

Devoirs surveillé n° 2 8h00 – 12h00 4 heures

Calculatrices NON autorisées

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Toutes les interprétations seront comptabilisées

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 4 problèmes indépendants.

1^{er} problème : Evaluation de la variation du champ de pesanteur terrestre avec l'altitude

On considère une boule chargée uniformément (densité volumique de charge électrique ρ), de rayon R . Cette distribution de charges produit un champ électrique \vec{E} . On utilise les coordonnées sphériques (r, θ, φ) dont le centre O est le centre de la boule.

1 - Donner l'expression de la charge électrique totale, notée Q , portée par la boule, en fonction de ρ et de R .

2 - En explicitant les invariances et les symétries du problème, donner les variables dont dépend le champ électrique \vec{E} , ainsi que sa direction en fonction des vecteurs de la base sphérique.

3 - En utilisant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrique \vec{E} à la fois dans la boule et à l'extérieur.

Le calcul du champ \vec{E} ci-dessus est mathématiquement analogue au calcul du champ de pesanteur \vec{g} produit par une Terre à symétrie sphérique. Il est ainsi possible d'obtenir l'expression de l'intensité de la pesanteur $g(r)$ en fonction de la distance r au centre de la Terre :

$$g(r) = GM_T / r^2 ,$$

expression valable pour $r \geq R_T$, avec R_T le rayon de la Terre, M_T sa masse, et G la constante de gravitation universelle.

4 – Expliciter l'analogie qui a été réalisée pour obtenir le résultat précédent.

5 - En déduire l'expression de g en fonction de l'altitude z par rapport au sol, du rayon terrestre R_T , et de la valeur g_0 de la pesanteur en $z = 0$.

6 - À l'aide d'un développement limité à l'ordre 1 en z/R_T , donner l'expression de g pour $z \ll R_T$.

7 - De combien la pesanteur a-t-elle diminuée à une altitude de 6,4 km ? On prendra $R_T = 6400$ km. Est-ce en accord avec le tableau de données du document 1 ?

Altitude m	Température °C	Pression kPa	Accélération gravitationnelle g , m/s ²
0	15,00	101,33	9,807
200	13,70	98,95	9,806
400	12,40	96,61	9,805
600	11,10	94,32	9,805
800	9,80	92,08	9,804
1 000	8,50	89,88	9,804
1 200	7,20	87,72	9,803
1 400	5,90	85,60	9,802
1 600	4,60	83,53	9,802
1 800	3,30	81,49	9,801
2 000	2,00	79,50	9,800
2 200	0,70	77,55	9,800
2 400	-0,59	75,63	9,799
2 600	-1,89	73,76	9,799
2 800	-3,19	71,92	9,798
3 000	-4,49	70,12	9,797
3 200	-5,79	68,36	9,797
3 400	-7,09	66,63	9,796
3 600	-8,39	64,94	9,796
3 800	-9,69	63,28	9,795
4 000	-10,98	61,66	9,794
4 200	-12,3	60,07	9,794
4 400	-13,6	58,52	9,793
4 600	-14,9	57,00	9,793
4 800	-16,2	55,51	9,792
5 000	-17,5	54,05	9,791
5 200	-18,8	52,62	9,791
5 400	-20,1	51,23	9,790
5 600	-21,4	49,86	9,789
5 800	-22,7	48,52	9,785
6 000	-24,0	47,22	9,788
6 200	-25,3	45,94	9,788
6 400	-26,6	44,69	9,787
6 600	-27,9	43,47	9,786
6 800	-29,2	42,27	9,785
7 000	-30,5	41,11	9,785
8 000	-36,9	35,65	9,782
9 000	-43,4	30,80	9,779
10 000	-49,9	26,50	9,776
12 000	-56,5	19,40	9,770
14 000	-56,5	14,17	9,764
16 000	-56,5	10,53	9,758
18 000	-56,5	7,57	9,751

Document 1 : propriétés moyennes de l'air à haute altitude – en partie d'après relevés expérimentaux.

(Source : *Thermodynamique, une approche pragmatique*, Çengel et al.)

2^{er} problème : Prospection électromagnétique en Antarctique

L'Antarctique, continent situé autour du pôle Sud, est recouvert à 98 % d'une couche de glace pouvant atteindre 4 000 mètres d'épaisseur. C'est pourquoi la morphologie de son sous-sol reste encore peu connue, voire inconnue. La prospection électromagnétique est dès lors un outil très utile pour l'étude des sols et est actuellement largement utilisée pour étudier l'Antarctique.

On assimile le sol à un milieu conducteur de conductivité γ , de résistivité $\rho = 1/\gamma$. On modélise l'électrode en A du **document 1** par le schéma de la **figure 11**.

Dans le sol, on suppose que le vecteur densité de courant en un point M placé à une distance r de A est de la forme $\vec{j}(M) = j(r)\vec{u}_r$ en coordonnées sphériques

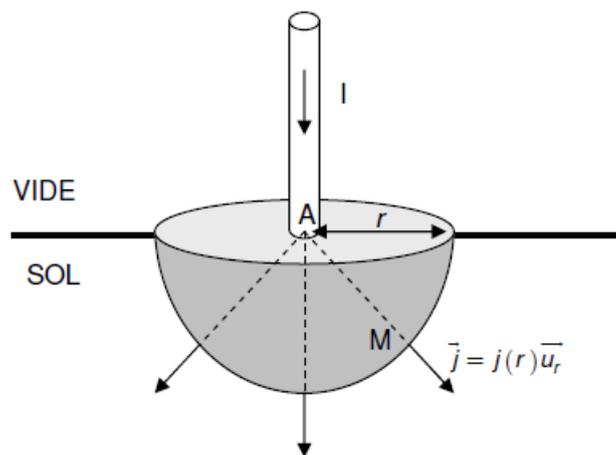


Figure 11 - Électrode au point A

Document 1 - Principe de la prospection électrique

La prospection électrique repose essentiellement sur l'interprétation de la résistivité électrique ρ d'un terrain. Sachant que l'on ne peut pas procéder à cette mesure en laboratoire sur un échantillon prélevé sur le terrain et sorti de son environnement, il est nécessaire de la réaliser in situ (**figure 10**).

