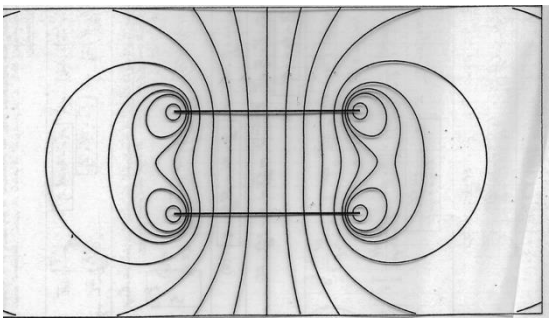
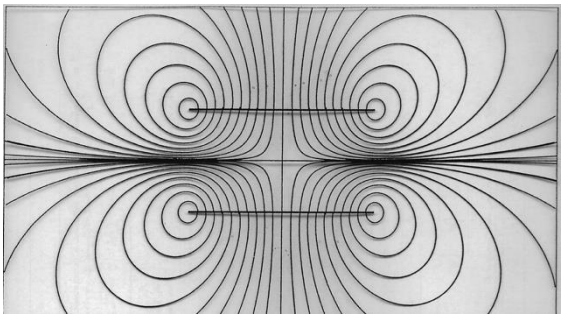
Cf cahier d'entrainement PSI, fiche n°3, magnétostatique
Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}





Applications directes :

1. **Etude des cartes de champs magnétiques**

On considère les cartes de champ magnétique ci-jointes où les lignes de champ magnétiques sont créées par des spires, représentées par les traits plein noirs et vue du dessus, perpendiculaires aux lignes, parcourues par un même courant.
Comment repère-t-on les sources de champ magnétique sur une carte de champ ?
Pourquoi les cartes sont-elles différentes ?
Retrouver les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution des courants, justifier l'orientation de la ligne de champ par rapport au plan.
Représenter le champ magnétique en M et M', où M'est le symétrique de M par rapport à un plan de symétrie ou d'antisymétrie de la distribution des courants.
Dans quelle zone a-t-on un champ très intense ? (Justifier la réponse)
Dans quelle zone a-t-on un champ uniforme ? Un champ nul ?

2. **Champ créé par une bobine longue**

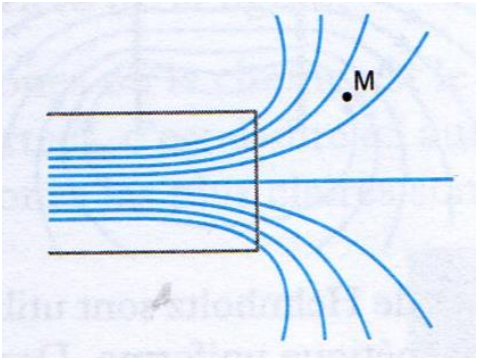
On considère une bobine de longueur ℓ = 60 cm, de rayon r = 4 cm, parcourue par un courant d'intensité i = 0,1A. dans un solénoïde infiniment long, le champ est uniforme, égal à $\mu_o Ni / \ell$ où N est le nombre de spires du solénoïde.

1. Peut-on utiliser l'expression du champ dans un solénoïde infiniment long ?
2. Déterminer le nombre de spires nécessaires pour obtenir un champ de 12,5 µT.

La bobine est placée sur une table horizontale orientée Est-Ouest. À l'intérieur est placée une aiguille aimantée mobile en rotation autour d'un axe vertical. L'aiguille forme un angle de **58°** avec l'axe du solénoïde.

3. Estimer la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

4. Lorsque le champ a l'intérieur du solénoïde est de 12,5µT, on observe, en sortie de celui-ci la carte de champ ci-contre. Estimer la valeur du champ magnétique au point M.



