PSI FEUILLE D'EXERCICES DE SCIENCES PHYSIQUES N° 18 14/01/2025
2024/2025
Thème : Conduction thermique

APPLICATIONS DIRECTES :

1. Propagation de la chaleur dans le combustible

Citer les trois modes de transfert thermique et donner leurs spécificités.
Indiquer le rôle de chacun de ces modes dans la propagation d'un incendie.

2. Ordres de grandeurs :

Dans le massif central, le granite est à une température de 200°C à 4000 m de profondeur. On donne pour le granite : sa capacité thermique massique $c = 900\ J.kg^{-1}.K^{-1}$, sa masse volumique $\mu = 2{,}75.10^3\ kg.m^{-3}$ et sa conductivité thermique $\lambda = 2{,}9$ SI.

1. Retrouver les unités de de λ à partir de la loi de Fourier.
2. Quelle énergie libérerait le refroidissement de 200°C à 15°C d'un bloc de granite cubique de 1 km de côté ?
3. La puissance thermique d'une centrale nucléaire vaut typiquement P = 1000 MW. Combien d'années devrait fonctionner une centrale nucléaire pour libérer la même quantité d'énergie ?
4. Etablir l'équation de la chaleur en conduction unidirectionnelle axiale.
5. En déduire par analyse dimensionnelle, un ordre de grandeur (en années) du temps τ_C que prendrait le refroidissement de ce cube de granite, plongé dans l'océan, de température supposée constante égale à 15°C.

3. Conduction à une jonction métallique

Un barreau métallique de section constante $s = 2\ cm^2$ est constitué de deux barreaux de même section soudés, l'un en aluminium, l'autre en cuivre de conductivités thermiques respectives $\lambda_{Al} = 200\ W.m^{-1}.K^{-1}$ et $\lambda_{Cu} = 380\ W.m^{-1}.K^{-1}$, et de longueurs respectives $l_1 = 80$ cm et $l_2 = 50$ cm. Les extrémités libres de barreau d'aluminium et du barreau de cuivre sont respectivement maitenues aux températures $T_1 = 180$°C et $T_2 = 0$°C. Une gaine isolante permet d'isoler thermiquement la surface latérale des barreaux.
On suppose le régime stationnaire.

a. Montrer, à partir d'un bilan énergétique sur un système élémentaire, que la densité de flux thermique est uniforme dans le barreau 1. Qu'en est-il dans le barreau 2 ?
b. Exprimer P_1, la puissance thermique dans le barreau 1, en fonction de λ_1, T_1, T_j température au niveau de la jonction et l_1. De même pour P_2.
c. Quelle est la nature de l'association entre les deux barreaux, série ou parallèle ? Quelle relation a-t-on alors entre les puissances thermiques de chaque barreau ? entre les densités de flux thermiques ? En déduire la température T du barreau au niveau de la jonction.
d. Déterminer littéralement puis numériquement, le gradient de température le long du barreau d'aluminium, ainsi que le long du barreau de cuivre.
e. Déterminer ensuite, littéralement puis numériquement la densité de flux de thermique et la quantité de chaleur qui traverse la jonction en une minute.
f. Par analogie avec la résistance électrique, définir la résistance thermique d'un barreau. AN

4. Résistance thermique d'un mur

On suppose que l'on est en régime stationnaire. On considère un mur en béton d'épaisseur 30 cm et de surface 15 m^2 séparant une pièce à 20°C de l'extérieur à 0°C.

a. Rappeler l'ordre de grandeur de la conductivité thermique du béton.
b. Déterminer un ordre de grandeur de la densité de flux thermique à travers ce mur. En déduire la puissance thermiqe qui traverse le mur.
c. Rappeler la définition de la résistance thermique. La calculer pour le mur précédent.

L'équation de la chaleur pour une conduction unidirectionnelle axiale s'écrit $\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$.

d. Donner le nom et les unités de toutes les grandeurs introduites.