On dispose en A une électrode parcourue par un courant I stationnaire qui se répartit uniformément dans le sol. Une contre-électrode placée en B permet de recueillir ce courant.

C'est par la mesure d'une différence de potentiel d'une part et d'une intensité d'autre part que l'on accède à la valeur de cette résistivité.

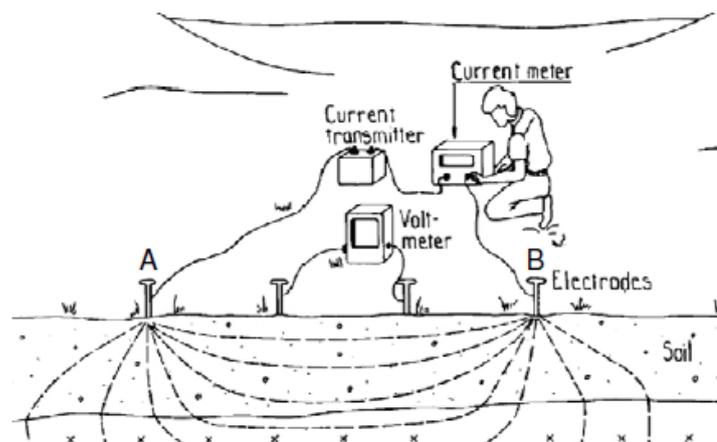


Figure 10 - Principe de la prospection électrique

Dubois Diament Cogné (2011), *Géophysique*, DUNOD

1. Rappeler l'équation locale de conservation de la charge. Simplifier cette équation en régime stationnaire. Comment peut-on alors qualifier le champ $\vec{j}(M)$?
2. Montrer alors que $j(r) = I / (2\pi r^2)$
3. En déduire l'expression de $\vec{E}(M)$
4. En déduire que le potentiel au point M, dû à la présence de l'électrode en A, est donné par $V_A(M) = \frac{\rho I}{2\pi r}$ en choisissant le potentiel à l'infini nul.

La contre-électrode placée dans le sol en B permet de recueillir le courant injecté en A et de fermer le circuit électrique (**figure 12**).

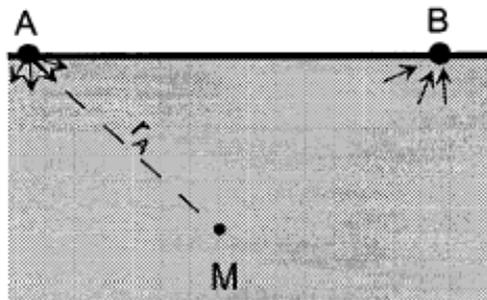


Figure 12 - Deux électrodes placées en A et B

5. Par analogie, établir l'expression du potentiel $V_B(M)$ créé en M par l'électrode placée au point B. En déduire que le potentiel résultant au point M s'écrit

$$V(M) = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right), \text{ avec } r_A \text{ et } r_B \text{ les distances respectivement AM et BM.}$$

6. Montrer que le plan contenant la médiatrice du segment AB est une surface équipotentielle de potentiel nul.

Lors d'une expérience sur le terrain, on injecte du courant dans le sol grâce à une batterie ou à un groupe électrogène relié aux deux électrodes A et B plantées dans le sol. On lit l'intensité du courant injecté sur un ampèremètre. On mesure des différences de potentiel sur le sol entre deux points M et N grâce à un voltmètre et deux autres électrodes plantées dans le sol au points M et N, comme représenté sur la figure 10.

On pose $\Delta V = V(M) - V(N)$ la différence de potentiel entre les points M et N.

7. Représenter le schéma du montage réalisé.
8. Montrer que la résistivité du sol s'écrit alors $\rho = \frac{2\pi \Delta V}{f I}$ où f correspond au facteur géométrique du montage à exprimer en fonction des distances AM, BM, AN et BN.

La **figure 14** représente quelques courbes équipotentielles à l'électrode $I = 100\text{mA}$. Les équipotentielles à $-0,02\text{ V}$ et $+0,02\text{ V}$ sont repérées sur la figure.

