

Etude et simulations de suspensions hydro-pneumatiques.

Benoît Bergeon
Université Bordeaux 1
b.bergeon@ima.u-bordeaux.fr

Résumé :

Nous présentons des résultats de simulations numériques sur différents systèmes de suspension d'automobile. Les différents cas de masse sont testés et les résultats sont discutés selon les hypothèses de simulation : masse invariante au cours d'un essai de choc de trottoir, variation de masse pendant l'essai, variation de masse impliquant une variation de point de fonctionnement.

Introduction.

L'article intitulé « The Crone suspension », par A. Oustaloup, X. Moreau et M. Nouillant, publié dans la revue Control Engineering Practice [1], a été l'objet de critiques telles que celles formulées dans la communication « A propos de la Suspension Crone », par G. Montseny et G. Salut à CIFA 2002 [2]. En utilisant les modèles et les valeurs numériques de [1], et des compléments apportés dans le rapport « Sur les remarques formulées sur la suspension Crone » par l'équipe Crone du LAP (UMR 5131 CNRS), disponible sur internet [3], nous présentons ici des résultats de simulation ayant pour objectif de tester les performances de la suspension telle que décrite en [1], dans les conditions énoncées dans [2].

La première partie est consacrée à l'étude dynamique transitoire correspondant à un choc de roue sur un trottoir, dans les conditions et hypothèses de [1]. Après avoir brièvement rappelé le modèle simplifié de suspension mécanique, nous présentons deux cas de suspension hydro-pneumatique, issus de [1]. Le premier est présenté comme modèle de suspension arrière standard de BX Citroën, à titre de comparaison, le second correspond à l'exemple à 5 cellules de suspension Crone. Pour éclairer certains points de discussion, nous présentons ensuite un cas original de suspension dite « à ressort mou », de structure semblable à la suspension standard, mais dont la raideur statique est celle de la suspension Crone. Ces 3 types de suspension sont successivement soumis à des franchissements d'obstacle, dans les mêmes conditions de simulation que celles décrites en [1], et pour les 3 valeurs de masse considérées : 150 kg, 225 kg et 300 kg.

La deuxième partie concerne l'étude des comportements de ces modèles de suspension lors de la variation brutale de masse, que celle-ci corresponde à l'entrée d'un passager supplémentaire, ou qu'elle corresponde à un « report de masse », matérialisant un couple de tangage résultant d'une accélération longitudinale brutale.

Enfin, les simulations les plus réalistes présentées en troisième partie prennent en compte les modifications des paramètres de suspension résultant de variation de masse embarquée.

Enfin, nous présentons quelques conclusions.

I. Etude transitoire de choc sur un trottoir.

1. Modélisation élémentaire de suspension mécanique d'automobile.

Le schéma ci-dessous représente la suspension d'une roue de voiture. La carrosserie est repérée par un axe vertical, dont l'origine ($y = 0$) est fixée par la position de repos. La position de la roue est repérée sur un autre axe vertical, dont l'origine ($x = 0$) correspond au niveau de la route. Le poids correspondant à la masse supportée (1/4 de voiture vide) est compensé par la compression initiale du ressort : il n'intervient donc pas, tant que l'on suppose la masse constante. Ce schéma est un cas particulier du schéma de la fig. 1 de [1], dans lequel on suppose que le pneu a une raideur infinie, et la roue une masse nulle. Le système de suspension est réalisé par la mise en parallèle d'un ressort de raideur C_0 et d'un amortisseur de coefficient de frottement visqueux f . On suppose que les modèles de comportement linéaire de ces 2 éléments sont proches de la réalité, compte tenu des conditions d'étude.

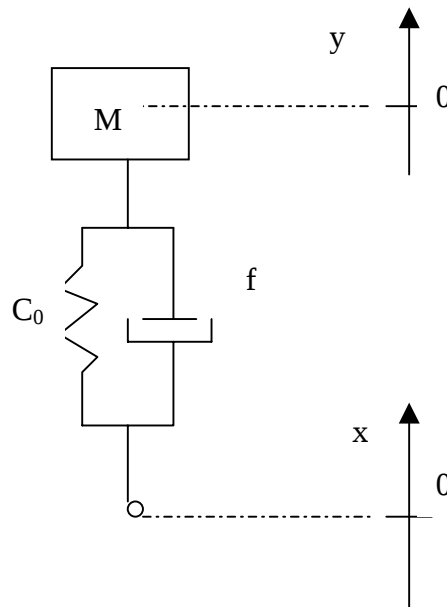


Figure 1 : schéma de suspension mécanique élémentaire.

On peut facilement écrire le modèle linéaire de ce système :

$$M\ddot{y} = C_0(x - y) + f(\dot{x} - \dot{y}) \quad (1)$$

Le schéma fonctionnel est donné à la figure 2.

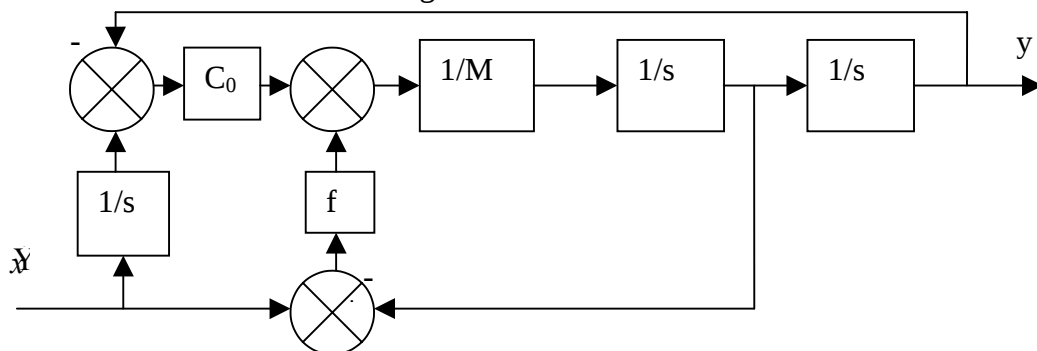


Figure 2 : schéma fonctionnel de suspension standard.

On remarquera que le choc de la roue sur un obstacle est représenté par un échelon de vitesse qu'il est nécessaire d'intégrer pour obtenir l'écart de position comprimant le ressort. Cette modélisation fait apparaître la suspension comme un retour d'état (position-vitesse) sur le système suspendu, et permet d'obtenir un schéma de simulation causal et réalisable, ce qui n'est pas le cas des formulations par fonction de transfert présentées dans [1], eq. (41) et (48). Dans les schémas de simulation présentés dans [3], fig. 11 et 12, la suspension est représentée par une fonction de transfert propre grâce à l'introduction d'un filtre du premier ordre qui résulte de l'introduction d'un silent-bloc (représenté figure 10, annexe 1) non modélisé en [1].

