

Expériences de physique à bord de l'ISS

Depuis sa mise sur orbite, la Station Spatiale Internationale (ISS) abrite des modules-laboratoires permettant de réaliser des expériences de pointe dans l'espace et en microgravité. L'ISS étant le fruit d'une coopération internationale, elle comporte plusieurs modules : le laboratoire européen *Columbus*, le module américain *Destiny*, le module japonais *Kibō*, et le module russe *Nauka*. Depuis son lancement, plus de 3000 expériences ont été réalisées à bord allant de la physiologie à la physique fondamentale, en passant par la science des matériaux, la physique des fluides et l'astrophysique. Chaque mission réalisée par les spationautes comporte son programme scientifique et de recherche. Nous nous intéressons dans ce sujet à quelques expériences qui ont été conduites dans l'ISS lors des dix dernières années. Certaines expériences et certaines modélisations qui sont décrites dans ce sujet ne font pas directement appel à une situation de microgravité.

➤ Les applications numériques seront effectuées avec la précision qu'un calcul à la main permet aisément, et (sauf mention contraire) sans excéder deux chiffres significatifs. Les ordres de grandeur seront donnés avec un seul chiffre significatif. Les données numériques ont été choisies pour rendre aisés les calculs.

➤ Les références des questions abordées devront être indiquées de façon claire.

Notations, formulaire et données numériques.

- En coordonnées cylindriques, l'opérateur gradient appliqué à une fonction scalaire g s'écrit

$$\vec{\text{grad}} g = \frac{\partial g}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial g}{\partial z} \vec{e}_z$$

- Viscosité dynamique de l'air : $\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Masse volumique de l'air : $\rho_a = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Conductivité thermique de l'air : $\kappa = 2,4 \times 10^{-2} \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'air à pression constante : $c_p = 1,0 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Accélération de la pesanteur terrestre : $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'aluminium : $\rho = 2,7 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Module de YOUNG de l'aluminium : $E = 6,9 \times 10^{11} \text{ Pa}$
- Coefficient de POISSON de l'aluminium : $\nu = 3,3 \times 10^{-1}$
- Masse d'un atome de rubidium : $M = 1,4 \times 10^{-25} \text{ kg}$
- Largeur radiative : $\Gamma/2\pi = 6,0 \text{ MHz}$
- Longueur d'onde du laser : $\lambda = 8,0 \times 10^2 \text{ nm}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Taille typique d'un atome : $R = 10^{-10} \text{ m}$
- Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
- Constante de BOLTZMANN : $k_B = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
- Constante de PLANCK : $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Lorsque l'on fait vibrer une plaque sur laquelle on place des particules comme du sel ou du sable, on observe des endroits où elle ne vibre pas et d'autres où, au contraire, les vibrations sont fortes. Ceci entraîne une agglomération de particules dans les lieux non vibrants, faisant émerger des formes baptisées figures de CHLADNI, en hommage au physicien E. CHLADNI qui les a découvertes en 1787. Ces figures dépendent en particulier de la fréquence de vibration, de la forme et des dimensions de la plaque choisie. Lors de sa dernière mission dans la Station Spatiale Internationale, Thomas PESQUET a eu l'occasion de revisiter cette expérience en trois dimensions, en plaçant dans un tube des particules et en les soumettant à des ondes ultrasonores, en l'absence de gravité. Cette expérience a été réalisée grâce au démonstrateur technologique TetrISS et sur proposition d'un groupe d'étudiants ayant participé au concours « Génération ISS ».

On étudie dans cette partie l'expérience historique de CHLADNI.

II.A Propagation d'ondes acoustiques dans les solides

La propagation des ondes acoustiques dans les solides peut être décrite par un modèle permettant d'exprimer la célérité des ondes en fonction de grandeurs physiques mésoscopiques, à savoir la masse volumique et le module de YOUNG. Le module de YOUNG, noté E , est défini à partir de la loi de HOOKE, exprimant la norme de la force élémentaire δF à appliquer à une portion de solide de surface élémentaire dS pour créer un allongement relatif $\partial\xi/\partial x$ dans la direction x , orthogonalement à dS :

$$\delta F = E \frac{\partial \xi}{\partial x} dS. \quad (3)$$

Dans cette loi, ξ représente le déplacement de la surface dS par rapport à sa position d'équilibre.