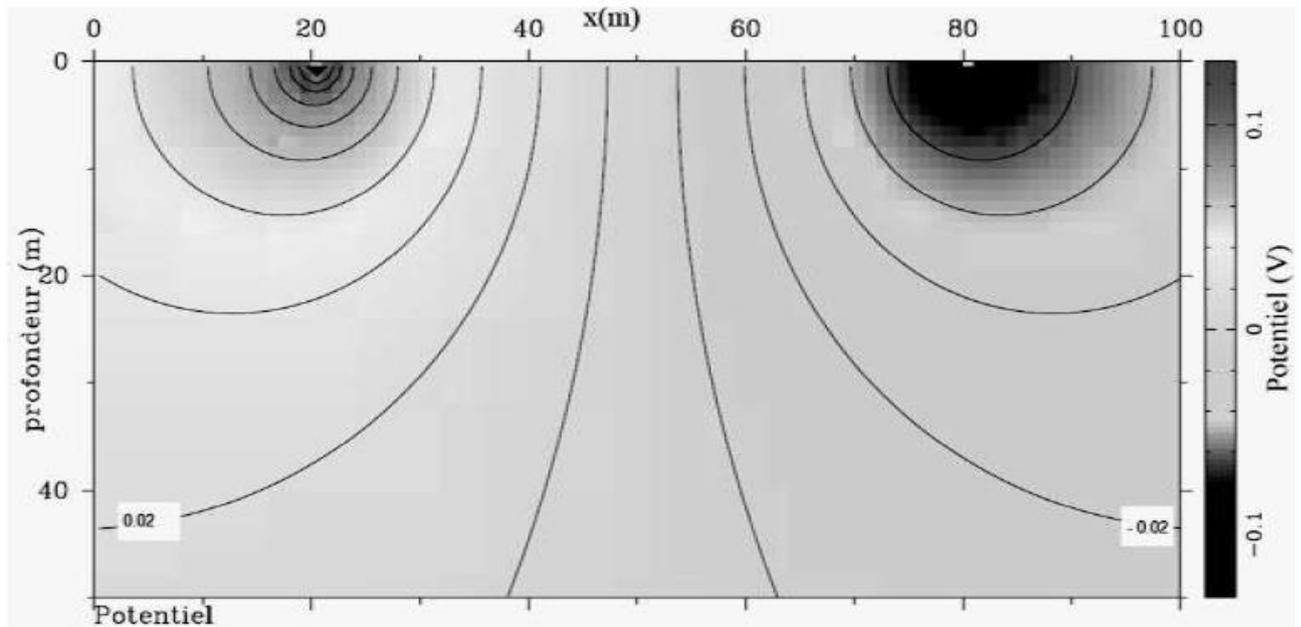


Figure 14 - Carte des équipotentielles, courant 100 mA, résistivité homogène

9. D'après cette carte, estimer la valeur de la résistivité du sol. Conclure sur la nature du milieu grâce aux données du tableau suivant

Eaux ou roches	Résistivité (en $\Omega \cdot m$)
Eau de mer	0,2
Eau de nappes	10 - 30
Eau de sources	1 000 - 10 000
Sables et graviers secs	50 - 500
Sables et graviers imbibés d'eau douce	2 - 20
Sables et graviers imbibés d'eau salée	300 - 10 000
Argiles	50 - 300
Marnes	300 - 10 000
Calcaires	20 - 100
Grès argileux	300 - 10 000
Grès, quartzites	0,5 - 5
Cinérites, tufs volcaniques	100 - 300

Dans le cas d'un sol inhomogène, on qualifie la résistivité de résistivité apparente ρ_a . La connaissance du facteur géométrique d'une part et la mesure de ΔV et I d'autre part permettent alors de tracer des cartes de résistivités apparentes exploitables en géologie.

10. D'après la **figure 15**, un géologue souhaitant sonder le sol en forte profondeur doit-il utiliser une grande distance A-B entre les électrodes ou une faible distance ? Peut-il conserver cette distance pour sonder le sol en surface seulement ?

Couches géologiques dans le sol

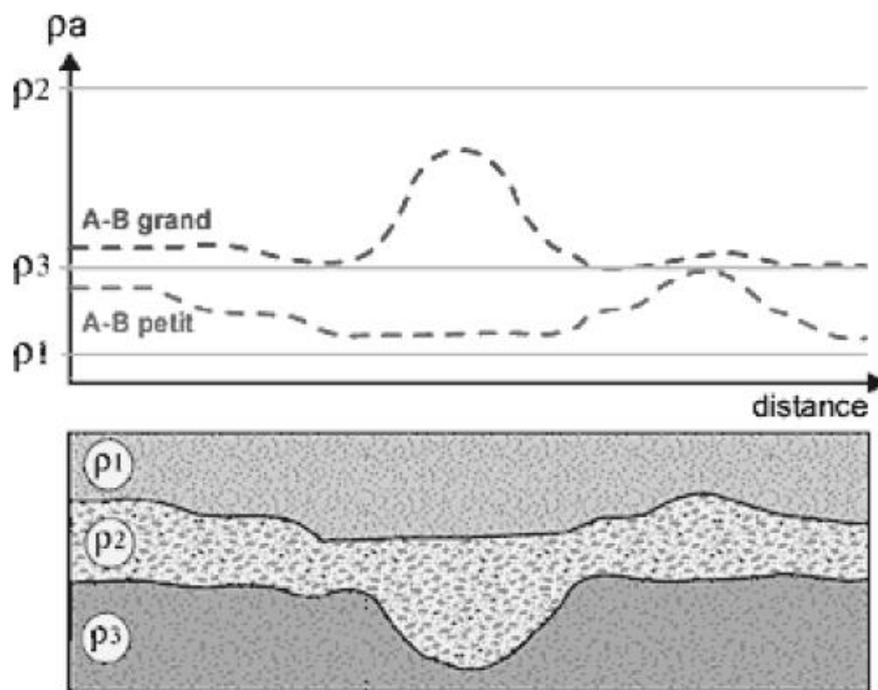


Figure 15 - Résistivité apparente pour un segment A-B petit et grand

3è problème : prise de vue

Partie I - Le stabilisateur d'image

Un des problèmes récurrents et que connaissent tous les photographes, professionnels ou amateurs, désirant immortaliser des phénomènes naturels est le " bougé " qui se produit lorsqu'une photographie est prise alors que le photographe est en mouvement. Le résultat est une image floue. Une des possibilités pour éviter ce phénomène consiste à augmenter la vitesse (diminuer la durée d'exposition) ce qui n'est pas toujours possible. Le premier système stabilisateur d'image a été inventé par Garrett Brown en 1972 et ne s'appliquait qu'aux caméras. Il était donc destiné aux professionnels du cinéma. À partir des années 2000, différents systèmes furent adaptés aux appareils photos.

