groupe 5 TD 8 : EXERCICE 1

① $j(r)$ s'exprime en $A.m^{-2}$

$$I = \phi_S(\vec{j}) = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = j(r)S = j(r)\frac{4\pi r^2}{2} = j(r)2\pi r^2$$

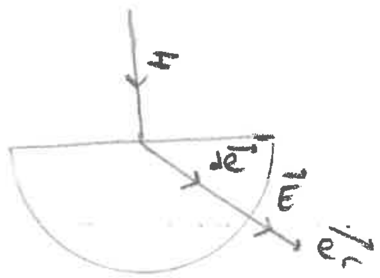
↳ demie sphère

ainsi $j(r) = \dfrac{I}{2\pi r^2}$

② En appliquant la loi d'Ohm locale :

$\vec{j} = \gamma_{sol}\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{\vec{j}}{\gamma_{sol}} = \dfrac{I}{2\pi r^2 \gamma_{sol}}\vec{e_r}$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{I}{2\pi r^2 \gamma_{sol}}dr$$

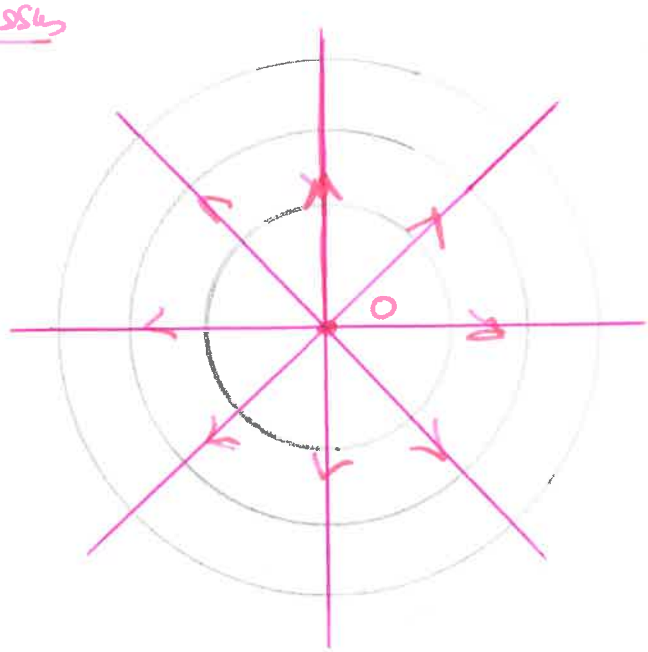


$$\frac{dV}{dr} = -\frac{I}{2\pi r^2 \gamma_{sol}}$$

d'où $V(r) = \dfrac{I}{2\pi r \gamma_{sol}}$ (en sachant que $V=0$ loin du point O donc que $\lim_{r \to +\infty} V(r) = 0$ donc constante nulle)

Vue de dessus

③



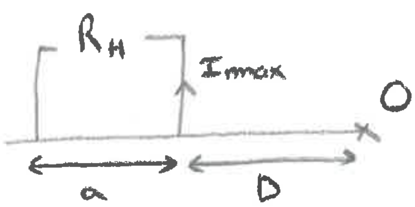
lignes équipotentielles

lignes de champs → courbes orientées.

(4) • Pour n'être traversé par aucun courant, il faut se placer le long d'une équipotentielle.

• La situation la plus défavorable est d'avoir chaque pied sur des potentiels différents.

(5) on applique la loi d'Ohm à l'être humain :



$$V(D) - V(D+a) = R_H I_{max}$$

grâce à la relation précédente on obtient :

$$R_H I_{max} = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol}} \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D+a} \right)$$