2. Suspension hydro-pneumatique standard.

Pour une suspension hydro-pneumatique, de type BX Citroën, les valeurs numériques données dans [1] sont :

$$C_0 = 2500 \text{ N/m} ; f = 850 \text{ N.s/m}.$$

L'analyse fréquentielle de la transmittance correspondant à l'équation (5) de [1], pour ces valeurs numériques, fait apparaître une inflexion de la courbe de phase pour la pulsation $\omega_c = \frac{C_0}{f} = 2,94 \text{ rad/s}$.

Pour de telles valeurs numériques, les lieux de Black correspondant aux 3 valeurs de masse sont donnés à la figure 3, et reproduisent ceux de la figure 4 (a) de [1]. Les résultats de simulation numériques de choc sur un trottoir, sont à la figure 4 et reproduisent également ceux de la figure 7 (a) de [1]. On a représenté le choc de la roue comme une impulsion de vitesse verticale, de 1 m/s, pendant 0,1 s, soit un trottoir de 0,1 m de haut.

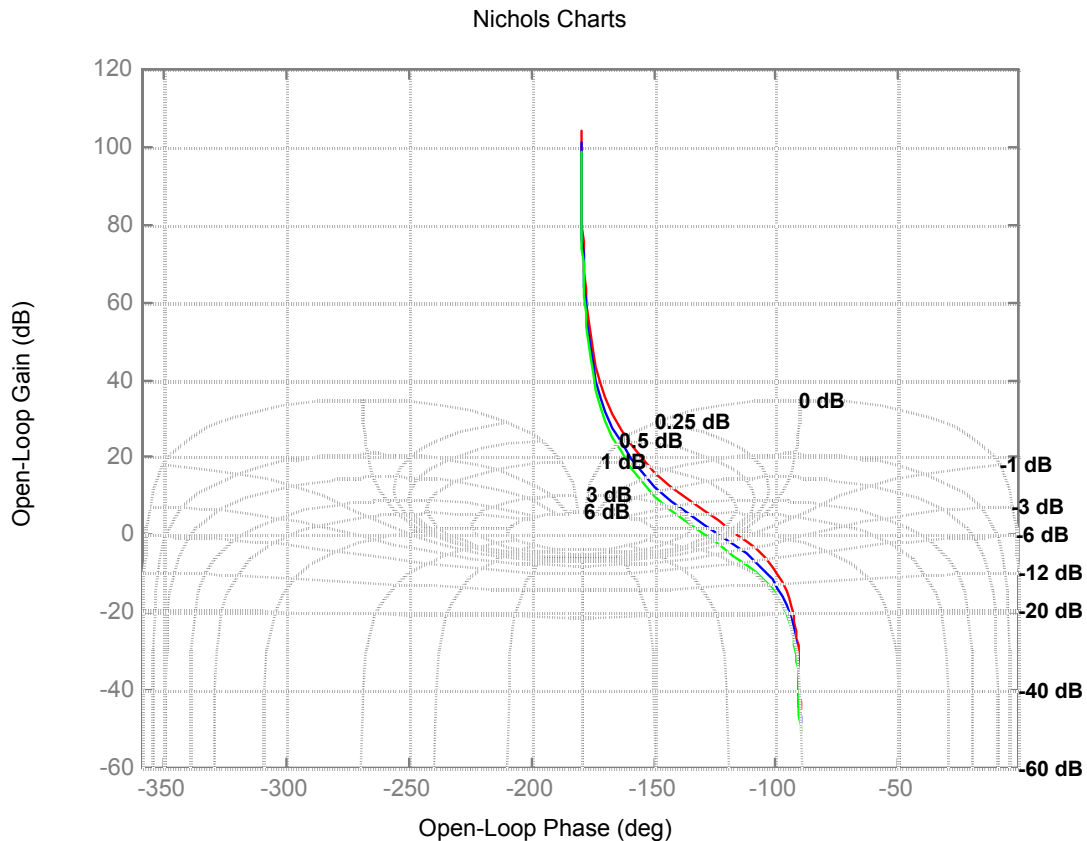


Figure 3 : lieux de Black de boucle ouverte standard pour 150 kg, 225 kg et 300 kg.

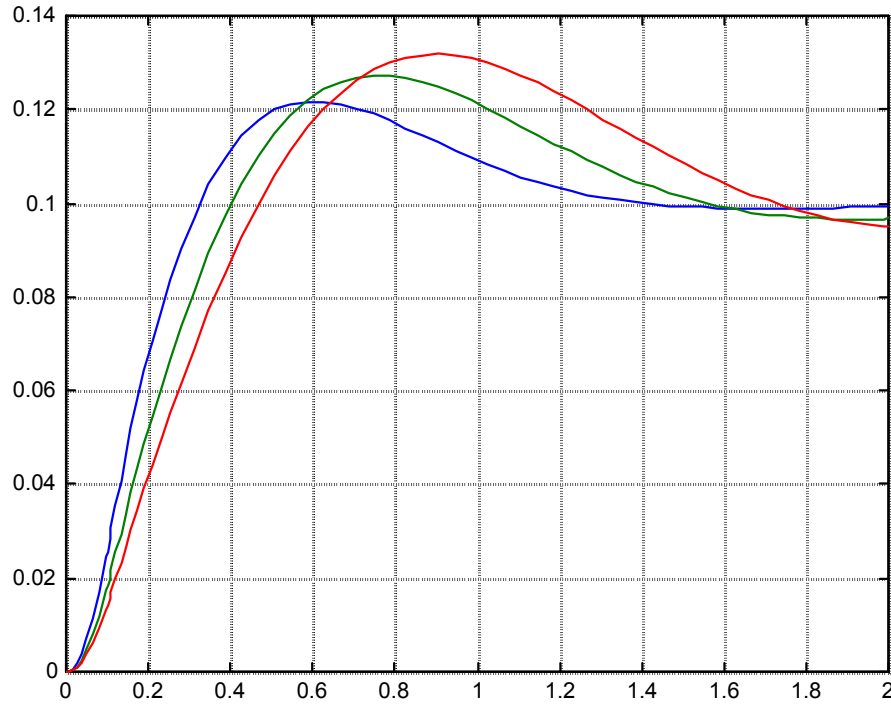


Figure 4 : simulations numériques de choc sur un trottoir, suspension standard.

Ces réponses fréquentielles et simulations temporelles permettent de valider nos modèles de simulation par rapport aux valeurs de paramètres de [1].