Cette partie s'intéresse au fonctionnement d'un appareil capable de mesurer les mouvements que le photographe communique (volontairement ou non) au boîtier de l'appareil photo lors d'une prise de vue.

On considère un oscillateur mécanique (**figure 3**) constitué d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'extrémité supérieure est fixée sur la face supérieure horizontale d'une boîte. À l'extrémité inférieure du ressort est accrochée une plaque de masse m .

Ce système peut constituer un accéléromètre. Il pourra donc mesurer les accélérations de la boîte (qui modélise un appareil photo par exemple). On négligera d'éventuels mouvements autres que celui de translation verticale.

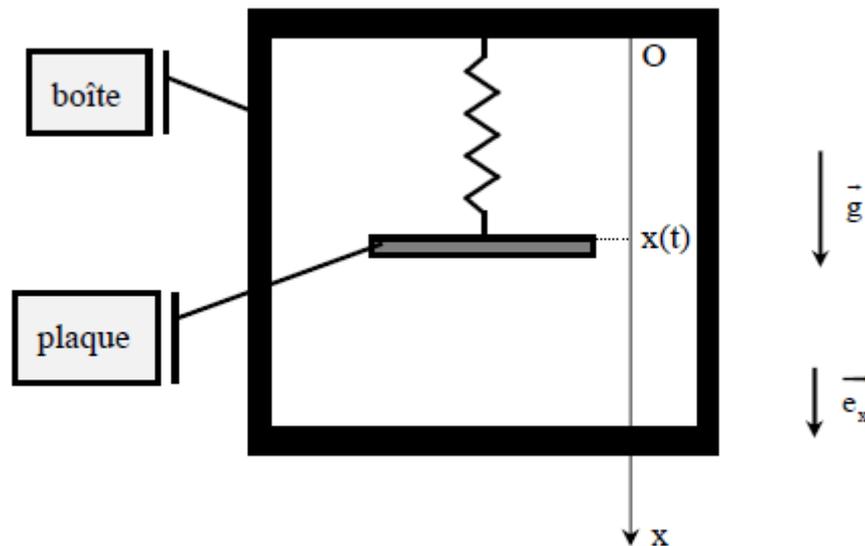


Figure 3 - Schéma simplifié d'un accéléromètre

On considère que la boîte est soumise à une accélération sinusoïdale $a(t) = A_m \cdot \cos(\omega t)$ d'amplitude A_m , de pulsation ω et de fréquence $f = \omega/2\pi$. On admet avoir atteint le régime sinusoïdal forcé et que le déplacement de la plaque par rapport à la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$ est de la forme $X(t) = x(t) - x_{\text{éq}}(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. X_m est un réel positif ou nul.

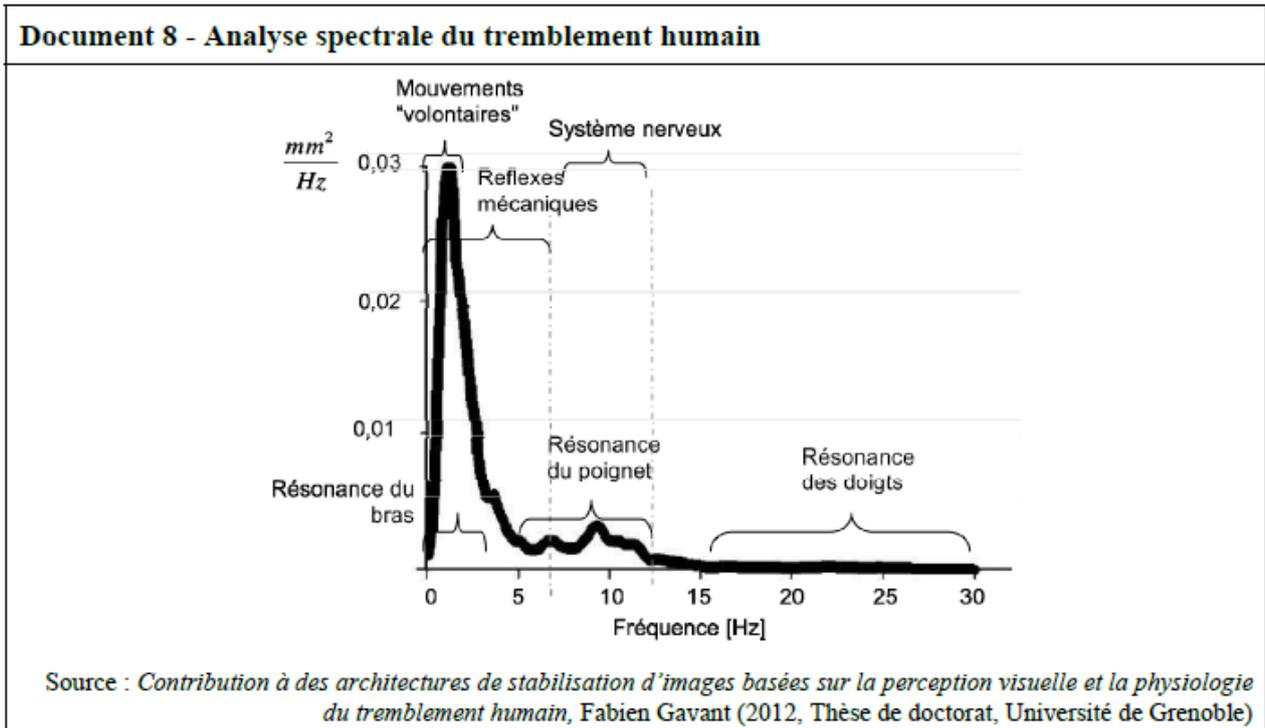
On montre que l'amplitude complexe $\underline{X} = |X_m|e^{i\varphi}$ s'écrit alors

