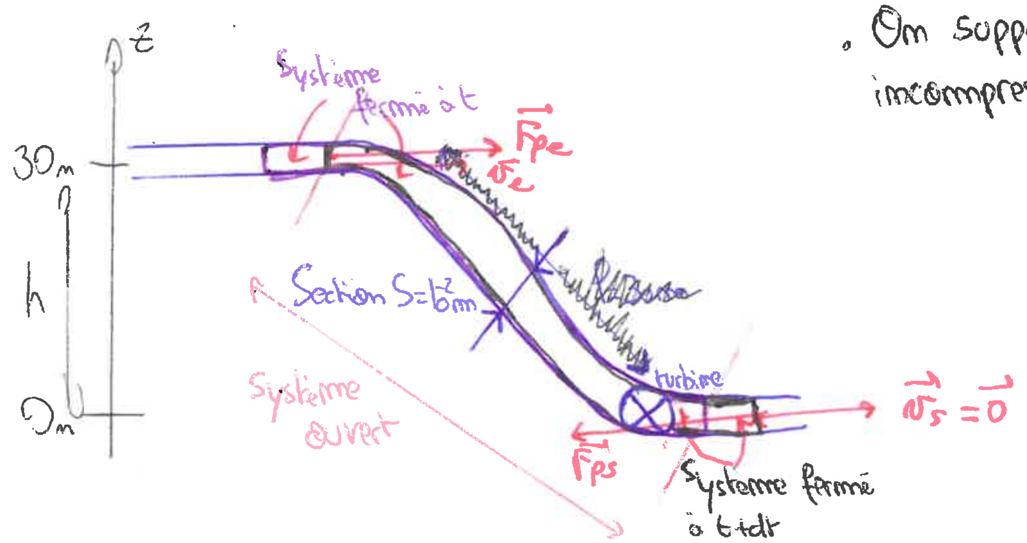
TD23

VUILLEMIN Célia
YENI Serhat
FRANCISCO Mathias

AD5 : puissance disponible sur une turbine



• On suppose l'écoulement parfait incompressible, $\mathcal{P}_{visco} = 0$

• Théorème de l'énergie mécanique sur le système fermé = eau :

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{E_{m\,fermé}(t+dt) - E_{m\,fermé}(t)}{dt} = \sum \mathcal{P}(\overrightarrow{\text{forces non conservative}})$$

→ Bilan des actions sur le système fermé :

* forces de pression en entrée (F_{pe}) et en sortie (F_{ps}) : Non Conservative (NC)
* force de viscosité (NC), ~~nulle~~ avec ici $\mathcal{P}_{visco} = 0$ d'après l'hypothèse
* forces exercées par la turbine (NC)
* poids : conservatif

$$\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{(pression)} + \mathcal{P}_{(turbine)}$$

la puissance est 1 scalaire.

• $\mathcal{P}_{(pression)} = \underbrace{\vec{F_{pe}} \cdot \vec{v_e} + \vec{F_{ps}} \cdot \vec{v_s}}_{\text{à représenter}} = P_e . S_e . v_e - P_s . S_s . v_s$

Section d'entrée   Section sortie

Or, en régime stationnaire : $D_m = D_{me} = D_{ms}$

$= \mu_e . v_e . S_e = \mu_s . v_s . S_s$

masse volumique d'entrée   masse volumique de sortie

$$\Rightarrow v_e . S_e = \frac{D_m}{\mu_e} \quad \text{et} \quad v_s . S_s = \frac{D_m}{\mu_s}$$

Donc $\mathcal{P}_{(pression)} = P_e . \frac{D_m}{\mu_e} - P_s . \frac{D_m}{\mu_s} = D_m \left(\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s} \right)$

De plus, $\frac{dE_{m\,fermé}}{dt} = D_m(e_{ms} - e_{me})$ en régime stationnaire

A MONTRER

- $E_m = E_c + E_{pesanteur}$
$= \frac{1}{2}mv^2 + mgz$

- $e_m = \frac{E_m}{m} = \frac{1}{2}v^2 + g.z$

D'où $\frac{dE_{m\,fermé}}{dt} = D_m\left[\frac{1}{2}v_s^2 + g.z_s - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g.z_e\right)\right]$

$\Rightarrow D_m\left[\frac{1}{2}v_s^2 + g.z_s - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g.z_e\right)\right] = D_m\left[\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s}\right]$ + $\mathcal{P}_{turbine}$

Application du th. de l'énergie mécanique.

Soit :

$D_m\left[\left(\frac{1}{2}v_s^2 + g z_s + \frac{P_s}{\mu_s}\right) - \left(\frac{1}{2}v_e^2 + g.z_e + \frac{P_e}{\mu_e}\right)\right] = \mathcal{P}_{(turbine)}$

Or $D_v = 0,1\ m^3.s^{-1}$ et $D_m = \mu.D_v$

On prend $D_v = \mu v S$, or $D_{ve} = D_{vs}$ car régime stationnaire,

On a $S = cste$ et on prend $P_s = P_0$ donc en prenant $\mu = \mu_e = \mu_s = \mu_{eau}$

$= P^0$ car l'entrée et la sortie sont à l'air libre.