3. Suspension Crone.

L'article [1] présente la suspension Crone réelle à 5 cellules (sphères hydro-pneumatiques), dont la représentation linéarisée autour d'un point de fonctionnement est de la forme :

$$C_{reel}(s) = C_0 \frac{\prod_{i=1}^5 \left(1 + \frac{s}{\omega_i}\right)}{\prod_{i=1}^4 \left(1 + \frac{s}{\omega_i}\right)} = C_0 \frac{\sum_{i=0}^5 b_i s^i}{\sum_{i=0}^4 a_i s^i}; \text{ où } a_0 = b_0 = 1. \quad (2)$$

Cette fonction de transfert est impropre, puisque le numérateur est de degré 5, le dénominateur de degré 4. Pour rendre ce correcteur réalisable, il faut disposer de mesures d'erreur de position et d'erreur de vitesse :

$$C_{reel}(s) = C_0 + s \frac{\sum_{i=0}^4 b'_i s^i}{\sum_{i=0}^4 a_i s^i} = C_0 + s F(s); \quad (3)$$

dans laquelle $b'_{i-1} = C_0 (b_i - a_i)$, $\forall i = 1, 2, 3, 4$ et $b'_4 = C_0 b_5$.

La réponse fréquentielle de cette fonction de transfert présente une inflexion de phase à la pulsation $\omega_b = 0,1 \text{ rad/s}$; comme indiqué dans [1].

Dans cette représentation, le correcteur Crone réel apparaît constitué d'un ressort de raideur C_0 , (donc exprimé en N/m), et d'un « amortisseur fonction de la fréquence », de transmittance :

$$F(s) = \frac{\sum_{i=0}^4 b'_i s^i}{\sum_{i=0}^4 a_i s^i} = \frac{2.512 s^4 + 162.8 s^3 + 1870 s^2 + 4310 s + 1755}{0.003827 s^4 + 0.1839 s^3 + 1.582 s^2 + 2.826 s + 1}, \quad (4)$$

dont l'entrée est l'erreur de vitesse, la sortie étant une force (et donc la dimension est N.s/m).

La figure 5 ci-dessous en donne la réponse en fréquences. On remarque que le module présente une pente de -4dB/dec. entre 2 et 50 rad/s et que l'argument varie entre -13° et -16° dans cette plage de fréquences. Il s'agit donc de l'approximation d'un amortisseur « d'ordre 0,2 » dans cette plage de fréquences. Rappelons que pour une suspension mécanique, l'amortisseur est constitué d'un système à frottement visqueux, représenté par un coefficient réel constant (donc d'ordre 0).

Le schéma fonctionnel représentant cette suspension linéarisée est donné à la figure 6 ci-dessous.

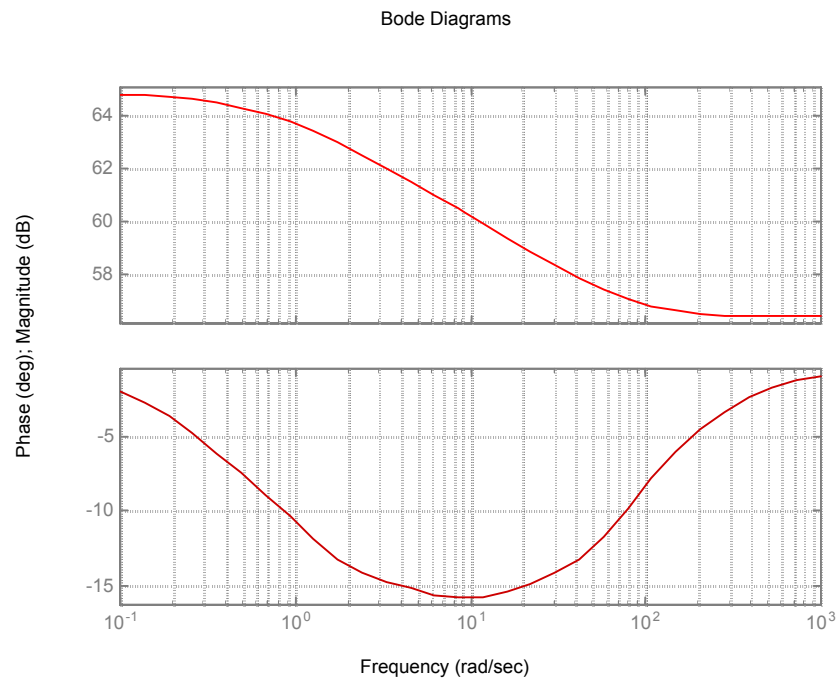


Figure 5 : réponse en fréquences de l'amortisseur Crone.

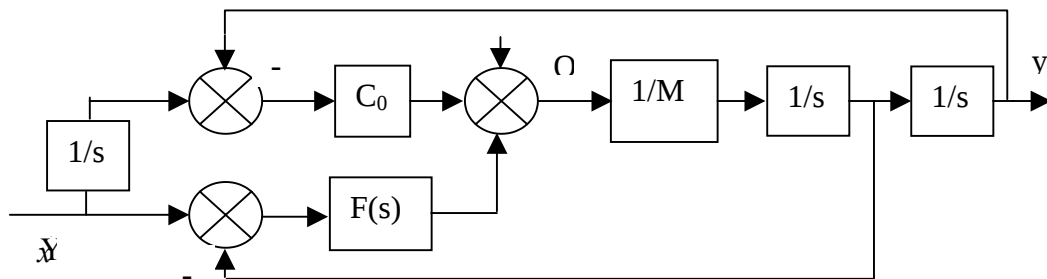


Figure 6 : schéma fonctionnel de suspension Crone linéarisée.

En reprenant les valeurs numériques de [1], et en supposant (ce qui est faux) que les raideurs soient indépendantes de la masse suspendue M , on peut tracer les lieux de Black de boucle ouverte (en O) correspondant aux valeurs 150 kg, 225 kg et 300 kg (figure 7). Ces lieux sont conformes à la figure 4 (b) de [1].

La simulation numérique de réponse au choc de la roue sur un trottoir, telle que présentée à la figure 8, reproduit également les résultats de la figure 7 (b) de [1].

Le dépassement est bien indépendant de la masse suspendue, comme il est décrit en [1].

La représentation de la suspension Crone par la relation $C_{reel}(s) = C_0 + s F(s)$ fait apparaître de façon indiscutable le coefficient C_0 comme une raideur de ressort. Il paraît alors naturel de comparer les performances de cette suspension Crone avec une suspension « classique » qui présenterait la même raideur de ressort.