$$\underline{X} = - \frac{A_m}{\omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q} + (j\omega_0)^2}$$

Q1. Montrer qu'il existe un domaine de fréquences pour lesquelles la réponse $X(t)$ est proportionnelle à l'accélération $a(t)$. Établir alors la relation entre $X(t)$ et $a(t)$ en fonction de ω_0 .

Le **document 8** est une synthèse de l'analyse spectrale du tremblement de la main (pour un être humain) ainsi que de ses origines. Il représente la répartition fréquentielle de l'amplitude des mouvements. L'unité de l'axe des ordonnées n'a pas d'importance pour la compréhension du graphique. Pour un accéléromètre fonctionnant selon le principe décrit précédemment, on suppose que $Q = 5$ et $\omega_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q2. À l'aide de ces valeurs et du document, indiquer si la condition évoquée en **Q1** est remplie pour cet accéléromètre.



Comme la réponse obtenue en **Q2** montre qu'il est possible de mesurer l'accélération de la boîte en mesurant directement le mouvement $X(t)$ de la plaque, on se propose d'effectuer cette mesure par une méthode électrostatique.

On considère un plan infini (assimilé au plan yOz) uniformément chargé en surface, avec une densité surfacique positive de charges notée σ (**figure 4**).

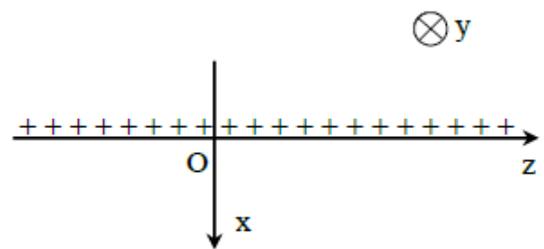


Figure 4 - Plan infini chargé

Q3. Déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ engendré par ce plan dans tout l'espace, en fonction de σ , de la constante ϵ_0 et d'un vecteur unitaire à préciser.

On modélise à présent un condensateur par deux plans infinis uniformément chargés : le plan A d'équation $x = 0$ porte une densité surfacique de charges $+\sigma$ et le plan B d'équation $x = e$ porte une densité surfacique de charge $-\sigma$, σ et e étant des constantes positives.

Q4. À partir du résultat de **Q3**, déterminer l'expression du champ électrostatique \vec{E} qui existe entre les plaques en fonction de σ et de la constante ϵ_0 . Que peut-on dire du champ électrostatique à l'extérieur des plaques ?

Établir l'expression de la différence de potentiel $U_{AB} = V_A - V_B$ en fonction de σ , e et de la constante ϵ_0 .

On considère à présent un condensateur réel (**figure 5**), constitué de deux plaques identiques de surface S placées parallèlement l'une à l'autre et séparées par une distance e . Elles portent des charges égales en valeur absolue et opposées en signe. La différence de potentiel entre ces plaques est notée U . La distance e étant faible au regard de la taille des plaques, on peut supposer que le champ électrostatique entre les plaques est le même que celui engendré par deux plans infinis portant des densités surfaciques de charges équivalentes.

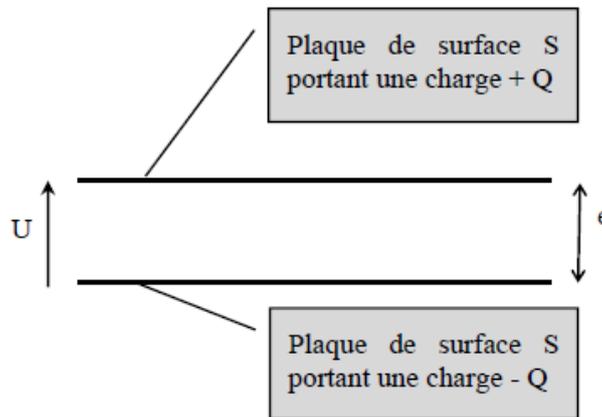


Figure 5 - Condensateur réel

Q5. Définir la capacité C de ce condensateur. Donner son expression en fonction de S , e et ϵ_0 . En déduire les unités de la constante ϵ_0 .

Application à la mesure d'une accélération

On envisage d'utiliser les résultats précédents pour mesurer une accélération. On réalise donc un système tel que la plaque soit une armature mobile d'un condensateur, l'autre armature étant fixe par rapport au boîtier. On mesure la position de l'armature mobile par la grandeur $x(t)$. Quand $x(t) = x_{eq}$, la distance entre les deux armatures est e . L'armature fixe porte une charge $+Q$ et l'autre armature porte une charge $-Q$. On note U la différence de potentiel entre les armatures.

