

Devoirs surveillé n° 2
8h00 – 12h00 4 heures

Calculatrices NON autorisées

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Toutes les interprétations seront comptabilisées. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Le devoir se compose de 3 problèmes indépendants.

1er problème : Protection des données bancaires par un conducteur

La protection du téléphone portable contre le piratage est devenue essentielle. On s'intéresse à la mise en place d'une protection simple en insérant une feuille d'aluminium dans la pochette du téléphone. En effet, les puces à distance (NFC-RFID) possèdent une antenne et un convertisseur de signal. L'antenne perçoit le signal de fréquence d'environ 14 MHz, émis à distance par le terminal et le convertisseur transforme ce signal en signal « horloge » qui sert à synchroniser les échanges de la puce et du terminal. À quelques mètres, on peut donc solliciter une puce NFC-RFID et recueillir ses données relativement aisément. Pour se prémunir d'un piratage, il suffit de protéger son téléphone à l'aide d'un feuillet constitué par exemple d'aluminium.

On considère l'aluminium comme un conducteur ohmique, homogène, isotrope et non magnétique. En son sein, les charges mobiles sont des électrons animés d'une vitesse d'ensemble $\vec{v}(t)$ soumis à l'action d'un champ électrique variable $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$. Les électrons libres, de masse m et de charge $-e$, sont soumis en outre selon le modèle de Drude, à une force $\vec{F}_f = -\frac{m}{\tau} \vec{v}(t)$ où τ est une constante physique traduisant les interactions avec l'ensemble du réseau cristallin, sa valeur est d'environ $1,0 \times 10^{-14}$ s. Le poids de ces charges est négligé. Le conducteur est immobile dans le référentiel d'étude, supposé galiléen.

Loi d'ohm locale

Q 1. Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ des électrons.

Q 2. Déterminer, en régime forcé, une expression de la vitesse sous la forme $\underline{\vec{v}} = \underline{\vec{v}}_o \exp(i\omega t)$ où $\underline{\vec{v}}_o$ est l'amplitude vectorielle complexe de la vitesse que l'on exprimera en fonction des données du problème.

Q 3. On note n^* la densité volumique, supposée constante, d'électrons libres. Déterminer l'expression, en notation complexe, du vecteur densité de courant $\underline{\vec{j}}$.

Q 4. Montrer alors que l'on peut établir une loi d'ohm locale complexe en considérant que la conductivité électrique du milieu $\underline{\gamma}$ peut s'écrire, en notation complexe, sous la forme $\underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1+ig(\omega)}$ où γ_0 correspond à la conductivité électrique « statique » et $g(\omega)$ à une fonction de la pulsation. On exprimera ces deux grandeurs en fonction des données de l'énoncé.

Q 5. Déterminer la valeur de la fréquence limite f_{lim} en dessous de laquelle on peut considérer que la loi d'ohm en notation réelle peut s'écrire sous la forme $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E}$

Q 6. Peut-on écrire la loi d'Ohm sous la forme $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E}$ pour les communications NFC-RFID ?

2è problème : Étude d'un modèle gravimétrique de la Terre

On considère que l'intérieur de la Terre est constitué d'une succession de couches de propriétés physiques différentes, telles que représentées à la figure 1 :

— au centre, le noyau forme 17 % du volume terrestre et se divise en :

- la graine (ou le noyau interne), essentiellement constitué de fer solide,
- le noyau externe, essentiellement constitué de fer liquide ;

— dans la partie intermédiaire, le manteau constitue 81 % du volume terrestre ;

— en surface, la croûte solide représente moins de 2 % du volume terrestre.

Le problème aborde divers phénomènes et modèles en relation avec cette structure.

