groupe 5 - TD 26 - exercice 1

(1) Pour assurer un bon captage du courant à 500 km/h, la tension mécanique de la

B caténaire doit être suffisamment élevée pour garder un contact entre celle-ci et le pantographe. Si la tension n'est pas assez élevée, un phénomène d'oscillations, d'ondes mécaniques, généré par le pantographe sur la caténaire peut survenir. Cela perturberait le captage du courant.

→ hypothèse $C_{onde} > v_{train}$ pour que le contact soit maintenu.

- Calculons la tension minimale :

on a $c = 500 \text{ km/h} = \dfrac{500 \times 10^3}{3600} = 139 \text{ m/s}$

→ expression à justifier.

et $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu_e}} \iff T = c^2 \mu_e$

or $\mu_e = \rho S = 9000 \times 150 \times (10^{-3})^2 = 1{,}35 \text{ kg.m}^{-1}$

ainsi $T > c^2 \mu_e = 139^2 \times 1{,}35 = 26{,}1 \text{ kN} = T_{min}$

donc la tension minimale doit être de 26,1 kN.

② Lors de fortes chaleurs, les TGV sont contraints de ~~réduire~~ leur vitesse à cause de la dilatation thermique, du cuivre en particulier. Cette dilatation provoque un allongement du fil, ce qui diminue la ~~tension mécanique~~ et donc favorise les oscillations.

oui

En effet : $\Delta L = \alpha L \Delta T$

$= 16 \times 10^{-6} \times 1500 \times (45 - (-5))$

$= 1{,}2$ m

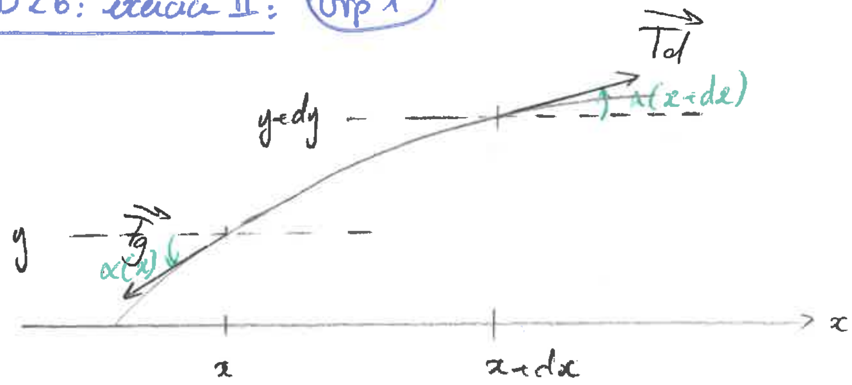
expliquer ce choix ?

→ masse linéique donc C onde ↗ ce qui n'est pas le bon argument...

↳ si l augmente les contrepoids qui assurent la tension du fil s'abaissent et risque de toucher le sol, ce qui diminue la tension et donc la célérité des ondes dans le câble ; la condition C ondes > V train devant toujours être vérifiée cela entraine une diminution de la vitesse du train.

TD26 : exercice II : Grp 1

1




système : morceau élémentaire de corde de masse $dm$

d'après énoncé : - mouvement du système colinéaire à $y$

$$\vec{a} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\,\vec{u_y}$$

- Tension à gauche ($\vec{T_g}$) et à droite ($\vec{Td}$)

En appliquant le PFD : $dm\,\vec{a} = \vec{T_g} + \vec{Td}$

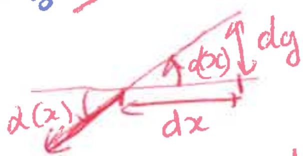
en projetant sur $Ox$ : $0 = -\|\vec{T_g}\|\cos\alpha(x) + \|\vec{Td}\|\cos\alpha(x+dx)$

