

## Expériences de physique à bord de l'ISS

Depuis sa mise sur orbite, la Station Spatiale Internationale (ISS) abrite des modules-laboratoires permettant de réaliser des expériences de pointe dans l'espace et en microgravité. L'ISS étant le fruit d'une coopération internationale, elle comporte plusieurs modules : le laboratoire européen *Columbus*, le module américain *Destiny*, le module japonais *Kibō*, et le module russe *Nauka*. Depuis son lancement, plus de 3000 expériences ont été réalisées à bord allant de la physiologie à la physique fondamentale, en passant par la science des matériaux, la physique des fluides et l'astrophysique. Chaque mission réalisée par les spationautes comporte son programme scientifique et de recherche. Nous nous intéressons dans ce sujet à quelques expériences qui ont été conduites dans l'ISS lors des dix dernières années. Certaines expériences et certaines modélisations qui sont décrites dans ce sujet ne font pas directement appel à une situation de microgravité.

- Les applications numériques seront effectuées avec la précision qu'un calcul à la main permet aisément, et (sauf mention contraire) sans excéder deux chiffres significatifs. Les ordres de grandeur seront donnés avec un seul chiffre significatif. Les données numériques ont été choisies pour rendre aisés les calculs.
- Les références des questions abordées devront être indiquées de façon claire.
- Le sujet comporte 5 pages : les deux parties constituant ce sujet sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

### Notations, formulaire et données numériques.

- En coordonnées cylindriques, l'opérateur gradient appliqué à une fonction scalaire  $g$  s'écrit

$$\vec{\text{grad}} g = \frac{\partial g}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial g}{\partial z} \vec{e}_z$$

- Viscosité dynamique de l'air :  $\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Masse volumique de l'air :  $\rho_a = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Conductivité thermique de l'air :  $\kappa = 2,4 \times 10^{-2} \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'air à pression constante :  $c_p = 1,0 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
- Masse volumique de l'eau :  $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Accélération de la pesanteur terrestre :  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'aluminium :  $\rho = 2,7 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Module de YOUNG de l'aluminium :  $E = 6,9 \times 10^{11} \text{ Pa}$
- Coefficient de POISSON de l'aluminium :  $\nu = 3,3 \times 10^{-1}$
- Masse d'un atome de rubidium :  $M = 1,4 \times 10^{-25} \text{ kg}$
- Largeur radiative :  $\Gamma/2\pi = 6,0 \text{ MHz}$
- Longueur d'onde du laser :  $\lambda = 8,0 \times 10^2 \text{ nm}$
- Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- Charge élémentaire :  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Taille typique d'un atome :  $R = 10^{-10} \text{ m}$
- Masse de l'électron :  $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Permittivité du vide :  $\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
- Constante de BOLTZMANN :  $k_B = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
- Constante de PLANCK :  $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

# I Mouvement d'une goutte d'eau autour d'une aiguille

40 En 2012, l'astronaute américain Don PETTIT réalise à bord de l'ISS l'expérience suivante : il frotte une aiguille à tricoter en nylon avec une feuille de papier, ce qui a pour effet de charger l'aiguille supposée infiniment fine avec une densité linéique de charge  $\lambda < 0$  considérée constante et uniforme. Dans le même temps, il crée au voisinage de l'aiguille une goutte d'eau de masse  $m$  et de rayon  $R \approx 2$  mm à laquelle il donne une charge  $q > 0$ . Il constate que la goutte se met en orbite autour de  
45 l'aiguille, avec une pseudo-période de l'ordre de 3 s à une distance de l'aiguille de l'ordre de 1 cm. Le mouvement dure jusqu'à ce que la goutte s'écrase sur l'aiguille.

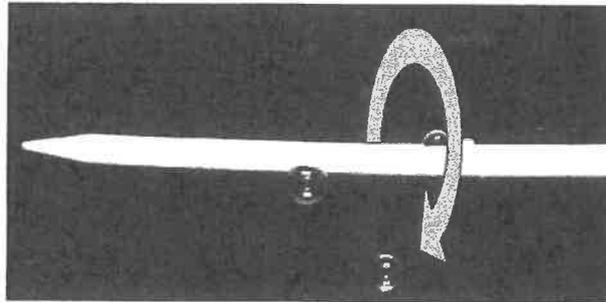


FIGURE 1 – Expérience de D. Pettit. La flèche grisée indique une rotation de la goutte autour de l'axe de l'aiguille.

Pour décrire cette situation, on se place dans un repère orthonormé muni des coordonnées cylindriques  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ , l'axe  $Oz$  étant confondu avec l'axe de l'aiguille. La position de la goutte, supposée ponctuelle, est repérée à tout instant par le point  $M(r, \theta, z)$ .