3. **Analyse de mouvements**

On considère un point matériel de charge q > 0 et de masse m, de vitesse initiale $\overrightarrow{v_o}$ à l'entrée d'une zone où règnent un champ électrique $\vec{E}$ ou un champ magnétique $\vec{B}$. On suppose ces champs uniformes et indépendants du temps, et on néglige toute autre force que celles provoquées par ces champs.

1 - La particule décrit une droite et possède une accélération constante a.

1.a - Déterminer la direction et la norme du ou des champs qui provoquent cette trajectoire.

1.b - Déterminer la position du point matériel en fonction du temps.

2 - La particule décrit une trajectoire circulaire de rayon R_0 dans un plan (xOy).

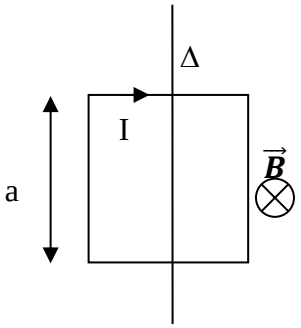
2.a - Déterminer la direction du ou des champs qui provoquent cette trajectoire.

2.b - Déterminer la norme du champ en fonction de v_o et R_0. Il est suggéré d'utiliser les coordonnées polaires

4. <u>Force de Laplace sur une spire d'un détecteur de particules</u>

Dans un détecteur de particules élémentaires, on utilise une spire circulaire de rayon R = 6m parcourue par un courant d'intensité 22 kA, placée dans un champ magnétique de 1 T.

a) Quelle doit-être l'orientation de la spire par rapport au champ pour que la force de Laplace étire la spire ?
b) Déterminer la valeur de la force maximale qui s'exerce sur une portion de spire de longueur 1 m.
c) Calculer la valeur de la force F qui tend à séparer la spire en deux demi-spires.

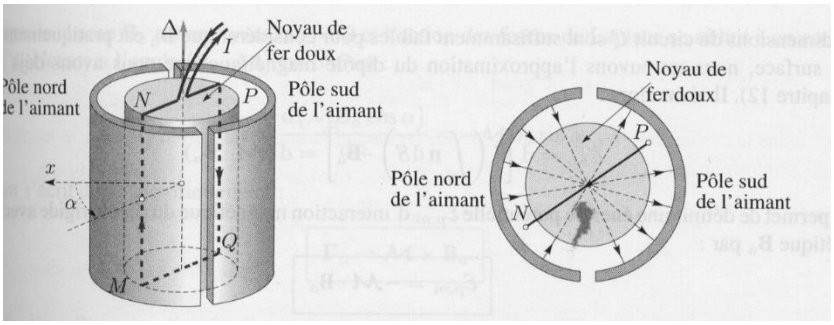


5. <u>Couple appliqué sur un cadre en rotation dans un champ B uniforme</u>

Un cadre carré indéformable de côté a, constitué de N spires parcourues par un courant stationnaire I, est mobile autour d'un axe Δ. Il est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire à l'axe. Représenter le vecteur surface $\vec{S}$. Quelle est la valeur du couple magnétique exercé sur le cadre dans le cas de la figure ? Dans quelle situation ce couple est-il maximal ? Faire un schéma vu de dessus. En déduire sa valeur maximale sachant que N=100 ; I=0,4A ; a=5cm et B=0,1T.

6. <u>Rotor de moteur</u>

Le bobinage d'un rotor de moteur est constitué par un ensemble de fils disposés suivant les génératrices d'un cylindre de rayon R et de hauteur h. Sur le schéma ci-dessous, on a représenté un seul fil. Chacun des fils est parcouru par un courant constant d'intensité I. L'ensemble est placé dans un champ magnétique radial de module identique en tout point.



1. Déterminer l'expression de la force de Laplace élémentaire qui s'exerce sur un élément de longueur dl de la branche QP. Idem pour les trois autres branches du cadre.
2. Parmi ces quatre forces élémentaires, lesquelles forment un couple élémentaire, pouvant entrainer le cadre en rotation autour de son axe Δ ? Donner l'expression de ce couple élémentaire dC**.**
3. En déduire l'expression du couple C, auquel est soumis chaque fil du rotor.
4. Le bobinage comporte N fils. Le rotor effectue n tours par seconde. Quelle est la puissance du moteur ainsi constitué ?