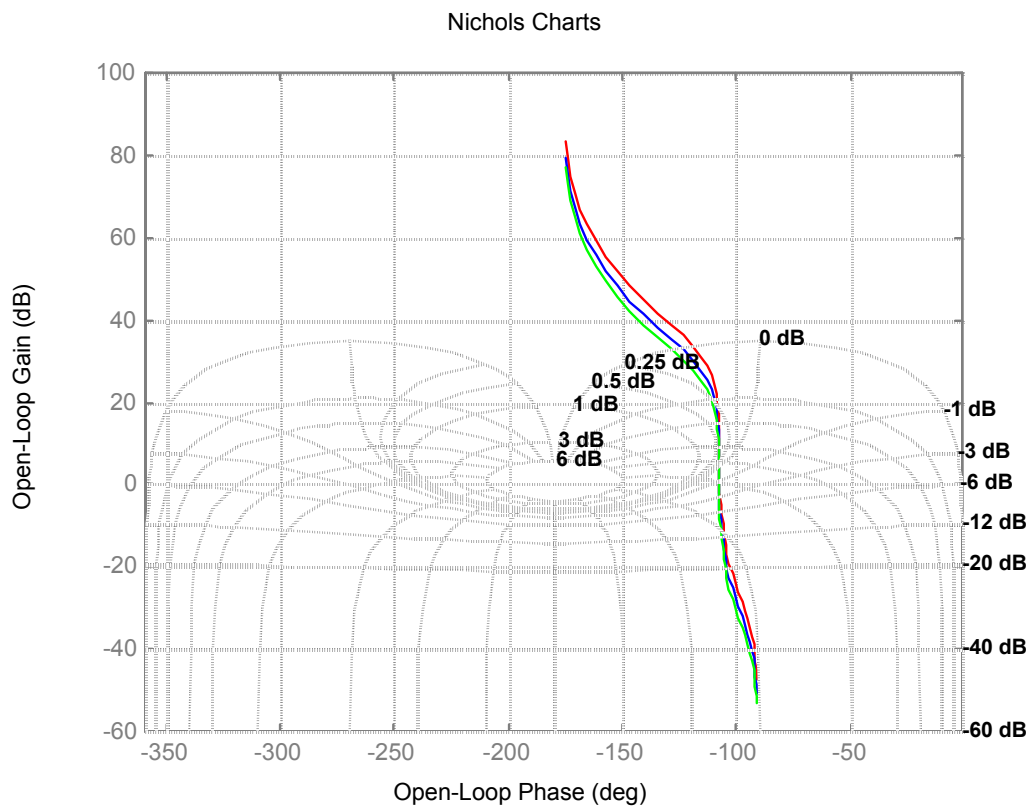


Figure 7 : lieux de Black de boucle ouverte Crone pour 150 kg, 225 kg et 300 kg.

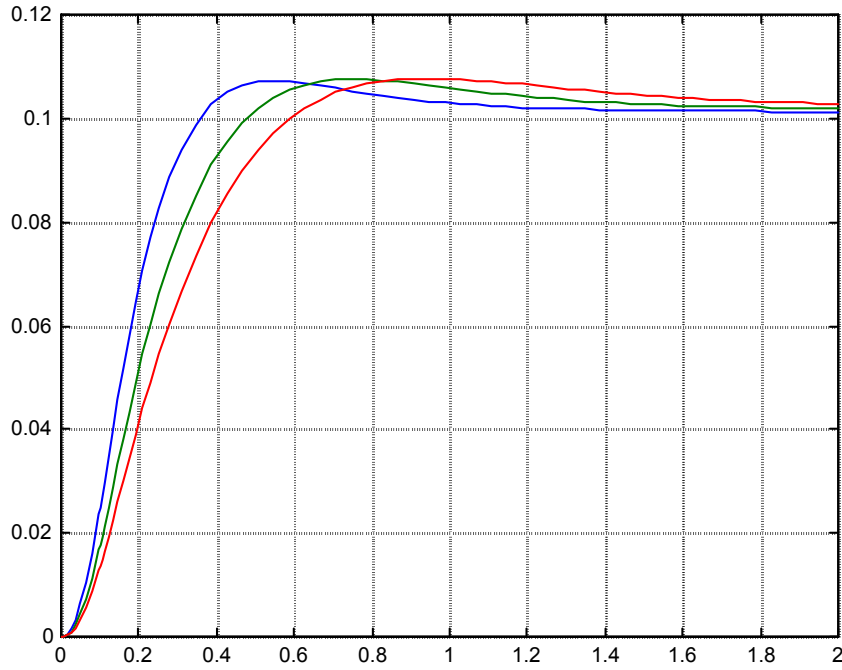


Figure 8 : simulations numériques de choc sur un trottoir, suspension Crone.

4. Suspension standard à ressort mou.

Le correcteur correspondant à ce cas d'étude, doit avoir comme transmittance :

$$C_{mou}(s) = C_0 + \lambda s, \quad (5)$$

où λ représente un coefficient de frottement visqueux. La valeur numérique utilisée pour les simulations est :

$$\lambda = b'_0 = 1775 \text{ N.s/m}.$$

La suspension à ressort mou est donc une version simplifiée de suspension Crone, à une seule sphère, réglée pour présenter la même raideur C_0 , et un frottement visqueux voisin. On remarque sur cet exemple, que l'inflexion de la courbe de phase apparaît à la pulsation $\omega_c = 0,12 \text{ rad/s}$.

Cette faible valeur par rapport au cas de la suspension standard permet d'amener le comportement asymptotique de phase au voisinage de la pulsation au gain unité, comme le montre la figure 9. Ce comportement asymptotique correspond ici à une phase de -90° , au lieu de -110° pour la suspension Crone. La marge de phase vaut donc 90° , indépendamment de la valeur de la masse.

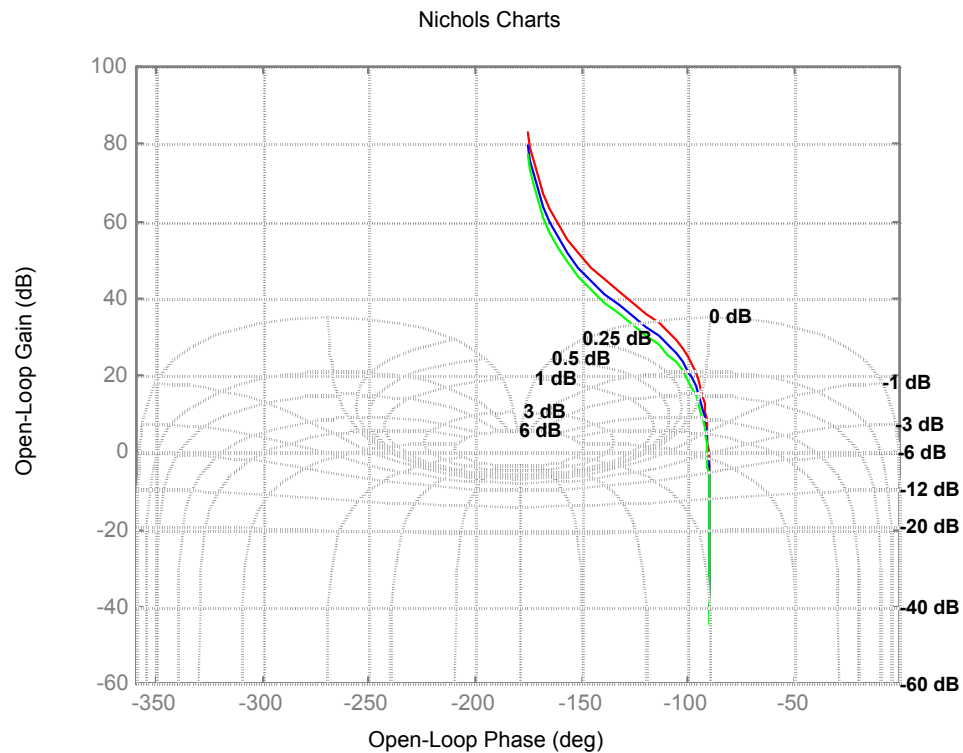


Figure 9 : lieux de Black de boucle ouverte à ressort mou pour 150 kg, 225 kg et 300 kg.