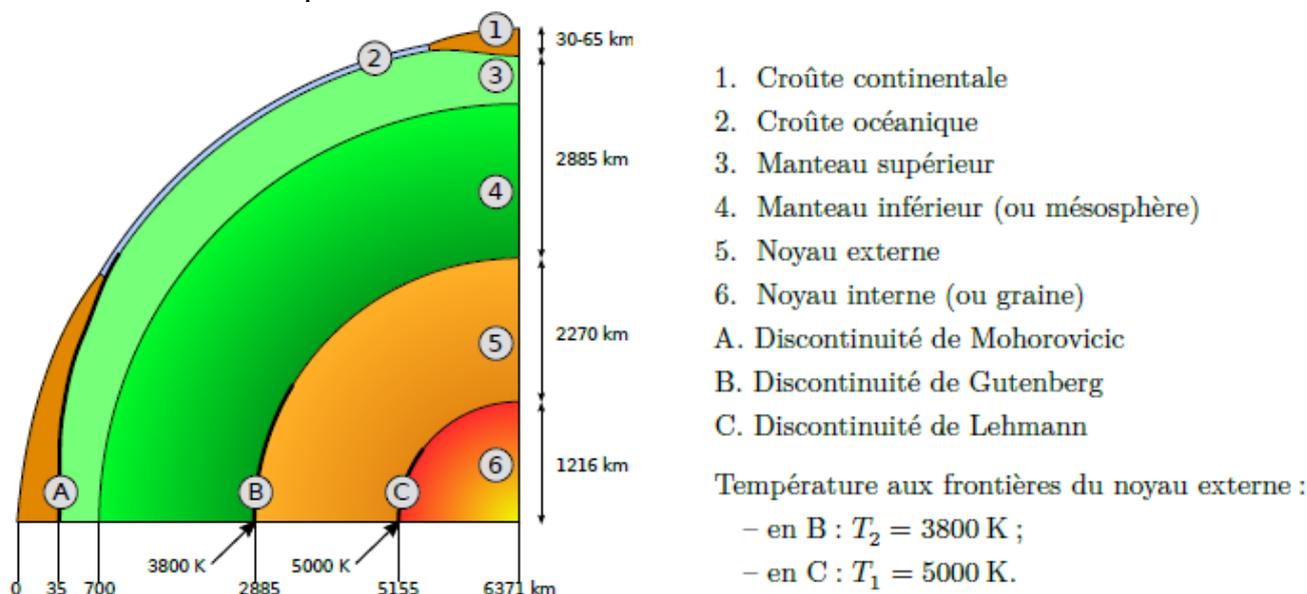


Figure 1 Structure de la Terre. D'après Wikipédia.

Préliminaire : l'analogie électrostatique-gravitation

Q 1. En utilisant l'analogie entre le champ électrostatique et le champ gravitationnel, montrer que ce dernier, noté $\vec{\mathcal{G}}$ vérifie l'équation locale $\text{div} \vec{\mathcal{G}} = -4\pi G \mu$ où G est la constante universelle de gravitation et μ la masse volumique locale. En déduire l'énoncé du théorème de Gauss de la gravitation (analogue du théorème de Gauss de l'électromagnétisme).

Un premier modèle gravimétrique fruste de la Terre

Dans ce premier modèle, on assimile la Terre à une boule T_h de centre O , de rayon $R_T = 6400 \text{ km}$ et de masse M_T uniformément répartie en volume. Celle-ci est à l'origine d'un champ gravitationnel noté $\vec{\mathcal{G}}_{T_h}$. On note $\mu_0 = 5,51 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique moyenne de la Terre (qui s'identifie ici à la masse volumique en chacun de ses points).

Q 2. Déterminer le champ gravitationnel $\vec{\mathcal{G}}_{T_h}$ en tout point de l'espace en introduisant un système de coordonnées adapté.

Q 3. Tracer sa norme en fonction de la distance r au centre O .

Q 4. Donner un ordre de grandeur de sa valeur \mathcal{G}_0 à la surface de la Terre.

Un second modèle gravimétrique (noyau + manteau) de la Terre

Le modèle précédent est fruste puisqu'il ne tient pas assez compte de la structure interne de la Terre. On rencontre dans la littérature un second modèle, où la Terre est toujours assimilée à une boule de centre O et de rayon R_T avec une répartition de masse à symétrie sphérique de centre O ; mais cette répartition est cette fois-ci inhomogène de sorte que la norme \mathcal{G}_T du champ gravitationnel interne en fonction de la distance r au centre O présente l'allure précisée à la figure 4.

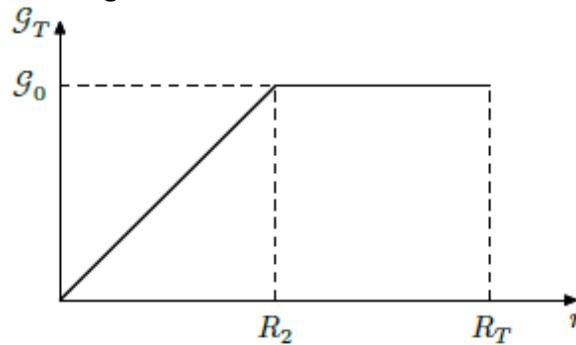


Figure 4 Champ de gravitation terrestre à l'intérieur de la Terre pour un modèle (noyau + manteau).

On distingue deux parties dans ce modèle (noyau + manteau) : la discontinuité de Gutenberg définie à la figure 1 correspond à la distance $r = R_2$.

On note toujours μ_0 la masse volumique moyenne de la Terre.

Q 5. Justifier que la valeur de \mathcal{G}_0 à la surface de la Terre dans le cadre de ce modèle est inchangée par rapport à celle évaluée à la question **Q 4**.

Q 6. A partir de l'équation locale de la **Q1**, déterminer la distribution de masse volumique $\mu(r)$ pour la Terre dans ce modèle. L'exprimer en fonction de R_T , R_2 et μ_0 dans le noyau et en fonction de R_T , M_T et r dans le manteau.

Q 7. Tracer l'allure de cette distribution de masse volumique $\mu(r)$ en précisant les valeurs numériques remarquables.

A partir de l'étude de la propagation d'ondes sismiques dans la terre on a obtenu le graphe ci-dessous.