AN : h = 0,3m ; R = 0,1 m ; B = 1 T ; I = 5 A ; N = 800 ; n = 30 trs.s^{-1}. Calculer la puissance du moteur

<u>Exercices :</u>

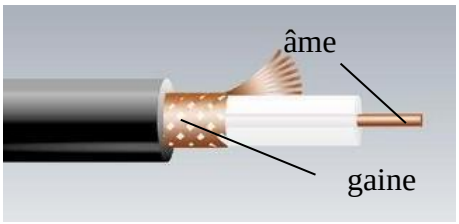
I. <u>Courants uniformément répartis entre deux plans</u>

Entre deux plans z = - e/2 et z = + e/2 existe un courant de densité uniforme $\vec{j} = j\vec{e}_x$

1. Quelle est la direction du champ magnétique créé par ces courants ?
2. Calculer ce champ en tout point de l'espace.
3. Etudier le cas limite e → 0, le produit je restant constant. Conclure.

II. Champ magnétique créé par un cable coaxial

Un cable coaxial est constitué d'un cylindre de cuivre infini plein de rayon R_1, l'âme, parcouru par un courant d'intensité I et la gaine, couronne de cuivre cylindrique de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3 peu différent de R_2, parcourue par un courant d'intensité – I. Entre l'âme et la gaine se trouve un milieu isolant.



1. Déterminer le champ magnétique créé par le câble coaxial en tout point de l'espace.
2. Le champ magnétique est-il continu à la traversée des trois cylindres ?

III. Cyclotron

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D1 et D2, appelées « dees » en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur a. Les dees sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ = B $\vec{e}_z$, de norme B = 1,5 T. Une tension harmonique u(t) d'amplitude Um = 200 kV est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne un champ électrique orienté selon $\vec{e}_x$.
On injecte des protons au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.
Données : masse d'un proton m = $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

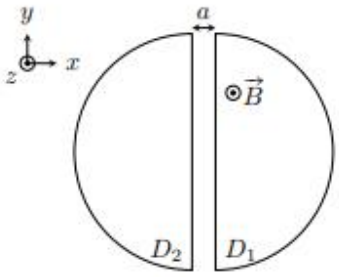


Figure 1 – Étude d'un cyclotron. Schéma de principe et photo du cyclotron de l'université de Rutgers, qui mesure une trentaine de centimètres de diamètre.

1 - Montrer qu'à l'intérieur d'un dee la norme de la vitesse des protons est constante.
2 - En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire des protons ayant une vitesse v ainsi que le temps que passe un proton dans un dee.
3 - Quelle doit être la fréquence f de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage entre les dee ? Pour simplifier, on pourra supposer a << R. Justifier le choix d'une tension harmonique au lieu, par exemple, d'une tension créneau.
4 - Exprimer en fonction de n la vitesse v_n puis le rayon R_n de la trajectoire d'un proton après n passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle n = 1 est celui qui suit la première phase d'accélération.
5 - Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque dee), puis après dix tours.

Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est R_N = 35 cm.
6 - Déterminer l'énergie cinétique du proton avant le choc contre la cible proche du cyclotron puis le nombre de tours parcourus par le proton.