Les simulations temporelles de choc de trottoir confirment que l'amortissement est encore indépendant de la masse, puisque les 3 réponses présentent un dépassement nul, comme le montre la figure 10.

Il est donc clairement visible que l'indépendance du dépassement par rapport à la masse suspendue est liée à la présence d'un comportement asymptotique de la réponse fréquentielle autour de la fréquence au gain unité. Seule la valeur du dépassement dépend de la position, en phase, de l'asymptote. On peut relier ce phénomène au principe bien connu d'invariance de comportement de boucle fermée due au grand gain de boucle ouverte : ici le « grand gain » est obtenu grâce à la faible valeur du coefficient de raideur de la suspension !

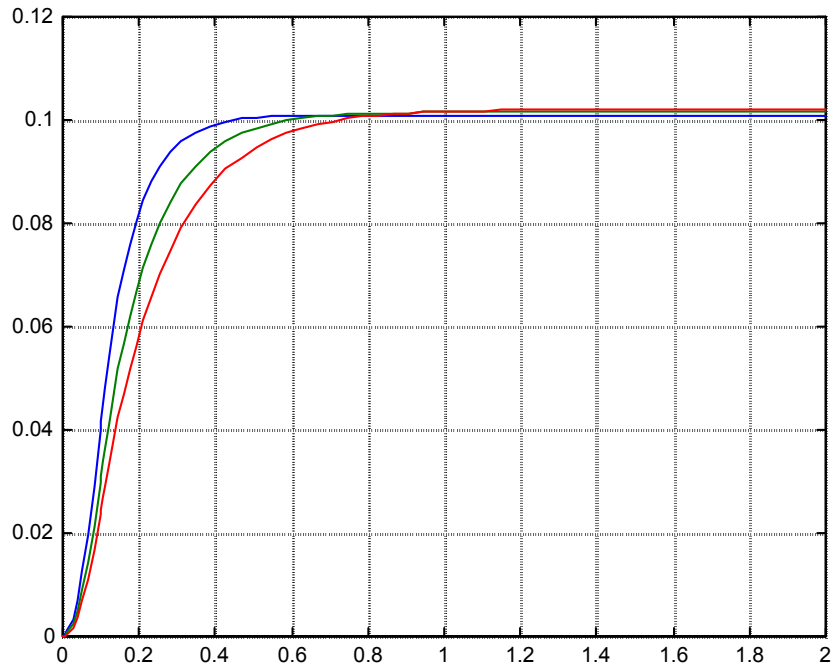


Figure 10 : simulations numériques de choc sur un trottoir, suspension à ressort mou.

II. Variations de charge.

Il est bien connu, depuis les années 50 et la mise au point des suspensions hydro-pneumatiques Citroën, qu'un des avantages de ce système consiste à pouvoir réaliser simplement un correcteur d'assiette, dont le fonctionnement est décrit dans [3]. La présence d'un tel système a permis de réaliser des suspensions hydro-pneumatiques dont la raideur de ressort est faible par rapport aux suspensions mécaniques.

Le correcteur d'assiette fonctionne grâce à la possibilité d'ajouter de l'huile sous pression dans le circuit de suspension, ce qui permet de rétablir la hauteur de caisse de consigne.

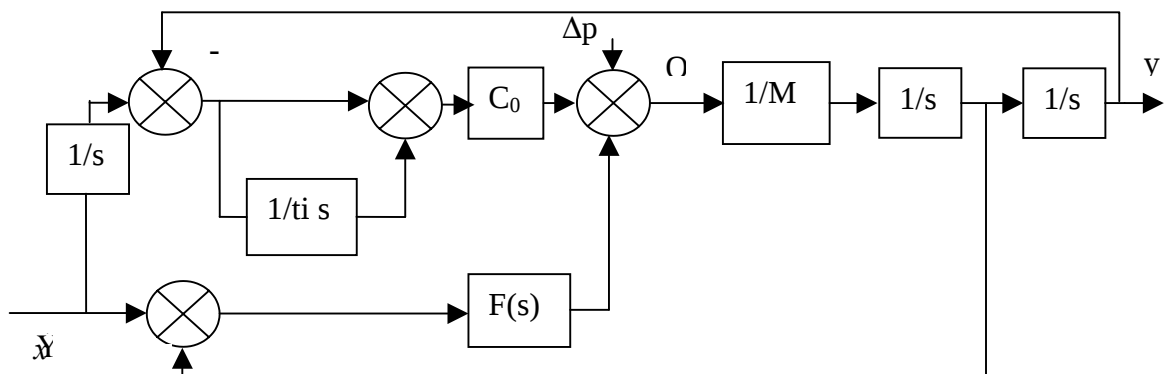


Figure 11 : schéma fonctionnel de suspension avec modèle de correcteur d'assiette.

La figure 11 représente un système de suspension hydro-pneumatique comportant un système correcteur d'assiette. Ce schéma est équivalent au schéma de la figure 11 de [3], en négligeant la constante de temps du distributeur. Dans ce schéma fonctionnel, la transmittance $F(s)$ représente aussi bien l'amortisseur de la suspension standard ou de la suspension à ressort mou, que l'amortisseur équivalent de la suspension Crone. Dans cette section encore, on suppose comme dans [1], que les raideurs de ressorts équivalents au gaz sous pression des sphères, sont indépendantes de la variation de masse.

La perturbation Δp représente une perturbation de force sur la carrosserie suspendue, qu'elle soit produite par un report de masse (couple de tangage) dû à une accélération brutale ou par une variation de masse suspendue consécutive à l'entrée d'un passager.

La figure 12 montre les résultats de simulation numérique sur 120 s, pour chacun des systèmes de suspension décrits ci-dessus, pour chacun des cas de masse. A l'instant $t = 10$ s, apparaît une perturbation Δp en échelon de hauteur 113,796 N, correspondant au report sur l'avant de la variation de poids induite par l'entrée d'un passager de 58 kg, à l'arrière. Le temps d'intégration t_i du correcteur d'assiette est réglé pour tous les types de suspension à 10s.

