

Thème : Machine synchrone

## APPLICATIONS DIRECTES

### 1. Vitesse de rotation d'une machine synchrone

Comment peut-on expliquer qu'un grand nombre de machines tournantes ait en Europe une vitesse égale à 3000 tours par minute, pour 3600 tours par minute en Amérique du Nord ?

### 2. Moteur synchrone de ventilateur à aimant permanent :

Un ventilateur électrique est constitué :

- d'un système fixe de bobines (appelé stator), alimenté par des courants alternatifs et produisant un champ magnétique  $\vec{B}$  d'intensité constante mais dont la direction tourne à la vitesse angulaire constante  $\omega_0$  ; ce champ « tournant » demeure orthogonal à un axe  $z'z$  fixe ;
- d'un aimant permanent de moment magnétique  $\vec{M}$  orthogonal à  $z'z$ , solidaire des aubes du ventilateur qui tourne à la vitesse angulaire  $\Omega$  autour de l'axe  $z'z$ .

a) Représenter le schéma simplifié de ce moteur synchrone. On annotera avec les noms : rotor, stator, entrefer, circuit d'induit. Quelle est la nature du circuit inducteur ? Que signifie machine à pôles lisses ?

b) On considère un enroulement statorique de  $N$  spires, comprenant un pôle Nord et un pôle Sud diamétralement opposés, avec une répartition judicieuse des densités de spires permettant de réaliser, dans l'entrefer une variation sinusoïdale du champ avec la position  $\theta$  :  $B_1 = k i(t) \cdot \cos\theta$ , où  $i(t)$  est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation  $\omega_0$ . Déterminer l'expression de  $k$  en fonction du nombre de spires et de l'épaisseur de l'entrefer.

c) Montrer qu'un système de 2 bobines d'axes orthogonaux  $Ox$  et  $Oy$  parcourues par des courants sinusoïdaux de même pulsation  $\omega_0$ , mais en quadrature de phase (système diphasé) peut créer un champ tournant. Donner l'expression du vecteur champ magnétique glissant.

### 3. Energie stockée dans l'entrefer d'une machine synchrone

On considère une machine synchrone comportant des enroulements statoriques et rotoriques créant respectivement dans l'entrefer des champs de la forme :

$$B_S(\theta, t) = B_S \cdot \cos(\Omega t - \theta) \text{ et } B_R(\theta, t) = B_R \cdot \cos(\theta - \omega t + \alpha_0).$$

On note  $\alpha(t) = \omega t - \alpha_0$  la position angulaire d'un des axes de symétrie du rotor,  $\omega$  est la vitesse angulaire du moteur.

- Représenter sur un schéma, en fonction de  $\theta$ , les vecteurs des valeurs maximales des champs rotoriques et statoriques à l'instant  $t = 0$ , puis à un instant quelconque, lorsque la machine fonctionne en régime permanent.
- Quel est le signe de  $\alpha_0$  lorsque la machine fonctionne en moteur ? En alternateur ?
- Exprimer l'énergie magnétique dans l'entrefer  $U_{MS}$  si seul le champ statorique est présent. On introduira le rayon  $R$  et l'épaisseur  $e$  de l'entrefer, ainsi que la longueur  $L$  de la machine.
- Lorsque les deux champs sont présents, faire apparaître une somme de trois termes, dont l'un correspond à la présence simultanée des deux champs, terme de couplage. On rappelle que le couple électromécanique s'écrit  $C = \frac{\partial U_M}{\partial \alpha}$ . A quelle condition le couple moyen n'est-il pas nul ?
- Retrouver une expression analogue de ce couple à partir du modèle du dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur.

### 4. Diagramme de Fresnel équivalent

Un moteur synchrone est décrit dans une modélisation simple, sans prise en compte des pertes fer et cuivre et en considérant le milieu magnétique sans fuites.

- En nommant le phénomène concerné, et justifiant sa traduction en dipôle électrocinétique équivalent (impédance complexe, source de tension) proposer un schéma électrique d'un des enroulements de l'induit.
- En déduire une construction de Fresnel faisant figurer la tension d'induit et l'intensité dans l'enroulement. On se place en convention récepteur.

- c) Pour une machine diphasée, quelle relation permet d'exprimer le déphasage entre tension d'induit et intensité, lorsque le moteur fournit un couple électromécanique  $C$  ?
- d) Lorsque la machine synchrone fonctionne en alternateur, reprendre les questions précédentes en adoptant une convention générateur.

### 5. Bilan de puissance

On modélise chaque phase du circuit statorique du moteur synchrone bipolaire diphasé en régime permanent par une inductance, une résistance et une fém.

Déterminer la puissance instantanée consommée par chacun des trois circuits électriques qui compose cette machine.

En déduire que la puissance moyenne électrique apportée est égale à la puissance moyenne perdue par effet Joule et à la puissance moyenne absorbée par les fém.