Q6. Faire un schéma qui précise la position des deux armatures dans le dispositif. Établir l'expression de la tension U en fonction de Q , S , e , $X(t) = x(t) - x_{eq}$ et ϵ_0 . En déduire que la mesure de U permet d'avoir accès à l'accélération $a(t)$ que subit le boîtier par rapport au sol

Partie II - Principe de fonctionnement d'un flash

Pour effectuer des prises de vues en faible luminosité, il est possible d'utiliser un système complémentaire externe qui apporte de la lumière : le flash. Cette idée n'est pas récente puisque dès la fin du XIX^e siècle les photographes l'utilisaient. On obtenait alors une lumière intense en faisant bruler un ruban de magnésium ; mais ce système n'était guère pratique et parfois même dangereux. La première ampoule flash électrique fut inventée en 1925.

En simplifiant de façon importante, un flash se compose d'une pile (f.e.m. de 9 V) qui charge un condensateur dont la capacité vaut $C = 200 \mu\text{F}$. Quand celui-ci est chargé, une diode s'allume, indiquant que le flash est prêt à être utilisé. Lors du déclenchement de l'obturateur, le condensateur se décharge dans un tube contenant du xénon sous faible pression, ce qui provoque l'émission d'un éclair de courte durée.

L'énergie stockée dans le condensateur doit être de l'ordre de 10 J.

Q7. En déduire la tension U_0 sous laquelle il faut le charger. Commenter cette valeur.

Le condensateur, initialement chargé et présentant une tension U_0 à ses bornes, se décharge dans le tube à xénon qu'on modélise par une résistance $R = 1\Omega$

Q8. Faire un schéma du circuit électrique dans lequel s'insèrent le condensateur et le tube lors de la décharge. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur au cours de sa décharge.

Établir l'expression de la puissance $p(t)$ instantanée reçue par le tube au cours de sa décharge en fonction du temps.

Tracer l'allure de la courbe $p(t)$.

Q9. La durée de l'éclair produit par la décharge du condensateur est de l'ordre de $1/200$ s. Quelle fraction de l'énergie totale est reçue par le tube pendant cette durée ?

4^e problème : Étude d'un correcteur de facteur de puissance

Présentation générale

Le réseau électrique permet l'acheminement de l'énergie électrique des sites de production (centrales nucléaires, barrages hydroélectriques, parcs éoliens, etc.) vers les consommateurs. Cet acheminement engendre des pertes d'énergie dites pertes en ligne qu'il convient de minimiser. Dans la partie I de ce sujet, nous étudions le redresseur dit à capacité en tête qui est mis en œuvre dans de nombreux appareils électriques alimentés par le réseau électrique, mais qui ne permet pas de minimiser les pertes en ligne. Dans la partie II, un convertisseur statique, appelé correcteur de facteur de puissance, est étudié. Lorsqu'il est intercalé entre le réseau et une installation électrique domestique, il minimise les pertes en ligne.

Un formulaire et un recueil de fonctions du langage Python sont fournis en annexes au sujet

Partie I - Redresseur à capacité en tête

I.1 - Présentation du montage

Le schéma électrique du redresseur à capacité en tête est donné sur la figure 1. Les diodes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 constituent le pont de Graetz et sont supposées idéales.

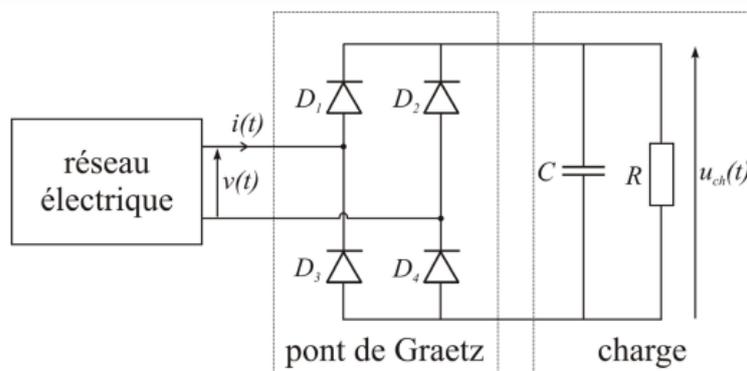


Figure 1 - Schéma électrique du redresseur à capacité en tête

Sauf mention explicite contraire, la tension du réseau sera modélisée dans l'ensemble du sujet par une sinusoïde $v(t) = V \cos(2\pi f t)$ avec :

$$V = \sqrt{2} \times 230 = 325 \text{ V et } f = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz}$$

Q1. On admet que si la charge ne comporte pas de condensateur alors :

- les diodes D_1 et D_4 sont passantes et les diodes D_2 et D_3 sont bloquées lorsque $v(t) > 0$;
- les diodes D_2 et D_3 sont passantes et les diodes D_1 et D_4 sont bloquées lorsque $v(t) < 0$.

Tracer alors l'allure de la tension $u_{ch}(t)$ si la charge n'est constituée que du résistor de résistance R .

Q2. Un condensateur de capacité C est placé en parallèle du résistor pour réduire l'ondulation de la tension déterminée à la question précédente. On admet que la tension aux bornes de la charge $u_{ch}(t)$ est quasiment constante lorsque le temps mis par le condensateur à se décharger dans le résistor est très long devant la période de $u_{ch}(t)$. Déterminer une inégalité entre R , C et T pour qu'il en soit ainsi.