On propose de retrouver l'équation (3) en effectuant un raisonnement à l'échelle microscopique. Considérons un modèle simplifié dans lequel tous les atomes sont disposés sur les nœuds d'un réseau cubique. On note r_0 la distance entre atomes au repos et δN le nombre de liaisons traversant une section droite d'aire dS normale à la force mésoscopique appliquée. On suppose que la force de résistance à la traction microscopique de chaque liaison, faiblement étirée de r_0 à r , peut être modélisée par un rappel élastique de la forme $k(r - r_0)$ avec k la constante de raideur de la liaison exprimée en N.m^{-1} .

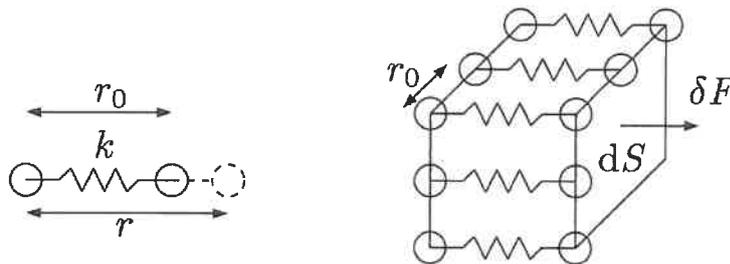


FIGURE 2 – Modélisation microscopique des liaisons entre atomes dans un réseau cubique.

14. Exprimer δN en fonction de dS et r_0 . Déterminer l'expression de la force δF et en déduire l'expression du module de YOUNG E en fonction des paramètres microscopiques k et r_0 .
15. Donner un ordre de grandeur du paramètre de maille d'un métal. Pour une liaison métallique pure, on donne $k \in [15, 40] \text{ N.m}^{-1}$. En déduire une estimation numérique de E . Comparer à la valeur tabulée de l'aluminium.

On étudie dans la suite la propagation d'une onde acoustique dans un solide de masse volumique ρ , de module de YOUNG E , de longueur L et de section S uniforme, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On considère une fine tranche initialement comprise entre les surfaces d'abscisses x et $x + dx$. À un instant t quelconque, ces surfaces sont respectivement situées en $x + \xi(x, t)$ et $x + dx + \xi(x + dx, t)$. Les déformations sont supposées suffisamment petites pour pouvoir se limiter à l'ordre le plus bas non nul en la perturbation $\xi(x, t)$.

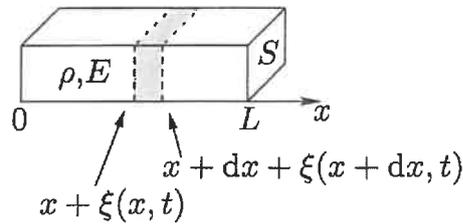


FIGURE 3 – Propagation d’une onde dans un solide de masse volumique ρ et de module de Young E . La partie grisée du solide représente la portion du solide comprise entre les abscisses $x + \xi(x, t)$ et $x + dx + \xi(x + dx, t)$.

- 130
16. Justifier que la largeur de la tranche à l’instant t reste approximativement égale à dx , puis déterminer la résultante des forces exercées sur la tranche considérée de la part des tranches adjacentes.
 17. Montrer que la perturbation $\xi(x, t)$ obéit à l’équation de D’ALEMBERT. Exprimer la célérité c associée en fonction de E et ρ , et vérifier sa dimension.
 18. Calculer numériquement c dans le cas de l’aluminium.