(6) L'égalité obtenue en 5 s'exprime aussi :

$$R_H I_{max} = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} D} \left(1 - \frac{1}{1 + a/D} \right)$$

$$= \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} D} \left(1 - \left(1 + \frac{a}{D}\right)^{-1} \right)$$

comme $D \gg a$, on réalise un développement limité :

$$R_H I_{max} = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} D} \left(1 - \left(1 - \frac{a}{D} \right) \right) = \frac{I}{2\pi \gamma_{sol} D} \frac{a}{D}$$

d'où :

$$D = \sqrt{\frac{a I}{2\pi \gamma_{sol} R_H I_{max}}}$$

B

(7) Application numérique de D pour $I = 5{,}0 \times 10^4$ A :

$$D = \sqrt{\frac{1{,}0 \times 5{,}0 \times 10^{4}}{2\pi \times 1{,}0 \times 10^{-2} \times 2{,}5 \times 10^{3} \times 25 \times 10^{-3}}}$$

$$= 1{,}1 \times 10^{2} \text{ m}$$

(8) Ce sont les grands animaux les plus touchés par ce phénomène car ils se situent plus près de la prise de la terre à cause de l'augmentation de la distance D.

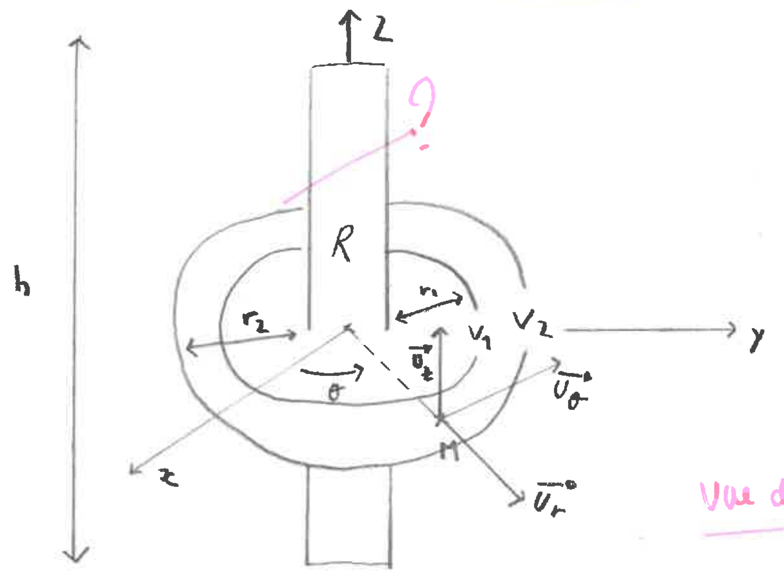
bof ! le critère important est a la distance entre les pattes !

$I_{max} \propto a$

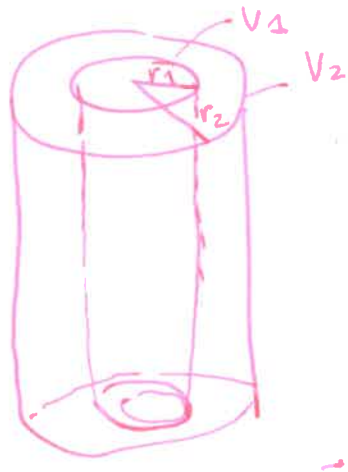
donc plus a est grand plus I_{max} est atteint rapidement

$a_{\text{grands animaux}} > a_{\text{petits animaux}}$!

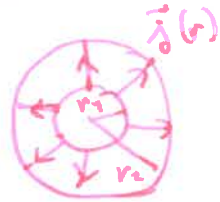
Exercice 2 - TD 8 - Groupe 2 :



Couronne cylindrique



Vue de dessus



1. La densité volumique d'un métal est très grande par exemple le cuivre à ~~$\rho_{cu} = 10^{10}\ C.m^{-3}$~~ non... elle est nulle car le métal est neutre.

