Thème : ARQS, Induction électromagnétique, révisions de 1ère année

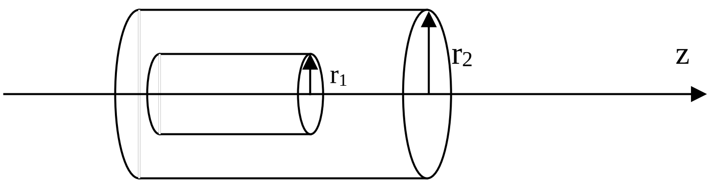
APPLICATIONS DIRECTES

1. Courants de déplacement et courant de conduction

On considère un milieu ohmique de conductivité γ. Pour un champ électrique sinusoïdal de fréquence f, calculer le rapport des amplitudes des densités de courant de conduction et de déplacement.
AN : $f = 10^6$ Hz, pour le cuivre $\gamma = 6.10^7$ S.m^{-1}, pour un sol argileux $\gamma = 10^{-4}$ S.m^{-1}, pour du verre $\gamma = 10^{-6}$ S.m^{-1}.

2. Blindage électromagnétique

Un petit solénoïde (1) de rayon r_1, comportant N_1 tours de fil parcouru par un courant $i_1(t)$, a même axe Oz qu'un solénoïde (2) assimilé à un solénoïde infini de longueur l_2 et de rayon $r_2 > r_1$, comportant N_2 tours de fil parcouru par un courant $i_2(t)$ et une résistance R_2.



1. Représenter sur le schéma, le sens des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ compatibles avec un champ magnétique orienté dans le sens z croissant.
2. Rappeler l'expression du champ magnétique créé par le solénoide 2.
3. Montrer que le coefficient de mutuelle inductance des deux circuits est : $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_2} \pi r_1^2$

3. Modèle électrocinétique du couplage

On place deux bobines cylindriques assez longues de telle sorte qu'elles aient le même axe de révolution. La bobine la plus grande n°1 de résistance R_1 et d'auto-inductance L_1 est alimentée par un générateur de tension sinusoïdale de force électromotrice $e_g(t) = e_m.\cos(\omega t + \varphi_e)$ et de résistance interne $R_g = 50\ \Omega$. La valeur efficace de la force électromotrice du générateur vaut 7,31 V. Par ailleurs, un voltmètre d'impédance infinie indique la tension efficace aux bornes de la petite bobine (notée 2), 1 de résistance R_2 et d'auto-inductance L_2 située à l'intérieur de l'autre bobine.

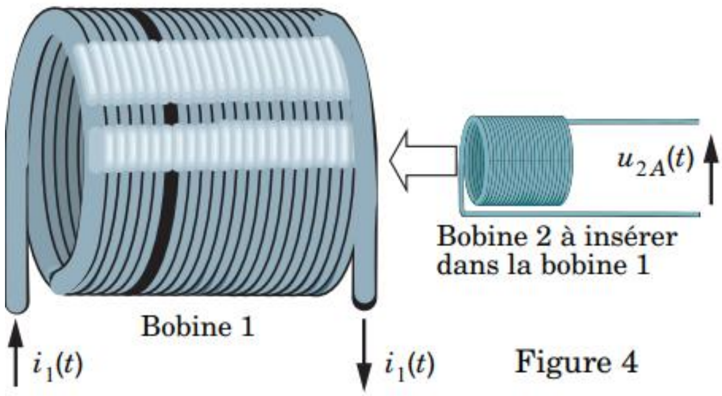


Figure 4

1. Représenter le schéma électrocinétique équivalent.
2. Exprimer la fonction de transfert complexe $\underline{U_2}/\underline{e_g}$ où $\underline{e_g}$ et $\underline{U_2}$ sont respectivement les tensions complexes délivrées par le fém du générateur et celle aux bornes de la bobine 2, en fonction de L_1, R_1 et de M le coefficient de couplage.
3. Quelle est la nature du filtrage réalisé ? On donnera l'expression du gain H_o dans la bande passante et de la fréquence de coupure f_c.
4. On mesure la fréquence de coupure de ce filtre $f_c = 158$ Hz, sachant que $R_1 = 11,2\ \Omega$ en déduire la valeur de L_1.
5. Sachant que $|H_o| = 0,1$ en déduire la valeur de M.