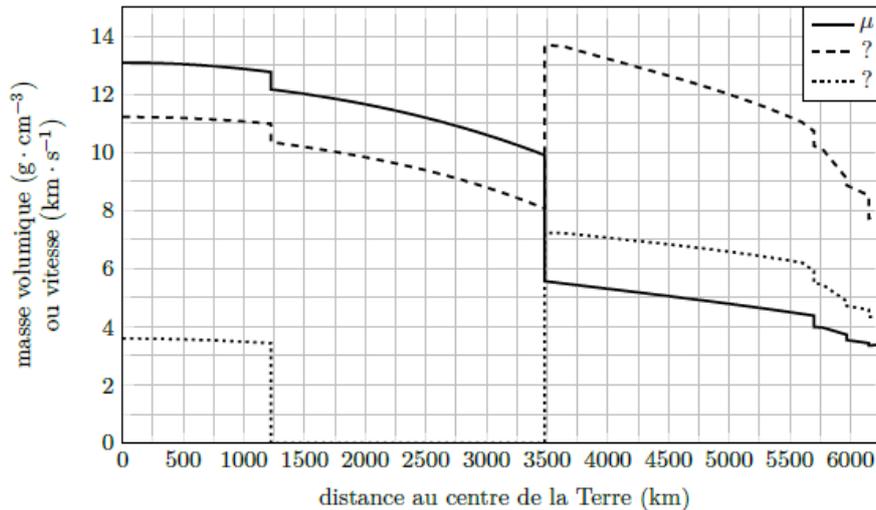


Figure 3 Profils de la masse volumique et des vitesses des ondes P et S dans le modèle PREM. D'après Dziewonski A. M., Anderson D. L., 1981. *Preliminary reference Earth model*. Physics of the Earth and Planetary Interiors. Vol. 25, n° 4, p. 297-356.

Q8. Discuter les similitudes et les différences de ce modèle avec le profil de masse volumique donné par le modèle PREM sur la figure 3.

3^e problème : Étude d'un correcteur de facteur de puissance

Présentation générale

Le réseau électrique permet l'acheminement de l'énergie électrique des sites de production (centrales nucléaires, barrages hydroélectriques, parcs éoliens, etc.) vers les consommateurs. Cet acheminement engendre des pertes d'énergie dites pertes en ligne qu'il convient de minimiser. Dans la partie I de ce sujet, nous étudions le redresseur dit à capacité en tête qui est mis en œuvre dans de nombreux appareils électriques alimentés par le réseau électrique, mais qui ne permet pas de minimiser les pertes en ligne. Dans la partie II, un convertisseur statique, appelé correcteur de facteur de puissance, est étudié. Lorsqu'il est intercalé entre le réseau et une installation électrique domestique, il minimise les pertes en ligne.

Un formulaire et un recueil de fonctions du langage Python sont fournis en annexes au sujet

Partie I - Redresseur à capacité en tête

I.1 - Présentation du montage

Le schéma électrique du redresseur à capacité en tête est donné sur la figure 1. Les diodes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 constituent le pont de Graetz et sont supposées idéales.

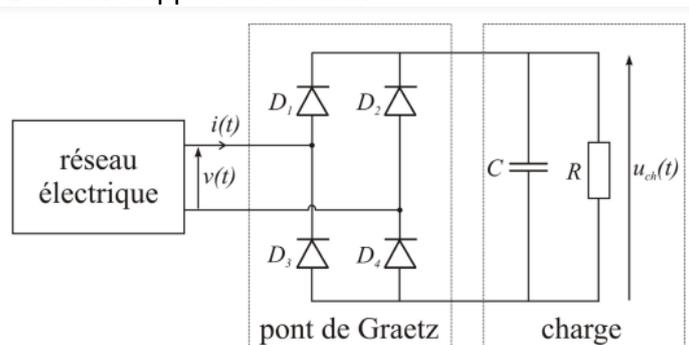


Figure 1 - Schéma électrique du redresseur à capacité en tête

Sauf mention explicite contraire, la tension du réseau sera modélisée dans l'ensemble du sujet par une sinusoïde $v(t) = V \cos(2\pi f t)$ avec :

$$V = \sqrt{2} \times 230 = 325 \text{ V et } f = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz}$$

Q1. On admet que si la charge ne comporte pas de condensateur alors :

- les diodes D_1 et D_4 sont passantes et les diodes D_2 et D_3 sont bloquées lorsque $v(t) > 0$;
- les diodes D_2 et D_3 sont passantes et les diodes D_1 et D_4 sont bloquées lorsque $v(t) < 0$.

Tracer alors l'allure de la tension $u_{ch}(t)$ si la charge n'est constituée que du résistor de résistance R .

Q2. Un condensateur de capacité C est placé en parallèle du résistor pour réduire l'ondulation de la tension déterminée à la question précédente. On admet que la tension aux bornes de la charge $u_{ch}(t)$ est quasiment constante lorsque le temps mis par le condensateur à se décharger dans le résistor est très long devant la période de $u_{ch}(t)$. Déterminer une inégalité entre R , C et T pour qu'il en soit ainsi.

La tension aux bornes de la charge sera supposée constante dans tout le reste du sujet.

I.2 - Spectre du courant de ligne

La figure 2 présente les chronogrammes de la tension du réseau $v(t)$ et du courant de ligne $i(t)$ mesurés expérimentalement en présence du redresseur à capacité en tête.

