UNIVERSITÉ PAUL SABATIER – INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE

EXAMEN D'AUTOMATIQUE – M2Pro ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

1° session – Lundi 20 Février 2006

Durée 2h00 – Tous documents de Cours, TD, TP autorisés

LIRE ATTENTIVEMENT L'ENSEMBLE DU SUJET AVANT DE COMPOSER. LE PLUS GRAND SOIN DOIT ÊTRE ACCORDÉ À LA PRÉSENTATION DES RÉSULTATS. TOUT RÉSULTAT DOIT ÊTRE ARGUMENTÉ.

Dans tout le sujet, $X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ désigne la transformée de Laplace du signal temporel $x(t)$. L'opérateur de transposition est noté $'$.

I/ On considère le système [S], d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$, constitué d'une interconnexion de sous-systèmes élémentaires caractérisée au moyen des équations algébriques suivantes :

$$X_1(p) = \frac{2}{1+0.1p}U(p), \qquad X_2(p) = -\frac{19}{1+0.5p}X_1(p), \qquad Y(p) = 20X_1(p) + X_2(p). \tag{1}$$

1. Dessiner le schéma-bloc de [S].
   Montrer que [S] peut être décrit par la représentation d'état, $x(t)$ étant défini par $x(t) = (x_1(t)', x_2(t)')'$,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}, \qquad A = \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ -38 & -2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 20 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

2. Étudier, à partir de sa représentation d'état (2), les propriétés de stabilité, commandabilité, observabilité de [S].
   Comment celles-ci pouvaient-elles être inférées à partir de la description initiale (1) ?

II/ On considère plusieurs schémas de commande en boucle fermée de (1). Dans tout ce qui suit, $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Z}$ désignent respectivement l'ensemble des pôles du système asservi (en boucle fermée, donc) et l'ensemble des zéros du transfert consigne→sortie. La consigne sera désignée par le signal temporel $r(t)$.

3. Montrer qu'il existe une commande par retour d'état $u(t) = Vr(t) - Kx(t)$ permettant de conférer au système asservi des pôles égaux à $\mathcal{P} = \{-20; -20\}$ et de fixer à 1 le gain statique du transfert $r(t) \to y(t)$.
   Calculer K et V.

III/ On admet que les variables d'état x_1 et x_2 ne sont pas accessibles à la mesure. On souhaite donc réaliser une commande par retour de sortie de la forme

$$u(t) = Vr(t) - K\hat{x}(t) \tag{3}$$

$$\hat{x}(t) = M\hat{z}(t) + Ny(t) \tag{4}$$

$$\dot{\hat{z}}(t) = F\hat{z}(t) + Gy(t) + Hu(t), \tag{5}$$

l'ordre de ce contrôleur étant égal à 1. Les matrices F, G, H, M, N du reconstructeur de l'état (5) sur lequel repose la commande, respectivement de dimensions 1×1, 1×1, 1×1, 2×1, 2×1, seront déterminées en trois temps :

- écriture d'une représentation d'état de [S] équivalente à (2) sous forme compagne d'observation, où le vecteur d'état s'écrit $\tilde{x} = (\tilde{x}_1', \tilde{x}_2')'$ et satisfait $y = \tilde{x}_1$;
- synthèse, dans la nouvelle base de l'espace d'état, de l'observateur minimal identité permettant la reconstruction de $\tilde{x}_2$ selon les équations (5) et

$$\hat{\tilde{x}}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{M}_2 \end{pmatrix} \hat{z}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{N}_2 \end{pmatrix} y(t)\,; \tag{6}$$

– déduction de l'équation (4) de reconstruction de $(\hat{x}'_1, \hat{x}'_2)'$ à partir de (4).

4. Déterminer F, G, H, M, N selon la procédure ci-dessus, de sorte que l'observateur admette un pôle p_0 donné.
   Proposer une valeur de p_0 compatible avec l'application, en justifiant ce choix.
5. Une étude sommaire montrerait que le système (2) asservi par le retour de sortie (3)–(4)–(5) admet pour pôles $\mathcal{P} = \{-20; -20; p_0\}$, et que le transfert consigne→sortie admet pour zéros $\mathcal{Z} = \{p_0; -\frac{1}{10}\}$ ainsi qu'un gain statique unité. Expliquer la raison physique de la compensation pôles-zéros dans la fonction de transfert $\frac{Y(p)}{R(p)}$.
   En quoi, après simplification, la configuration des zéros de ce transfert peut-elle être gênante vis à vis de celle de ses pôles ?

IV/ Afin de transformer les ensembles $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Z}$ précédemment définis en $\mathcal{P} = \{-20; -20; p_0 = -\frac{1}{10}\}$, et $\mathcal{Z} = \{p_1; -\frac{1}{10}\}$, avec p_1 non nécessairement égal à p_0, on remplace l'équation d'état (5) du reconstructeur par

$$\dot{\hat{z}}(t) = F\hat{z}(t) + Gy(t) + Hu(t) + Lr(t). \qquad (7)$$

Le but est bien sûr de permettre la simplification pôles-zéros $p_0 = -\frac{1}{10}$, $z_0 = -\frac{1}{10}$ dans le transfert $\frac{Y(p)}{R(p)}$.

6. Calculer les matrices F, G, H, M, N conduisant à $p_0 = -\frac{1}{10}$.
7. Écrire l'expression *symbolique* (sans développer les calculs, donc) de la représentation d'état du système bouclé par cette nouvelle commande (3)–(4)–(7). À partir de cette expression, justifier que la présence de $L \neq 0$ dans (7) n'affecte pas les pôles du système asservi, qui demeurent donc égaux à $\mathcal{P} = \{-20; -20; p_0\}$.
8. Expliquer, *sous forme symbolique*, la méthode à suivre pour calculer L de telle sorte que $\mathcal{Z}$ soit égal à $\mathcal{Z} = \{p_1; p_0 = -\frac{1}{10}\}$.
9. Développer les calculs. Effectuer une application numérique pour un choix pertinent, à justifier, de p_1.