D s'exprime en fonction de la masse volumique μ, de mla capacité thermique massique c et de la conductivité thermique λ.

e. Déterminer l'expression de D en fonction des variables précédentes par analyse dimensionnelle.
f. Exprimer la capacité thermique volumique Cv du béton en fonction de c et μ. On donne Capacité thermique volumique ($kJ.m^{-3}.K^{-1}$) : béton : 2500. Calculer D pour le béton.
g. Déterminer la durée caractéristique du transfert thermique par conduction dans le mur. Pour quelles durées est-on dans le régime quasistationnaire ?

5. transfert thermique à travers une enceinte cylindrique

Soit maintenant une enceinte cylindrique en béton de 30 cm d'épaisseur, de 2,5m de hauteur et de rayon intérieur 1m. La température à l'intérieure de l'enceinte est de 20°C et 0°C à l'extérieur. On reprend les caractéristiques du béton de l'AD4. On néglige le transfert thermique à travers le sol et le toit de l'enceinte.

a. Exprimer la loi de Fourier dans cette situation.
b. En déduire l'expression du flux thermique. Que peut-on déduire pour cette quantité sachant que le régime est stationnaire ? Calculer sa valeur.
c. Définir, puis déterminer la résistance thermique de l'enceinte. AN

EXERCICES :

I. Conduction thermique et effet Joule :

On considère un cylindre circulaire droit homogène et isotrope limité par deux sections droites S_1 et S_2, d'aire S et distantes de L. Ce cylindre conducteur de la chaleur et de l'électricité est plongé dans un milieu parfaitement isolant thermique et électrique.

Les sections terminales S_1 et S_2 sont maintenues simultanément à des températures constantes T_1 et T_2 et à des potentiels constants V_1 et V_2. Il s'établit un régime stationnaire du point de vue électrique et thermique, les surfaces équipotentielles étant planes et perpendiculaires à l'axe Ox du cylindre.

On admet que les conductivités thermique λ et électrique γ sont indépendantes de la température et que le cylindre se comporte comme une résistance pure, même si sa température n'est pas uniforme.

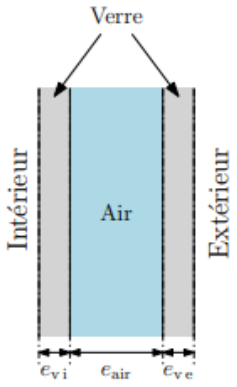
1. Calculer la puissance dP dissipée par effet Joule dans le volume élémentaire compris entre les plans d'abscisse x et x + dx. On désigne par I l'intensité du courant traversant le cylindre. dP sera exprimée en fonction de I, S, γ et dx.
2. Les températures des sections terminales étant égales, on demande :
   a. de déterminer la loi de variation de la température à l'intérieur du cylindre et de calculer la température maximale. Représenter graphiquement T(x). Donner les valeurs numériques des points remarquables.
   b. de donner l'expression littérale de la somme des flux thermiques sortant de chacune des sections terminales. AN. Conclure.

Données pour un conducteur non métallique : $\gamma = 1{,}00.10^5\ \Omega^{-1}.m^{-1}$; $\lambda = 1{,}00\ W.K^{-1}.m^{-1}$;
L = 4,00 mm ; S = 40 mm^2 ; I = 10,0 A ;T(0)=T(L)=273 K

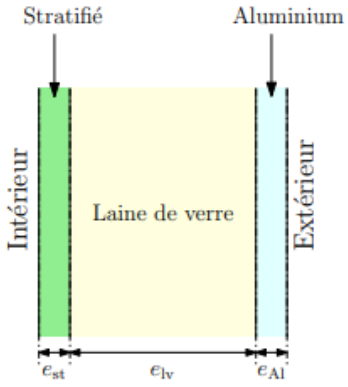
II. Chauffage d'une voiture de TGV

On considère une voiture de TGV dans des conditions hivernales. La température extérieure est constante égale à T_{ext} = –4 °C. On cherche à estimer la puissance du chauffage $\mathcal{P}_{ch}$ nécessaire pour maintenir la température intérieure constante à T_{int} = 20 °C.