INDUCTION DANS UN CIRCUIT MOBILE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE STATIONNAIRE

Rappel de cours :

Méthode d'étude de ce type de situation :

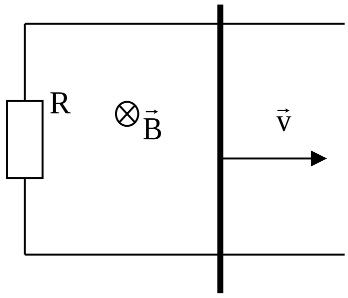
Orienter le circuit revient à choisir le sens du courant qui circule dans le conducteur et de s'y tenir.

Mécanique : le système étudié est le solide en mouvement. En appliquant le principe fondamental de la dynamique on obtient **L'équation mécanique.**
Si on multiplie cette équation par la vitesse, on obtient des puissances.

Electricité : On remplace le solide en mouvement par sa fém induite, orientée en convention GENERATEUR obtenue par la loi de Faraday. En appliquant la loi des tensions on obtient **L'équation électrique.**
Si on multiplie cette équation par le courant, on obtient des puissances.

Bilans : La somme de la puissance des forces de Laplace et de celle cédée par la fém induite est nulle.
Faire un bilan énergétique revient à sommer les puissances mécaniques et électriques de manière à faire disparaître les termes précédents.

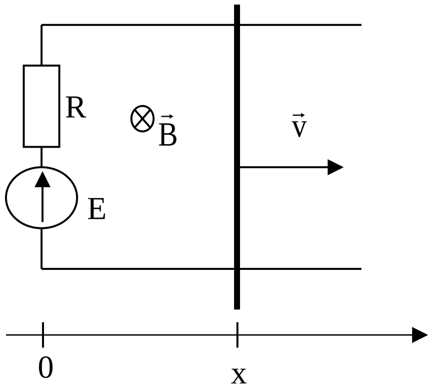
Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique :



5. Rail de Laplace :

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de b =10 cm et connectés à une extrémité à une résistance R =10 Ω ; le circuit est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent $\vec{B}$ de valeur 0,2 T.
On éloigne la barre de l'extrémité du circuit à une vitesse $\vec{v}$ de valeur 5 m/s constante.
a) Calculer la fém induite e et le courant induit. Dessiner le schéma électrocinétique équivalent.
b) Calculer la puissance électrique fournie par la fém induite.
c) Calculer la force nécessaire pour assurer le déplacement de la barre à vitesse constante.
d) Calculer la puissance de cette force et conclure.

Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique :

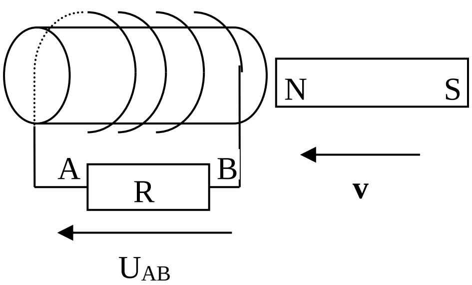


6. Principe du moteur à courant continu :

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de b et alimenté par un générateur fournissant une fém E. Le circuit possède une résistance R ; il est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent $\vec{B}$. La barre se déplace à une vitesse $\vec{v}$.
a) Ecrire l'équation électrique du circuit. Dessiner le schéma électrocinétique équivalent.
b) Ecrire l'équation mécanique.
c) Effectuer un bilan de puissance et conclure.

EXERCICES :

I. Etude de deux situations :

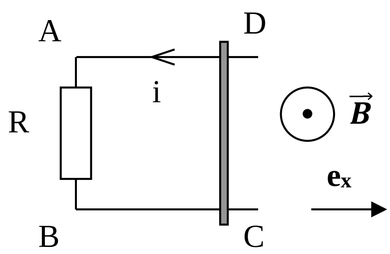


1. Analyse qualitative

On déplace à vitesse constante un barreau aimanté vers une bobine. Quel est le signe de la ddp U_{AB} ? Comment varie-t-elle quand l'aimant avance ?