2. D'après le schéma on a une invariance de la resistance selon la rotation θ et la translation z. $\Rightarrow$ $V(r,\theta,z) = V(r)$

Equation de Poisson en cylindrique :

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(\overbrace{r\frac{\partial V}{\partial r}}^{B}\Big) = \cancel{\frac{\rho}{\varepsilon_0}} = 0$$

$$\underset{\text{Par l'intégration}}{\Leftrightarrow} \quad r\frac{\partial V}{\partial r} = \cancel{\frac{\rho}{\varepsilon_0}} + C_1 \quad \text{cste d'intégration}$$

$$\Leftrightarrow \quad \partial V = \underbrace{\left(\cancel{\frac{\rho}{\varepsilon_0}} + \cancel{C_1}\right)}_{A}\frac{\partial r}{r}$$

3. $dV = A\,\frac{dr}{r}$

$$\underset{\text{intégration}}{\Leftrightarrow} \quad (A\ln(r) + C) = V$$

$$V_2 - V_1 = (A\ln(r_2) + C) - (A\ln(r_1) + C)$$

$$\boxed{V_2 - V_1 = A\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

4. $E(r) = -\frac{dV}{dr}$ on a vu que $dV = A\frac{dr}{r}$

$\Leftrightarrow V(r) = A\ln(r) + C$

lorsqu'on intègre entre des bornes, il n'y a pas lieu de rajouter 1 constante d'intégrat.

Si on intègre entre r_1 et r_2

$V_2 - V_1 = A\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \cancel{C_2}$ on en déduit A :

$\int_{V_1(r_1)}^{V_2(r_2)} dV = A\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}$

RIGUEUR !

$A = \frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$ $\rightarrow \cancel{C_2 = 0}$.

$E(r) = -\frac{1}{r}\frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$.

5. Sachant que E depend de r $E \rightarrow$ non uniforme

$\vec{J} = \gamma\vec{E}$ $\rightarrow$ Loi d'Ohm Locale

Alors J n'est pas uniforme.

DONC NON

6. $\cancel{i = j \times S}$

$i = \iint_S \vec{j}.\vec{dS} = \iint_{S\text{ latérale du cylindre}} j(r)\vec{u_r}.dS\,\vec{u_r}$

D'après la question precedente, $\vec{J} = \gamma\vec{E}$

$= \iint j(r)\,r\,d\theta\,dz$

donc $\cancel{i = \gamma E \times S}$

$= -\frac{\gamma}{r}\frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} r\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^h dz$

$\cancel{= \gamma\left(-\frac{1}{r}\frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\right) \times S}$ avec $\cancel{S = \pi r^2}$

$= -\gamma\frac{V_2 - V_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} 2\pi h$

7. On cherche maintenant la resistance du conducteur.

$i = \gamma\frac{V_1 - V_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} 2\pi h$

Shunned

$\cancel{U_{AB} = Ri = E \times H = \frac{\vec{j}}{\gamma} \times H}$ (ou loi d'ohm local $\vec{j} = \gamma\vec{E}$)

$\cancel{= \frac{i}{S} \times \frac{H}{\gamma}}$ (car $i = j \times S$)

$$\boxed{R = \frac{V_1 - V_2}{i} = \frac{1}{2\pi h\gamma}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

c'est homogène.

$\cancel{\text{donc } R = \frac{1}{i}\left(\frac{i}{S} \times \frac{H}{\gamma}\right)}$

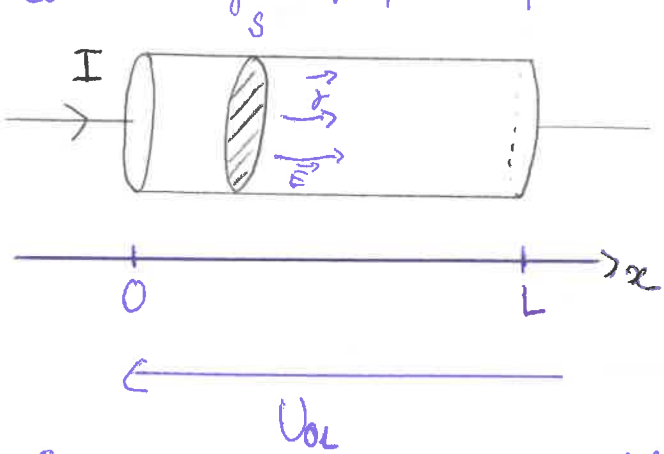
$\cancel{= \frac{1}{S} \times \frac{H}{\gamma}}$

Groupe 6 TD n° 8

Exercice III :

1.

conducteur cylindrique parcouru par I.