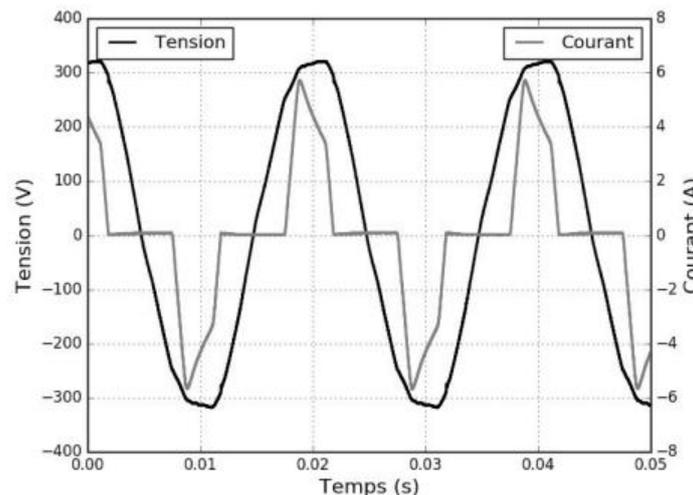


Figure 2 - Chronogrammes de la tension du réseau $v(t)$ et du courant de ligne $i(t)$

Un extrait du programme Python permettant de calculer le spectre du courant de ligne $i(t)$, tracé en figure 3, est donné dans le tableau 1. Les bibliothèques numpy et pyplot sont supposées installées de la manière suivante : `import numpy as np` et `import matplotlib.pyplot as plt`. Le courant de ligne $i(t)$, échantillonné à une fréquence de 50 kHz par l'oscilloscope utilisé, est supposé chargé dans un tableau numpy 1D noté "courant".

Q3. Compléter les lignes 2, 4, 6, 8, 10, 14, 15, 16, 17 et 18 de l'extrait de programme donné dans le tableau 1. On rappelle qu'un recueil de fonctions Python utiles est donné en annexe à ce sujet.

N°	Programme Python
1	# Fréquence d'échantillonnage
2	Fe = ...
3	# Nombre d'échantillons
4	N = ...
5	# Calcul de la transformée de Fourier discrète
6	fft_courant = ...
7	# Module de la transformée de Fourier discrète
8	mod_fft_courant = ...
9	# Vecteur fréquence
10	freq = ...
11	
12	# Tracé du spectre
13	plt.figure(1,figsize=(8,6))
14	plt.plot(...,color='gray',linewidth=2)
15	plt.xlim(...,...)
16	plt.xlabel(...,fontsize=16)
17	plt.ylim(...,...)
18	plt.ylabel(...,fontsize=16)
19	plt.tick_params(axis='both',labelsize=16)
20	plt.grid()
21	plt.show()

Tableau 1 - Programme de calcul du spectre du courant de ligne

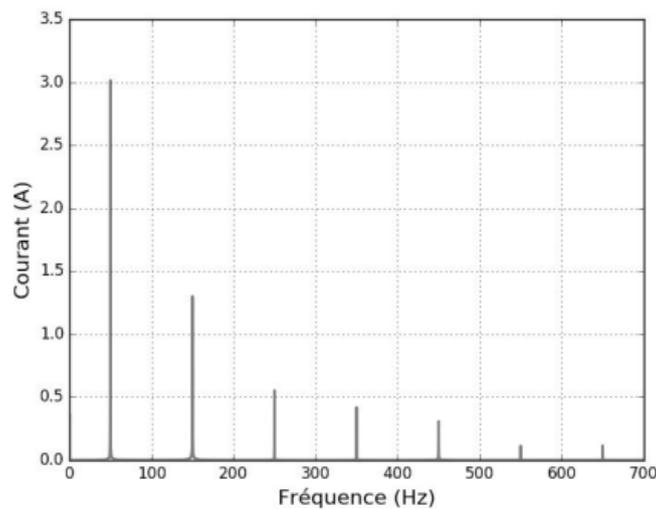


Figure 3 - Spectre en amplitude du courant

Le développement en série de Fourier (D.S.F.) de $i(t)$ est de la forme :

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(2\pi nft + \phi_n)$$

Q4. Donner les valeurs des coefficients I_n qui peuvent être déduites graphiquement du spectre en amplitude de $i(t)$ de la figure 3, obtenu à partir du programme. Que peut-on dire des harmoniques pairs ?

Q5. Retrouver par le calcul la constatation faite à la **Q4** en remarquant que le courant d'intensité $i(t)$ vérifie la symétrie de glissement : $i(t) = -i(t - T/2)$.

I.3 - Puissance moyenne fournie par le réseau

On note P la puissance moyenne fournie par le réseau à l'entrée du pont de Graetz. Comme ce dernier est constitué de quatre diodes supposées idéales, P est également la puissance moyenne reçue par la charge.

Q6. Établir l'expression de P en fonction de V et de certains paramètres du D.S.F. de $i(t)$. Commenter. On rappelle qu'un formulaire est donné en annexe.

Q7. Calculer numériquement P en supposant que $\phi_1 = 0$.

I.4 - Modélisation du réseau

On admet dans la suite que le réseau électrique peut être modélisé par l'association série d'une source de tension de force électromotrice $e(t)$ sinusoïdale de fréquence de 50 Hz, d'un résistor de résistance r et d'une bobine d'inductance λ (figure 4). Lorsque le réseau délivre un courant d'intensité $i(t)$ non sinusoïdal, alors la tension $v(t)$ se trouve légèrement déformée.

