PSI FEUILLE D’EXERCICES DE SCIENCES PHYSIQUES N° 22 03/02/2025
2024/2025
Thème : Fluide en écoulement dans un tuyau, autour d’un obstacle

APPLICATIONS DIRECTES

1. Ecoulement laminaire ou turbulent

Une pompe à essence assure un écoulement permanent de l'essence dans des durites de 6 mm de diamètre. Le débit volumique est de l'ordre de 100 $L.h^{-1}$.
Essence SP98 : viscosité : $0{,}65.10^{-3}$ Pl ; masse volumique 720 kg.m-3
L'écoulement dans les durites est-il laminaire ou non ?
Le profil de vitesse du fluide, à travers une section droite de durite est-il uniforme ou parabolique ?

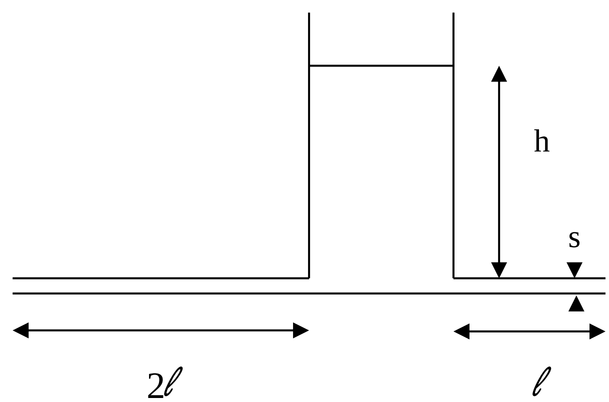
2. Ecoulement de Poiseuille cylindrique :

Savoir modéliser l’écoulement visqueux, déterminer le champ des vitesses, le débit de volume et calculer la résistance hydraulique.

3. Résistance hydraulique

1. Rappeler la définition de la résistance hydraulique. Donner les unités de toutes les grandeurs qui entrent en jeu. Pour quels types d’écoulement est-elle définie ? Avec quelle autre loi cette grandeur est-elle analogue ?
2. Rappeler l’expression de la résistance hydraulique pour un écoulement de Poiseuille. On donnera le nom et les unités de toutes les grandeurs introduites.

On considère un récipient de grand volume, ouvert, qui contient de l’huile sur une hauteur h.
3. Quelle est la valeur de la pression au fond du récipient ?
4. Le bas du récipient est maintenant percé par des tuyaux de même faible section s, mais la longueur de l’un est le double de la longueur de l’autre. Exprimer les résistances hydrauliques de chaque tuyau, puis comparer leurs débits volumiques.



4. Lecture sur le diagramme de Moody

De l’air de viscosité dynamique $1{,}8.10^{-5}$ Pl, s’écoule dans une conduite de rayon R = 10 cm et de longueur L = 200 m avec un débit volumique Dv = 500 $L.s^{-1}$. La rugosité absolue du tuyau est ε = 0,075mm.

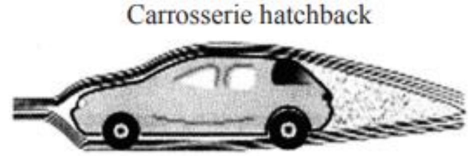
a) Déterminer la vitesse moyenne de l’écoulement.
b) Déterminer le nombre de Reynolds de l’écoulement
c) Déterminer à l’aide du diagramme de Moody le coefficient de perte de charge de cet écoulement.
d) Pour maintenir cet écoulement, il faut assurer une diffréence de pression Pe – Ps entre l’éntrée et la sortie du tuyau. Quel est le signe de cette différence de pression ?
e) Déterminer la valeur de Pe-Ps. Quel appareil assure ce maintien ?

5. Lignes de courant

On donne l’allure des lignes de courant obtenues en soufflerie pour deux véhicules, l’un du type berline (semi-fastback) et l’autre correspondant à la version à hayon généralement dénommée break ou SW (hatchback).

Carrosserie semi-fastback

Carrosserie hatchback



Préciser les zones d’écoulement laminaire et turbulent.
Quels sont les facteurs qui influencent le coefficient aérodynamique Cx ?

