Ex I. TD20

Bon raisonnement
Veillez à l'homogénéité des expressions.

Grp 8

1) Etudions le niveau de l'eau de la Mer Morte
Pour $t = 1$ année, on a pour volume entrant :

- $V_{Jourdain} = D_V \times t$
$= 16 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 5{,}1 \times 10^8 \ m^3$

- $V_{pluie} = h_p \times S$
$= 60 \times 10^{-3} \times 637 \times 10^6 = 3{,}8 \times 10^7 \ m^3$

Alors, sur l'année, on a :

$\underline{\cancel{\frac{dV}{dt}} = V_{Jourdain} + V_{pluie} - V_{évaporation}}$.

pb d'homogénéité
$\frac{\delta V}{dt} \rightarrow m^3.s^{-1}$
$V \rightarrow m^3$

Or, on sait que le niveau d'eau de la Mer Morte baisse d'un mètre chaque année et que $V = h \times S$ où h est la hauteur d'eau.

Ainsi, $\frac{dh}{\cancel{dt}} = (V_{Jourdain} + V_{pluie} - V_{évaporation}) \frac{1}{S}$

! homogénéité

et $V_{évaporation} = h_{évaporation} \times S = (V_{Jourdain} + V_{pluie} + \Delta h S)$.

avec $\Delta h = 1 \ m$.

D'où $\underline{h_{évaporation} = (V_{Jourdain} + V_{pluie} + \Delta h S) \frac{1}{S}}$

A.N : $h_{évaporation} = (5{,}1 \times 10^8 + 3{,}8 \times 10^7 + 637 \cdot 10^6) \cdot \frac{1}{637 \cdot 10^6} \simeq \underline{1{,}85 \ m}$

La hauteur d'eau évaporée par an à la surface de la mer morte est de $\underline{1{,}85 \ m}$. TB

2) Donnée : • diamètre pipeline : 3m • vitesse moyenne eau dans pipeline : $7 m.s^{-1}$

* $\underline{D_V = U \cdot S} = U \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 7 \times \pi \times \frac{3^2}{4} \simeq 49{,}5 \simeq \underline{50 \ m^3.s^{-1}}$

L'eau est un fluide incompressible et homogène, d'où :

* $\underline{D_m = \mu \cdot D_V} = 50 \times 1000 = \underline{50\,000 \ kg.s^{-1}}$

Dans le pipeline, le débit volumique est de $50 \ m^3.s^{-1}$ et le débit massique est de $50\,000 \ kg.s^{-1}$.

3) Soit V le volume apporté par le pipeline pour t = 1 année :

• $V = Dv \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = Dv \times t$

$\underline{V} = 49{,}5 \times 3600 \times 24 \times 365{,}25 \simeq \underline{1{,}56 \times 10^9 \text{ m}^3}$

D'où, on va ajouter à la hauteur de l'eau, la hauteur h :

$\underline{h} = \frac{V}{S} = \frac{1{,}56 \times 10^9}{637 \cdot 10^6} \simeq \underline{2{,}45 \text{ m}}$

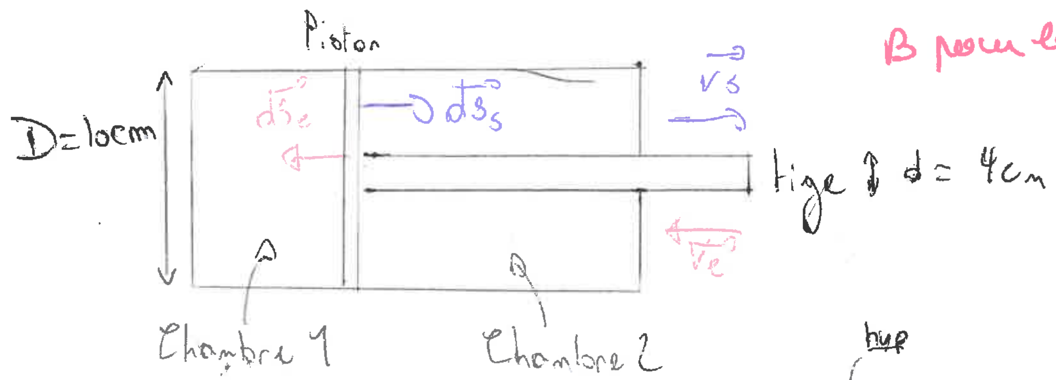
Or, d'après les questions précédentes, sans pipeline, la hauteur de l'eau diminuerait d'1 mètre chaque année. Comme avec le pipeline, la mer morte gagne une hauteur de 2m45 chaque année, avec ce pipeline, chaque année, <u>le niveau de la mer morte augmenterait de 1,45 m.</u>