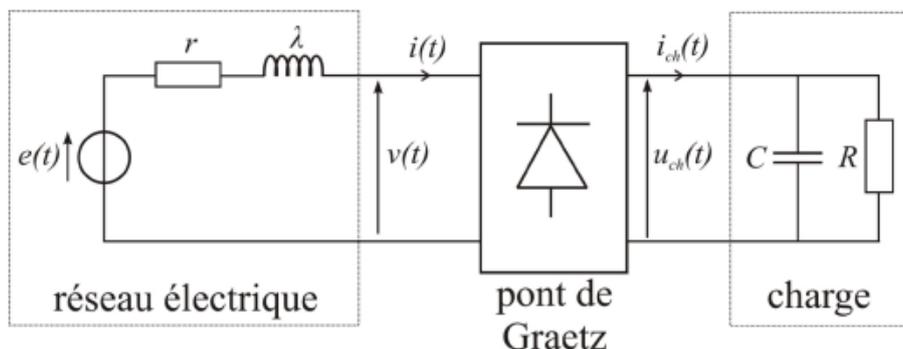


Figure 4 - Modélisation du réseau électrique

Q8. On souhaite enregistrer le chronogramme de la force électromotrice $e(t)$ à l'aide d'un oscilloscope numérique. Expliquer comment procéder.

Les chronogrammes de la différence $e(t) - v(t)$ et du courant d'intensité $i(t)$ sont donnés dans la figure 5.

Q9. Expliquer pourquoi les chronogrammes de la figure 5 conduisent à considérer $\lambda = 0$ en première approximation. Évaluer ensuite le paramètre r .

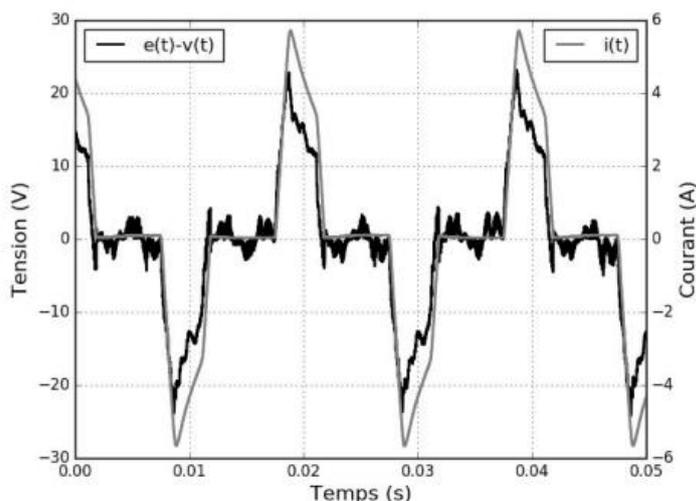


Figure 5 - Chronogrammes de la différence $e(t) - v(t)$ et du courant de ligne $i(t)$

Partie II - Correcteur de facteur de puissance

Un correcteur de facteur de puissance est un dispositif de l'électronique de puissance qu'on intercale entre le réseau et la charge qui permet au courant de ligne d'être sinusoïdal et en phase avec la tension délivrée par le réseau. Le correcteur de facteur de puissance étudié ici est conçu à partir d'un hacheur survolteur.

II.1 - Hacheur survolteur

Le hacheur survolteur est tout d'abord utilisé pour transférer de la puissance entre une source de tension constante et positive U_0 et la charge. Le montage correspondant est donné sur la figure 6. Le transistor T_r et la diode D sont supposés idéaux. La tension aux bornes de la charge est supposée constante : $u_{ch}(t) = U_{ch}$, avec $U_{ch} > U_0$. Avec les conventions d'orientation précisées sur la figure 6, on note :

- respectivement $u_{T_r}(t)$ et $u_D(t)$ les tensions aux bornes de T_r et de D ;
- $i_L(t)$, $i_{T_r}(t)$ et $i_D(t)$ les courants traversant respectivement la bobine, T_r et D .

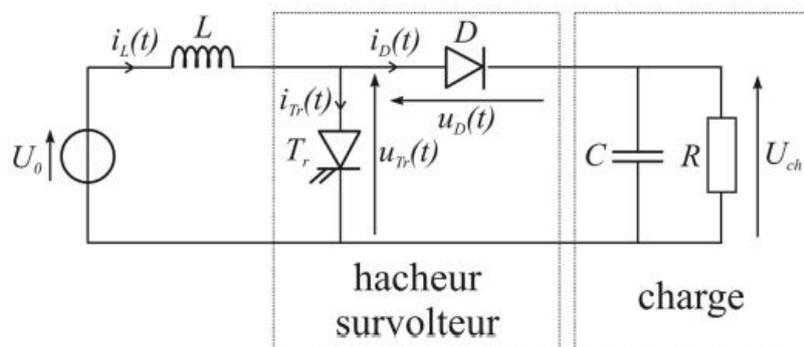


Figure 6 - Montage avec hacheur survolteur

Le signal de commande du transistor T_r est périodique de période T_H , il est tel que :

- pour $t \in [0, \alpha T_H[$, avec $\alpha \in]0, 1[$, le transistor T_r est fermé (on a donc $u_{T_r} = 0$) ;
- pour $t \in [\alpha T_H, T_H]$, le transistor T_r est ouvert (on a donc $i_{T_r} = 0$).

On étudie par la suite le régime établi de conduction continue pour lequel le courant d'intensité $i_L(t)$ dans la bobine ne s'annule pas. On notera I_{min} et I_{max} ses valeurs minimale et maximale respectivement.