$Oy$ : $dm\,\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\|\vec{T_g}\|\sin\alpha(x) + \|\vec{Td}\|\sin\alpha(x+dx)$

en faisant l'approximation $\alpha$ petit $\rightarrow \cos\alpha \simeq 1$, $\sin\alpha \simeq \alpha$

sur $Ox$ : $0 = -\|\vec{T_g}\| + \|\vec{Td}\| \Rightarrow \|\vec{T_g}\| = \|\vec{Td}\| = T_0$

sur $Oy$ : $dm\,\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0[\alpha(x+dx) - \alpha(x)]$




$\Rightarrow \mu\,\cancel{dx}\,\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0\dfrac{\partial\alpha}{\partial y}\cancel{dx}$ passage à justifier $\alpha$ petit $\tan\alpha = \dfrac{dy}{dx} \simeq \alpha$

$\Rightarrow \mu\,\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right) \Rightarrow \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \dfrac{T_0}{\mu}\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

or $\left[\dfrac{T_0}{\mu}\right] = m^2 \cdot s^{-2} = c^2$ avec $c$ = célérité de l'onde

(1) $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \dfrac{T_0}{\mu}\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ donc $v^{-2} = \dfrac{\mu}{T_0}$

$[v^2] = \left[\dfrac{\mu}{T_0}\right] = kg \cdot m^{-1} \cdot N = kg \cdot \cancel{m^{-1}}\,kg\,\cancel{m} \cdot s^{-2} = kg^2 \cdot s^{-2} = (kg \cdot s^{-1})^2$

Oh !

$v$ représente ~~un débit massique~~.

↳ célérité de l'onde sur la corde !

rédigez !

2 Une onde stationnaire si $y(x,t) = F(x)G(t)$ alors

3. $y(x,t) = Y_0(x)\sin(\omega t)$ en remplaçant dans (1)

$\frac{\partial y}{\partial t} = \pm Y_0(x)\omega\cos(\omega t)$

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -Y_0(x)\omega^2\sin(\omega t)$

Oh!

$$Y_0''(x)\cancel{\sin(\omega t)} - Y_0(x)\omega^2 k^2 \cancel{\sin(\omega t)} + \cancel{\frac{T}{\mu}Y_0(x)\omega^2} \cancel{\sin(\omega t)} = 0$$

$$Y_0''(x) + Y_0(x)\omega^2\left(\frac{T}{\mu} - \cancel{k^2}\right) = 0$$

$$Y_0''(x) + Y_0(x)\frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad \text{cqfd.}$$

⚠ Vous ne trouvez pas la relation de l'énoncé → posez-vous des questions !

4. $y(x=L,t) = 0 \Rightarrow f_n = \frac{nc}{2L}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ ??