6. Dimensionnement

Soit un avion de longueur 5m destiné à voler à une vitesse 200 km/h dans l'air. $\eta_{air} = 1{,}8.10^{-5}$ Pl.

a) Une maquette de cet avion à l'échelle 1/10è est étudiée dans une soufflerie à air. Déterminer la vitesse de l'écoulement.
b) Au lieu d'une soufflerie, on réalise la même étude dans une veine liquide, tunnel à écoulement d'eau. Quelle vitesse doit avoir l'eau pour simuler la réalité ?

7. Force de trainée

On considère une bille de masse m = 0,05 g et de rayon r = 2 mm tombant dans de l'eau.

1. Déterminer la vitesse limite de la bille, en supposant l'écoulement laminaire pour lequel la valeur de la résultante des forces de viscosité est donnée par la formule de Stockes : $F = 6\pi\eta rv$. Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement. L'hypothèse de départ est-elle correcte ?
2. Si la réponse à la question précédente est négative, reprendre l'exercice en supposant l'écoulement turbulent.

8. Couche limite

Calculer le nombre de Reynolds ainsi que l'épaisseur de la couche limite pour une voiture se déplaçant à 72km/h…on prendra des initiatives pour les valeurs numériques…La couche limite est-elle laminaire ou turbulente ? Peut-on supposer l'écoulement d'air autour de la voiture parfait ?

EXERCICES :

I. Trainée d'une balle de ping-pong

Une balle de ping pong de masse m = 2,7g de diamètre D = 40 mm est couramment envoyée à la vitesse $v_o = 100$ km.h^{-1}.

1. Quel est le nombre de Reynolds associé ?
2. En déduire, à l'aide du graphe Cx(R) l'expression de la force de trainée. La comparer au poids de la balle.
3. En supposant que le mouvement de la balle est horizontal, déterminer la vitesse de cette balle après avoir parcouru une distance de d = 3m.

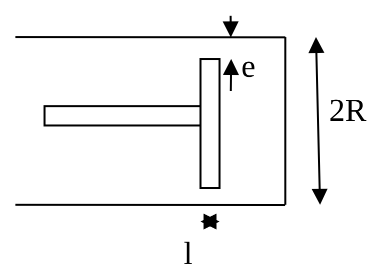
II. Parachutisme

La masse d'un parachutiste avec son équipement est de 120 kg. Le coefficient de traînée du parachute est de 1,2 et son diamètre de 6 mètres. On suppose que le module de la trainée est donné par $T = ½\ C\mu Sv^2$

1. Identifier toutes les grandeurs de la trainée. Quel est la nature supposée de l'écoulement, laminaire ou turbulent ?
2. Déterminer la vitesse limite descendante du parachutiste. Vérifier si l'hypothèse précédente est correcte.
3. Ce parachutiste doit se poser sur l'aéroport de La Paz en Bolivie, à 4200 m d'altitude. Peut-il garder le même parachute si sa vitesse limite doit rester la même que précedemment ? Sinon quel doit-être le diamètre de son nouveau parachute ?

III. Amortisseur hydraulique

Un amortisseur hydraulique se modélise par un cylindre de rayon R à l'intérieur duquel un piston de rayon légèrement inférieur R' = R – e (e<<R) et de longueur l peut se déplacer en translation. On note $\vec{V} = V\vec{u}_x$ sa vitesse. Le cylindre est rempli d'huile incompressible de masse volumique μ et de viscosité dynamique η. On s'intéresse ici à l'écoulement de l'huile entre le piston et le cylindre, dans la couronne cylindrique d'épaisseur e.