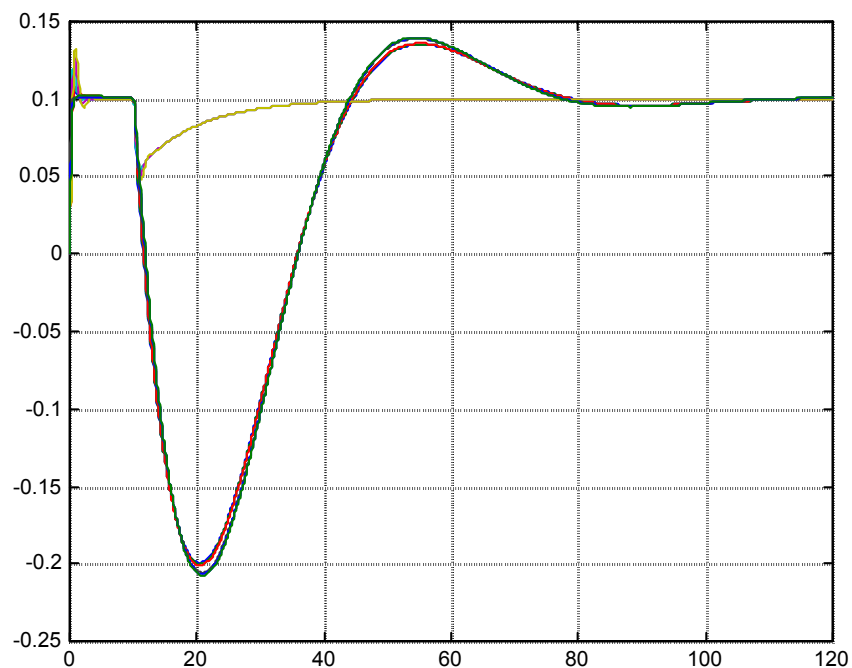


Figure 12 : simulations numériques de choc sur un trottoir et variation de masse suspendue.

Ces résultats montrent :

- que, pour les 3 types de suspension, les différents cas de masse donnent des réponses semblables ;
- que la suspension standard montre un enfoncement d'environ 5 cm, avant que le correcteur d'assiette n'annule progressivement cet enfoncement ;
- que la suspension Crone se comporte pratiquement comme la suspension à ressort mou : l'enfoncement atteint 30 cm, avant que le correcteur d'assiette ne rétablisse la hauteur, avec quelques oscillations.

Les oscillations qui apparaissent sur les suspensions Crone et à ressort mou sont dues à un réglage trop rapide du correcteur d'assiette dans ces cas-là. Un réglage plus lent ($t_i = 50$ s par exemple) conduit à un enfoncement encore plus marqué de la carrosserie (40 cm).

III. Modèles linéaires de suspension, à paramètres dépendants de la masse.

Dans [2], il est montré que les variations de masse suspendue, s'accompagnant de variation de poids, génèrent une variation de pression du gaz contenu dans les sphères. Seule la variation de force résultant de cette variation de pression peut équilibrer la variation de poids. Il montre également que la variation de pression s'accompagne d'une variation de raideur, proportionnelle au carré de la variation de pression.

$$k_i = \frac{7}{5} \frac{(Mg)^2}{P_{0i} V_0} . \quad (6)$$

Cette expression est reprise dans l'annexe 2 de [3]. Il faut donc faire intervenir l'effet de changement de poids dû aux différents cas de masse dans les calculs de raideur des suspensions hydro-pneumatiques, aussi bien pour le cas standard, le cas de ressort mou ou le cas Crone.

Pour les 2 premiers cas, le calcul est aisé.

- Suspension standard.

On considère que la raideur donnée dans [1] correspond au cas de masse $M_1 = 150$ kg. Il s'ensuit que les raideurs correspondant aux 3 cas sont :

$k_2 = 2500$ N/m, 5625 N/m et 10000 N/m.

Les pulsations d'inflexion de courbe de phase sont respectivement $2,94$ rad/s, $6,62$ rad/s et $11,76$ rad/s.

- Suspension à ressort mou.

La raideur utilisée au paragraphe 4 ci-dessus correspond au cas de masse $M_1 = 150$ kg. Il s'ensuit que les raideurs correspondant aux 3 cas sont :

$k_2 = 215$ N/m, 483.7500 N/m et 860 N/m.

Les pulsations d'inflexion de courbe de phase sont respectivement :

$0,12$ rad/s, $0,27$ rad/s et $0,48$ rad/s.

- Suspension Crone.

Ainsi, la raideur $k_{i,i}$ de chacune des 5 sphères de suspension Crone doit être recalculée pour chaque valeur de masse, $M_1 = 150$ kg, $M_2 = 225$ kg et $M_3 = 300$ kg.

L'équation (49) de [1] permet de calculer $k_{1,1}$, raideur de la première sphère pour la masse M_1 :

$$k_{1,1} = \left(1 + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\eta_i} \right) C_{01} ; \quad (7)$$

Connaissant la première pulsation $\omega'_{1,1}$ par (37), on déduit le frottement visqueux de la première sphère par l'équation (45) de [1] :

$$b_1 = \frac{k_{1,1}}{\omega'_{1,1}} , \quad (8)$$

Les raideurs et frottements visqueux des autres sphères se déduisent par la relation (39) de [1] :

$$k_{1,i} = \eta^{i-1} k_{1,1} \text{ et } b_i = \frac{1}{\alpha^{i-1}} b_1 \quad (9)$$

Les valeurs de α et η sont données en (37) : $\alpha = 3,37$ et $\eta = 1,355$.

On peut alors calculer les différentes raideurs correspondant aux deux autres cas de masse :

$$k_{j,i} = k_{1,i} \left(\frac{M_j}{M_1} \right)^2 ; j = 2, 3 ; i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (10)$$

Les raideurs statiques $C_{0,j}$ sont calculées par (49) de [1] :

$$C_{0,j} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\eta^i}} k_{j,1}. \quad (11)$$

Les pulsations caractéristiques $\omega'_{j,i}$ et $\omega_{j,i}$ sont aisément déduites de (47) :

$$\frac{\omega_{j,i+1}}{\omega_{j,i}} = \frac{\omega'_{j,i+1}}{\omega'_{j,i}} = \alpha \eta ; \quad (12)$$

$$\text{où } \omega'_{j,1} = \frac{k_{j,1}}{b_1} \text{ et } \omega_{j,1} = \alpha \omega'_{j,1}.$$