2. Barre sur des rails parallèles

On considère deux rails parallèles reliés par une résistance R. On pose dessus une barre de longueur a. La barre est orthogonale aux rails ; elle est ainsi que les rails, infiniment conductrice. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme mais variable $\vec{B}=B_o\cos(\omega t)\vec{u_z}$, où $\vec{u_z}$ est un vecteur unitaire orthogonal au dispositif. Déterminer l'expression de i(t), lorsque la barre est immobile. Quelle force faut-il exercer sur le centre de masse de la barre pour qu'elle reste fixe ? L'exprimer en fonction du temps.



II. Inductance équivalente :

On considère deux bobines de résistances négligeables et de coefficients d'inductance propre L1 et L2. Les deux bobines sont disposées <u>en série</u> et couplées avec un coefficient d'inductance mutuelle M. Elles sont alimentées par un générateur de fém E et de résistance interne négligeable.

a) A quelle condition les flux magnétiques créés par chacune des bobines s'additionnent-ils ?
b) Ecrire l'énergie magnétique du circuit.
c) En identifiant cette énergie à celle de l'inductance équivalente L_{eq}, déduire cette inductance équivalente.
d) Refaire le raisonnement précédent si on inverse les bornes d'une seule des deux bobines.

III. Contrôle non destructif par courants de Foucault

Le but des essais non destructifs est de déceler dans une pièce métallique, et en respectant son intégrité, toute particularité de sa structure.

On considère une bobine d'axe z, sans noyau, d'inductance propre L_H et de résistance électrique R_Ω, parcourue par un courant électrique $i_e(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t)$. On note ℓ_b la longueur de cette bobine. Il règne alors dans cette bobine un champ magnétique : $\vec{B} = B(t)\vec{u_z} = \mu_o n i_e(t)\vec{u_z}$, où n est le nombre de spires par unité de longueur de la bobine et μ_o la perméabilité magnétique du vide.

On place intégralement à l'intérieur de cette bobine un tube métallique de même axe z que la bobine représentée à la figure 5. On note R_t son rayon moyen, e son épaisseur supposée très fine devant le rayon R_t et ℓ_t sa longueur supposée inférieure à celle de la bobine ($\ell_t < \ell_b$).

Ce conducteur métallique est caractérisé par sa conductivité électrique γ.

On négligera les effets de bord. Le repère utilisé sera celui des coordonnées cylindriques (r, θ, z) de base : $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z})$.

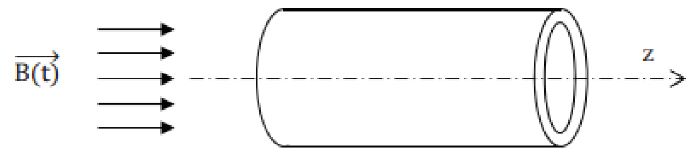


Figure 5 - Tube métallique conducteur

1. Expliquez pourquoi des courants électriques prennent naissance dans le tube conducteur. Les lignes de courants induits sont-elles colinéaires à $\vec{u_r}$, à $\vec{u_\theta}$ ou à $\vec{u_z}$?

2. On note $\vec{j_e}$ la densité de courant associée à ces courants induits, aussi appelés courants de Foucault. Préciser l'unité de $\vec{j_e}$.

Rappeler l'expression de l'équation de Maxwell-Faraday.

Par un calcul de circulation sur un contour qu'on définira, déterminer l'expression du champ électrique induit dans le tube en fonction de B(t) et de r.

En déduire l'expression de $\vec{j_e}$ en fonction de γ, B(t) et de r.

3. Le tube conducteur est suffisamment fin pour considérer que $r = R_t$ dans tout le tube. Déterminer en fonction des paramètres géométriques du tube, du champ magnétique B(t) et de la conductivité électrique γ, la puissance instantanée $P(t)_{cf}$ dissipée par les courants de Foucault.

En déduire que la puissance moyenne P_{cf}, dissipée par les courants de Foucault dans le tube, est de la forme $P_{cf} = C\omega^2.I_{eff}^2$. Préciser l'expression de C en fonction de μ_o, γ, n et des caractéristiques géométriques du tube.
On note R'_Ω la résistance apparente de la bobine en présence du tube conducteur.
Donner l'expression de R'_Ω puis comparer simplement R'_Ω et R_Ω.

