

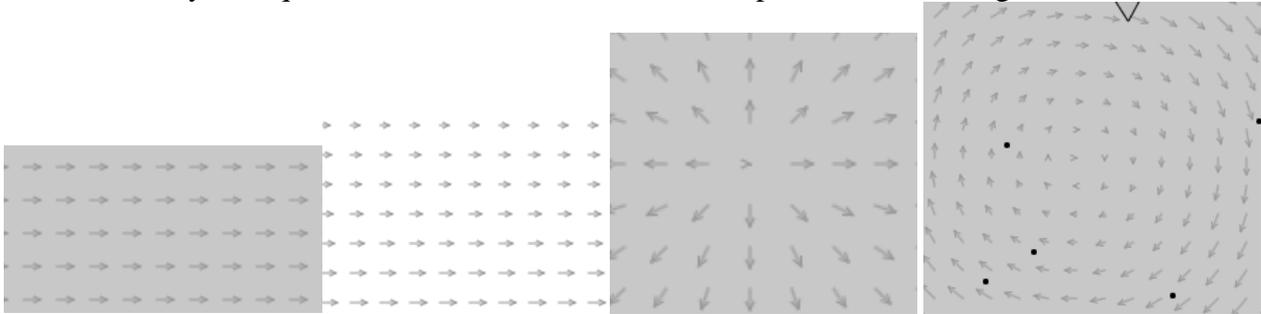
APPLICATIONS DIRECTES

1. Modélisation du vecteur vitesse

Modéliser le vecteur vitesse dans les quatre cartes de champ stationnaire ci-dessous.

A-t-on un champ uniforme ? Déterminer l'accélération convective pour chaque cas.

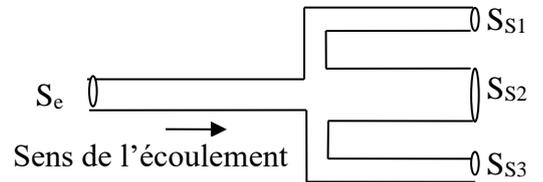
Rappeler l'expression de $\text{div} \vec{v}$ en coordonnées cartésiennes. Rechercher son expression en coordonnées cylindriques. Les écoulements sont-ils incompressibles et homogènes ?



2. Débits massiques et débits volumiques :

Un fluide circule dans une canalisation de section $S(x)$ décroissante. On suppose que l'écoulement est unidirectionnel selon l'axe de la canalisation : sur une section droite, la masse volumique $\mu(x, t)$ et la vitesse $v(x, t)$ sont uniformes.

- a. Représenter un tube de champ de cet écoulement
- b. Donner les expressions des débits massiques D_m et volumique D_v .
- c. L'écoulement est incompressible et homogène. Que dire de D_m et D_v ?
- d. L'écoulement est stationnaire. Même question.
- e. L'écoulement est stationnaire et incompressible et homogène. Qu'en déduire ?
- f. On suppose que l'écoulement schématisé ci-contre est stationnaire. Que peut-on en déduire ? Avec quel autre domaine de la physique peut-on faire une analogie ? Que peut-on dire si, de plus l'écoulement est incompressible et homogène ?



3. Perfusion

On veut perfuser un patient en 60 min avec un flacon de 500 mL de plasma de densité $d = 1,03$.

L'aiguille utilisée a un rayon intérieur $r = 0,2$ mm. Déterminer les débits massique et volumique du plasma, ainsi que sa vitesse moyenne dans l'aiguille.

4. Conservation du débit

Quelle est la vitesse d'écoulement d'un gaz dans un tuyau cylindrique si 510g de ce gaz s'écoule par demi-heure à travers une section du tuyau ? Le diamètre du tuyau est de 2 cm et la masse volumique du gaz de $7,5 \text{ kg.m}^{-3}$. Le tuyau subit un élargissement. La nouvelle section a un diamètre de 5 cm.

Quelle est la vitesse du gaz, supposé en écoulement incompressible dans la section élargie ? L'hypothèse d'incompressibilité de l'écoulement est-elle judicieuse ?

5. Écoulement autour d'une aile d'avion

L'écoulement de l'air autour du profil d'une aile d'avion est représenté sur la figure 2. Il permet de visualiser l'allure des lignes de courant lors d'un écoulement à faible incidence et à forte incidence. Comparer qualitativement le module v de la vitesse du fluide aux points situés au voisinage de l'intrados et de l'extrados.