II.B Vibration d’une plaque en flexion pure

Dans un second modèle, on propose de modéliser les vibrations de la plaque dans l’expérience de CHLADNI par des déformations en flexion. Selon la théorie des plaques minces de KIRCHHOFF-LOVE, le déplacement vertical $z(x, y, t)$ de la plaque est régi par l’équation suivante

$$D\Delta(\Delta z) + \rho h \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0. \tag{4}$$

Dans cette équation, Δ représente l’opérateur laplacien et $\Delta(\Delta z)$ est donc le laplacien du laplacien du champ z . Par ailleurs, ρ désigne la masse volumique, h l’épaisseur de la plaque et D la rigidité en flexion de la plaque, elle-même définie par

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \tag{5}$$

avec ν , un coefficient sans dimension, appelé coefficient de POISSON. Lorsqu’un effort est appliqué dans une direction, le matériau peut se déformer selon d’autres directions. Le coefficient de POISSON d’un matériau est donc défini comme le rapport du rétrécissement relatif dans une direction orthogonale à l’effort (compté positivement si le matériau est effectivement rétréci) sur l’allongement relatif dans la direction de l’effort.

135

140 Considérons un matériau isotrope, de forme cubique, de côté ℓ et de volume V . On l’allonge d’une quantité $\delta\ell = \varepsilon\ell$ (avec $|\varepsilon| \ll 1$) selon l’une de ses directions principales. Son volume augmente alors d’une quantité δV .

19. Pour de petites déformations, montrer que la variation relative de volume s’écrit

$$\frac{\delta V}{V} = \varepsilon(1 - 2\nu). \tag{6}$$

En déduire la valeur de ν pour un matériau parfaitement incompressible.

On cherche une solution de l’équation des ondes de flexion de type onde plane progressive harmonique, de pulsation ω et de vecteur d’onde $\vec{K} = K\vec{u}$ avec \vec{u} un vecteur unitaire dans le plan (xy) .

- 145 20. Déterminer la relation de dispersion $\omega = f(K)$, puis les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g de ces ondes en fonction de ω , D , ρ et h . Expliquer, en justifiant, si les ondes se propagent avec ou sans dispersion, avec ou sans atténuation.

On suppose que la plaque est carrée de côté a . Afin de tenir compte de la présence des bords, on propose la solution suivante :

$$z(x, y, t) = A \sin(K_x x + \varphi_x) \sin(K_y y + \varphi_y) \sin(\omega t) . \quad (7)$$

Dans le cas d'une plaque simplement supportée sur tous ses bords, il faut imposer un déplacement vertical nul sur tous les bords de la plaque.

- 150 21. Établir l'expression mathématique de K_x et K_y et montrer que ces grandeurs sont quantifiées par des entiers naturels, notés respectivement m et n . En déduire les pulsations propres ω_{mn} en fonction de E , ρ , ν , h , a , m et n .