## 50 I.A Champ et potentiel électrostatiques produits par l'aiguille

1. En assimilant l'aiguille à un fil infini, établir l'expression du champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  produit par l'aiguille en fonction de  $\lambda$ ,  $\varepsilon_0$  et  $r$ .
2. En déduire, à une constante additive près, le potentiel électrostatique  $V(M)$  produit par l'aiguille.

## 55 I.B Étude du mouvement de la goutte

Dans un premier temps, on néglige les frottements de l'air sur la goutte, supposée de masse constante. Initialement,  $r(0) = r_0$ ,  $z(0) = 0$ ,  $\vec{v}(0) = v_0 \vec{e}_\theta$ .

3. Justifier que le mouvement est plan. En utilisant le théorème du moment cinétique, déterminer l'expression de  $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$  en fonction de  $r$ ,  $r_0$  et  $v_0$ .
4. Montrer que l'énergie mécanique de la goutte peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{p, \text{eff}}(r), \quad (1)$$

60 où  $E_{p, \text{eff}}(r) = \frac{\alpha}{r^2} + \beta \ln r$  et  $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ . On explicitera les constantes positives  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $\varepsilon_0$ ,  $m$ ,  $r_0$ ,  $v_0$ ,  $q$  et  $\lambda$ .

5. Tracer, en la justifiant, l'allure de l'énergie potentielle effective  $r \mapsto E_{p, \text{eff}}(r)$ . Conclure sur la nature des mouvements possibles de la goutte et sur l'existence d'états de diffusion.

- 65 6. On s'intéresse au cas d'un mouvement circulaire de rayon  $r_0$ . Établir l'expression de la vitesse de la goutte autour de l'aiguille en fonction de  $q$ ,  $\lambda$ ,  $m$  et  $\varepsilon_0$ , indépendamment de  $r_0$ . Conclure sur la stabilité de la trajectoire.

La vitesse initiale de la goutte est maintenant  $\vec{v}(0) = v_0 \vec{e}_\theta + \dot{z}(0) \vec{e}_z$ , avec  $\dot{z}(0) = \frac{dz}{dt}(t=0)$  non nulle.

- 70 7. Décrire le mouvement. On constate que si  $\dot{z}(0)$  n'est « pas trop grand », la goutte arrivée au bout de l'aiguille peut effectuer des allers-retours le long de l'aiguille. Expliquer cette observation et préciser ce que signifie « pas trop grand » dans ce contexte.

### I.C Prise en compte des frottements de l'air

75 Du fait des frottements de l'air sur la goutte, on observe que celle-ci finit par s'écraser sur l'aiguille au bout de plusieurs dizaines de secondes, après avoir effectué un certain nombre de tours. Pour simplifier, on suppose que la trajectoire de la goutte reste quasi-circulaire à tout instant,  $r(0) = r_0$  et  $\dot{z}(0) = 0$ . Afin de modéliser l'influence des frottements sur le mouvement de la goutte, on propose deux expressions de force différentes, données ci-dessous :

- \* l'une proportionnelle à la vitesse,  $\vec{F}_1 = -k_1 \vec{v}$  avec  $k_1 = 6\pi \eta R$ ;
- \* l'autre proportionnelle au carré de la vitesse,  $\vec{F}_2 = -k_2 \|\vec{v}\| \vec{v}$  avec  $k_2 = \frac{1}{4} \rho_a \pi R^2$ .

80 La viscosité dynamique de l'air est notée  $\eta$  et  $\rho_a$  désigne la masse volumique de l'air.

- 5/2 [ 8. Rappeler la définition et l'interprétation du nombre de REYNOLDS. Par un calcul d'ordre de grandeur, préciser et justifier le choix de la force de frottement.
9. On réalise l'approximation suivante : la trajectoire est considérée comme localement circulaire, c'est-à-dire que sur un tour,  $r(t) \approx \text{cste}$ . En déduire que  $v$  est une constante et donner son expression en fonction de  $q$ ,  $\lambda$ ,  $\varepsilon_0$  et  $m$ .
- 85 10. La goutte tend tout de même à s'écraser sur l'aiguille à cause de la force de frottement. Exprimer la puissance instantanée, notée  $\mathcal{P}$ , cédée par cette force à la goutte d'eau. Par un bilan d'énergie mécanique, montrer que le rayon de la trajectoire obéit à l'équation différentielle

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{r}{\tau}, \tag{2}$$

où  $\tau$  est une grandeur à exprimer en fonction de  $k_1$  ou  $k_2$ , et  $m$ .

11. En déduire la loi d'évolution  $r(t)$ . Évaluer numériquement la durée de chute de la goutte et commenter le résultat.
12. Calculer la variation relative de rayon au début de la trajectoire lorsque la goutte a effectué un tour autour de l'aiguille. Commenter la validité de l'approximation réalisée à la question 9.
- 90 13. On examine dans cette question la faisabilité de cette expérience sur Terre. Dans le cas du mouvement circulaire étudié précédemment, comparer en norme la force exercée par l'aiguille sur la goutte au poids que subirait la goutte sur Terre. Conclure quant à la faisabilité de cette expérience sur Terre.