On fait dans un premier temps les hypothèses suivantes : le régime est stationnaire ; les vitres et le reste des parois (latérales, sol et toit) sont constituées de plusieurs couches comme schématisé ci-dessous. les vitres sont par ailleurs le siège de phénomènes conducto-convectifs côté intérieur (coefficient hi) et côté extérieur (coefficient he) ;



(a) Constitution d'une vitre



(b) Constitution des parois

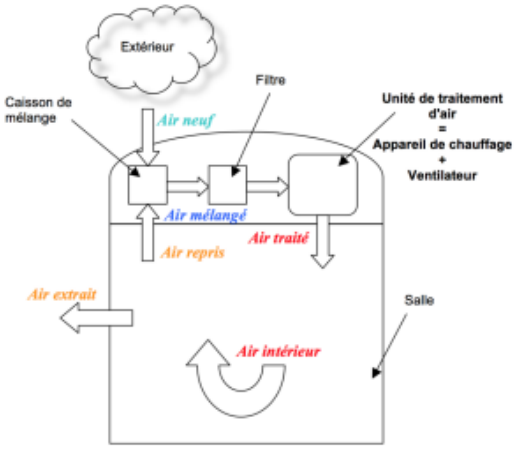


Figure 12 Circulation de l'air dans un véhicule ferroviaire et appellations selon la norme NF EN 14750-1

en outre, l'air intérieur est en permanence renouvelé par de l'air neuf venant de l'extérieur et ce avec un débit volumique D_V (figure 12). La puissance thermique nécessaire pour l'amener de la température extérieure à la température intérieure s'écrit $\mathcal{P}$air neuf = $Dmcp$ (Tint − Text) où Dm est le débit massique de renouvellement de l'air et cp la capacité thermique massique à pression constante de l'air

Les données numériques utiles sont fournies ci-dessous.

Données numériques pour le dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV

Voiture	L (longueur)	22500 mm
	ℓ (largeur)	2780 mm
	h (hauteur)	2100 mm
	e_{Al}	4 mm
	e_{lv}	24 mm
	e_{st}	4 mm
	Nombre de places assises	50
Vitres	Nombre par voiture	12
	L_v (largeur)	2000 mm
	H_v (hauteur)	840 mm
	e_{air}	12 mm
	e_{vi}	4 mm
	e_{ve}	4 mm
Conductivités thermiques	λ_{Al}	237 W·m^{-1}·K^{-1}
	λ_{lv}	0,051 W·m^{-1}·K^{-1}
	λ_{st}	1 W·m^{-1}·K^{-1}
	λ_{air}	0,03 W·m^{-1}·K^{-1}
	λ_v	1,15 W·m^{-1}·K^{-1}
Masse volumique de l'air	ρ_{air}	1,2 kg·m^{-3}
Puissance thermique moyenne dégagée par un passager	$\mathcal{P}_{pass}$	60 W
Autres données	h_i	8 W·m^{-2}·K^{-1}
	h_e	25 W·m^{-2}·K^{-1}
	D_V	2100 m^3·h^{-1}
	c_p	1000 J·K^{-1}·kg^{-1}

1. Pourquoi les valeurs des coefficients conducto-convectif verre / air sont-elles différentes (hi et he) pour l'extérieur et l'intérieur de la voiture ?

2. On souhaite se placer dans un premier temps dans la situation la plus défavorable (celle qui nécessitera la plus grande valeur de $\mathcal{P}$ch). Doit-on supposer la voiture pleine de passagers ou vide (justifier) ?

3. On se place dans l'hypothèse de la question précédente. En précisant toutes les étapes du raisonnement et des calculs, estimer la valeur de la résistance thermique équivalente totale de la voiture (Rtot).
4. En précisant toutes les étapes du raisonnement et des calculs, estimer la valeur de $\mathcal{P}$ch permettant de maintenir la température intérieure constante.
5. Que devient cette valeur si on suppose la voiture pleine de passagers ?