II.C Comparaison avec les résultats expérimentaux

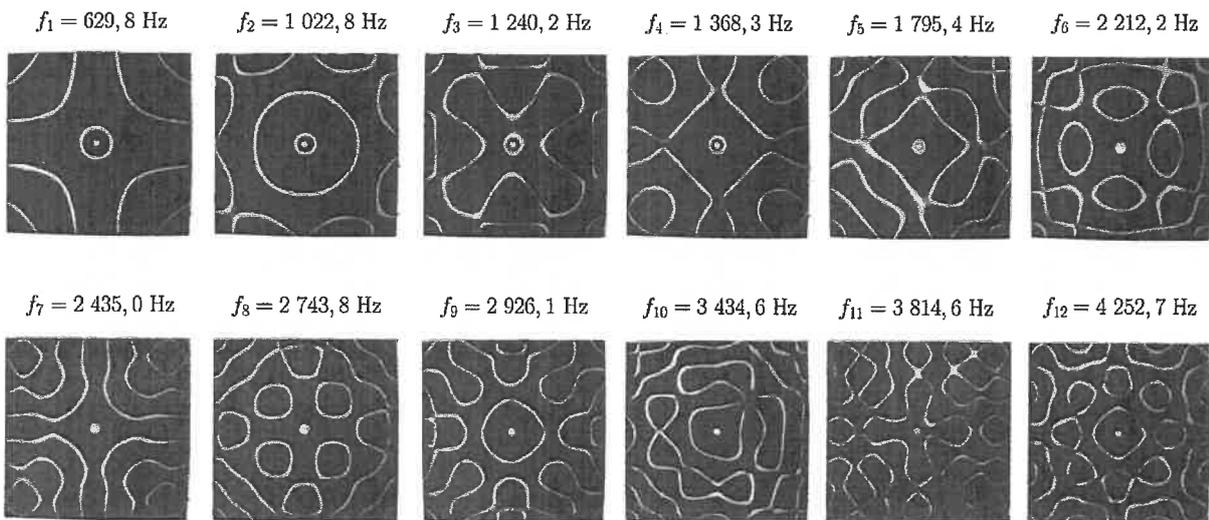


FIGURE 4 – Figures de Chladni observées avec la plaque d'épaisseur $h_1 = 1 \text{ mm}$. Pour chaque mode de résonance (un motif spatial), on précise la fréquence f_i associée, avec $i = 1, \dots, 12$. Source : The Journal of the Acoustical Society of America 137 (2015).

155 On cherche à confronter les modèles théoriques précédents à l'expérience. On dispose de trois plaques carrées en aluminium, de côté $a = 24,0 \text{ cm}$ et d'épaisseurs respectives $h_1 = 1 \text{ mm}$, $h_2 = 2 \text{ mm}$ et $h_3 = 5 \text{ mm}$. On visse la plaque d'épaisseur h_1 en son centre à une tige métallique. Après avoir saupoudré la plaque de billes de silice de diamètre $0,3 \text{ mm}$, on la place sous une cloche à vide et on impose à la tige un mouvement vertical sinusoïdal, dont l'amplitude et la fréquence sont contrôlées via un générateur de tension. Pour certaines fréquences particulières, notées f_i , où i est un entier naturel, on observe des figures de CHLADNI sur la plaque. La figure 4 illustre certains motifs observés expérimentalement.

- 165 22. Pour une onde stationnaire harmonique (monochromatique) solution de l'équation de D'ALEMBERT, rappeler l'expression de la distance entre deux nœuds de vibration consécutifs en fonction de la longueur d'onde λ . En estimant numériquement l'écart moyen entre deux lignes nodales voisines sur l'une des photos de la figure 4, montrer que le modèle décrit dans la sous-partie II.A est à exclure.

On considère à présent le modèle de vibration en flexion. On cherche à tester la validité de la relation de dispersion obtenue à la question 20.

On étudie tout d'abord l'influence de l'épaisseur h , pour une valeur de K fixée. On reporte dans le tableau ci-après les fréquences qu'il a fallu imposer pour obtenir la même figure de CHLADNI représentée en haut à gauche sur la figure 4, pour chacune des plaques.

Épaisseur de la plaque	$h_1 = 1 \text{ mm}$	$h_2 = 2 \text{ mm}$	$h_3 = 5 \text{ mm}$
$f_1 \text{ (Hz)}$	630	1 300	3 200

TABLEAU 1 – Influence de l'épaisseur de la plaque sur la fréquence d'un mode donné.