4. Dans le cas où le tube conducteur présente une fissure orthoradiale parallèle au plan $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ (figure 6a), la distribution des courants de Foucault est-elle modifiée ? Qu'en est-il pour la puissance P_{cf} ? Dans le cas où le tube conducteur présente une fissure axiale parallèle à l'axe z'z, (figure 6b), la distribution des courants de Foucault est-elle modifiée ? Qu'en est-il pour la puissance $P_{c.f.}$?

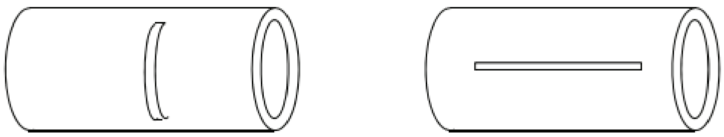
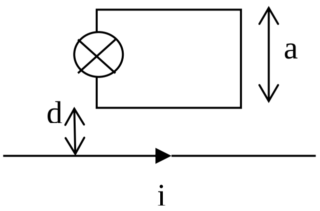

a) Fissuration orthoradiale b) Fissuration axiale

Figure 6 - Tube fissuré

5. Rappeler la loi de Lenz. La présence de courants de Foucault modifie-t-elle l'inductance apparente L'_H de la bobine ? Si oui, comparer simplement L'_H et L_H .

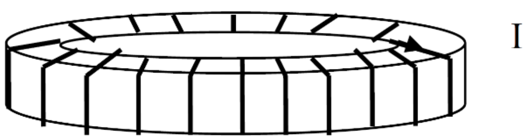
IV. Induction près d'une ligne électrique



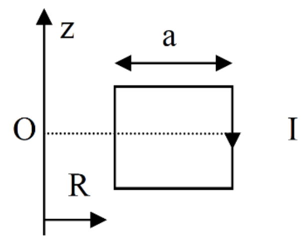
Une ligne haute tension transporte un courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz et de valeur efficace I = 1 kA. On approche une bobine plate de N spires carrées de côté a = 30 cm à une distance d = 2 cm. Cette bobine, d'inductance et de résistance négligeables, est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension efficace à ses bornes est supérieure à 1,5 V.

1. Déterminer l'expression du champ magnétique créé par la ligne haute tension. Est-ce que ce champ est uniforme ?
2. Comment positionner une spire carrée pour que le flux du champ magnétique créé par le fil soit maximal à travers cette spire ? En déduire l'expression du flux du champ magnétique dans cette spire, puis le coefficient d'inductance mutuel du circuit couplé. AN.
3. Déterminer le nombre de spires nécessaires pour allumer l'ampoule.
4. On suppose que a << d. Donner une expression approchée du coefficient de mutuelle inductance, puis en déduire l'expression du champ magnétique qui correspond à cette situation. Le comparer à celui obtenu dans la question 1 et conclure ?

V. Inductance propre d'un tore :



On considère un tore de section carrée de coté a = 1 cm , de rayon moyen R = 5 cm. On bobine sur ce tore un fil en formant N spires carrées jointives parcourues par un courant i(t).



1. On suppose qu'on travaille dans le cadre de l'ARQS. Expliquer ce que signifie cet acronyme. Quelles en sont les conséquences ?
2. Déterminer le champ magnétique créé par cette distribution de courant en tout point de l'espace.
3. En déduire l'inductance propre du tore. Calculer sa valeur pour N = 100, puis pour N = 1000.
4. Donner l'expression approchée de l'inductance propre si lorsque R >> a. AN. En déduire l'expression du champ magnétique supposé uniforme sur une section droite. Commentaire ?
5. Calculer alors l'énergie électromagnétique volumique stockée dans tout l'espace, puis l'énergie totale. Donner son expression en fonction, de l'inductance propre du tore et de i(t).

VI. Condensateur alimenté en haute fréquence

On considère un condensateur plan formé de deux disques métalliques de même rayon a, d'axe Oz situés dans les plans z = ± h. On néglige les effets de bord, c'est à dire que l'on peut considérer les disques comme des plans infinis. (a >> h).

1. Rappeler l'expression du champ électrique $\vec{E}$, à l'intérieur du condensateur en fonction de la densité de charge σ et de ε_0.
2. Le système est maintenant soumis à une tension sinusoïdale de fréquence f = ω /2π. On veut alors déterminer la structure du champ électromagnétique.

a. On admet que le champ électrique est uniforme et colinéaire à l'axe du condensateur, mais qu'il dépend du temps $\vec{Eo} = E_o \cos(\omega t)\,\vec{uz}$. A partir de la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Ampère, adaptée à la situation étudiée, déterminer le champ magnétique $\vec{B_1}$ créé par cette distribution.

