindre Ω_{lim} à 1% près. $5\tau = 9{,}0\ ms$

7) En régime nominal, donc stationnaire,

$\cancel{J\frac{d\Omega}{dt}} = C_{em} - C_u - C_f$ ($\frac{d\Omega}{dt} = 0$) donc $C_u = C_{em} - C_f = \Phi_0 i_{nominal} - \beta \Omega_{nominal}$

$C_u = \Phi_0 I_{nom} - \beta . N_{nom} = 3{,}63 . 10^{-2} \times 2{,}50 - 10^{-5} \times \underbrace{374}_{(rad/s)} = 8{,}8 . 10^{-2}\ N.m$

oui

On a donc $\Omega_{lim} = \frac{-C_u + U\Phi_0}{\Phi_0^2 + R\beta} = \frac{-8{,}8 . 10^{-2} + 12 \times 3{,}63 . 10^{-2}}{(3{,}63 . 10^{-2})^2 + 0{,}24 . 10^{-5}} = \cancel{396{,}6}\ rad.s^{-1}$ 364

$= \cancel{3787}\ tr/min$ 3 300

équation électrique : $U = \cancel{\Phi_0 . \Omega} + Ri$

car au démarrage, $\Omega = 0$

donc $U = Ri_d \Leftrightarrow i_d = \frac{U}{R} = \frac{12}{0{,}24} = 50\ A \gg I_{nom}$

très important.

equation mécanique :

$$J\,\underbrace{\frac{d\Omega}{dt}}_{=0} = C_{em} - C_u - C_f$$ car moteur à l'arrêt

~~donc Cem = Cu + Cf~~

pour démarrer, il faut $J\frac{d\Omega}{dt} > 0$, donc $C_{em} - C_u - C_f > 0$

$\Leftrightarrow C_{em} > C_u + C_f$

$\Leftrightarrow \Phi_0 i > C_u + f\Omega$ or, avant le démarrage, le moteur est à l'arrêt, donc $\Omega = 0$

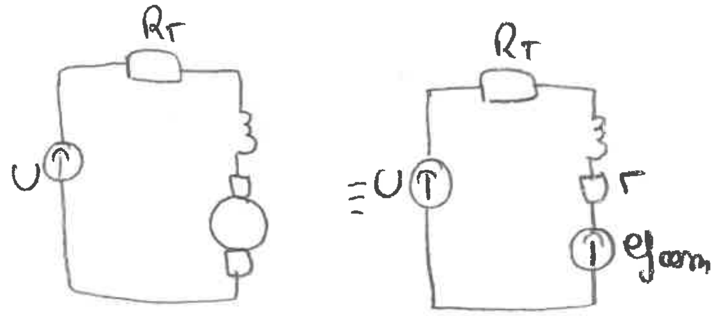
donc il faut $\Phi_0 i > C_u \Leftrightarrow \frac{\Phi_0 U}{R} > C_u$

$\Leftrightarrow U_{dmin} > \frac{R\,C_u}{\Phi_0} = \frac{0,24 \times 8,8 \cdot 10^{-2}}{3,63 \cdot 10^{-2}} = \underline{0,58\,V}$ TB

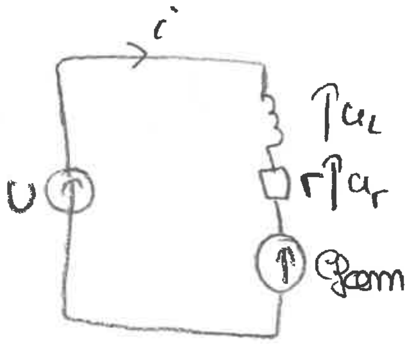
Exo II TD 27

BLONDEL Agathe
BRECHBIEHL Emma
LARGEAU Garance

Bon travail.



a) On court-circuite le rhéostat, on a donc :



D'après la loi des mailles :

$$e_{fcem} + ri + L\frac{di}{dt} = U$$

On se place dans le régime permanent : $e_{fcem} + ri = U$

Or $e_{fcem} = \varphi_0 \omega \Rightarrow \varphi_0 = \frac{e_{fcem}}{\omega} = \frac{U - ri}{\omega}$

AN : $\varphi_0 = \frac{210 - 5\times 2}{\frac{2\pi\times 2000}{60}} = 0,95 \text{ Wb}$

Et $C = \varphi_0 i = 0,95\times 2 = 1,9 \text{ N.m}$

b) Le rhéostat n'est plus en court-circuit.

