Cahier d'entraînement fiche 6 : 6.1 à 6.5 ; 6.6 a à e

Applications directes :

1. Détermination des champs

Un circuit électrique comportant N spires parcourues par un courant stationnaire I est enroulé autour d'un noyau magnétique torique d'axe Oz . Le matériau est doux et on reste très en dessous de la saturation. Les dimensions de la section du tore sont faibles devant le rayon moyen du tore on considère donc les champs uniformes sur une section.

- Donner une relation entre le champ magnétique et l'excitation magnétique dans le matériau. Proposer un ordre de grandeur.
- Appliquer le théorème d'ampère pour exprimer l'excitation, puis le champ magnétique en fonction de I .
- Les relations précédentes auraient-elles été différentes si le noyau magnétique n'avait pas eu une forme torique, dans le cas toutefois d'un matériau de forte perméabilité relative ?

2. Champ dans l'entrefer d'un électroaimant

Un électroaimant est constitué d'un bobinage de N fils parcourus par un courant I autour d'un matériau ferromagnétique linéaire de perméabilité relative μ_r . Le circuit magnétique a une section S , une longueur l et l'entrefer a une longueur e . On suppose les champs uniformes sur une section du noyau.

- Justifier que le champ magnétique conserve une valeur constante à la traversée des interfaces entrefer-noyau.
- On fait l'hypothèse d'un état magnétique non saturé. Quelle relation lie H et B dans le noyau ? dans l'entrefer ?
- Exprimer les valeurs des 4 champs précédents en fonction de I .
- $AN : \mu_r = 1200 ; e = 100 \mu\text{m} ; l = 50 \text{ cm} ; N = 50 \text{ spires} ; I = 1\text{A}$.
- Que deviennent ces champs si μ_r tend vers l'infini ?

3. Valeur d'une inductance

Un circuit électrique comprenant N spires parcourues par un courant I est enroulé autour d'un noyau magnétique torique de section constante S et de longueur moyenne l . Le matériau est ferromagnétique et on reste très en deçà du champ magnétique de saturation B_{SAT} . On considère en outre que les champs restent uniformes sur toute section du noyau.

- Justifier sans équation la proportionnalité du flux de B à travers le bobinage à l'intensité du courant.
- Exprimer l'inductance propre de cette bobine à noyau de fer ainsi constituée.
- Commenter la dépendance en N et μ du résultat.

EXERCICES

I. Etude d'un matériau ferromagnétique

Un matériau ferromagnétique est destiné à réaliser la carcasse d'un transformateur. On se propose de visualiser le cycle d'hystérésis de ce matériau sur un écran d'oscilloscope c'est à dire la courbe $B(H)$ où B et H représentent les valeurs algébriques des vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{H}$. Pour

cela, on réalise le montage ci-dessus. Sur le noyau ferromagnétique de forme torique, de section S , de circonférence moyenne l (avec $l^2 \gg S$), on enroule n_1 spires constituant l'enroulement primaire et n_2 spires constituant l'enroulement secondaire.

Le générateur de f.é.m. $e(t)$ est une source de tension sinusoïdale ($e(t) = E \cdot \cos \omega t$) de fréquence $f = 50$ Hz.

La résistance $R = 100$ k Ω est telle que le produit $n_2 i_2$ est négligeable devant le produit $n_1 i_1$.

1. Pourquoi est-il judicieux de choisir un tore ? de choisir $l^2 \gg S$?
2. Dans ce montage, le circuit RC (entrée u_2 , sortie v_y) fonctionne en intégrateur. Quelle condition la capacité C doit-elle satisfaire pour cela ? Quelle(s) valeur(s) peut-on choisir pour C parmi les valeurs usuelles suivantes : 10 nF, 47 nF, 100 nF, 470 nF, 1 μ F et 4,7 μ F ?
3. Exprimer H en fonction de v_x puis B en fonction de v_y et expliquer pourquoi le montage permet de visualiser le cycle d'hystérésis.
4. Applications numériques : $l = 50$ cm, $S = 20$ cm², $C = 1$ μ F, $R_0 = 5$ Ω , $n_1 = 250$, $n_2 = 250$. Donner, en précisant les unités, les expressions de H en fonction de v_x puis de B en fonction de v_y .

5. On obtient l'oscillogramme ci-dessus. v_y est en ordonnée (1 graduation représente 2 volts). v_x est en abscisse (1 graduation représente 1 volt).

Déduire de cet oscillogramme les valeurs approximatives (à 20% près) du champ magnétique rémanent B_r de l'aimantation rémanente M_r et celle du champ coercitif H_c .

6. Pertes par hystérésis Dans le montage de la figure 1, on peut raisonnablement négliger la puissance dissipée par effet Joule dans les enroulements primaire et secondaire. Pour simplifier, on suppose également négligeables les pertes dues aux courants de Foucault dans le tore. Dans ces conditions, la puissance instantanée $p_H(t) = u_1(t) \cdot i_1(t)$ dissipée est uniquement due aux propriétés ferromagnétiques du noyau. Il s'agit des pertes par hystérésis.

a. Etablir la relation liant P_H , valeur moyenne de $p_H(t)$, à l'aire du cycle d'hystérésis représentant l'évolution de B en fonction de H (on notera A l'aire du cycle).

b. Sur l'oscillogramme de la figure 2, on évalue l'aire du cycle à 6 carreaux.