### III.A Modèle de l'électron élastiquement lié

Comprendre l'origine et la forme des raies spectrales d'une source lumineuse nécessite l'élaboration de la physique quantique. Cependant, certains modèles classiques furent mis en place dès la découverte de l'électron. Ce premier modèle permet par la suite de comprendre l'interaction d'une onde avec la matière dans le but de ralentir des atomes.

Dans le modèle de J.J. THOMSON, l'électron se déplace dans une boule uniformément chargée de densité volumique de charge  $\rho$ , de rayon  $R$  et de charge totale  $q = e$  : on parle du modèle de l'électron élastiquement lié. On note  $O$  le barycentre des charges positives de l'atome, confondu avec le centre de la boule chargée, et  $M$  le point matérialisant la position de l'électron qui se déplace à l'intérieur de celle-ci.

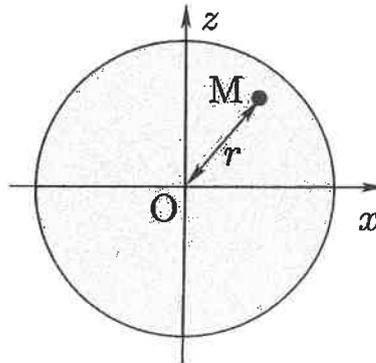


FIGURE 7 – Modèle de Thomson : schéma en coupe dans le plan  $(xOz)$ . La partie grisée représente la densité volumique de charge  $\rho$  positive.

On propose ici de déterminer l'expression de la force s'exerçant sur l'électron en l'absence de forces extérieures à l'atome. On note  $\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM}(t)$  le vecteur position de l'électron en fonction du temps.

- 225 27. En utilisant le théorème de GAUSS, déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  à une distance  $r < R$ . En déduire que la force électrique subie par l'électron peut s'écrire sous la forme d'une force de rappel élastique de longueur à vide nulle et de constante de raideur  $k$ , dont l'expression sera donnée en fonction de  $e$ ,  $\epsilon_0$  et  $R$ .
- 230 28. On suppose qu'à  $t = 0$  l'électron se situe à une distance  $r_0$  du centre  $O$ , barycentre des charges positives, et sans vitesse initiale. En l'absence de toute autre force, montrer que  $r(t) = r_0 \cos(\omega_0 t)$ . On donnera l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$ .
29. Dans ce modèle, on admet que le mouvement de l'électron engendre une onde électromagnétique, à l'origine des raies spectrales de l'atome. Donner un ordre de grandeur numérique de la constante de raideur  $k$  pour une raie spectrale dans le visible.
30. Exprimer l'énergie mécanique  $E_m$  de l'électron à  $t = 0$  et à une date quelconque  $t$ .

La théorie classique du rayonnement électromagnétique montre que toute charge accélérée rayonne de l'énergie. Ceci impose que l'électron en mouvement va perdre de l'énergie par émission d'ondes électromagnétiques. La puissance  $\mathcal{P}$  perdue par rayonnement sur une période est donnée par la formule de LARMOR :

$$\mathcal{P} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \langle \ddot{r}^2(t) \rangle, \quad (8)$$

235 avec  $\langle \dots \rangle$  la valeur moyenne effectuée sur une période d'oscillation. Afin de prendre en compte l'énergie perdue par rayonnement, on considère que le mouvement de l'électron est décrit par l'expression  $r(t) = r_0(t) \cos(\omega_0 t)$ , avec  $r_0(t)$  une fonction dépendant du temps. On suppose que la fonction  $r_0(t)$

a une durée caractéristique de variation très grande devant la période  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  d'oscillation. On peut donc considérer que l'expression de l'énergie mécanique établie à la question 30 reste valable à un instant  $t$  donné.

240

31. Après avoir exprimé  $\mathcal{P}(t)$  en fonction de l'énergie mécanique  $E_m(t)$  et de quantités constantes, établir l'équation différentielle vérifiée par  $E_m(t)$ .

32. En déduire l'expression de la durée caractéristique  $\tau_0$  de variation de l'énergie mécanique. Expliquer pourquoi  $\tau_0$  est appelé « temps de vie de l'état excité » d'un atome et donner un ordre de grandeur numérique de  $\tau_0$ .

245

La perte d'énergie continue due au rayonnement d'ondes électromagnétiques peut être modélisée par une force de frottement fluide d'expression  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau_0}\vec{v}$ , où  $\vec{v}$  est la vitesse de la charge accélérée. On supposera dans la suite que l'électron est également soumis à cette force de frottement.