On veut toujours $C = 1,9$ Nm ~~donc~~ et $\boxed{\varphi_0 = 0,95 \text{ Wb}}$ = constante

On cherche donc R tel que $\frac{e_{fcem}}{\omega} = \underbrace{0,95}_{=\varphi_0}$ où $\omega = 1000$ tr/min

$$e_{fcem} = U - (R+r)i$$

Donc $\frac{U-(R+r)i}{\omega} = (0,95)\ \varphi_0$

Ne mélangez pas expressions numériques et littérales.

$\Rightarrow R = \frac{1}{i}\left(U - (0,95)\ \varphi_0 \times \omega\right) - r$

(Donnez toujours le même nombre de chiffres significatifs)

AN : $R = \frac{1}{2}\left(210 - 0,95\times\frac{2\pi\times 1000}{60}\right) - 5 = 50,\cancel{3}\ \Omega$

c) $P_{utile} = C\omega = \varphi_0 i \omega = 0{,}95 \times 2 \times 104{,}7 = 199 \text{ W}$

Pour le rendement, on fait le rapport entre la puissance utile et la puissance du générateur

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{géné}} = \frac{\varphi_0 i \omega}{U \cdot i} = \frac{0{,}95 \times 104{,}7}{210} = 0{,}47$$

Dans ces conditions, le rendement est de 47%

d) On cherche R tel que le moteur ne tourne plus, donc tel que $C = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$

Donc $\dfrac{U - (R+r)i}{\omega} = 0$

$\Leftrightarrow R = \dfrac{U}{i} - r$

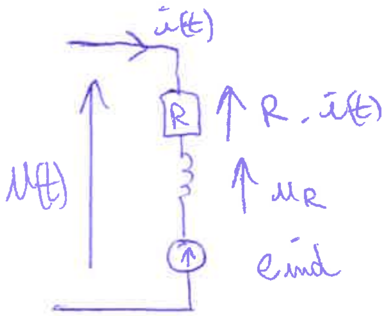
AN : $R = \dfrac{210}{2} - 5 = 100 \ \Omega$

Ce résultat est cohérent avec les données de départ car dans le cas où $R = R_T = 100 \ \Omega$ il faut court-circuiter le rhéostat pour que le moteur tourne.

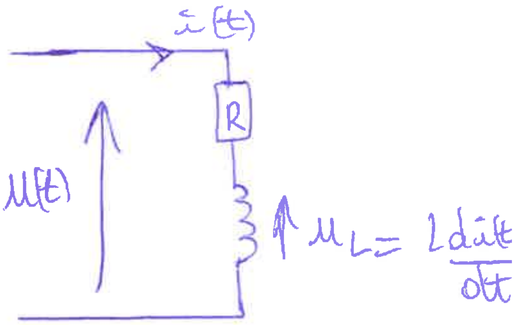
groupe 9.

TD n° 27 : Exercice III

1. Cas général :



Cas Rotor Bloqué :



$[\Omega = 0]$, $[e = \phi . \omega = 0]$

B

2. Dans le cas du rotor bloqué et en régime permanent

$\Omega = 0 \Rightarrow e = 0$ et $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u = Ri = 1{,}4\ V$ (graphe de tension)

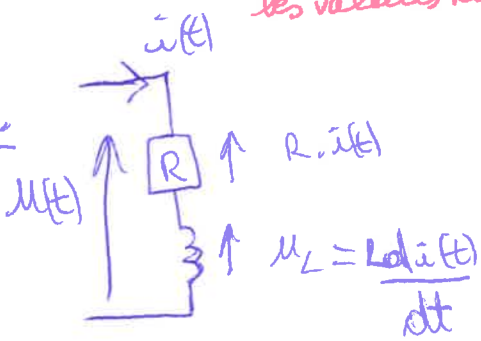
$\Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$

$\boxed{I \text{ en RP} \simeq 1{,}8\ A}$

lue sur le graphe
précisez où vous prenez les valeurs numériques.

A.N : $\left[R = \frac{1{,}4}{1{,}8} \simeq 0{,}72\ \Omega \right]$

L.



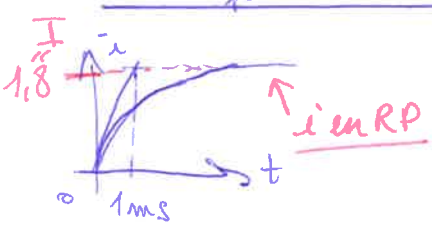
* Trouvons : $u = Ri + u_L$

$= Ri + L\frac{di}{dt}$

$\Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{u}{L}$

$\frac{R}{L} = \frac{1}{\tau}$

On τ peut être déterminé sur le graphique i(t) :



$\tau = 1ms$ donc $\tau = \frac{L}{R}$

A.N: $L = \tau \times R = 0{,}72 \times 10^{-3}\ H$

$[L = 7{,}2 \times 10^{-4}\ H]$

3. Essai sous tension réduite sinon I trop fort risque d'échauffer et endommager le moteur.

Exercice IV TD 27 Groupe 2.