une réponse non justifiée n'est pas acceptable

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{nc}{2L}} = \frac{2L}{n}$$

→ résolution de cette équa. diff

$Y_0(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx)$

avec $Y_0(x=0) = A = 0$

4. $Y_0(x) = B\sin(kx)$

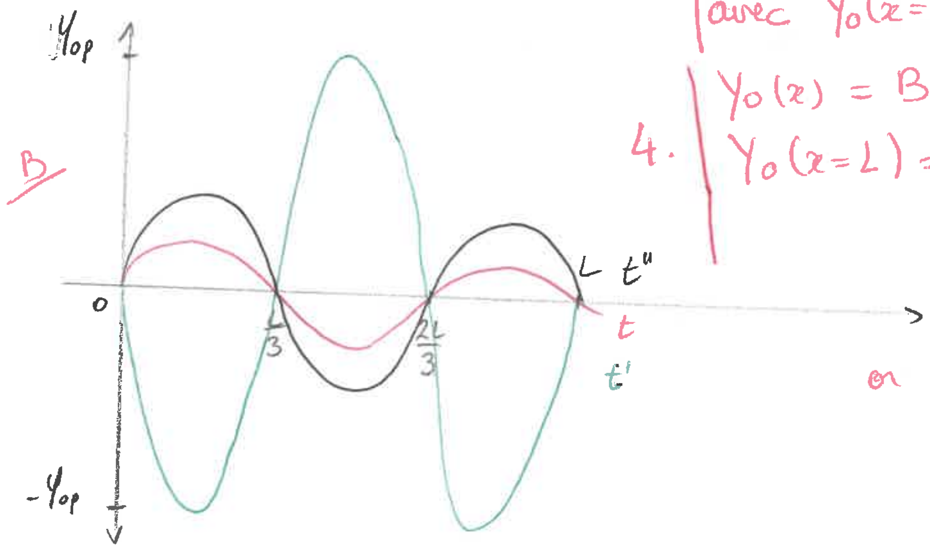
$Y_0(x=L) = 0 \Rightarrow \sin(kL) = 0$

$kL = 0[\pi]$

$k_p L = p\pi$

or $k_p = \frac{2\pi}{\lambda_p} \rightarrow \boxed{\lambda_p = \frac{2L}{p}}$

5.




relation non homogène.

6. $T = c^2\mu_l$ $\quad c^2 = \cancel{\left(\frac{f_1}{2L}\right)^2}$ car mode fondamental $L = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{c}{f_1 2}$

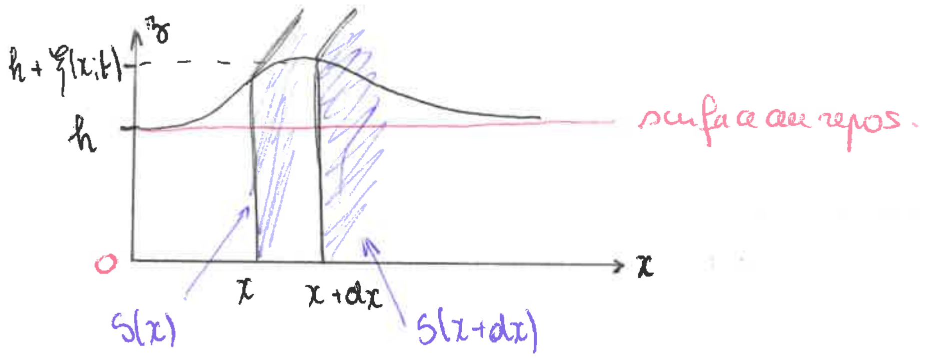
$c = 2Lf_1$

$$\cancel{T = \left(\frac{100}{2\times 0,7}\right)^2 \times 50\times10^{-3} = 255,1\,N}$$

force de tension élevée → renfort nécessaire

$$T = 4L^2 f_1^2 \mu = 1000\,N$$

TD 26 : Exercice 3 Groupe 3.




1) On effectue un bilan de masse sur le système ouvert compris entre $x$ et $x+dx$ :

$m_o(t+dt) = m_o(t) + \delta m_e - \delta m_s$

masse qui entre pendant dt — masse qui sort pendant dt

$m_o(t+dt) - m_o(t) = -\delta m_s + \delta m_e$

$\Leftrightarrow \frac{dm_o}{dt}dt = \frac{\partial \mu S(x)(h+\xi)}{\partial t}dt = \big(\mu S(x)v(x) - \mu S(x+dx)\,v(x+dx)\big)\,dt$

$\Leftrightarrow \mu S(x)\frac{\partial(h+\xi)}{\partial t} = -\mu\frac{\partial S v}{\partial x}$

$S(x) = \ell(h+\xi)(x) \rightarrow \xi \ll h$

$S(x)v(x) = \ell(h+\xi)\,v(x,t)$

$\Leftrightarrow \cancel{\mu}\,\ell(h+\underbrace{\xi(x,t)}_{\text{à négliger}}) = -\mu\ell h\frac{\partial v}{\partial x}$

$\frac{\partial S(x)v(x,t)}{\partial x} \simeq \ell h\frac{\partial v}{\partial x}$

$\Leftrightarrow \frac{\partial \xi}{\partial t} = -h\frac{\partial v}{\partial x}$ (1)

→ conditions d'application ? Sur quelle ligne de champ ?