Les pulsations (en rad/s) intervenant dans la fonction de transfert (2) deviennent :

$$\begin{aligned} M_1 : \omega_{1,1} &= 0.3923, \omega_{1,2} = 1.7912, \omega_{1,3} = 8.1795, \omega_{1,4} = 37.3503 \\ \omega'_{1,1} &= 0.1164, \omega'_{1,2} = 0.5315, \omega'_{1,3} = 2.4271, \omega'_{1,4} = 11.0832, \omega'_{1,5} = 50.6096 \\ M_2 : \omega_{2,1} &= 0.8826, \omega_{2,2} = 4.0303, \omega_{2,3} = 18.4038, \omega_{2,4} = 84.0381 \\ \omega'_{2,1} &= 0.2619, \omega'_{2,2} = 1.1959, \omega'_{2,3} = 5.4611, \omega'_{2,4} = 24.9371, \omega'_{2,5} = 113.8717 \\ M_3 : \omega_{3,1} &= 1.5691, \omega_{3,2} = 7.1650, \omega_{3,3} = 32.7178, \omega_{3,4} = 149.4011 \\ \omega'_{3,1} &= 0.4656, \omega'_{3,2} = 2.1261, \omega'_{3,3} = 9.7086, \omega'_{3,4} = 44.3327, \omega'_{3,5} = 202.4385 \end{aligned}$$

Les raideurs équivalentes sont respectivement :

$$\begin{aligned} C_{0,1} &= 215.0 \text{ N/m} ; \\ C_{0,2} &= 483.75 \text{ N/m} ; \\ C_{0,3} &= 860.0 \text{ N/m}. \end{aligned}$$

Les pulsations d'inflexion de courbe de phase sont respectivement :
0,1 rad/s, 0,225 rad/s et 0,4 rad/s.

La figure 13 représente les lieux de Black correspondant aux différentes suspensions pour les 3 cas de masse. Il s'agit de lieux de Black des suspensions linéarisées autour de 3 points de fonctionnement différents. On y remarque une dispersion plus grande des réponses

fréquentielles que sur les figures 3, 7 et 9 ci-dessus. Cette dispersion est due à la modification des paramètres de suspension, induisant une déformation des réponses fréquentielles au lieu d'un simple glissement dû à la variation de masse comme il est décrit dans [1].

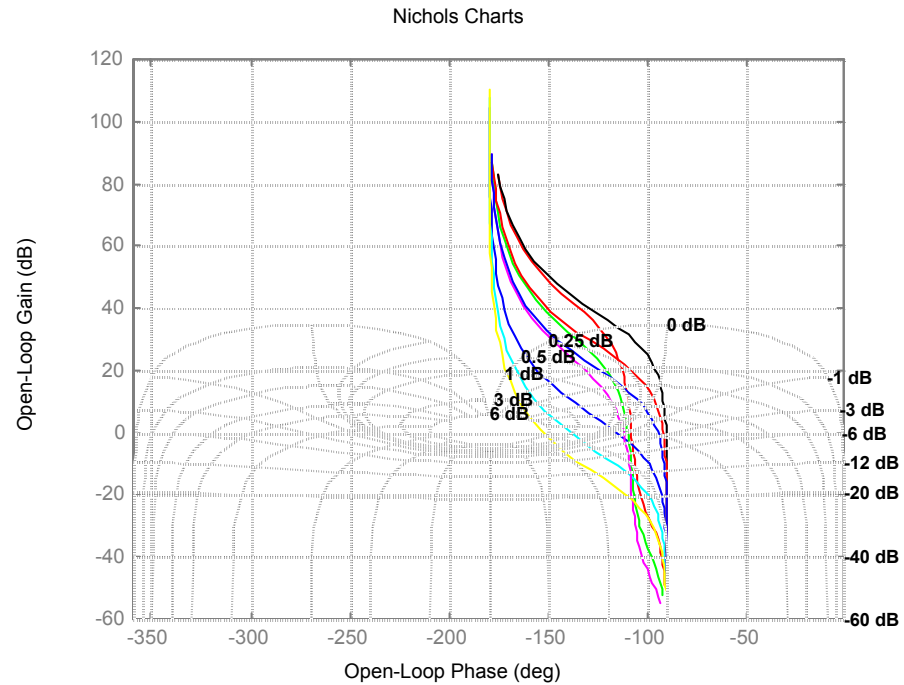
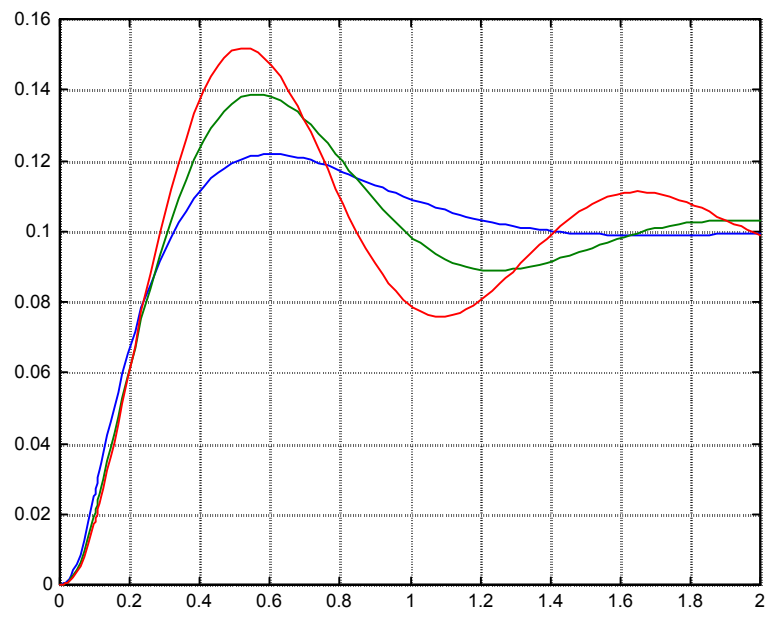
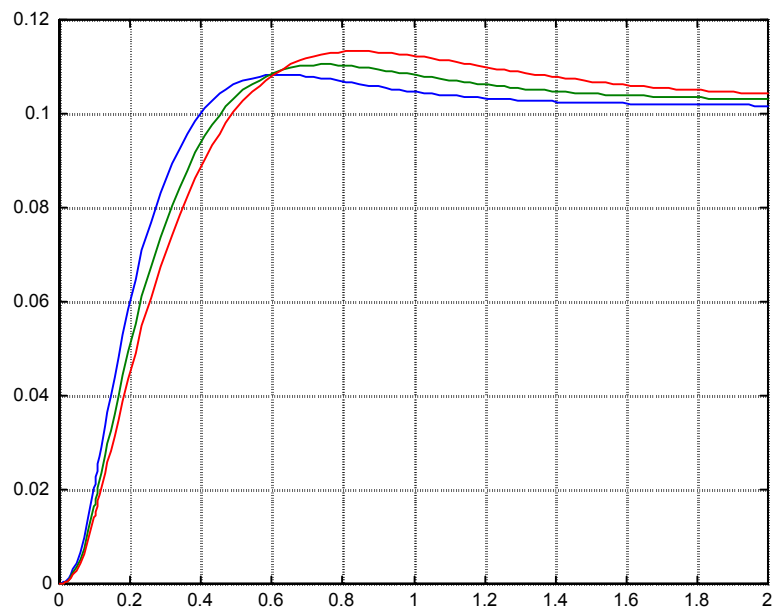