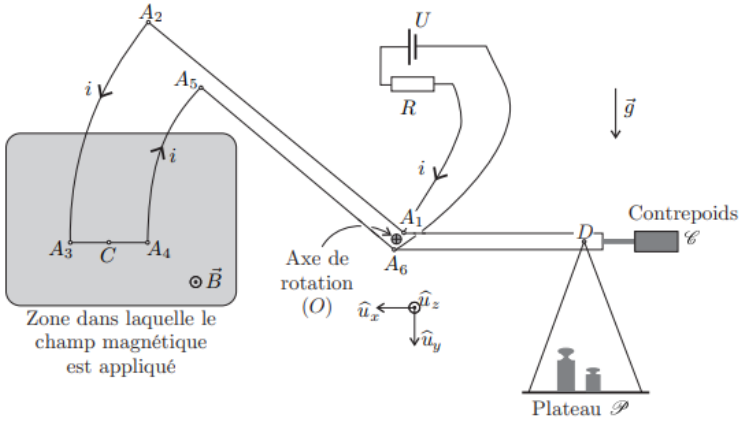
IV. Petites oscillations d'un aimant

Un aimant homogène de moment magnétique $\vec{M}$, de moment d'inertie J par rapport à son centre de gravité G, est libre de tourner autour de G dans un plan horizontal. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme.

1. L'aimant est légèrement tourné par rapport à sa position d'équilibre, tout en restant dans le plan horizontal, puis laché. Déterminer la période des petites oscillations.
2. Afin de déterminer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ sans connaître ni le moment d'inertie, ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ $\vec{B}$ un champ $\vec{B'}$ créé par une bobine très longue. Lorsque $\vec{B}$ et $\vec{B'}$ sont parallèles et de même sens on mesure une période d'oscillation T_1. On change ensuite le sens du courant dans la bobine et on mesure une période d'oscillations T_2. Sachant que B < B' exprimer B en fonction de B', T_1 et T_2.

V. Balance de Cotton

La photo d'un modèle de balance de Cotton est placée ci-contre. Ce type de balance, destinée à la mesure de champ magnétique, a été mis au point par Aimé Cotton en 1900. Elle est constituée de deux fléaux. L'un, à gauche, comprend sur sa périphérie, un conducteur métallique qui sera parcouru par un courant et dont une partie sera placée dans le champ magnétique, uniforme et permanent, à mesurer. Le conducteur sera soumis à des forces de Laplace et la balance penchera du côté de ce fléau. L'autre comporte un plateau sur lequel on peut déposer des masses marquées pour équilibrer la balance et déduire ainsi la norme du champ magnétique. Le schéma de principe de la balance est représenté sur la figure ci-dessous.



Sur le fléau dessiné à gauche, les conducteurs permettent le passage d'un courant d'intensité i, selon le parcours A1 → A2 → A3 → A4 → A5 → A6. Les portions de circuit A2A3 et A4A5 sont des arcs de cercle de même centre O. L'ensemble des deux fléaux constitue un système rigide, mobile sans frottement, autour d'un axe horizontal passant par le point O et noté Oz. On désigne par C le milieu du segment A3A4 et D le point de suspension du plateau. On note d1 la distance OC entre les points O et C, d2 la distance OD entre les points O et D et ℓ la longueur du segment A3A4.

La procédure de mesure est la suivante :

1. Equilibrage ≪ à vide ≫ : en l'absence de courant i et de masses marquées dans le plateau, le contrepoids C est déplacé de façon à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.

2. Mesure du champ : on ferme le circuit électrique, ce qui permet au courant d'intensité i de circuler ≪ dans la balance ≫, le fléau de gauche penche vers le bas ; on ajoute alors des masses dans le plateau jusqu'à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.

1. Montrer que, lorsque l'équilibrage à vide est réalisé, le centre de masse, G, des parties mobiles de la balance est situé en O.
2. Lorsque le courant circule ≪ dans la balance ≫, montrer que le moment résultant en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
3. A l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace. En déduire la relation liant la norme de B, la somme m des masses marquées posées sur le plateau, i, ℓ, d1, d2 et le module g du champ de pesanteur.
4. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0{,}05$ g, déterminer la plus petite valeur de B mesurable pour i = 10 A, ℓ = 5 cm et d1 = d2 = 10 cm. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.