UNIVERSITÉ PAUL SABATIER – INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE

EXAMEN D'AUTOMATIQUE – M2P ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

1° session – Mardi 15 Février 2005

Durée 2h00 – Tous documents de Cours, TD, TP autorisés

LIRE ATTENTIVEMENT L'ENSEMBLE DU SUJET AVANT DE COMPOSER. LE PLUS GRAND SOIN DOIT ÊTRE ACCORDÉ À LA PRÉSENTATION DES RÉSULTATS. TOUT RÉSULTAT DOIT ÊTRE ARGUMENTÉ.

I/ On considère le système $[\mathsf{G}]$ décrit par la représentation d'état

$$[\mathsf{G}] : \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{array} \right. , \; A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

où $x(t)$, $y(t)$ et $u(t)$ désignent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande.

1. Étudier en minimisant le nombre de calculs la stabilité de $[\mathsf{G}]$.
2. Écrire la matrice de commandabilité de $[\mathsf{G}]$ et en déduire l'ensemble Ξ des valeurs de ξ telles que $[\mathsf{G}]$ n'est pas commandable.
3. Pour chaque pôle p_i de $[\mathsf{G}]$, écrire le vecteur propre à gauche r_i^T défini par $p_i r_i^T = r_i^T A$. Déduire de ce calcul le pôle de $[\mathsf{G}]$ non commandable pour chaque valeur de ξ dans Ξ.

On met en place une stratégie de commande de la forme $u(t) = -Kx(t)$ où K est un gain matriciel adéquat.

4. Dessiner *précisément* le schéma-bloc de l'asservissement et écrire sa représentation d'état.
5. Indiquer *exhaustivement* le comportement attendu du système asservi lorsque toutes les valeurs propres de sa matrice dynamique sont situées (strictement) dans le demi-plan complexe gauche.
6. Caractériser *exhaustivement* les propriétés qui peuvent être conférées au système bouclé selon que $\xi \in \Xi$ (en détaillant alors pour chaque valeur de ξ) ou $\xi \notin \Xi$.
7. On suppose que $\xi = 0$.
   (a) Justifier que $[\mathsf{G}]$ admet une forme compagne de commande, et écrire celle-ci.
   (b) Synthétiser dans cette base la commande permettant de conférer au système bouclé des pôles tous égaux à -2.
   (c) Déduire de ces calculs la valeur de K.
8. ξ étant toujours fixé à la valeur 0, on souhaite compléter la commande précédente par un terme linéaire en une consigne $r(t)$, soit $u(t) = Vr(t) - Kx(t)$. Le gain scalaire V doit être tel que le transfert consigne-sortie présente un gain statique unité.
   (a) En utilisant les arguments précédents, établir la représentation d'état compagne de commande du système bouclé.
   (b) En déduire la fonction de transfert $F(p) = \frac{Y(p)}{R(p)}$.
   (c) Établir la valeur de V recherchée.

II/ On considère le système décrit par $[\mathsf{G}_1] : \dot{y}(t) + y(t) = 10(u(t) + w(t))$ de sortie $y(t)$ et d'entrée de commande $u(t)$. Le signal $w(t)$ désigne une perturbation exogène inconnue mais constante, dont la dynamique satisfait l'équation triviale $[\mathsf{G}_2] : \dot{w}(t) = 0$.
Ce système est connecté à un contrôleur décrit par $u(t) = k(\frac{10k+1}{10k} r(t) - y(t)) - \hat{w}(t)$, où $k = 1$ et $\hat{w}(t)$ est une estimation en ligne de la perturbation $w(t)$.

1. Montrer rapidement qu'en l'absence de perturbation ($w(t)$ est identiquement nul de même que sa reconstruction $\hat{w}(t)$), le système asservi est stable et le transfert consigne-sortie présente un gain statique unité.

Les questions suivantes visent donc à maintenir une erreur de position nulle malgré la présence de $w(t)$ grâce à sa reconstruction asymptotique $\hat{w}(t)$ au moyen d'un observateur.

2. Écrire une représentation d'état de $[\mathsf{G}] = \{[\mathsf{G}_1], [\mathsf{G}_2]\}$.
3. Caractériser les propriétés de commandabilité et d'observabilité de $[\mathsf{G}]$, et les interpréter physiquement.
4. Déterminer l'équation d'un observateur identité de pôles égaux à -5 permettant de reconstruire le vecteur d'état de $[\mathsf{G}]$.
5. Établir la relation qui unit le vecteur d'état $\hat{x}(t)$ de cet observateur et $\hat{w}(t)$.
6. Écrire une représentation « fréquentielle » du contrôleur $u(t) = k(\frac{10k+1}{10k} r(t) - y(t)) - \hat{w}(t)$ sous la forme $U(p) = D(p)(\frac{10k+1}{10k} R(p) - H(p)Y(p))$.