

Règle du jeu : Sur les 8 exercices n'en traiter que 6 au choix.

❶ A, B, C sont les sommets d'un triangle quelconque.

1/ Construire, en l'expliquant, le barycentre du système: $\{(A,2), (B,-1), (C,1)\}$.

2/ Déterminer, l'ensemble des points M du plan tels que:

$$\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MB} + \vec{MC}\|.$$

On pourra utiliser le milieu A' de [BC].

3/ Même question, pour l'ensemble des points M du plan, vérifiant:

$$\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|.$$

❷ a est un réel non nul. On appelle M_1 et M_2 ; Les points dont les affixes z_1 et z_2 , sont les solutions de l'équation:

$$z^2 - 2az + a^2 + 1 = 0.$$

O est l'origine du repère.

1/ Pour quelles valeurs de a, le triangle OM_1M_2 , est-il équilatéral?

2/, est-il rectangle en O?

❸ On considère les intégrales:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} dx ; J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx ; K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx .$$

1/ Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$, par: $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$.

En déduire la valeur de I.

2/ Démontrer que $2I + J = K$.

3/ Par une intégration par parties, montrer que $K = \sqrt{3} - J$.

4/ Des deux questions précédentes déduire J et K.

❹ On pose $f(x) = x^2$, si $x \in [-1, 1]$ et $f(x) = 1$ sinon.

1/ Représenter f.

2/ Calculer: $\int_{-2}^3 f(t) dt$.

3/ Calculer $G(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt$.

❺ On considère la suite (u_n) , définie sur $\mathbb{N}^*$ par:

$$u_1 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)} u_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}.$$

Démontrer que:

Cette suite est majorée par 3.

Cette suite est monotone.

Cette suite est convergente et donner sa limite.

❻ Une citerne calorifugée est chauffée par une résistance. La température $\theta(t)$, de la citerne vérifie l'équation différentielle:

$$\theta' = a - b\theta \quad (E)$$

Avec $a = 2,088 \cdot 10^{-2}$ et $b = 2,32 \cdot 10^{-4}$. Le temps est exprimé en secondes et la température en degrés celsius.

- 1/ Résoudre l'équation différentielle, (E), ci-dessus.
- 2/ Déterminer $\theta(t)$, sachant que $\theta(0)=20$.
- 3/ Déterminer une valeur de t lorsque la température atteint 80° .

- ② Une entreprise comprend 40% de cadres, 60% d'employés.
20% des cadres et 10% des employés parlent anglais.

1/ On interroge au hasard une personne de l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit :

Un cadre parlant l'anglais?

Une personne parlant l'anglais?

2/ Si la personne interrogée parle l'anglais, quelle est la probabilité que ce soit un cadre?

3/ On interroge au hasard 15 personnes de l'entreprise. Quelle est la probabilité que :

8 exactement parlent l'anglais?

Au moins une parle l'anglais?

n.b. Soyez précis sur les notations utilisées.

- ③ X est une variable aléatoire qui suit une loi équirépartie et continue sur $[0,1]$. (On dit aussi loi uniforme).

Calculer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

$(X > 0,4)$;

$(0,02 < X < 0,4)$

$(X > 0,08)$

$(X = 0,04)$.

calculer $E(X)$