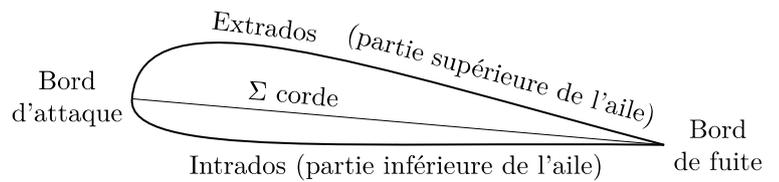


Figure 1 Profil d'une aile d'avion

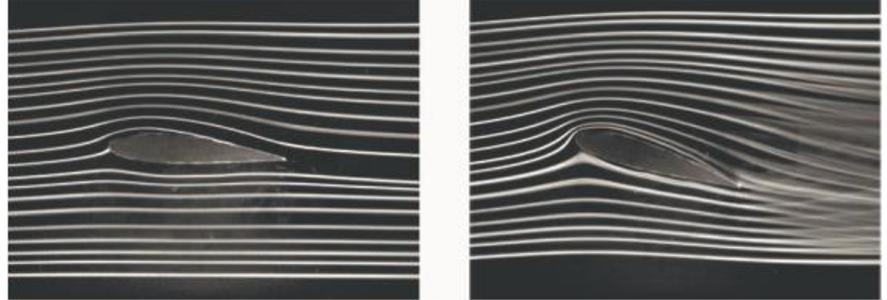


Figure 2 Lignes de courant autour du profil d'une aile d'avion¹

EXERCICES

I. Évaporation de l'eau de la mer Morte

À l'heure actuelle, le niveau de l'eau de la mer Morte baisse d'un mètre environ chaque année et sa surface depuis 1960 est passée de 950 km² à 637 km². En cause, les exploitations intensives de potasse, qui accélèrent son évaporation, mais surtout la diminution du débit du fleuve Jourdain, de plus en plus exploité par les deux pays qu'il borde, Jordanie et Israël.

La pluviométrie autour de la Mer Morte est en moyenne de $h_p = 60 \text{ mm.an}^{-1}$

Le débit volumique moyen actuel du Jourdain ou Jordan River, qui se jette dans la mer morte, est de $D_v = 16 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$.

1. Réaliser un bilan de masse afin d'estimer la hauteur d'eau évaporée par an à la surface de la mer morte.



Figure 3 - Jordan River



Figure 1 - Projet de canal mer Rouge / mer Morte

Le projet d'un canal mer Morte/mer Rouge, connu sous le nom de « canal de la Paix », prévoit de pomper de l'eau dans la mer Rouge à la hauteur du port jordanien d'Akaba, pour la reverser grâce à un pipeline dans la mer Morte. L'eau prélevée dans le golfe d'Aqaba ira d'abord dans une usine de désalinisation pour obtenir une eau potable qui fait cruellement défaut dans la région. Puis les saumures issues du dessalement seront transférées dans le pipeline, en passant par une centrale hydroélectrique afin de fournir de l'électricité à la Jordanie, à Israël et à l'Autorité palestinienne.

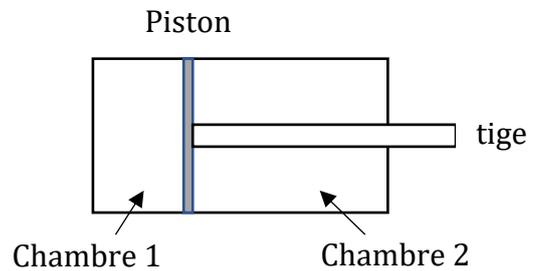
Le diamètre du pipeline est de 3m. La vitesse moyenne de l'eau dans le pipeline est de 7 m.s^{-1}

- Calculer les débits volumiques et massiques de l'eau dans le pipeline.
- De quelle hauteur varierait chaque année le niveau de la mer Morte avec ce pipeline ?

II. Vitesse de déplacement d'un vérin hydraulique

La figure ci-contre présente le schéma simplifié d'un vérin hydraulique. Un circuit hydraulique, non représenté ici, achemine de l'huile sous pression, soit dans la chambre 1 pour provoquer la sortie de la tige, soit dans la chambre 2 pour la faire rentrer. Ici la tige du vérin a un diamètre $d = 4 \text{ cm}$ et le corps du vérin un diamètre intérieur de $D = 10 \text{ cm}$.

Sachant que le débit volumique de l'huile est de $24 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$, calculer la vitesse de sortie puis celle d'entrée de la tige.



III. Détermination de la vitesse moyenne du sang dans une artère

L'écoulement du sang dans une artère cylindrique de rayon R , d'axe z , peut être modélisé par un écoulement de Poiseuille dont le champ des vitesses est donné par $\vec{v}(M) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{u}_z$.

- Vérifier qu'il s'agit bien d'un champ compatible avec un écoulement incompressible.
- Déterminer l'expression du débit de volume à travers une section droite de l'artère.
- Sachant que le rayon de l'artère est de 4 mm et le débit sanguin $0,05 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$, calculer v_0 . On prendra la masse volumique du sang égale à celle de l'eau.
- Que représente v_0 ? Quelle est la valeur de la vitesse en $r = R$?
- La vitesse moyenne v_{moy} de l'écoulement est définie par le rapport du débit de volume à la section. Exprimer v_{moy} en fonction de v_0 .

IV. Les questions du certificat d'études primaires dans la première moitié du XX^e Siècle



Pourquoi harcèle-t-on les enfants avec des problèmes de baignoires dont le robinet débite 56 litres à la minute tandis que ne s'écoulent que 6,7 décilitres à la seconde quand on sait pertinemment que dans la vie il suffit de fermer le robinet pour ne pas s'emmerder avec de l'eau qui déborde ?

Geluck enfonce le clou de Philippe Geluck

Et si on ne ferme pas le robinet, estimer le temps que va mettre cette baignoire, initialement vide, pour déborder.