Q10. Déterminer $u_{T_r}(t)$, $u_D(t)$, $i_L(t)$, $i_{T_r}(t)$ et $i_D(t)$ pour $t \in [0, \alpha T_H[$. On justifiera soigneusement l'état de la diode D .

Q11. Même question pour $t \in [\alpha T_H, T_H]$.

Q12. Tracer alors les allures des chronogrammes correspondants.

Q13. Établir la relation existant entre α , U_{ch} et U_0 dans ce régime de fonctionnement.

Q14. On a mesuré $\Delta I = I_{max} - I_{min} = 0,50$ A pour $\alpha = 0,50$, $U_0 = 80$ V et $T_H = 1,0 \times 10^{-3}$ s. Calculer numériquement la valeur de L .

II.2 - Principe du correcteur de facteur de puissance et commande du transistor

Le circuit de puissance du correcteur de facteur de puissance étudié est obtenu en remplaçant la source de tension constante U_0 par l'association du réseau et du pont de Graetz (figure 7).

On note $i_{L,cons}(t) = |I \cos(2\pi f t)|$, le courant dans la bobine qui est associé à un courant de ligne de la forme $i(t) = I \cos(2\pi f t)$ avec $I > 0$, c'est-à-dire un courant de ligne sinusoïdal et en phase avec la tension du réseau $v(t) = V \cos(2\pi f t)$.

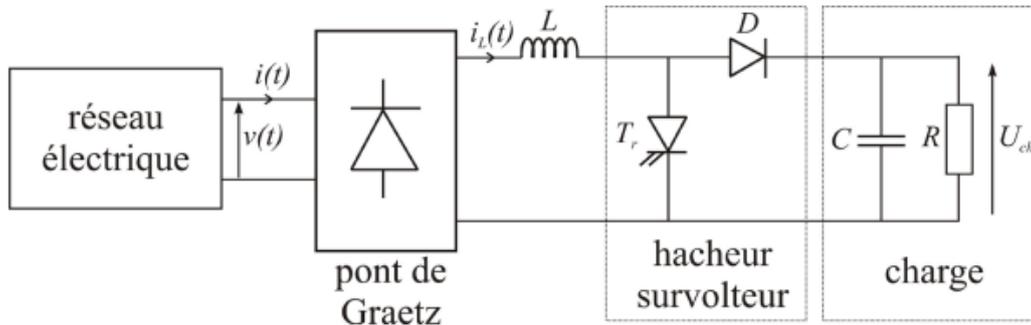


Figure 7 - Circuit de puissance du correcteur de facteur de puissance

Le principe de ce correcteur de facteur de puissance est de commander le transistor T_r pour que le courant d'intensité $i_L(t)$ soit le plus proche possible de $i_{L,cons}(t) = |I \cos(2\pi f t)|$. Pour cela on dispose :

- d'une tension de consigne $v_{iL,cons}$, telle que $v_{iL,cons} = k i_{L,cons}$ avec $k = 1, 0 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$;
- d'une tension $v_{iL,mes}$ image du courant d'intensité i_L , telle que $v_{iL,mes} = k i_L$.

La loi commande adoptée est, à tout instant, construite à partir d'un paramètre $\Delta > 0$ comme suit :

- si $|v_{iL,cons} - v_{iL,mes}| < \Delta$ alors l'état du transistor est inchangé ;
- si $v_{iL,mes} - v_{iL,cons} > \Delta$ alors le transistor doit passer à l'état bloqué ;
- si $v_{iL,mes} - v_{iL,cons} < -\Delta$ alors le transistor doit passer à l'état passant.

On rappelle sur la figure 8 trois montages à base d'Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) et les relations entrée(s)-sortie correspondantes obtenues avec le modèle de l'ALI idéal de gain infini. On note V_{sat} la tension de saturation supposée identique pour les trois ALI considérés.

Le signal de commande u_c du transistor T_r est tel que :

- si $u_c = -V_{sat}$ alors T_r est à l'état passant,
- si $u_c = +V_{sat}$ alors T_r est à l'état bloqué.

Q15. Proposer un circuit de commande du transistor T_r mettant en jeu deux des trois montages de la figure 8. Expliciter alors le paramètre Δ en fonction des résistances utilisées et de V_{sat} .