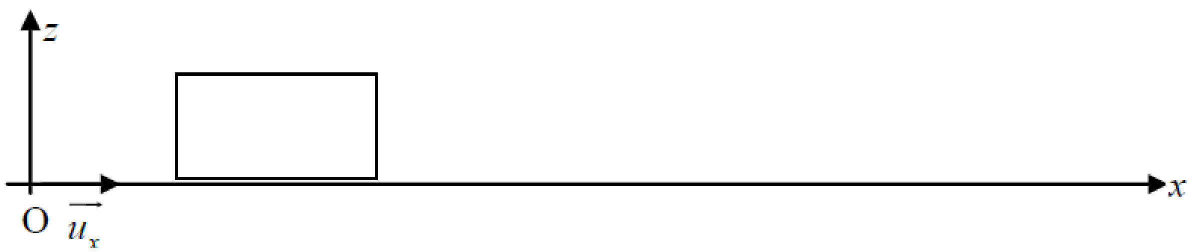


1. Expliquer pourquoi le mouvement du piston engendre un écoulement périphérique de l'huile ? Dans quel sens est cet écoulement ?
2. A partir d'un bilan de volume sur l'huile à droite du piston pendant dt, exprimer le débit volumique puis la vitesse moyenne v de l'huile en fonction de V, R et e.
3. La vitesse du fluide entre le piston et le cylindre est choisie de la forme $\vec{v} = v_x(r)\vec{u}_x$. Tracer l'allure du profil des vitesses.
4. A partir d'un raisonnement en ordre de grandeur, donner l'expression de la force de viscosité exercée par le fluide sur le piston. On précisera son sens.
5. Expliquer pourquoi l'existence d'un gradient de pression est indispensable de part et d'autre du piston. Quels sont ses sens et direction ? On suppose la pression uniforme sur une section de l'écoulement.

On rappelle l'expression de la résistance hydraulique donnée par la loi de Poiseuille, lorsqu'un fluide de viscosité η s'écoule dans un tuyau cylindrique de rayon a et de longueur L, $R_h = \frac{8\eta}{a^2} \cdot \frac{L}{\pi a^2}$.

6. Par analogie, exprimer la résistance hydraulique en fonction de e, R et l. En déduire l'expression de la force de pression exercée par l'huile sur le piston. On précisera son sens.
7. Comparer les forces de viscosité et de pression exercées sur le piston.

IV : Palet et film d'eau



Le but de cet exercice est de comprendre l'intérêt de la lubrification.
Ci-dessus est représenté un mobile de masse M = 30 kg en translation sur un support horizontal.
Le contact entre le pavé et la surface est de type frottement solide ; il obéit à la loi de Coulomb : Si f est le coefficient de frottement solide alors la norme de réaction normale du support N est liée à la norme de la réaction tangentielle T par T = fN avec f = 0,2.
Le solide est lancé sur un plan horizontal avec une vitesse initiale $v_o\vec{u}_x$, v_o = 10 km/h.

1. Donner la valeur numérique de la réaction tangentielle.
2. Déterminer la distance d'arrêt du solide.

On dispose entre le mobile et le plan une couche d'eau liquide d'épaisseur e=1,00 mm, de masse volumique μ, de viscosité dynamique. On néglige les effets de bord. La surface du mobile en contact avec l'eau est S = 400 cm^2. On suppose que le champ des vitesses dans l'eau s'écrit $\vec{v} = v(x,z)\vec{u}_x$ et que la pression ne dépend que de z. Un opérateur maintient la vitesse du mobile égale à $v_o\vec{u}_x$.

3. Donner la valeur de la viscosité de l'eau.
4. Montrer que le champ des vitesses dans l'eau ne dépend pas de x.
5. A l'aide des conditions aux limites, déterminer la fonction la plus simple qui permette de modéliser le champ des vitesses $\vec{v}$.
6. Donner l'expression de la force surfacique de cisaillement au sein de l'eau.
7. Exprimer la force de frottement à laquelle est soumise le pavé.
8. On admet qu'en l'absence de l'opérateur pour maintenir la vitesse constante, l'expression de la vitesse établie à la question 5 reste valable, avec v_o pouvant être remplacé par v(t), vitesse du mobile. Déterminer la distance d'arrêt du mobile.

V. Vol d'un avion

La trainée subie par un avion d'aéromodélisme de masse M_{av} = 2,6 kg s'exprime par $\vec{Ft} = -1/2\ \rho S Ct\ \|\vec{V}\|\ \vec{V}$, avec $Ct = 1{,}3.10^{-2}$ coefficient de trainée. L'expression de la portance est analogue, le coefficient de portance Cp = 0,8. S = 0,78m^2 est la surface des ailes, ρ est la masse volumique de l'air.

En sus de ces deux forces aérodynamiques, l'avion est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de propulsion $\vec{T}$ due au système de propulsion (moteur et hélices). L'avion est en vol horizontal à vitesse constante.