1) ~~on~~ posons ω la vitesse de rotation en ~~tr/min~~

$\omega = N \frac{2\pi}{60}$ $f = 30 \, n$

⚠ $[n]$ tr.s^{-1} ↳ rad.s^{-1} et $[N]$ en tr.min^{-1}

$n = \frac{N}{60}$

2) On sait que $\omega \phi_0 = E$

On faisons donc une régression linéaire $E(f)$

sachant que $E = \omega \phi_0$

$= \frac{2\pi}{60} N \phi_0$ $N = 60n = \frac{60}{30} f$

$= \frac{2\pi \times 60}{60 \times 30} f \phi_0 = \frac{2\pi}{30} \phi_0 f = \frac{\pi}{15} \phi_0 f$

La régression linéaire a un coefficient de correlation de 1, elle est donc utilisable.

On trouve $E = 13{,}175 \cdot 10^{-3} f$

$\Rightarrow \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{1800}\,15} \phi_0 = 13{,}17 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \phi_0 = \cancel{3{,}77 \text{ m.NA}^{-1}}$

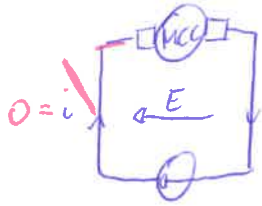
V.s (ou Wb)

$\boxed{\phi_0 = 63{,}0 \text{ Vs}}$

Groupe 5

TD-27 Exercice 5

1) Bilan des actions sur le rotor :



- Couple moteur $C = \Phi_0 i$
- Couple de frottement ~~(visqueur)~~ $C_r = C_{r0} + f\Omega$

On applique le théorème du moment cinétique ~~appliqué~~ au rotor :

$J\frac{d\Omega}{dt} = \underbrace{\cancel{C}}_{=0} + C_r$ or $C_r < 0$ à $t = 0$ MCC n'est plus alimentée $\Rightarrow i(t>0) = 0$

$\Leftrightarrow J\frac{d\Omega}{dt} = \underbrace{\cancel{\Phi_0 i}}_{=0} - C_{r0} - f\Omega$

$\Leftrightarrow J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = \underbrace{\cancel{\Phi_0 i}}_{=0} - C_{r0} \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} + \frac{f}{J}\Omega = \overbrace{\frac{\Phi_0 i - C_{r0}}{J}}^{=0}$

Graphiquement, Ω est soit une fonction constante ou affine, il est donc impossible de modéliser la fonction avec une équation différentielle, il faut donc $f = 0$

D'après le graphe : $i < 0$ on est en RP $\frac{d\Omega}{dt} = 0$

2) On a $C_r = C_{r0} = cte$ à $t = 0$ $i = 0$ $\Omega(t) \searrow$ linéairement

$\Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = -\,cst = -\frac{C_{r0}}{J}$

Pour $t \in [0, 1](s)$

$J\frac{d\Omega}{dt} = -C_{r0} = cte$ or J est constant donc $\frac{d\Omega}{dt}$ aussi.

Ainsi, $\frac{d\Omega}{dt} = \frac{0 - 1500}{1 - 0} = -1500$ tr/min $\rightarrow$ à mettre en rad.s^{-1} ⚠ unité.

On a alors $J_{exp} = \frac{-C_{r0}}{\frac{d\Omega}{dt}} = \frac{-8.10^{-3}}{-1500 \times \frac{2\pi}{60}} = 5,\cancel{3}.10^{-\cancel{6}\,5}$ kg.m^2

3) On pose r le rayon du MCC, $r = 2$ cm, et m sa masse, $m = 160$g

Par analyse dimensionnelle, $[J] = kg\ m^2 = [\text{masse} \cdot \text{surface}]$

$\Rightarrow J = 160.10^{-3}.\frac{(2.10^{-2})^2}{2} = \cancel{3,2.10^{-3}}\ 3,2.10^{-5}$ kg m^2 $\gg J_{exp}$

Les estimations sont trop ~~éloignées~~ de l'expérimentation, le ~~modèle calculatoire~~ est ~~inadapté~~

J pour un cylindre $= \frac{1}{2}mR^2$

↳ même odg.