2) On applique la relation de Bernoulli :

$P + \mu g z + \cancel{\frac{1}{2}\mu v^2} = p(x;t) + \mu g z + \cancel{\frac{1}{2}\mu v^2}$

maladroit

avec $P = P^\circ + p(x;t)$ où $p(x;t)$ est une surpression et $p(x;t) \ll P^\circ$

$z = h + \xi(x;t)$

~~pour~~ le membre de gauche en linéarisant

sur Oz : $0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \mu g$

$\Rightarrow p(z) = -\mu g z + \text{cst}$

$p(z = h+\xi) = p^\circ = -\mu g(h+\xi) + \text{cst}$

$\text{cst} = p^\circ + \mu g(h+\xi)$

D'où $p(x;t) = P^\circ + \mu g(h + \xi - z)$ oui

D'après l'équation d'Euler, $\cancel{\mu}\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} = -\mu g\frac{\partial \xi}{\partial x}$ (2) → sur Ox

oui

$\mu\left[\left(\underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}_{\text{ordre 1}}\right) + \underbrace{\cancel{(\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}}}_{\text{ordre 2}}\right] = -\overrightarrow{\text{grad}}\,p + \mu\vec{g}$

or $\vec{v} = v(x,t)\,\vec{e_x}$

3) On cherche ~~la~~ l'équation de propagation dont $v(x;t)$ est solution :

* On dérive (1) par rapport ~~au~~ à la position :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right) = -h\,\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

On dérive (2) par rapport au temps :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -g\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$$

* On utilise le critère de Schwarz :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \iff -h\,\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\frac{1}{g}\,\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$\iff \underline{\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = gh\,\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}$$

On a bien $v(x;t)$ solution d'une équation d'onde.

De plus, $c^2 = gh \iff \underline{c = \sqrt{gh}}$

4) En $x = 0$ et $x = L$, $\underline{v(0;t) = v(L;t) = 0}$ → 2 noeuds ⇒ $v(x,t)$ est une onde stationnaire.

$v(x,t) = V_0\cos(\omega t + \psi)\cos(kx + \varphi) = V_0\cos(\omega t+\psi)\sin(kx)$ $\boxed{k_p = p\frac{\pi}{L}}$

$v(0,t) = 0$ $\cos\varphi = 0$ → $\varphi = \pi/2$

$v(L,t) = 0$ $\sin(kL) = 0$ → $kL = 0\ [\pi]$ → $k_p L = p\pi$

$\frac{2\pi f_p}{c} L = p\pi$

$f_p$ = fréquence propre du mode $p$ $\boxed{f_p = \frac{cp}{2L}}$ $\boxed{\omega_p = 2\pi f_p}$

mode $p$ $v_p(x,t) = V_{0p}\cos(\omega_p t + \psi)\sin(k_p x)$

$\boxed{v(x,t) = \sum_{p=1}^{\infty}\cos(\omega_p t+\psi)\sin(k_p x)}$

5) Par définition, $\boxed{L = n\frac{\lambda_n}{2}}$ pour le mode $n$

→ pour des ondes stationnaires, avec 1 noeud en $x=0$ et 1 noeud en $x=L$

Pour le mode fondamental, càd pour $n = 1$, $L = \frac{\lambda}{2} \iff \lambda = 2L$

Or, $\lambda = \frac{c}{f} \iff f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L} = \frac{\sqrt{gh}}{2L} = \frac{\sqrt{10\times 0{,}5}}{2\times 1} \approx \underline{1{,}1\ Hz}$.

Exercice 4 / Feuille d'exercices n°26 Groupe 2.

1) • Un mode propre est par définition une solution stationnaire de l'équation d'onde qui vérifie 2 conditions aux limites en régime libre. Il est associé à une fréquence propre et s'écrit :

$y_m(x,t) = 2Y_0 \sin(\omega_m t)\sin(k_m x)$ } car $k_m = \frac{\omega_m}{c}$ par définition

amplitude de l'onde $= \underbrace{2Y_0 \sin(\underbrace{\omega_m t}_{\text{pulsation propre}})}\sin\left(\frac{\omega_m}{c} x\right)$ pour le mode propre m.