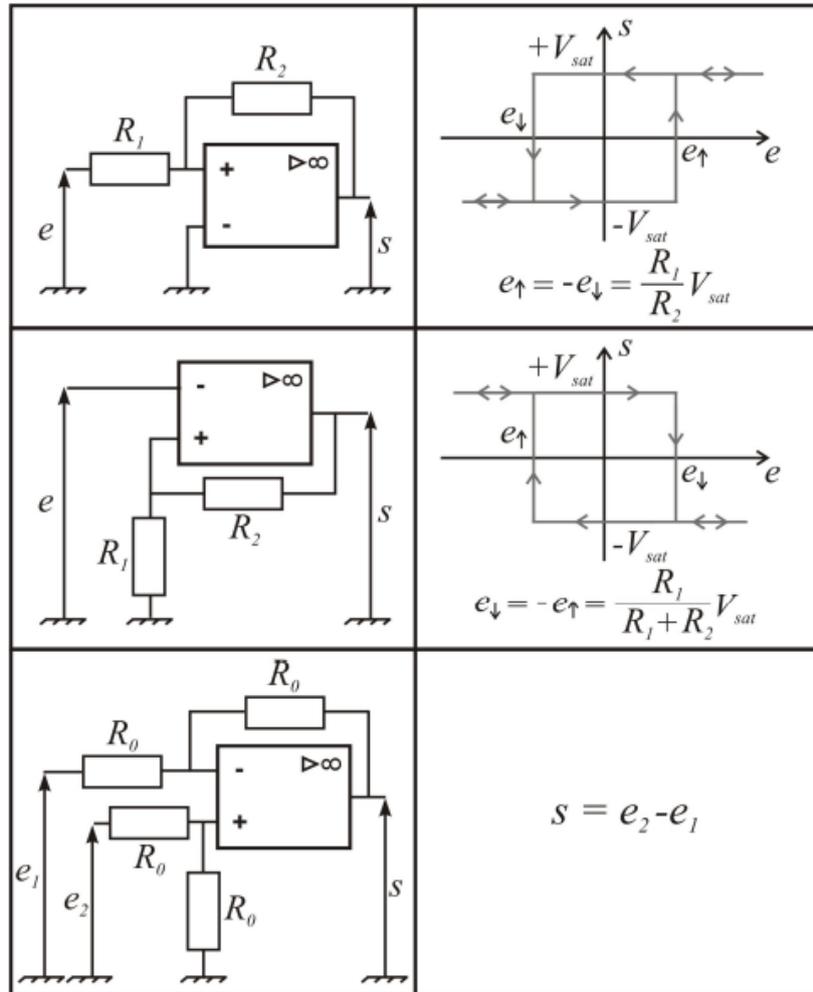


Figure 8 - Trois montages à base d'ALI.

II.3 - Mise en œuvre

Les figures 9, 10 et 11 présentent les relevés de la tension $v(t)$ et du courant d'intensité $i(t)$ pour trois valeurs du paramètre Δ .

Q16. Commenter l'allure des chronogrammes de la figure 9. Comment le paramètre Δ se manifeste-t-il dans ces chronogrammes ? Évaluer la valeur de Δ_1 dans le cas de la figure 9. Comment évolue la valeur du paramètre Δ de la figure 9 à la figure 11?

Q17. Décrire l'allure du spectre en amplitude du courant de ligne $i(t)$. Comment l'allure du spectre est-elle modifiée lorsque le paramètre Δ passe de la valeur Δ_1 (figure 9) à la valeur Δ_3 (figure 11). On distinguera clairement les cas des parties " basses fréquences " et " hautes fréquences " du spectre.

Q18. Quelle caractéristique des ALI des montages de la figure 8 constitue une limite technique à la diminution de Δ ?

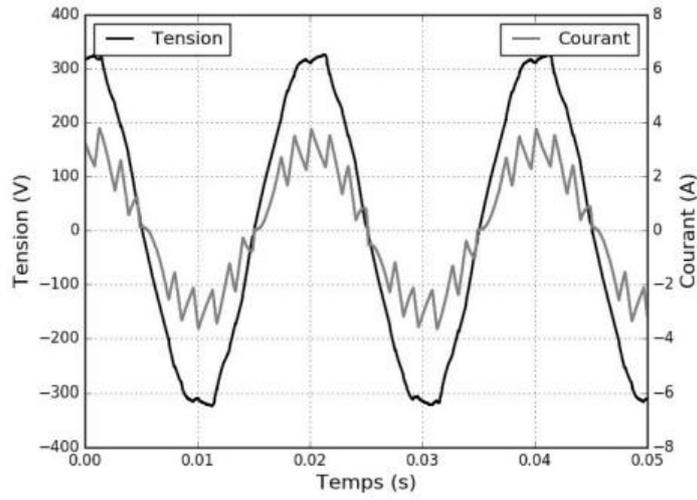


Figure 9 - Chronogrammes de la tension $v(t)$ et du courant d'intensité $i(t)$ pour Δ_1

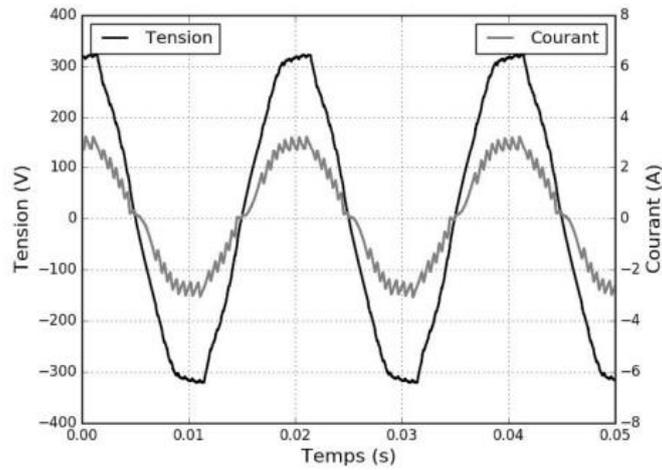


Figure 10 - Chronogrammes de la tension $v(t)$ et du courant d'intensité $i(t)$ pour Δ_2