$\mathcal{P}_{(turbine)} = D_m\left[\left(\cancel{\frac{1}{2}v_s^2} + g z_s + \frac{P^0}{\mu}\right) - \left(\cancel{\frac{1}{2}v_e^2} + g z_e + \frac{P_e}{\mu_e}\right)\right]$

$v_s \neq v_e$
↳ n'est plus dans le tuyau
↳ $v_s \simeq 0$

On a donc $z_3 = 0$, $z_e = h = 30m$

Pour trouver P_e, on suppose comme la sortie que c'est à l'extérieur* donc $P_3 = P_e = P^0$) B

* qu'est l'extrieu.

$\mathcal{P}_{(turbine)} = D_m\left[-gh - \frac{v_e^2}{2}\right] = \mu D_v\left(-gh - \frac{v_e^2}{2}\right)$ En prenant $\mu = \mu_{eau} = 1000\,kg.m^{-3}$

avec $v_e = \frac{D_v}{S}$
$= \frac{0,1}{10^{-2}}$
$= 10\ m.s^{-1}$

AN $\mathcal{P}_{(turbine)} = 1000.0,1(-9,81.30 \underset{-50}{}) = -~~29,430~~\ kW$ -34

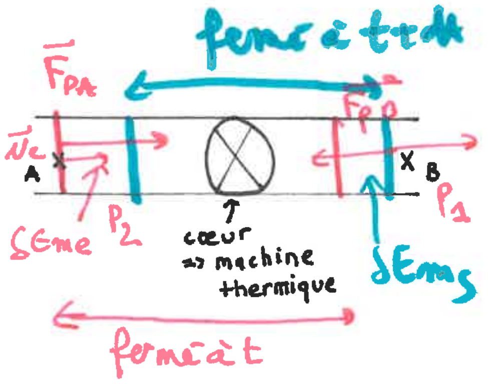
On est sensés avoir une puissance positive.

On récupère au maximum ~~29,43 kW~~

34 trop de CS

puissance récupérée par l'eau négative logique
$\mathcal{P}_{turbine} = -\mathcal{P}_{eau}$.

APPLICATION DIRECTE 6. TD 23 → Grp 2.



1. ~~Par analyse numérique.~~

$$D_v\,[L.bqH^{-1}] = \frac{D\,[L.min^{-1}]}{F\,[bqH.min^{-1}]}$$ OK

(AN) $= 77\ mL.bqH^{-1}$ ||

2. Appliquons le théorème de l'energie mécanique au sang en écoulement stationnaire.

HYP : - Régime stationnaire
- viscosité négligé.

⚠ Il faut faire un bilan d'énergie mécanique sur 1 système fermé à définir moment

$$\frac{dEm\ fermée}{dt} = \sum \text{Puissance}$$

Em fermé (t+dt) − Em fermé (t) = (δE_{ms} + Em ouvert (t+dt)) − (Em ouvert (t) + δE_{me}) stationnaire
$= Dm\,dt\,(e_{ms} - e_{me})$
$= Dm\,dt\,\left[\left(\frac{v_s^2}{2} + gz_s\right) - \left(\frac{v_e^2}{2} + g\right.\right.$

→ Force de pression : $\vec{F}_{PA}$ et $\vec{F}_{PB}$

→ Pcœur.

donc $0 = \frac{dEm\ fermée}{dt} = P_{coeur} + P_{pression}$ puissance
$\vec{F}_{PA} \cdot \vec{v}_e + \vec{F}_{PB} \cdot \vec{v}_s$

* $P(\text{pression}) = P_2 \times S_e \times v_e - P_1 \times S_s \times v_s$

Or $D_m = D_{me} = D_{ms}$ donc $Dm\left(\frac{P_e}{\rho_e} - \frac{P_s}{\rho_s}\right)$
↳ régime stationnaire.

IDENTIFIEZ LES VARIABLES

avec $z_s = z_e$
et $v_s = v_e$
écoulement incompressible de section constante

* $P(\text{cœur}) = -P(\text{pression})$

$$= -\frac{Dm}{\rho_{sang}}(P_2 - P_1) = -D_v\,(P_e - P_s)$$

$kg.s^{-1}$; $J.kg^{-1}$

$$W(\text{cœur}) = \frac{D_v\,(P_s - P_e)}{\cancel{F}}$$

(AN) $= \dfrac{77 \times 10^{-6} \times (13 - 2{,}6) \times 10^3}{\cancel{10}}$ unité SI du volume $= m^3$

$= \cancel{11{,}44}\ J.bqH^{-1}$ || $= 0{,}80\ J.batt^{-1}$

3. $W\,[J.bqH^{-1}] \times F \times 60 \times 24 =$ ~~1 153 kJ.~~ 80,7 kJ en 1 journée

Le rendement du cœur est de 60%. Ereel $= \frac{80{,}7}{0{,}6} = 134$ kJ

$$\frac{E(\text{utile cœur})}{E(\text{reel})} = 0{,}6 \Rightarrow \frac{\cancel{1\,153}}{0{,}6} = \cancel{1\,921}\ 134\ kJ\ ||$$

Sachant que l' énergie totale est de 9000 kJ.

ce qui correspond à ~~$\boxed{21\%}$~~ de la consomation totale.

$$\frac{134}{9000} = 0,015 = 1,5\%.$$