Avec la fréquence propre m qui est un multiple de la fréquence fondamentale ($f_m = m f_1$).

• Un mode propre peut être représenté en cherchant le nombre de noeuds et leur position en résolvant l'équation suivante : $y_m(x_{N_m}, t) = 0$

De cette manière, pour le mode propre 1 à la fréquence fondamentale $f_1$, il y a deux noeuds aux extrémités.

Pour le mode propre 2, il y en a 3 etc...

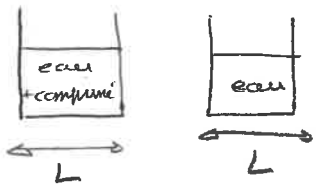
2) Par définition, $f_{héli} = \frac{C_{héli}}{2 \times L}$ et $f_{air} = \frac{C_{air}}{2L}$ avec L ... dimension de la cavité buccale.

Ainsi $\frac{f_{héli}}{f_{air}} = \frac{C_{héli}}{C_{air}} = \frac{1420}{340} \simeq 4,18 > 1$

Donc $\frac{f_{héli}}{f_{air}} > 1 \Leftrightarrow \boxed{f_{héli} > f_{air}}$. Or plus la fréquence est grande, plus le son est aigu. Ce qui confirme l'effet Donald Duck si une personne inhale de l'hélium. B

| frapper la tasse ⇒ exciter la tasse dans ses modes propres.

3) Clairement $m_{eau + comprimé\ effervescent} > m_{eau}$ pour un même volume.




Ainsi $\rho_{eau+comprimé} = \frac{m_{eau+comprimé}}{V} > \rho_{eau} = \frac{m_{eau}}{V}$

masse volumique

Et par ~~définition~~, $c = \frac{1}{\sqrt{\rho \chi_S}}$ pour un liquide. il s'agit de la propagation d'1 onde sonore dans 1 liquide

effectivement c est inversement proportionnel à $\rho$

Sachant que $\chi_S$ eau = $\chi_S$ eau + comprimé car $\chi_S$ dépend uniquement de la pression.

c ne dépend plus que de $\rho$. OK

Ainsi, on peut dire que $c_{eau + comprimé} < c_{eau}$

Or, également ~~par définition~~ pour le mode fondamental, $f = \frac{c}{2L}$.

Ainsi, pour une même longueur L, $\boxed{f_{\text{eau + comprimé}} < f_{\text{eau}}}$

4) Par définition, $I = \dfrac{\text{Puissance}}{\text{Surface}}$ représente l'intensité sonore.

En supposant que la puissance fournie par un instrument à vent et un instrument à corde est la même, I dépend uniquement de la surface.

Or dans tous les cas, $\underbrace{\text{surface vent}}_{\text{très souvent orientée par un tube}} < \underbrace{\text{surface corde}}_{\text{non orientée}}$

surface à travers laquelle le son se diffuse

Donc $\boxed{I_{\text{vent}} > I_{\text{cuivre}}}$

C'est pourquoi on entend avec plus d'intensité les instruments à vent que les instruments à corde.

→ mauvais raisonnement ! on ne compare pas les intensités sonores émises par les 2 instruments, mais le fait que la fréquence des instruments à vent s'élève au cours du temps alors que la fréquence des instruments à cordes diminue au cours du temps.

au fur et à mesure du concert la température augmente

⇒ les cordes se détendent et $c_{\text{cordes}} = \sqrt{\dfrac{T}{\mu_e}} \searrow$

or la fréquence des modes propres est proportionnelle à c

⇒ $f \searrow$

pour les instrument à vent comme $T \nearrow$ $c = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{\Pi}} \nearrow$

et donc $f \nearrow$