Quelle relation a-t-on entre la puissance mécanique fournie et la puissance absorbée par les fém ?

### 6. Stabilité d'un moteur synchrone :

On considère une machine synchrone à aimant permanent de moment magnétique  $\vec{M}$  fonctionnant en moteur.

On note  $\varphi_0$  l'angle interne entre les champs magnétiques rotorique et statoriques en régime permanent à la vitesse angulaire  $\omega_0$ .

- a) Rappeler l'expression du couple moyen et en déduire les valeurs de  $\varphi_0$  acceptables pour un fonctionnement moteur.
- b) Le rotor est soumis de la part des machines qu'il entraîne et des frottements à un couple résistant  $C_r$ . Pour quelles valeurs de  $C_r$  ne peut-on jamais avoir de régime permanent ?
- c) Le couple résistant augmente. Décrire l'évolution de  $\omega$  et étudier la stabilité du système en fonction des valeurs de  $\varphi_0$ .

### 7. Couple d'entraînement d'un alternateur sur charge résistive

Un alternateur synchrone diphasé délivre une tension sinusoïdale de fréquence  $f = 50$  Hz.

Par construction dans une phase statorique :

La résistance est négligeable ;

La valeur de l'inductance  $L$  est telle que  $L\omega = 1,6 \Omega$  à  $f = 50$  Hz ;

La valeur efficace de la fém induite est  $E_{\text{eff}} = M_o I_r \omega$ , où  $I_r$  est l'intensité du courant rotorique.

Les deux phases de l'alternateur alimente la même charge purement résistive  $R$ . La valeur de la tension efficace délivrée par l'alternateur est alors 110 V et le courant efficace délivré par chacune des phases est  $I_{\text{eff}} = 30$  A.

- a) Quelles sont les caractéristiques du matériau ferromagnétique constitutif de l'alternateur ?
- b) Proposer un schéma électrique du système, sur lequel figurent le modèle électrocinétique de l'alternateur, la charge, la tension  $u$  et l'intensité du courant  $i$  délivré par la machine synchrone à la charge.
- c) Calculer la vitesse de rotation en tours.min<sup>-1</sup>.
- d) Calculer, avec un diagramme de Fresnels, la valeur efficace de la fém de l'alternateur.
- e) L'intensité du courant rotorique  $I_r = 1,0$  A. En déduire  $M_o$ . Quelle est la signification physique de  $M_o$  ? En déduire ses unités.
- f) Calculer la résistance  $R$  ainsi que la puissance qu'elle absorbe.
- g) Calculer le couple mécanique qui s'exerce sur le rotor. On notera  $\psi$  le déphasage entre la fém  $e$  et le courant d'intensité  $i$ .

## EXERCICES

### I. Principe d'un actionneur électromécanique linéaire synchrone

Ce type d'actionneur qui s'affranchit de tout dispositif de transmission mécanique classique est utilisé en robotique. Il est aussi particulièrement bien adapté aux trains à sustentation magnétique comme le SCMaglev japonais qui peut atteindre des vitesses de l'ordre de 600 km/h.

L'actionneur linéaire synchrone (figure 5) est constitué :

- d'une partie statique, qui crée une onde magnétique sinusoïdale progressive :

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \cos(\omega_s t - kx) \vec{e}_y$$

- d'une partie mobile assimilable :

• d'un point de vue électrique, à une spire rectangulaire orientée,

parcourue par un courant électrique permanent  $I$ , imposé par un dispositif extérieur. Elle a pour longueur  $L = 2a$  suivant l'axe des  $x$  et pour largeur  $2b$  suivant l'axe des  $z$ ,

• d'un point de vue magnétique, à un dipôle de moment  $\vec{M} = 2LbI \vec{e}_y$

Cette spire est en mouvement supposé rectiligne et considéré comme uniforme à la vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_x$ .

On note  $x_0$  la position initiale du centre de la spire qui a donc pour abscisse, à la date  $t$ ,  $x(t) = x_0 + vt$ .

1. La force qui s'exerce sur la spire, à la date  $t$ , est de la forme  $\vec{F}(t) = F_x(t) \vec{e}_x$

On admettra que : 
$$F_x(t) = \left( \vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right)_{\text{centre du dipôle}}$$

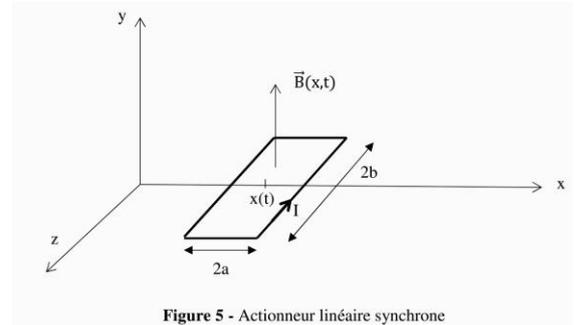
Exprimer  $F_x(t)$  en fonction de  $b, L, I, B_0, \omega_s, k, v, x_0$  et  $t$ .