B

YENI Serhat
VUILLEMIN Célia
FRANCISCO Mathias

TD 20

Exercice 2 : Vitesse de déplacement d'un vérin hydraulique



B pour le schéma.

- Par définition : $D_v = \Phi(\vec{v}) = \iint_S \vec{v}\cdot\vec{dS} \overset{\text{hyp}}{=} v.S$ car $\vec{v}$ et $\vec{S}$ sont colinéaires.

Par hypothèse, la vitesse est uniforme sur la surface, donc $\begin{cases} D_{ve} = v_e . S_e \\ D_{vs} = v_s . S_s \end{cases}$ et

$\Rightarrow v_e = \dfrac{D_{ve}}{S_e}$

- Or le débit volumique d'huile en entrée et en sortie est le même, donc

$D_{ve} = D_{vs} = D_v = 24\ L.min^{-1}$

Vitesse de sortie v_s :

* La surface $S_s = \pi r^2 = \pi \left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = \pi . \dfrac{D^2}{4} = \dfrac{\pi}{4} (10.10^{-2})^2 \simeq 7,9.10^{-3}\ m^2$

D'où $v_s = \dfrac{D_v}{S_s} = \dfrac{24.10^{-3}}{7,9.10^{-3}.60} \simeq 5,1.10^{-2} m.s^{-1}$ $(\simeq 1,8\ km.h^{-1})$

↳ ~~valeur élevée ? Problème de surface ?~~ (oui, c'est assez élevé...)

$= 5,1\ cm.s^{-1}$

Vitesse d'entrée v_e :

* La surface S_e représente la surface de la chambre 2 moins celle de la tige : $S_e = \cancel{2\pi r^2} = \pi \dfrac{D^2 - d^2}{4} = \dfrac{\pi}{4} \left((10^2 - 4^2).10^{-4}\right) \simeq 6,6.10^{-3}\ m^2$

D'où $v_e = \dfrac{D_v}{S_e} = \dfrac{24.10^{-3}}{6,6.10^{-3}.60} \simeq 6,1.10^{-2} m.s^{-1}$ $(\simeq 2,2\ km.h^{-1})$

↳ oui

$= 6,1\ cm.s^{-1}$

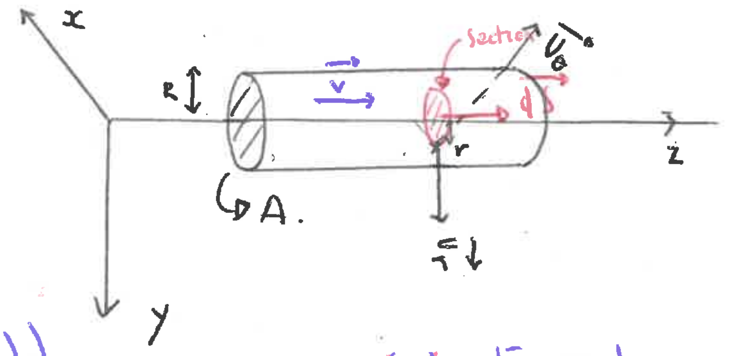
→ résultat peu cohérent, ~~vitesse très élevée~~.

Exercice 3   TD°20   Groupe 2.

Q1. L'incompressibilité signifie que la divergence du champ des vitesses est nulle.

$$\operatorname{div}\vec{v} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad \text{(cylindrique).}$$

ici $\vec{v}(M) = v(\cancel{z})\,\vec{u}_z = v_z(r)\,\vec{u}_z$



donc

$v_r = 0$ et $v_\theta = 0$

on obtient

$$\operatorname{div}\vec{v} = \frac{\partial}{\partial z}\Big(\underbrace{v_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)}_{v_z(\cancel{z})}\Big)$$

cependant $v_z(\cancel{z})$ dépend $v_z = v(z)$? Comprendre la notation

uniquement de r donc une dérivée selon z donne $\operatorname{div}\vec{v} = 0$ donc c'est bien un écoulement incompressible.