III. Transfert thermique dans un thermoplongeur entartré

Pour chauffer l'eau de la cuve, un chauffe-eau électrique est muni d'un thermoplongeur constitué d'un fil résistif parcouru par un courant électrique qui s'échauffe par effet Joule. Ce fil est recouvert d'un isolant et le tout est placé dans un tube blindé. On assimile ce thermoplongeur à un tube d'acier de longueur L, de rayon r_0 et dont la température de surface est maintenue à T_1.

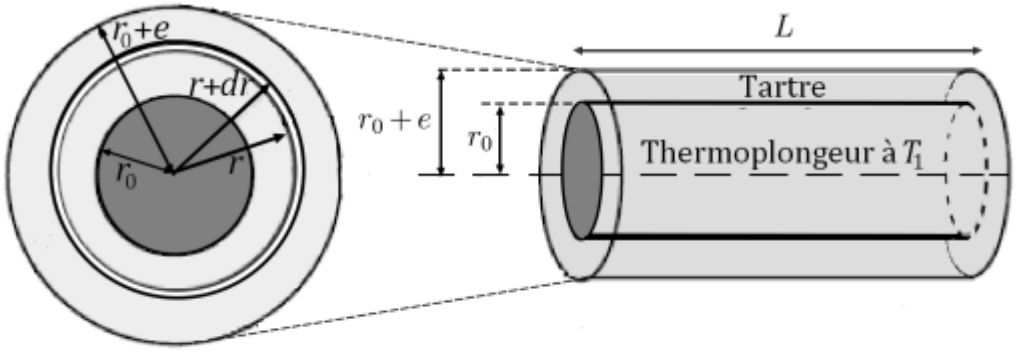


Figure 8 - Schéma du thermoplongeur recouvert de tartre

Ce tube, en contact direct avec l'eau du chauffe-eau, est sensible au tartre (dépôt de calcaire) qui entrave la diffusion de la chaleur. On suppose qu'une couche cylindrique de tartre d'épaisseur e et de conductivité thermique λ se dépose sur le tube. On considère que le champ de température et le vecteur densité de flux thermique ne dépendent que de la distance r à l'axe. On note ainsi T(r) le champ de température dans le cylindre de tartre auquel on associe un transfert thermique radial de vecteur densité de flux thermique $\vec{j}$= j(r) $\vec{u}_r$, $\vec{u}_r$ désignant un vecteur unitaire dirigé selon un des rayons du tube et perpendiculaire à l'axe du tube. Dans le cadre de cette étude, on se place en régime permanent, l'évolution temporelle de la température de l'eau T_e étant supposée lente. On se place suffisamment loin des extrémités du tube pour pouvoir négliger les effets de bord. On néglige tout phénomène de rayonnement ; on se limite aux échanges conducto-convectifs entre la paroi du tube recouverte de tartre et l'eau. On désigne le coefficient d'échange à la paroi par la constante h et on note Tp la température de la paroi.

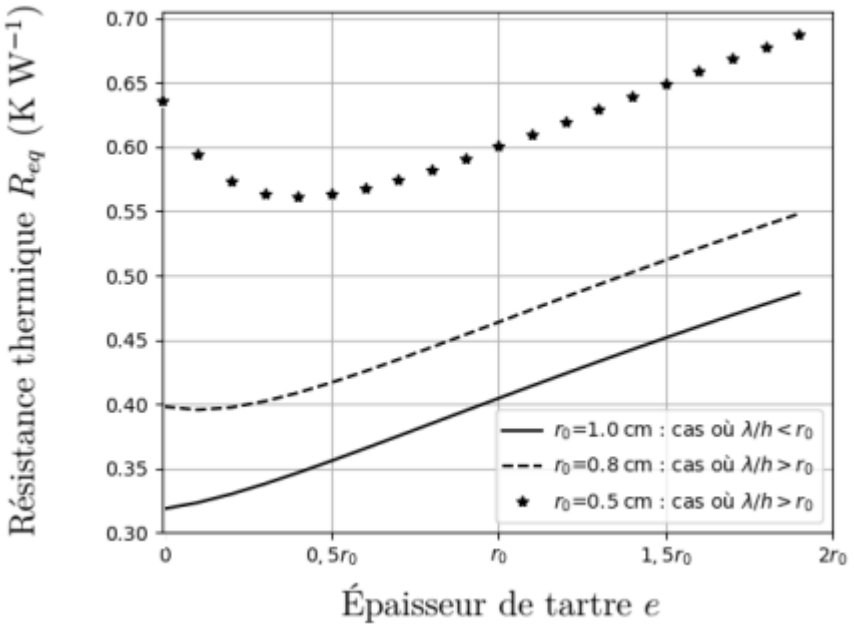
1. À l'aide d'un bilan d'énergie portant sur le cylindre infinitésimal de tartre de rayon interne r et de rayon externe r + dr, montrer que le champ de température T(r) dans le tartre peut se mettre sous la forme : T(r) = A ln(r) + B où A et B désignent les constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à déterminer.
2. Exprimer la composante radiale du vecteur densité de flux thermique j(r) en fonction de λ, A et r.
3. Définir la résistance thermique Rt du cylindre de tartre et en déduire son expression en fonction de T_1, Tp, λ, A et L.