Soit γ, la conductivité du câble.

D'après la loi d'Ohm locale, $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

$$U_{0L} = \underset{0L}{\mathcal{C}}(\vec{E}) = \int_0^L \vec{E} \cdot \vec{dx} = \int_0^L \frac{\vec{j}}{\gamma} \vec{dx} = \frac{j}{\gamma} \int_0^L dx$$

or, par définition $i = \underset{\text{à traversS}}{\phi}(\vec{j}) = jS$ donc $j = \frac{i}{S}$

ainsi $U_{0L} = \frac{i}{\gamma S} \int_0^L dx = \frac{Li}{\gamma S} = Ri$

ainsi, $R = \frac{L}{\gamma S}$

2. Par analogie, pour une coque hémisphérique de rayon $r + dr$

$S = 2\pi (r + dr)^2$

ainsi $dR_c = \frac{dr}{\gamma 2\pi (r+dr)^2} \simeq \frac{dr}{\gamma 2 \pi r^2}$ oui

3. ~~Comme la coque hémisphérique~~

L'ensemble des coques hémisphériques peut être assimilé à une association en série car elles sont parcourues par le même courant.

Groupe 6 TD n° 8

Exercice III : (suite)

4. Par définition :

$$R_c = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} dR_c = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{dr}{2\pi \gamma r^2} = \frac{1}{2\pi\gamma}\int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi\gamma}\left[-\frac{1}{r}\right]_{R_{int}}^{R_{ext}}.$$

d'où $R_c = \frac{1}{2\pi\gamma}\left(\frac{1}{R_{int}} - \frac{1}{R_{ext}}\right)$ B

5. Application numérique :

$$R_c = \frac{1}{2\pi \cdot 6{,}0 \cdot 10^{6}}\left(\frac{1}{10^{-2}} - \frac{1}{35 \cdot 10^{-2}}\right) = 2{,}6 \cdot 10^{-6}\,\Omega$$ B

6. Par analogie, en reprenant l'expression de la question 4,

$$R_s = \frac{1}{2\pi\gamma_{sol}}\left(\frac{1}{R_{int_{sol}}} - \frac{1}{R_{ext\,sol}}\right)$$

or, pour la résistance totale du sol,

$R_{ext_{sol}} \to \infty$

donc $R_s = \frac{1}{2\pi\gamma_{sol} R_{int_{sol}}} = \frac{1}{2\pi\gamma_{sol} R_b} = \frac{1}{2\pi\, 10^{-2} \cdot 35 \cdot 10^{-2}}$

$= 45{,}5\,\Omega$

7. $R_{glob} = R_c + R_s \simeq R_s = 45{,}5\,\Omega > 25\,\Omega$

Non, la légalisation de sécurité électrique puisque $45{,}5\,\Omega > 25\,\Omega$

Pour remédier à ce problème, il faudrait augmenter R_b.

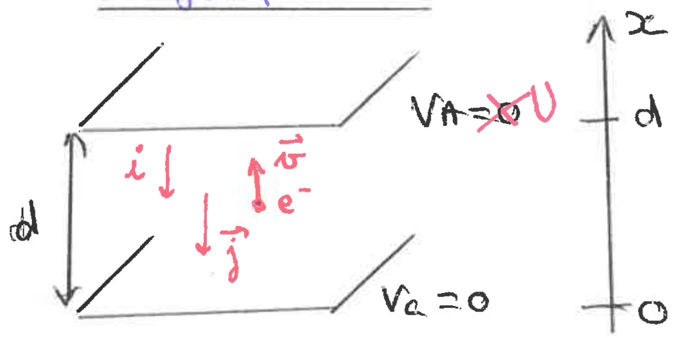
B

B

Ex IV TD n°8 Groupe n°8

1) L'effet thermoélectronique est l'émission d'électrons par une surface métallique chauffée. En pratique, on chauffe une surface métallique par l'effet joule produit grâce à un courant. Les électrons vont donc aller de la cathode, qui est chargée positivement à l'anode chargée négativement.