En déduire, en utilisant les valeurs numériques **de la question 1.2.**, la valeur de la puissance moyenne P_H dissipée à cause du phénomène d'hystérésis dans l'ensemble du tore dans l'essai réalisé.

7. A-t-on intérêt pour la fabrication des transformateurs à utiliser un matériau ferromagnétique ayant un champ coercitif important ou faible au contraire ? Justifier.

II. Pince ampérométrique.

Une pince ampérométrique est constituée d'une bobine torique dont le tore avec son enroulement peut s'ouvrir autour d'une charnière pour enlacer un fil ou une barre conductrice dont on veut mesurer l'intensité I qui le parcourt.

La section du tore est rectangulaire, de hauteur $h = 1$ cm, rayons $a = 1$ cm et $b = 2$ cm, constitué d'un matériau ferromagnétique homogène et isotrope de perméabilité relative $\mu_r = 2500$; le nombre de spires est $N = 50$.

a) Définir proprement, puis calculer le coefficient d'autoinductance L du tore.

b) La pince enlace un conducteur linéique rectiligne. Définir proprement, puis calculer le coefficient d'inductance mutuelle M entre les deux circuits.

c) Pour une intensité efficace de 1 A à la fréquence de 50 Hz, calculer la ddp efficace induite aux bornes de la bobine torique en circuit ouvert.

d) On court-circuite la bobine torique. Quel est le courant i qui la traverse, en négligeant la résistance de la bobine ? Quel est l'avantage de la mesure du courant induit ? Quel est alors le rôle du matériau ferromagnétique ?

III. Communication transcutanée

Dans le monde, environ 50 000 personnes ont besoin d'une transplantation cardiaque, seules 5000 en obtiennent une, car la demande est bien supérieure à l'offre. Dans l'attente de ces dons, de nombreux patients doivent vivre avec une assistance cardiaque extérieure, générant des contraintes lourdes. Des dispositifs innovants de transfert d'énergie transcutanée (c'est-à-dire à travers la peau) pour cœur artificiel sont en développement, afin d'augmenter le confort de vie des patients

Dans le dispositif de transfert

d'énergie transcutanée, la bobine secondaire est implantée dans le corps humain et couplée avec la bobine primaire, située à l'extérieur. Le couplage est modélisé par une inductance mutuelle M . La bobine primaire et la bobine secondaire comportent $N = 24$ spires. Le couplage entre ces bobines a été amélioré au moyen d'un matériau ferromagnétique doux de perméabilité relative

Figure 8 : les lignes de champ magnétique sont en pointillés, l'échelle n'est pas respectée

$\mu_r = 10^5$, de dimensions la plus grande 25 mm. L'entrefer a une épaisseur $e = 15$ mm. La bobine primaire est alimentée par un courant sinusoïdal de fréquence 180 kHz et d'intensité $I = 1$ mA. Le schéma en figure 8 représente les différentes parties de ce système.

1. Représenter l'allure d'un cycle d'hystérésis (H, B) d'un milieu ferromagnétique doux. Quelle modélisation peut-on faire pour ce matériau ?
2. Après avoir établi l'expression littérale du champ magnétique produit dans l'entrefer (figure 8), déterminer précisément si le champ magnétique produit dans l'entrefer est dangereux pour la santé.

Valeurs limites d'exposition pour les champs magnétiques extraits du « journal officiel des Communautés européennes L199/59 », avec f la valeur numérique de la fréquence dans l'unité indiquée dans la gamme de fréquences.

Gamme de fréquences	0 ; 1 Hz	1 ; 8 Hz	8 ; 25 Hz	0,025 ; 0,8 kHz	0,8 ; 150 kHz	0,15 ; 10 MHz	10 ; 400 MHz
B (en μT)	$4 \cdot 10^4$	$\frac{4 \cdot 10^4}{f^2}$	$\frac{5000}{f}$	$\frac{5}{f}$	6,25	$\frac{0,92}{f}$	0,092

Figure 6

On modélise les phénomènes d'induction au niveau des bobines situées de part et d'autre de la peau par le circuit de la figure 6 où V_g est une tension sinusoïdale. Le générateur V_g délivre une tension sinusoïdale de pulsation

ω et a une résistance interne R_g . L'inductance mutuelle M est donnée par la relation :

$$M = k\sqrt{L_s L_d} \quad \text{où } k \text{ est une constante.}$$

Les résistances R_s et R_d sont des résistances parasites. La charge est représentée par la résistance R_L .

3 Établir, en notation complexe, le système d'équations électriques décrivant le schéma électrique de la figure 6.

4. Le rendement η en puissance de ce circuit est le rapport de la puissance reçue P_L au niveau de la charge par la puissance moyenne $P_{g,Max}$ délivrée par le générateur, il est donné

par l'expression littérale suivante :
$$\eta = \frac{P_L}{P_{g,Max}} = \frac{4U^2 \frac{R_g R_L}{R_s R_d}}{\left[\left(1 + \frac{R_g}{R_s}\right) \left(1 + \frac{R_L}{R_d}\right) + U^2 \right]^2}$$
 avec $U = \frac{\omega M}{\sqrt{R_s R_d}}$

Le rendement optimum η_{opt} est obtenu en choisissant les résistances de manière adaptée. Commenter la courbe ci-contre donnant le rendement optimum η_{opt} en fonction de U .