2. Que vaut la valeur moyenne de cette force dans le cas général ? A quelle condition sur  $\omega_s, k$  et  $v$   $F_x(t)$

est-elle indépendante du temps ? En déduire alors l'expression de la valeur de la force  $\vec{F}(t)$  maintenant

notée  $\vec{F}$ , en fonction de  $b, L, I, B_0, k$ , et  $x_0$ .

Exprimer en fonction de  $k$ , la valeur de  $x_0$  pour laquelle la composante  $F_x$  de cette force est maximale.



### II. Machine synchrone fonctionnant en alternateur puis en moteur

Soit une machine synchrone bipolaire et diphasée à rotor bobiné. On considère une des phases (bobines) du stator et l'on note  $\alpha$  et  $\varphi$  (supposés indépendants de la phase choisie) respectivement le déphasage de la fém  $e(t)$  et de la tension appliquée  $u(t)$  par rapport au courant  $i(t)$ . Soit  $R$  et  $L$  la résistance et l'inductance de chacun des enroulements du stator avec  $R = 0,9 \Omega$ .

Essai à vide à la vitesse de rotation  $\omega$  : tension efficace  $U_V = 220 \text{ V}$  ; Courant d'excitation  $I_{EV} = 4,0 \text{ A}$

Essai en court-circuit à la vitesse de rotation  $\omega$  : courant d'excitation  $I_{ECC} = 1,0 \text{ A}$  ; courant en ligne efficace  $I_{CC} = 3,5 \text{ A}$ .

1. La machine fonctionne en **alternateur**.

a. Que signifie essai à vide et essai en court-circuit ? représenter le modèle électrocinétique de l'induit dans chaque cas. A quels courants correspondent les appellations courant de ligne et courant d'excitation ?

b. Montrer que la fém induite dans une bobine du stator s'écrit  $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$  avec  $E = KI_E\omega$ .

c. Avec l'essai à vide, déterminer le produit  $K \omega$ .

d. Avec l'essai en court-circuit, calculer la réactance  $L\omega$ . Montrer que  $R \ll L\omega$ , ce que l'on fera pour la suite.

2. La machine fonctionne en moteur. En régime nominal chaque phase fonctionne sous une tension de valeur efficace  $U = 190 \text{ V}$  et de fréquence  $50 \text{ Hz}$  ; le stator absorbe une puissance  $P = 1,0 \text{ kW}$  avec un facteur de puissance  $\cos\varphi = 0,87$ . On néglige les frottements mécaniques.

a. Calculer l'intensité efficace en ligne  $I$ .

b. En faisant un bilan de puissance, calculer le moment du couple électromagnétique appliqué à l'arbre moteur.

c. Tracer le diagramme de Fresnels lorsque  $\varphi > 0$ .

d. Déterminer la valeur efficace de la fém, notée  $E$

e. Etablir la relation  $U \cos\varphi = E \cos\alpha$  où  $\alpha$  est le déphasage entre  $i(t)$  et  $e(t)$ . Calculer  $\alpha$ .

### III. Motorisation de la foreuse de Philae

Le robot Philae a été déposé sur la comète 67P Churyomav-Gerasimenko, à plusieurs centaines de millions de km de la terre, le 6 août 2014 par la mission spatiale Rosetta de l'Agence Spatiale Européenne. Le moteur de ce robot est robuste, de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant nécessaires.

Le moteur de Philae est un moteur synchrone diphasé dont on négligera les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer afin d'en simplifier l'étude.

L'inducteur du moteur synchrone de la foreuse de Philae est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de  $0,03 \Omega$ .

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est  $I_N = 155 \text{ A}$ . Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale  $I_M = 185 \text{ A}$ .

La machine est étudiée en convention récepteur.

Le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 3. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation  $\omega = 2\pi f$ . Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

— Essai n°1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de  $57 \text{ V}$ .

— Essai n°2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  pour lequel  $\psi = 0$ ,  $I = I_M = 185 \text{ A}$ , et  $V = 72 \text{ V}$ .

1. On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant  $p$  paires de pôles s'écrit  $\omega = p\Omega$ , où  $\Omega$  désigne la vitesse de rotation du rotor en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Déterminer la fréquence des tensions statoriques quand  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

2. Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n°2. La résistance  $R$  n'étant pas négligée, en déduire la valeur de  $L$ .

3. La valeur efficace de la force contre-électromotrice  $E$  a pour expression  $E = \Phi_0 \omega$ . Quelle est l'unité de la constante  $\Phi_0$  ? Que représente-t-elle ? De quels paramètres de la machine dépend-elle ? Montrer que  $E = A\Omega$ , où  $A$  est une constante dont on précisera l'expression et la valeur numérique.