2)



système : électrons

Force : $\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = W(\vec{F}) = \int -e\vec{E}\cdot d\vec{l} = \int -e\vec{E}\cdot d\vec{x} = \int_0^x e\,dV = eV(x)$$

Soit x, on a donc en supposant que $V(x=0)=0$

$$E_c(x) - E_c(0) = E_c(x) = \frac{1}{2}mv^2 = (V(x) - V_c)e = V(x)e$$

D'où, $v = \sqrt{\frac{2V(x)e}{m}}$

D'après l'équation de Poisson, $\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$

D'où sur $\vec{x}$, $\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$

Or, $\vec{j} = \rho\vec{v} = \frac{i}{S}(-\vec{u}_z)$ D'où $\rho = \frac{i}{Sv} = \frac{i}{S} \times \sqrt{\frac{m}{2V(x)e}}$ < 0 car le système est les électrons

Alors, $\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = -\frac{i}{S\varepsilon_0} \times \sqrt{\frac{m}{2e}} \times V(x)^{-1/2} = K\,V(x)^{-1/2}$

où $K = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}V(x)^{1/2} = \frac{-i}{S\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}} > 0$ TB

Ainsi, $\frac{d^2V}{dx^2} - K\,V(x)^{-1/2} = 0$

3) On cherche une solution du type $V(x) = Cx^n$ où $C =$ constante

D'où,

$$(1) : \frac{d^2(x^n)}{dt^2} - K C^{-1/2} x^{-n/2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad Cn(n-1)x^{n-2} - \frac{K}{\sqrt{C}} x^{-n/2} = 0$$

or, $C \neq 0$ d'où $x^{n-2} = x^{\frac{-n}{2}}$

car $Cn(n-1)x^{n-2} = \frac{K}{\sqrt{C}} x^{-n/2}$

Alors $n-2 = \frac{-n}{2} \Leftrightarrow -3n = -4 \Leftrightarrow n = \frac{4}{3}$

Si $n = \frac{4}{3}$, (1) est vraie $\Leftrightarrow C \cdot \frac{4}{3}\left(\frac{4}{3}-1\right) = \frac{4}{9}C = \frac{K}{\sqrt{C}}$

D'où, $C^{3/2} = \frac{9}{4}K \Rightarrow C = \left(\frac{9}{4}K\right)^{2/3}$ oui

4)
D'après la question precedente, $V(x) = \left(\frac{9}{4}K\right)^{2/3} x^{4/3}$

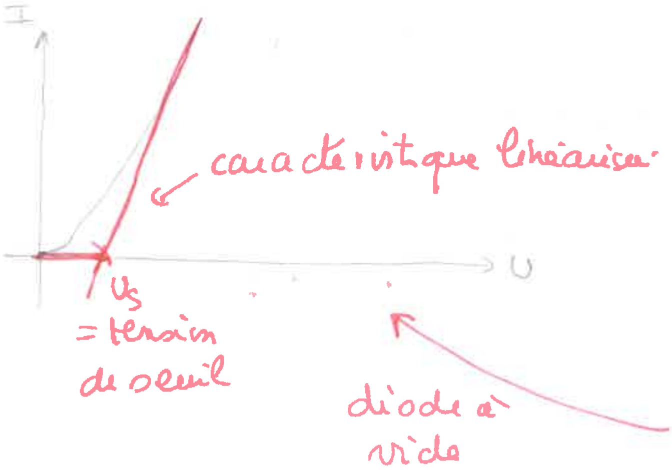
or si $x = d$, $V(x) = U$

D'où, $V(d) = U = \left(\frac{9}{4}K\right)^{2/3} d^{4/3} = \left(-\frac{9}{4}\frac{i}{S\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}\right)^{2/3} d^{4/3}$

Alors, $i = \left(\left(-\frac{4S\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}}\right)^{2/3} \times \frac{1}{d^{4/3}} \times U\right)^{3/2}$

$$i = -\frac{4S\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}} \times \frac{1}{d^2} \times U^{3/2}$$

TB



de courant dans une diode à vide n'est pas linéaire avec la tension.

Pour la diode idéale