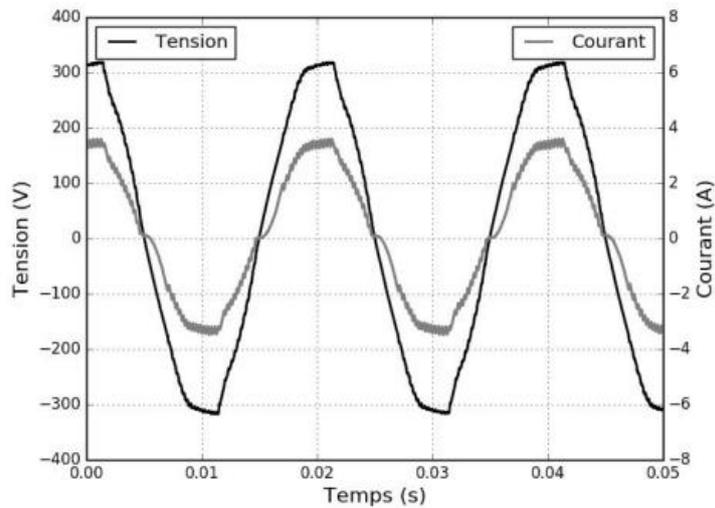


Figure 11 - Chronogrammes de la tension $v(t)$ et du courant d'intensité $i(t)$ pour Δ_3

ANNEXE 1 - FORMULAIRE

Pour tous réels a et b :

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b))$$

Soit un signal $x(t)$, on notera $\langle x(t) \rangle$ la valeur moyenne temporelle de ce signal.

Si $x(t)$ est T-périodique alors :

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt.$$

Pour tous réels f_1, f_2, φ_1 et φ_2 :

$$\langle \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \rangle = 0 \quad \text{si} \quad f_1 \neq 0$$

$$\langle \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) \rangle = 0 \quad \text{si} \quad f_1 \neq 0$$

$$\langle \cos^2(2\pi f_1 t + \varphi_1) \rangle = \langle \sin^2(2\pi f_2 t + \varphi_2) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) \rangle = 0 \quad \text{si} \quad f_1 \neq f_2$$

$$\langle \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) \rangle = 0 \quad \text{si} \quad f_1 \neq f_2$$

$$\langle \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) \rangle = 0 \quad \text{si} \quad (f_1, f_2) \neq (0, 0)$$

Sous des conditions de régularité qui seront supposées vérifiées dans ce sujet, un signal $x(t)$ T-périodique peut s'écrire :

$$x(t) = \langle x(t) \rangle + \sum_{n=1}^{+\infty} \hat{X}_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n).$$

Cette expression est appelée *développement en série de Fourier* (D.S.F.) du signal $x(t)$.

Les amplitudes \hat{X}_n du développement en série de Fourier de $x(t)$ vérifient l'identité de Parseval :

$$\langle x(t)^2 \rangle = \langle x(t) \rangle^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} \hat{X}_n^2.$$

ANNEXE 2 - FONCTIONS PYTHON UTILES

La bibliothèque numpy est supposée installée de la manière classique - `import numpy as np`.

np.dot(A, B) : retourne le produit de deux matrices $[A]$ et $[B]$.

A.T : retourne la transposée d'une matrice $[A]$.

len(X) : retourne le nombre d'éléments de l'objet X. Ce dernier peut être une liste ou un tableau numpy.

np.abs(X) : retourne un tableau dont les éléments correspondent aux modules des éléments du tableau X.

np.arange(a, b, p) : retourne un tableau 1D dont les éléments sont répartis avec un pas p entre a et b, a est le premier élément du tableau, le dernier élément est strictement inférieur à b. Si l'argument p n'est pas renseigné, il est pris par défaut égal à 1.

np.fft.rfft(X) : retourne, sous forme d'un tableau 1D de nombres complexes, la transformée de Fourier discrète du signal échantillonné correspondant à X, un tableau 1D dont les éléments doivent être réels. Les éléments du tableau retourné correspondent aux fréquences $n \frac{F_c}{N}$ avec $n \in \llbracket 0, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor \rrbracket$, N le nombre d'éléments de X et F_c la fréquence d'échantillonnage. Enfin, le facteur multiplicatif $2/N$ doit être appliqué au tableau 1D retourné pour obtenir le spectre du signal continu correspondant au signal échantillonné contenu dans X.

np.linspace(a, b, N) : retourne un tableau 1D de N éléments répartis linéairement entre a et b, a est le premier élément du tableau, b le dernier.

plt.plot(X, Y) : permet de tracer le tableau 1D Y en fonction du tableau 1D X. Les deux tableaux doivent avoir le même nombre d'éléments. Des arguments optionnels permettent de choisir la couleur du tracé, l'épaisseur du trait, etc.

plt.xlim(x_min, x_max) : permet de limiter un tracé aux abscisses comprises entre x_min et x_max.

plt.xlabel('titre abscisses') : permet d'attribuer un titre à l'axe des abscisses. Des arguments optionnels permettent de choisir la taille de la police, la couleur du texte, etc.

plt.ylim(y_min, y_max) : permet de limiter un tracé aux ordonnées comprises entre y_min et y_max.

plt.ylabel('titre ordonnées') : permet d'attribuer un titre à l'axe des ordonnées. Des arguments optionnels permettent de choisir la taille de la police, la couleur du texte, etc.