La tension aux bornes de la charge sera supposée constante dans tout le reste du sujet.

1.2 - Spectre du courant de ligne

La figure 2 présente les chronogrammes de la tension du réseau $v(t)$ et du courant de ligne $i(t)$ mesurés expérimentalement en présence du redresseur à capacité en tête.

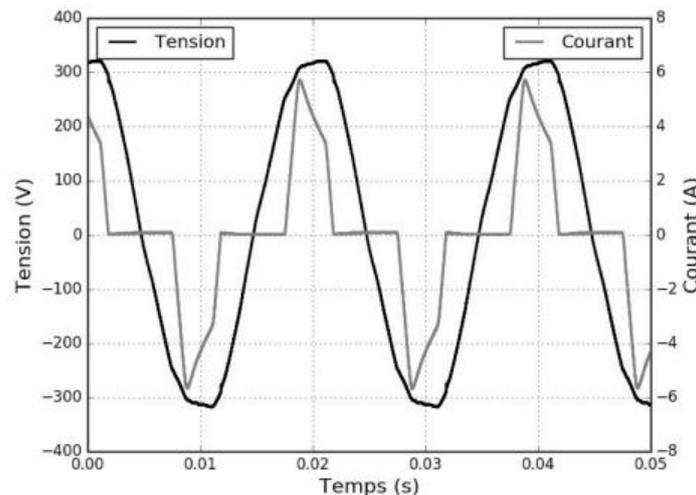


Figure 2 - Chronogrammes de la tension du réseau $v(t)$ et du courant de ligne $i(t)$

Un extrait du programme Python permettant de calculer le spectre du courant de ligne $i(t)$, tracé en figure 3, est donné dans le tableau 1. Les bibliothèques numpy et pyplot sont supposées installées de la manière suivante : `import numpy as np` et `import matplotlib.pyplot as plt`. Le courant de ligne $i(t)$, échantillonné à une fréquence de 50 kHz par l'oscilloscope utilisé, est supposé chargé dans un tableau numpy 1D noté "courant".

Q3. Compléter les lignes 2, 4, 6, 8, 10, 14, 15, 16, 17 et 18 de l'extrait de programme donné dans le tableau 1. On rappelle qu'un recueil de fonctions Python utiles est donné en annexe à ce sujet.

N°	Programme Python
1	# Fréquence d'échantillonnage
2	Fe = ...
3	# Nombre d'échantillons
4	N = ...
5	# Calcul de la transformée de Fourier discrète
6	fft_courant = ...
7	# Module de la transformée de Fourier discrète
8	mod_fft_courant = ...
9	# Vecteur fréquence
10	freq = ...
11	
12	# Tracé du spectre
13	plt.figure(1,figsize=(8,6))
14	plt.plot(...,color='gray',linewidth=2)
15	plt.xlim(...,...)
16	plt.xlabel(...,fontsize=16)
17	plt.ylim(...,...)
18	plt.ylabel(...,fontsize=16)
19	plt.tick_params(axis='both',labelsize=16)
20	plt.grid()
21	plt.show()

Tableau 1 - Programme de calcul du spectre du courant de ligne

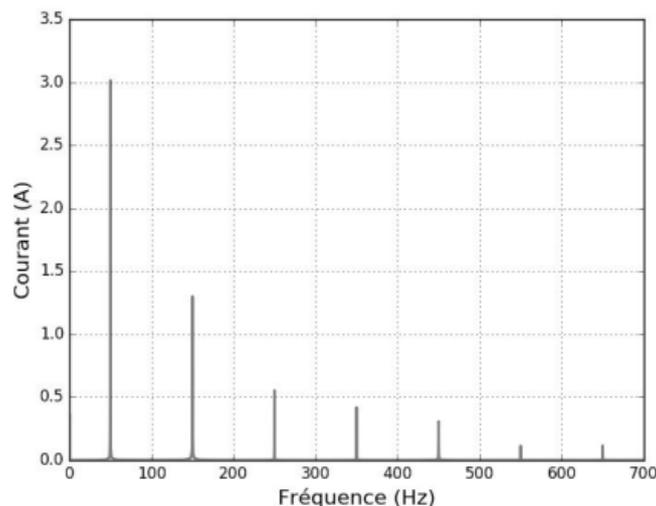


Figure 3 - Spectre en amplitude du courant

Le développement en série de Fourier (D.S.F.) de $i(t)$ est de la forme :

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(2\pi nft + \phi_n)$$

Q4. Donner les valeurs des coefficients I_n qui peuvent être déduites graphiquement du spectre en amplitude de $i(t)$ de la figure 3, obtenu à partir du programme. Que peut-on dire des harmoniques pairs ?

Q5. Retrouver par le calcul la constatation faite à la **Q4** en remarquant que le courant d'intensité $i(t)$ vérifie la symétrie de glissement : $i(t) = -i(t - T/2)$.

Partie II - Correcteur de facteur de puissance

Un correcteur de facteur de puissance est un dispositif de l'électronique de puissance qu'on intercale entre le réseau et la charge qui permet au courant de ligne d'être sinusoïdal et en phase avec la tension délivrée par le réseau. Le correcteur de facteur de puissance étudié ici est conçu à partir d'un hacheur survolteur.