À la frontière entre le tartre et l'eau, la convection de l'eau est limitée par les frottements sur la paroi de tartre. Le transfert thermique à travers la paroi est donné par la loi de Newton :

$$\Phi t \rightarrow e = 2\pi(r_0 + e)Lh(Tp - Te).$$

4. Déterminer l'expression de la résistance thermique Rcc résultant du transfert conductoconvectif entre la paroi de tartre et l'eau en fonction de r_0, e, h et L.
5. À l'aide d'un schéma électrique équivalent, montrer que le transfert thermique entre la paroi interne du tartre à la température T1 et l'eau à la température Te est représenté par une résistance équivalente Req dont on précisera l'expression en fonction de Rt et Rcc.

Dans le cas du tartre, h = 100 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ et $\lambda = 0,9\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$. L'évolution de la résistance thermique équivalente Req en fonction de l'épaisseur e de tartre est représentée sur la figure ci-dessous pour une longueur L = 50 cm du thermoplongeur.



On note e_{min} l'épaisseur minimale à partir de laquelle le tartre augmente l'isolation thermique.

6. Déterminer approximativement les 3 valeurs de e_{min}, exprimées en fonction de r_0, correspondant aux 3 différents cas présentés sur la figure.

Les constructeurs de chauffe-eau indiquent qu'un chauffe-eau entartré aura plus de risques de surchauffe et demandera plus d'énergie pour fonctionner.

7. En régime permanent, on souhaite maintenir la température de l'eau à Te. Comment évoluera la température de surface T_1 du thermoplongeur lorsque l'épaisseur de tartre deviendra supérieure à e_{min} ? Faut-il utiliser un rayon r_0 de thermoplongeur faible ou élevé devant λ/h pour limiter les risques de surchauffe ?

Données	Conductivité thermique	Masse volumique	Capacité thermique massique
Acier	15 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	8 000 $kg \cdot m^{-3}$	500 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Tartre	0,9 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	2 500 $kg \cdot m^{-3}$	900 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

8. Exprimer le coefficient de diffusivité thermique D ($m^2.s^{-1}$) en fonction λ, la masse volumique et la capacité thermique massique.

On note τa la durée d'établissement du régime permanent au sein du thermoplongeur assimilé à une tige d'acier de rayon r_0 = 1 cm et τt la durée d'établissement du régime permanent au sein d'un dépôt de tartre d'épaisseur $e \approx r_0$.

9. Déterminer l'ordre de grandeur du rapport $\tau a / \tau t$. Commenter les recommandations des constructeurs.

IV. Lac gelé

On considère un lac où l'eau liquide est en permanence à la température de congélation T_C. L'air atmosphérique est à la température T_A constante (avec $T_A < T_C$). Libre de glace à l'instant $t = 0$, le lac se couvre progressivement d'une couche de glace dont l'épaisseur vaut $\ell(t)$ à l'instant t. La glace a une masse volumique ρ, une conductivité thermique λ, une capacité thermique massique que l'on négligera. La chaleur latente massique de fusion de la glace est notée L (on la suppose indépendante de la température T).

