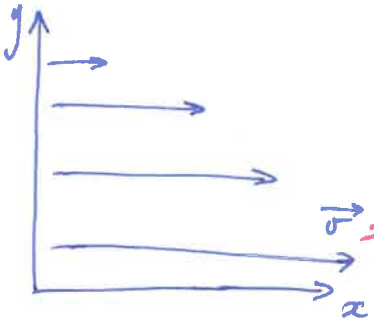
ADI : TD20

gp 1

cas 1 : $\vec{v} = v\,\vec{u}_x$

cas 2 :



$\vec{v} = v(y)\,\vec{u}_x$

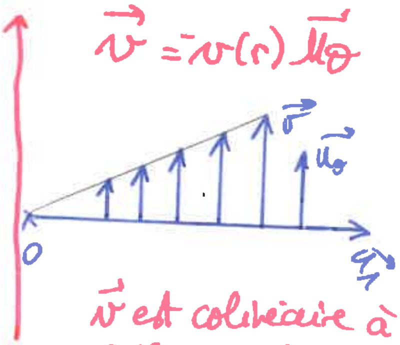
cas 3 : $\odot\ \vec{v}$?

Modéliser veut dire donner une relation mathématique.

↳ en coordonnées polaires $\vec{v} = v\,\vec{u}_r$ avec $v = \text{cst}$

cas 4 :

$\vec{v} = v(r)\,\vec{u}_\theta$



$\vec{v}$ est colinéaire à $-\vec{u}_\theta$ avec $v(r)$ croissante.

- On a bien un champ uniforme pour les cartes de champ stationnaire 1 et ~~3~~ → les directions des vecteurs vitesse ne sont pas // entre elles, le module de la vitesse est uniforme

- D'après la question précédente $\vec{a} = \vec{0}$ pour les cas 1 et ~~3~~. ③ $\vec{a} = (\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v} = (v\vec{u}_r . \frac{\partial}{\partial r})v\vec{u}_r = v\frac{\partial v}{\partial r} = 0.$ car $v = \text{cst}$

↳ Montrer que $\vec{a} = \vec{0}$

- Pour la seconde carte de champ, le mouvement est rectiligne et d'après la description de Lagrange $\left(\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}\right.$ car champ stationnaire par hypothèse

$\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v} = (v(y)\vec{u}_x \frac{\partial}{\partial x}\vec{u}_x)\,v(y)\vec{u}_x$

$= v(y)\,\frac{\partial v(y)}{\partial x}\,\vec{u}_x = \vec{0}$

- cas 4 : $\vec{v} = v(r)\,\vec{u}_\theta$

$\vec{a}_{conv} = (\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v} = v(r)\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial(v(r)\vec{u}_\theta)}{\partial\theta} = \frac{v(r)^2}{r}\frac{\partial\vec{u}_\theta}{\partial\theta} = -\frac{v(r)^2}{r}\vec{u}_r$ oui

- En coordonnées cartésiennes, $\text{div}\,\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$

De la même façon, en coordonnées cylindrique :

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

~~cas 1 : ecoulement incompressible et homogène car les vecteurs sont tous colinéaires et de même normes~~

~~cas 2 : ecoulement incompressible mais pas homogène car les vecteurs sont tous colinéaires mais pas de même normes~~

~~cas 3 : pareil que cas 1~~

~~cas 4. pareil que cas 2.~~

→ ne repond pas à la question posé

pour 1 écoulement incompressible et homogène

$\boxed{\operatorname{div} \vec{v} = 0}$

champ 1. $\vec{v} = v\,\vec{u_x}$ → $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ → incompressible hom.

2. $\vec{v} = v(y)\,\vec{u_x}$ → $\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v(y)}{\partial x} = 0$ "

3. $\vec{v} = v\,\vec{u_r}$ → $\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r v)$

$= \frac{1}{r} v \neq 0$

l'écoulement N'EST PAS incompressible et homogène

4. $\vec{v} = v(r)\,\vec{u_\theta}$ → $\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{r}\frac{\partial v(r)}{\partial \theta} = 0$

→ écoulement incompressible et homogène.