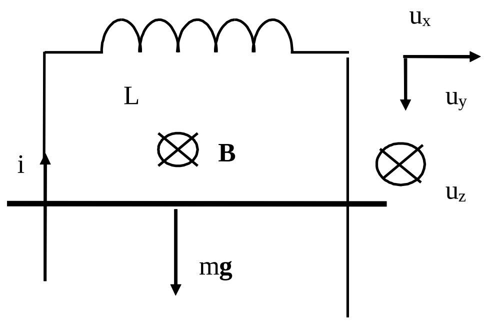
b. Justifier que le champ magnétique $\vec{B1}$ est lui-même source d'un champ électrique $\vec{E2}$. Justifier que $\vec{E2}$ est colinéaire à $\vec{uz}$. Déterminer $\vec{E2}$ après avoir justifié qu'il ne dépend que de r, distance à l'axe et de t. On prendra $E_2(0,t) = 0$.

c. Exprimer $\vec{E} = \vec{Eo} + \vec{E_2}$ en fonction de $\vec{Eo}$ et de x = rω / c. (c : célérité de la lumière dans le vide). Avec a = 10 cm et f = 10 MHz (limite supérieure d'un générateur de signaux usuel), évaluer l'ordre de grandeur que l'on commet en confondant dans tout le système l'expression du champ avec celle valable en très basse fréquence.

d. A quel concept théorique la condition $x << 1$ s'identifie-t-elle ? Expliquer pourquoi le champ calculé en c ne correspond pas à une solution exacte du problème.

VII. Chute d'une tige horizontale dans un champ magnétique

Une tige rectiligne T de longueur a, de masse m et de résistance R effectue un mouvement de translation le long de la verticale descendante en restant parallèle à une direction horizontale $\vec{ux}$ et tout en fermant un circuit rectangulaire C situé dans le plan vertical qui comporte une bobine d'inductance L. On confond la résistance totale de C avec R et son inductance propre avec L ; C est orienté positivement selon $\mathbf{u}_z$. L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique uniforme permanent $\vec{B} = B\,\vec{uz}$. T est abandonné à t = 0 avec une vitesse v = 0, son glissement sur C s'effectue sans frottements.



1. En notant i l'intensité du courant qui circule dans C à l'instant t, déduire des lois de l'électrocinétique une équation différentielle (E) liant i et di / dt à v = dy / dt.
2. Déduire des lois de la mécanique une équation différentielle (M) reliant dv / dt à i.
3. En combinant convenablement (E) et (M), faire apparaître une équation (P) dont les termes ont les dimensions de puissances, dont on donnera la signification physique.
4. Ecrire une équation différentielle (K) relative à la seule fonction i(t).
5. Dans le cadre d'une « résistance assez grande » (préciser) décrire qualitativement l'évolution des fonctions i(t) et v(t). Mettre en évidence un couple de valeurs particulières (i_o, v_o) dont on explicitera la signification physique et que l'on exprimera en fonction des données.
6. Dans l'hypothèse inverse d'une résistance R négligeable, calculer explicitement les fonctions i(t), v(t) et y(t). Analyser la situation obtenue d'un point de vue énergétique.

VIII. Production d'électricité à partir de l'énergie houlomotrice

Parmi les énergies renouvelables autres qu'hydraulique, la part provenant des énergies maritimes est relativement faible, de l'ordre de 0,05 % soit 0,540 TWh en 2012 mais la ressource exploitable mondiale est estimée de 140 à 750 TWh par an. Dans les années 70, les chocs pétroliers ont favorisé le développement de systèmes de récupération de l'énergie des vagues. On va s'intéresser ici à la récupération d'énergie par un système oscillant grâce à la houle.
On considère un système à corps oscillant avec une partie fixe au fond de l'eau et une partie mobile, comme par exemple le dispositif Oyster (cf. Figure 3 à gauche), dispositif dont la partie supérieure dépasse légèrement de l'eau, qui est testé au large de l'Écosse, ou comme le dispositif WaveRoller (cf. Figure 3 à droite), dispositif complètement immergé, développé par une société finlandaise et qui est testé au large du Portugal.