23. Analyser la cohérence des résultats avec le modèle. Expliquer les origines des éventuels écarts au modèle.

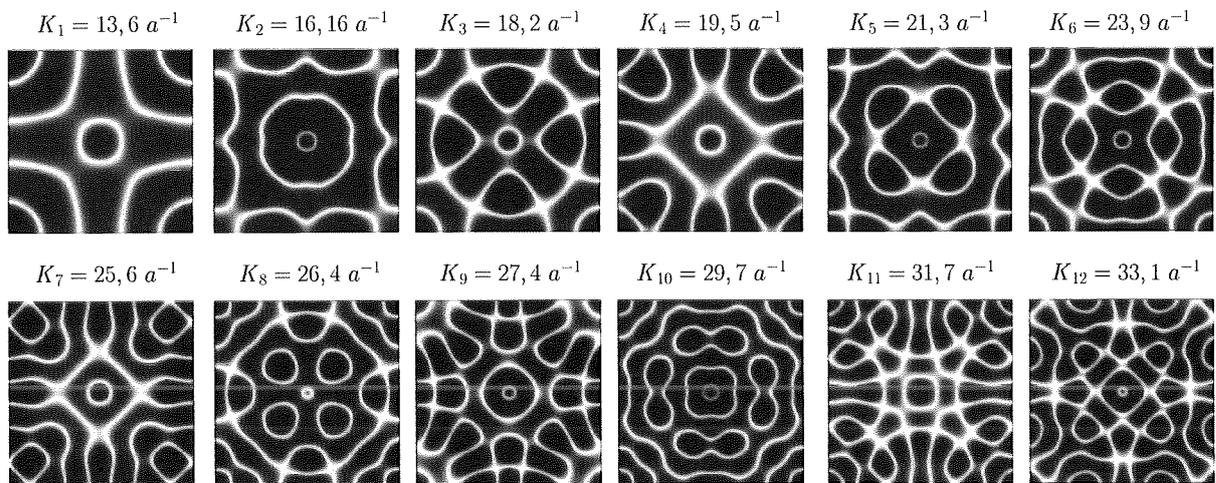


FIGURE 5 – Valeurs de K_i correspondant aux modes associés aux figures de Chladni illustrées sur la figure 4. Les motifs représentés sur la figure sont issus de simulations numériques. Source : The Journal of the Acoustical Society of America 137 (2015).

On étudie à présent l'influence de K , pour une épaisseur de la plaque fixée, avec $h = h_1 = 1 \text{ mm}$. Les conditions aux limites n'étant pas celles d'une plaque simplement supportée (les bords sont libres de vibrer), les expressions de K_x et K_y sont plus complexes que celles obtenues à la question 21. Par des simulations numériques non décrites dans ce sujet, il est toutefois possible de remonter aux valeurs de K_i , associées à chacun des modes présentés sur la figure 4, et exprimées en fonction de a^{-1} sur la figure 5. On reporte les résultats expérimentaux obtenus sur la figure 6.

24. Comparer quantitativement l'ajustement tiré des résultats expérimentaux de la figure 6 et la relation de dispersion trouvée à la question 20. Conclure.

L'expérience embarquée à bord de l'ISS a pour but d'observer des figures de CHLADNI en trois dimensions, en l'absence de gravité. Deux émetteurs à ultrasons de fréquence 40 kHz permettent de générer des ondes stationnaires dans un tube, et des billes en acier placées à l'intérieur sont susceptibles de s'immobiliser sur les nœuds de vibration. Un moteur pas à pas permet de faire varier la distance entre les émetteurs, modifiant ainsi les figures observées.

25. Proposer une hypothèse permettant d'assurer que l'agitation thermique de l'air ne va pas perturber l'observation d'une figure de CHLADNI dans ce cas de figure.

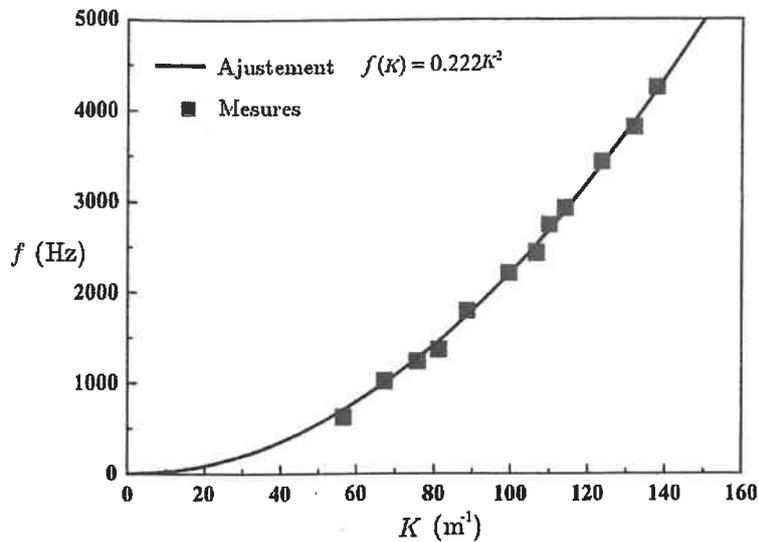


FIGURE 6 – Évolution de la fréquence f_i des modes de résonance en fonction du nombre d'onde K_i . L'ajustement en traits pleins a pour équation $f(K) = 0,222 K^2$. Source : The Journal of the Acoustical Society of America 137 (2015).

26. Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité du son dans l'air dans les conditions usuelles de température et de pression. En supposant des transferts thermiques purement conductifs, vérifier la validité de l'hypothèse précédente à partir d'un raisonnement en ordre de grandeur.

190