1. Faire un schéma des forces s'exerçant sur l'avion. Pour simplifier, on supposera que toutes ces forces s'appliquent au centre de masse G de l'avion.
2. Déterminer une relation littérale entre P, T et $f = Cp/Ct$ la finesse de l'avion. Calculer f.
3. On définit la puissance motrice Pm (puissance mécanique) comme la puissance nécessaire à propulser l'avion dans l'atmosphère. Montrer que cette puissance a pour expression :

$$P_m = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{2g^3 M_{av}^3}{\rho C p S}}$$

4. Comment évolue la puissance motrice nécessaire en fonction de l'altitude ? Est-il plus facile de voler à basse ou à haute altitude ?
5. Calculer numériquement la vitesse V et la puissance motrice pour un vol à basse altitude ($z \approx 0$).

VI. Vol en virage

La figure 1 représente un schéma simplifié du profil d'une aile d'avion. L'angle i entre la corde et la trajectoire de l'avion est appelé incidence. L'air est supposé incompressible, de masse volumique ρ = 1,2 kg.m^{-3}.

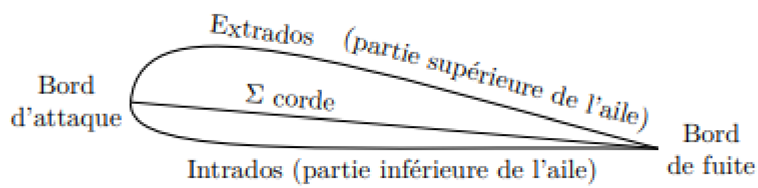


Figure 1 Profil d'une aile d'avion

On étudie le virage d'un avion, en l'absence de vent, dans le référentiel terrestre ($\mathcal{R}$) supposé galiléen auquel on associe un système d'axes cartésien dont (Oz) constitue la verticale ascendante.

La trajectoire et la configuration de vol de l'avion dans l'espace sont définis à l'aide de trois angles orientés représentés figure 3 :

la pente p, angle de l'horizontale vers la trajectoire de l'avion

l'assiette A, angle de l'horizontale vers l'axe longitudinal de l'avion ;

l'incidence i, angle de la trajectoire de l'avion vers son axe longitudinal.

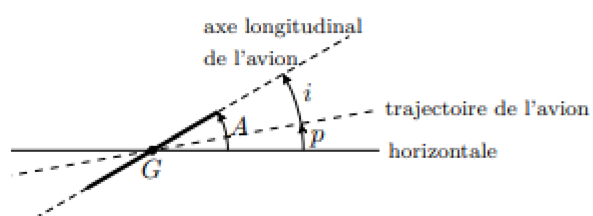


Figure 3

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse qu'au mouvement du centre d'inertie G de l'avion, de masse m = 2,3.10^3 kg soumis aux forces suivantes : son poids $\vec{P}$; la force de traction $\overrightarrow{Fm}$ de l'hélice (force exercée par l'air sur l'avion), entraînée par le moteur, dont la direction est celle de l'axe longitudinal de l'avion ; la résultante des forces aérodynamiques, contenue dans le plan de symétrie de l'avion, décomposée en portance $\overrightarrow{Fp}$ et trainée $\overrightarrow{Ft}$.

Lors de l'étude du mouvement de l'avion en virage on évalue les efforts mécaniques subis par la structure en déterminant le facteur de charge η défini comme le rapport de la norme de la portance sur la norme du poids.

Compte tenu de la résistance des matériaux, la conception mécanique de la structure impose une borne supérieure η_{max} au facteur de charge de l'ordre de 2.

L'avion effectue un virage circulaire en palier (p = 0°), avec une incidence nulle (i = 0°) et à vitesse v

constante. Pour réaliser ce virage, le pilote incline l'avion d'un angle ϕ (le plan moyen des ailes est incliné de ϕ par rapport au plan horizontal).

a) Déterminer l'accélération d'un point M sur une trajectoire circulaire uniforme.

b) Déterminer la relation vectorielle qui lie les forces s'exerçant sur l'avion.

c) L'avion étant incliné pour effectuer le virage, faire le schéma de la configuration de vol en vue arrière en y représentant la portance et le poids. Justifier le sens de rotation de l'avion.

d) Rappeler les expressions de la portance et de la trainée. Pour une incidence nulle (i = 0°), les coefficients de portance et trainée valent respectivement Cp = 0,24 et Ct = 0,008.
On prendra S = 220 m^2 pour l'aire de la surface des ailes de l'avion projetée sur le plan horizontal

e) Exprimer le rayon R du virage en fonction de la vitesse v de l'avion, de l'angle d'inclinaison ϕ et de g.

f) Déterminer l'expression du facteur de charge η en fonction de ϕ.

g) Sachant que la conception structurale de l'avion impose une borne supérieure au facteur de charge $\eta_{\max}$, déterminer l'expression du rayon minimal du virage que le pilote peut faire prendre à l'avion en toute sécurité.

h) Si ϕ = 30°, déterminer les valeurs numériques du facteur de charge, de R et de la vitesse.