II.1 - Hacheur survolteur

Le hacheur survolteur est tout d'abord utilisé pour transférer de la puissance entre une source de tension constante et positive U_0 et la charge. Le montage correspondant est donné sur la figure 6. Le transistor T_r et la diode D sont supposés idéaux. La tension aux bornes de la charge est supposée constante : $u_{ch}(t) = U_{ch}$, avec $U_{ch} > U_0$. Avec les conventions d'orientation précisées sur la figure 6, on note :

- respectivement $u_{Tr}(t)$ et $u_D(t)$ les tensions aux bornes de T_r et de D ;
- $i_L(t)$, $i_{Tr}(t)$ et $i_D(t)$ les courants traversant respectivement la bobine, T_r et D .

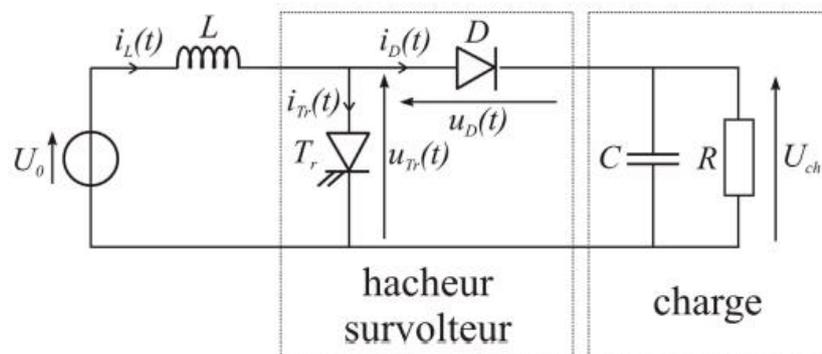


Figure 6 - Montage avec hacheur survolteur

Le signal de commande du transistor T_r est périodique de période T_H , il est tel que :

- pour $t \in [0, \alpha T_H[$, avec $\alpha \in]0, 1[$, le transistor T_r est fermé (on a donc $u_{Tr} = 0$) ;
- pour $t \in [\alpha T_H, T_H]$, le transistor T_r est ouvert (on a donc $i_{Tr} = 0$).

On étudie par la suite le régime établi de conduction continue pour lequel le courant d'intensité $i_L(t)$ dans la bobine ne s'annule pas. On notera I_{min} et I_{max} ses valeurs minimale et maximale respectivement.

Q6. Déterminer $u_{Tr}(t)$, $u_D(t)$, $i_L(t)$, $i_{Tr}(t)$ et $i_D(t)$ pour $t \in [0, \alpha T_H[$. On justifiera soigneusement l'état de la diode D .

Q7. Même question pour $t \in [\alpha T_H, T_H]$.

Q8. Tracer alors les allures des chronogrammes correspondants.

Q9. Établir la relation existant entre α , U_{ch} et U_0 dans ce régime de fonctionnement.

Q10. On a mesuré $\Delta I = I_{max} - I_{min} = 0,50$ A pour $\alpha = 0,50$, $U_0 = 80$ V et $T_H = 1,0 \times 10^{-3}$ s. Calculer numériquement la valeur de L .

ANNEXE 2 - FONCTIONS PYTHON UTILES

La bibliothèque numpy est supposée installée de la manière classique - `import numpy as np`.

np.dot (A, B) : retourne le produit de deux matrices $[A]$ et $[B]$.

A.T : retourne la transposée d'une matrice $[A]$.

len(X) : retourne le nombre d'éléments de l'objet X. Ce dernier peut être une liste ou un tableau numpy.

np.abs(X) : retourne un tableau dont les éléments correspondent aux modules des éléments du tableau X.

np.arange(a, b, p) : retourne un tableau 1D dont les éléments sont répartis avec un pas p entre a et b, a est le premier élément du tableau, le dernier élément est strictement inférieur à b. Si l'argument p n'est pas renseigné, il est pris par défaut égal à 1.

np.fft.rfft(X) : retourne, sous forme d'un tableau 1D de nombres complexes, la transformée de Fourier discrète du signal échantillonné correspondant à X, un tableau 1D dont les éléments doivent être réels. Les éléments du tableau retourné correspondent aux fréquences $n \frac{F_c}{N}$ avec $n \in \llbracket 0, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor \rrbracket$, N le nombre d'éléments de X et F_c la fréquence d'échantillonnage. Enfin, le facteur multiplicatif $2/N$ doit être appliqué au tableau 1D retourné pour obtenir le spectre du signal continu correspondant au signal échantillonné contenu dans X.

np.linspace(a, b, N) : retourne un tableau 1D de N éléments répartis linéairement entre a et b, a est le premier élément du tableau, b le dernier.

plt.plot(X, Y) : permet de tracer le tableau 1D Y en fonction du tableau 1D X. Les deux tableaux doivent avoir le même nombre d'éléments. Des arguments optionnels permettent de choisir la couleur du tracé, l'épaisseur du trait, etc.

plt.xlim(x_min, x_max) : permet de limiter un tracé aux abscisses comprises entre x_min et x_max.

plt.xlabel('titre abscisses') : permet d'attribuer un titre à l'axe des abscisses. Des arguments optionnels permettent de choisir la taille de la police, la couleur du texte, etc.

plt.ylim(y_min, y_max) : permet de limiter un tracé aux ordonnées comprises entre y_min et y_max.

plt.ylabel('titre ordonnées') : permet d'attribuer un titre à l'axe des ordonnées. Des arguments optionnels permettent de choisir la taille de la police, la couleur du texte, etc.