Q2. le débit volumique (D_v) est donnée par la formule :

$$D_v = \iint_{section} \vec{v}(z)\cdot\vec{ds}$$

en cylindrique ici $\vec{dS} = 2\pi r\,dr\,\vec{u}_z$

Donc $$D_v = \int_0^R v_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)2\pi r\,dr = 2\pi v_0\int_0^R\left(r-\frac{r^3}{R^2}\right)dr$$

$$= 2\pi v_0\left[\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2}\right]_0^{R_1} = 2\pi v_0\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^4}{4R^2}\right)$$

$R^2/4$ $D_v = \dfrac{\pi v_0 R^2}{2}$

on sait que :

$$D_v = \frac{D_m}{\rho} = 2\pi v_0\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^4}{4R^2}\right) \Rightarrow v_0 = \cancel{\frac{D_v}{2\pi\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^4}{4R^2}\right)}}$$

ρ : masse volumique ! simplifiez

$$v_0 = \frac{2D_m}{\rho\,\pi R^2}$$

$$\boxed{v_0 = 8.10^{-3}\ m.s^{-1}}$$

(AN)

$$D_v = \frac{0{,}05}{1000} = 5\times10^{-5}\ m^3.s^{-1}$$

$$v_0 = \frac{2\times5\times10^{-5}}{\cancel{2}\pi\left(\frac{(4\times10^{-3})^2}{2}-\cancel{\frac{(4\times10^{-3})^2}{4}}\right)}$$

~~$V_0 = 0{,}20\ m.s^{-1}$~~

Q.4 , v_0 correspond à la vitesse maximale atteinte au centre de l'artère. ||

• à $r = R$.

$$v(R) = v_0\left(1 - \frac{R^2}{R^2}\right) = 0 .$$ ||

la vitesse est nulle aux parois.

Q.5 Vitesse moyenne $V_{moy} = \frac{D_v}{A}$. Avec A l'aire de la section artérielle

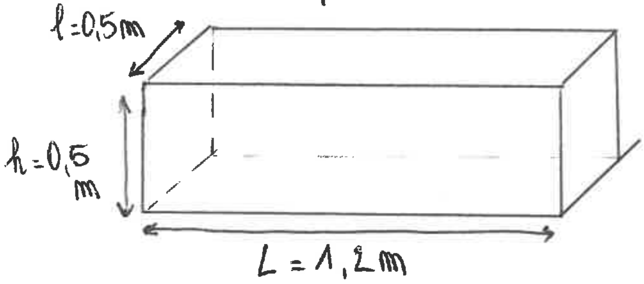
$$V_{moy} = \frac{\frac{\pi V_0 R^2}{2}}{\pi R^2} = \frac{V_0}{2} \overset{(AN)}{=} \cancel{0,1}\ m/s$$ ||

$$= 4.10^{-3}\ m.s^{-1}$$

$$= 4\ mm.s^{-1}$$

TD 20 : Ex. 4 Groupe 3

On pose les mesures pour la baignoire.



Par définition, pour un fluide en écoulement incompressible et homogène,

volume d'eau dans la baignoire

avec $\mathcal{V} = L \times l \times h(t)$

hauteur d'eau dans la baignoire

$$D_V = \frac{\delta V}{dt} = D_{Ve} - D_{Vs}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\Delta t} = D_{Ve} - D_{Vs}$$

dm dm dm

$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{V}{D_{Ve} - D_{Vs}} = \frac{L \times l \times h}{D_{Ve} - D_{Vs}} = \frac{5 \times 5 \times 12}{56 - 40{,}2} \quad \text{car } 1\,L = 1\,dm^3$$

↳ justifiez la conversion

faite $6{,}7\,dL \cdot s^{-1} = 0{,}67 \times 60\ L \cdot min^{-1}$

≈ 17 minutes.

Vous n'expliquez pas suffisament ce que vous faites.

→ Vous cherchez Δt tel que $h_{eau} = h$.