FIGURE 3 – Dispositifs Oyster (à gauche) et WaveRoller (à droite).

On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide S en rotation autour de l'axe Oy et complètement immergé dans l'eau. Le pendule est fixé au sol (au fond de la mer) par un dispositif non représenté sur le schéma. Le point O est donc fixe par rapport au sol. Les mouvements ont lieu dans le plan vertical (xOz). (cf. Figure 4).

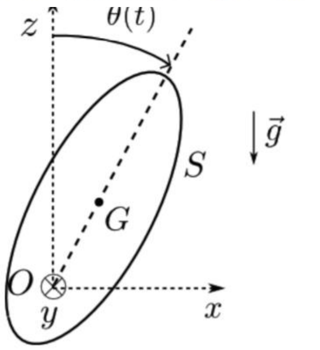


FIGURE 4 – Pendule pesant, notations.

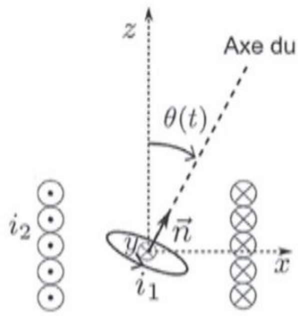


FIGURE 5 – Modélisation de la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique. Une seule spire de la bobine 1 est représentée. La figure correspond à une coupe dans le plan (Oxz) mais la spire de la bobine 1 est représentée en perspective.

On va utiliser le mouvement oscillant du pendule $\theta(t)$ créé par les vagues pour produire de l'électricité par induction entre deux bobines. (Figure 5)

- La bobine 1, de section S est liée au rotor et tourne autour de l'axe Oy. On note $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface ($\vec{n}$ est dans le plan (Oxz). Elle est parcourue par un courant constant imposé i_1. Elle comporte N_1 spires.
- La bobine 2 est statique. Elle est reliée à un appareil électrique passif de résistance R non représenté sur la figure. Pour simplifier, on néglige l'impédance de la bobine devant la résistance R aux fréquences de fonctionnement du système. La bobine 2 est parcourue par un courant $i_2(t)$ lié au mouvement, et crée un champ magnétique supposé uniforme $\overrightarrow{B_2}(t) = K_2 i_2(t)\overrightarrow{u_z}$. Elle comporte N_2 spires.

1. Exprimer le flux $\Phi_{2\to1}$ du champ $\overrightarrow{B_2}$ à travers la bobine 1 en fonction de K_2, S, N_1, i_2 et θ.
2. En déduire le flux $\Phi_{1\to2}$ du champ $\overrightarrow{B_1}$ à travers la bobine 2 puis l'expression de la force électromotrice e(t) qui en résulta dans la bobine 2.
3. Donner le circuit électrique équivalent en indiquant la résistance R. Justifier que $e = Ri_2$.
4. On modélise la bobine 1 par un dipôle magnétique. Donner l'expression du moment magnétique dipolaire associé $\overrightarrow{m_1}$. Pour la suite, on suppose que ce moment possède une norme constante m_1.
5. Le couple subit par le rotor est $\vec{\Gamma}_{2\to1} = \overrightarrow{m_1} \wedge \overrightarrow{B_2}(t)$. Montrer que dans l'approximation des petits angles le couple peut se mettre sous la forme est $\vec{\Gamma}_{2\to1} = -k\theta^2\dot{\theta}\overrightarrow{u_y}$ où k est une constante positive que l'on exprimera en fonction des données du problème. Commenter le signe négatif de cette expression.
6. On suppose que le pendule est en mouvement sinusoïdal $\theta(t) = A_o\cos(\omega t)$, où ω est la pulsation des vagues. On s'intéresse au couple $\vec{\Gamma}_{2\to1}(t) = \Gamma_{2\to1}(t)\overrightarrow{u_y}$ qui prend naissance. Donner l'expression de la réponse $\Gamma_{2\to1}(t)$ à l'excitation $\theta(t)$ et montrer qu'elle contient différents harmoniques. Tracer son spectre.
7. Sachant que la puissance mécanique reçue par le pendule dépend de ω, ces harmoniques sont-ils souhaitables ? Commenter.