Dans toute la suite on négligera la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

4. Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où  $0 < \psi < \pi/2$ . En déduire une relation entre  $V$ ,  $E$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ .

5. Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur  $P_a$  en fonction de  $V$ ,  $I$  et  $\varphi$  puis en fonction de  $E$ ,  $I$  et  $\psi$ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance électrique  $P_a$  et la puissance mécanique électromagnétique  $P_m$  reçue par le rotor ?

6. Exprimer le couple électromagnétique  $C$  développé par le moteur en fonction de  $A$ ,  $I$  et  $\psi$ . Pour une intensité efficace  $I$  donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine ? De quelle unique variable le couple dépend-il alors ? A quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser ?

7. On se placera sur un point de fonctionnement à  $\psi = 0$ ,  $I = I_N$ , et  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Que vaut le moment du couple  $C$  développé par le moteur ? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes  $E$ ,  $V$ ,  $I$ . En déduire les expressions de  $V$  et  $\phi$ . Calculer leurs valeurs numériques correspondantes.

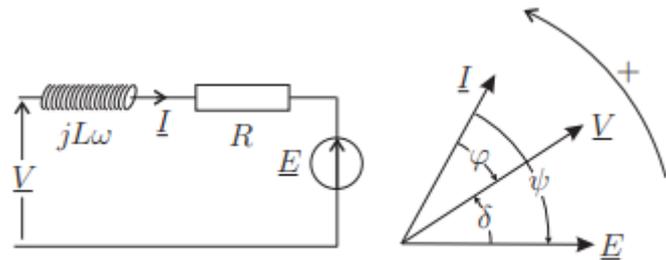


FIG. 3 – Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur.

#### IV. Compensateur synchrone

Une installation globalement inductive, consomme une puissance moyenne  $P_o = 20\text{kW}$  avec un facteur de puissance  $\cos\varphi_o = 0,71$  quand elle est alimentée par une tension de valeur efficace  $U_{\text{eff}} = 2,0\text{ kV}$  de fréquence  $50\text{ Hz}$ .

1. Comment procède-t-on si on souhaite relever le facteur de puissance à l'unité à l'aide d'un condensateur ? Quelle est la valeur du déphasage entre le courant dans le condensateur et la tension  $u(t)$  qui alimente l'installation ?

On souhaite monter le facteur de puissance à l'unité au moyen d'un compensateur synchrone, c'est-à-dire un moteur synchrone qui tourne à vide.

Le moteur synchrone est parfait, sans aucune perte électrique ou mécanique. L'auto-inductance d'une phase statorique est  $L = 80\text{ mH}$  ; la mutuelle inductance « efficace » entre le rotor et une phase statorique est  $M_o = 0,66\text{ H}$ . On rappelle que la valeur efficace de la fcém induite dans une phase statorique est  $E'_{\text{eff}} = M_o I_r \omega$  où  $I_r$  est l'intensité du courant rotorique. Le moteur tourne à vide, c'est-à-dire qu'il n'entraîne aucune charge mécanique. On appelle  $\varphi$  le déphasage de la tension  $u$  par rapport au courant  $i_{MS}$  d'une phase statorique et  $\psi$  le déphasage de la fcém  $e'$  par rapport à ce même courant.

2. Pour que la machine synchrone joue le même rôle que le condensateur de la question 1, quel doit être la valeur du déphasage de  $i_{MS}(t)$  par rapport à  $u(t)$  ?
3. Représenter le schéma électrocinétique du moteur synchrone.
4. Sachant que le moteur synchrone tourne à vide, quelle puissance absorbe-t-il ? En déduire les valeurs possibles de  $\varphi$  et  $\psi$ .
5. On veut tracer le schéma de Fresnels du moteur sous excité, c'est-à-dire où la valeur efficace de la tension d'alimentation est supérieure à celle de la fcém. Quelle grandeur met-on en référence des phases,  $i_{MS}$  ou  $u$  ? Tracer le diagramme correspondant. En déduire les valeurs de  $\varphi$  et  $\psi$ . Ce fonctionnement peut-il servir à relever le facteur de puissance ?
6. Tracer le schéma de Fresnels du moteur sur excité, c'est-à-dire où la valeur efficace de la tension d'alimentation est inférieure à celle de la fcém. En déduire les valeurs de  $\varphi$  et  $\psi$ . Ce fonctionnement peut-il servir à relever le facteur de puissance ?
7. Déterminer la valeur de  $I_r$  qui correspond à chacun des cas précédents. Expliquer la signification des adjectifs sous excité et sur excité.
8. Calculer l'intensité du courant rotorique qui permet de monter le facteur de puissance de l'ensemble (charge, MS) à l'unité.

