BCPST 1 **DS n°8** **2004/05**

① Pour une certaine substance, la pression P, est une fonction de la température T. On suppose que le taux d'accroissement de la pression P de vapeur d'eau est proportionnel à P, et inversement proportionnel au carré de la température T (on suppose T>0).
Ecrire l'équation différentielle vérifiée par cette fonction P(T). Résoudre cette èquation en isolant P de T.

② On se propose d'étudier la destruction d'un corps radioactif. Le phénomène décrivant la destruction d'un nombre entier N d'atomes de ce corps à l'instant t est décrit par l'équation différentielle:
$\frac{dN}{dt}=-\alpha N$, le temps t étant exprimé en jours , α s'appelant constante radioactive du corps.

1a/ Soit N_0, le nombre d'atomes du corps à l'instant t=0. Calculer N(t) en fonction de N_0, t et α.

1b/ On appelle période de ce corps radio-actif le temps T au bout duquel le nombre d'atomes du corps a diminué de moitié.
Calculer T en fonction de α.

1/c Calculer la constante radioactive du radium, sachant que sa période est de 11,7 jours.

1/d Calculer la constante radioactive du thorium, sachant que sa période est de 18,2 jours.

2: A l'instant t=0 on isole N_0 atomes de thorium. Le thorium donne par désintégration du radium qui lui-même donne du radon. Soit N(t) le nombre d'atomes de thorium à l'instant t, et n(t) le nombre d'atomes de radium à l'instant t. On a les relations:
$\frac{dN}{dt}=-\alpha_1 N$ et $\frac{dn}{dt}=\alpha_1 N-\alpha_2 n$. α_1 et α_2 sont les constantes trouvées précédemment.
Calculer N(t) en fonction de α_1, N_0 et t.
Calculer n(t) en fonction de α_1, α_2 et N_0.

③ ABC est un triangle quelconque. On note G le centre de gravité et O le centre du cercle circonscrit à ce triangle.
A', B', C' sont les milieux respectifs de [BC], [AC], [AB].
Enfin on définit le point K par : $\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$.

1/ Faire une figure, sans placer le point K.

2/ Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{OA'}$, sont colinéaires. En déduire que les droites (AK) et (BC) sont perpendiculaires.
Qui est alors le point K ?

3/ Montrer que le point O est barycentre des points K, A, B, C , affectés de coefficients que l'on précisera.

4/ En déduire que les points O, G, K sont alignés et préciser leur position relative

④ n est un entier naturel quelconque mais supérieur ou égal à 2.
θ est ut un réel quelconque.
On pose $P_n=X^n.\sin\theta-X.\sin(n\theta)+\sin(n-1)\theta$, et $P=X^2-2X\cos\theta+1$.
Montrer que P divise P_n , ceci pour tout entier naturel n>2