On note $T_0(t)$ la température de la surface de la glace en contact avec l'atmosphère à l'instant t. L'altitude de cette surface est considérée comme constante. Il y a échange thermique avec l'atmosphère par un phénomène diffuso-convectif caractérisée par la puissance transférée par unité de surface $h.[T_0(t) — T_A]$.

1. Quelle est la valeur numérique de T_C ?

2. A quel type d'association (série ou parallèle) peut-on assimiler l'eau, la glace et l'air ? Quelle est la garndeur identique dans chacun de ces éléments ?

3. Montrer que dans la glace, la température est une fonction affine de $\ell(t)$ dépendant de $T_0(t)$. En déduire l'expression du vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{glace}$ en fonction de λ, $T_o(t)$; T_C et $\ell(t)$.

4. On considère la formation d'une épaisseur $d\ell$ de glace sur une surface S pendant dt.

a) A l'interface de quels milieux cette transformation va-t-elle avoir lieu ? Représenter le sens de l'échange thermique. Exprimer l'énergie dégagée sous forme thermique par l'eau liquide pendant cette transformation.

b) En écrivant que cette chaleur diffuse à travers la couche de glace, trouver une équation différentielle vérifiée par $\ell(t)$ et $T_0(t)$ en fonction de ρ, λ, L et T_C.

c) En étudiant l'échange thermique au niveau de l'interface glace-atmosphère, trouver une autre relation entre $T_0(t)$ et $\ell(t)$.

d) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\ell(t)$.

5. En intégrant l'équation précédente, calculer la durée nécessaire à la formation de 1,0 cm de glace, ainsi que la température superficielle T_0 de la glace au bout de cette durée.

Données: T_C = 273 K; T_A = 253 K; L = 334 J.g^{-1}; ρ = 0,9 g.cm^{-3}; λ = 25 J.heure^{-1}.cm^{-1}.K^{-1}; h = 2,5 J.heure^{-1}.cm $^{-2}$.K^{-1}.

V. Géothermie :

La terre est assimilée à une sphère homogène de rayon R = 6400 km de conductivité λ indépendante de la température T. On suppose que l'origine de l'énergie libérée à l'intérieur du globe terrestre est une désintégration radioactive de certaines roches qui libère une puissance volumique p répartie uniformément à l'intérieur du globe. On observe que, au voisinage de la surface terrestre la température s'accroît de 1 degré lorsqu'on s'enfonce de 32 m.

1. Déterminer la puissance thermique sortant à la surface de la terre en fonction de p et R. En déduire que $p = 3\lambda K / R$ où $K > 0$ est la valeur du gradient de température à la surface de la terre.

2. En effectuant un bilan d'énergie en régime stationnaire sur un système que l'on précisera, montrer que la densité de flux thermique vérifie l'équation suivante dans la terre, à une distance r du centre de la terre : $\frac{d}{dr}\left(r^2 j_Q\right) = p.r^2$. En déduire l'expression de $j_Q(r)$ à une constante près.

3. En prenant comme origine la température de surface T_a=298K, exprimer la température T(r) à la distance r du centre de la terre.

4. Quel serait dans ce modèle très simpliste la température au centre O de la terre ?

VI. Conduction thermique en régime sinusoïdal forcé

En un lieu où la distance caractéristique de pénétration des ondes thermiques est δ = 16 m, sur une période T = 1 an, la température de la surface du sol passe vers le 1er janvier par un minimum égal à – 10°C et vers le 1er juillet par un maximum égal à + 30°C.

1. Représenter graphiquement $T_{sol}(t)$.
2. Vers quelles dates la température est-elle minimale à la profondeur x = 2 m ? Quelle est la valeur de ce minimum ? Commenter.
3. Représenter sur le même graphe, T(x=2 m, t)
4. Pourquoi les variations de température du sol qui correpondent à l'alternance des nuits et des jours sont-elles pratiquement sans influence sur la température du sol à la profondeur de 2m ?