VII. Modélisation d'une sténose

L'écoulement du sang dans une artère peut être décrit en première approximation comme l'écoulement d'un fluide de viscosité η, incompressible et homogène de masse volumique μ dans un tronçon cylindrique horizontal d'axe *(Ox)*, de rayon R et de longueur L (Ecoulement de Poiseuille).

1. Etablir l'expression de la résistance hydraulique du tronçon.

Une sténose correspond à une réduction brutale et localisée du diamètre d'un vaisseau sanguin. Schématiquement, cette situation peut être représentée comme étant la superposition de trois tronçons cylindriques, de même axe, et de rayons différents, R, R_S et R comme illustré sur la figure 2. La sténose correspond au tronçon de plus faible rayon et est située entre les abscisses $x = L$ et $x = L + L_S$.

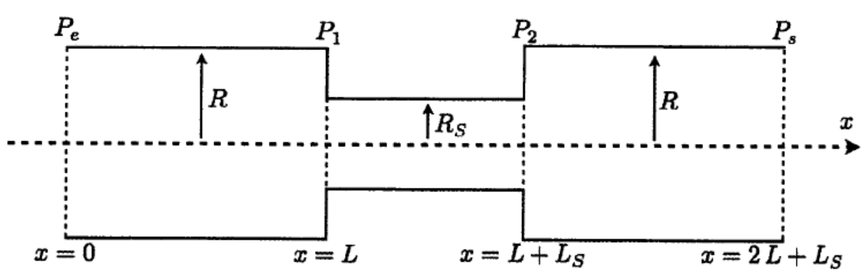


FIGURE 2 – Schéma d'une sténose.

2. Représenter schématiquement les lignes de courant entre $x = 0$ et $x = 2L + L_S$.
3. On note Q_1, Q_2 et Q_3 les débits volumiques à travers les sections situées respectivement en $x = 0, x = L + L_S/2$, et $x = 2L + L_S$. Donner en justifiant la(les) relation(s) qui lie(nt) ces différents débits et le débit volumique Q_v dans le vaisseau sanguin. En déduire la conséquence de ce résultat sur la vitesse moyenne du fluide au niveau de la zone sténosée entre $x = L$ et $x = L + L_S$
4. Donner la relation liant la résistance hydraulique totale $R_{h,tot}$ en fonction du débit dans le vaisseau sanguin Q_v et la différence de pression entre l'entrée et la sortie P_e et P_s (avec $P_e > P_s$).
5. Exprimer la résistance hydraulique totale en fonction de la résistance hydraulique de chaque

sous-partie, $R_{h,1}$, $R_{h,2}$ et $R_{h,3}$.

6. Déterminer la différence de pression de part et d'autre de la sténose $P_1 - P_2$ en fonction des différentes résistances hydrauliques et de la différence de pression totale $P_e - P_s$.

Application numérique : on considère une artère de rayon R, de longueur totale $2L + L_s$, à laquelle est appliquée une différence de pression ΔP. Une sténose se développe dans cette artère et conduit à un rétrécissement local de l'artère sur une distance L_s où le rayon de l'artère devient R_s.

7. Déterminer la vitesse moyenne dans la zone sténosée. En déduire le nombre de Reynolds dans chaque partie de l'artère. Déduire une information sur la nature de l'écoulement. Préciser quelle méthode peut être utilisée pour diagnostiquer une sténose.

Données : masse volumique du sang $\mu = 1{,}06.10^3$ kg·m^{-3} ; viscosité dynamique η = 6 mPa.s.
R = 6 mm ; $2L + L_S$= 8 cm ; $\Delta P = P_s - P_e$ = 40 Pa ; L_S = 1 cm ; R_S = 2 mm.