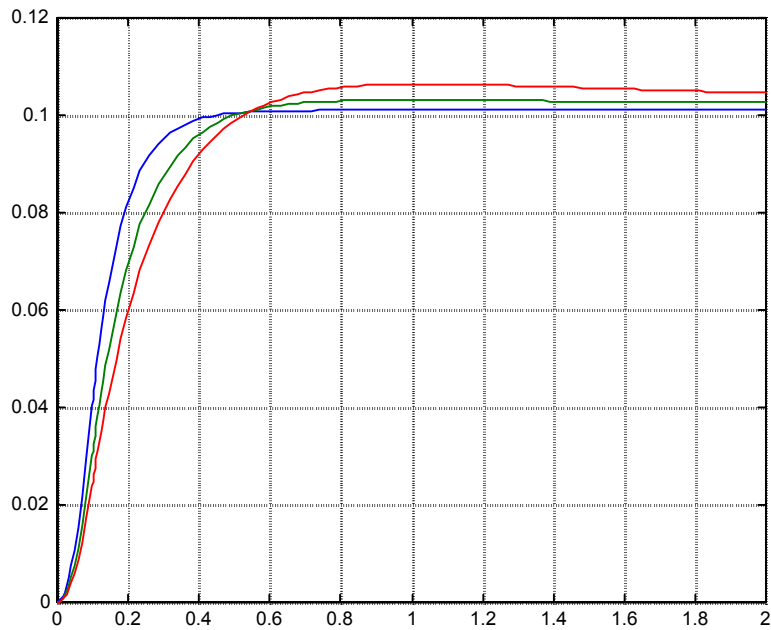
Figure 13 : lieux de Black des 3 types de suspension pour les 3 cas de masse.



(a) suspension standard



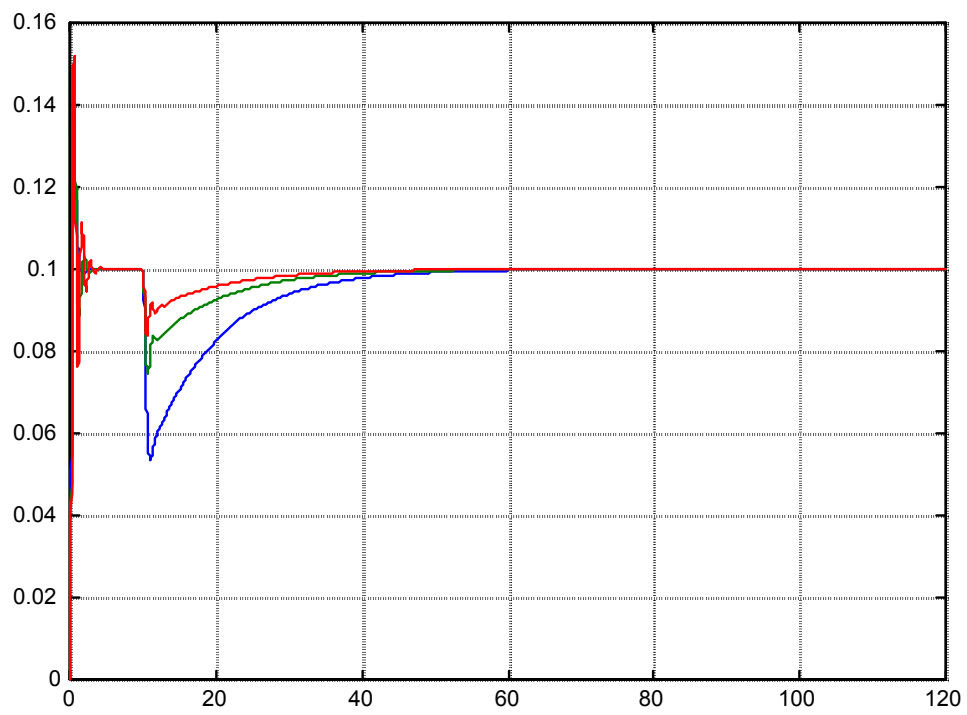
(b) suspension Crone



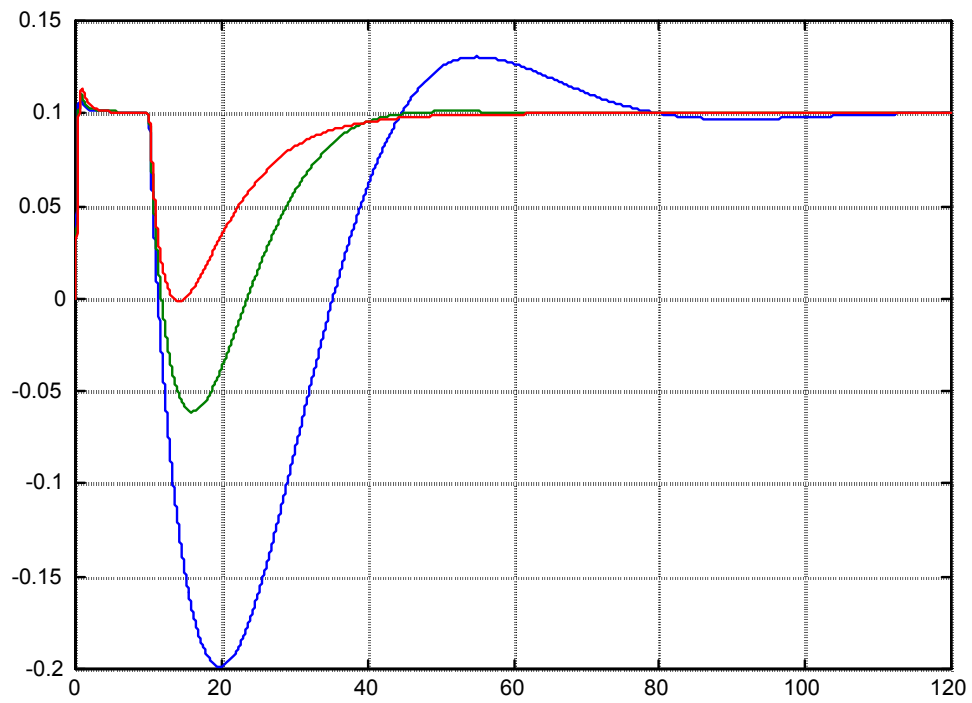
(c) suspension à ressort mou

Figure 14 : réponses au choc de trottoir des 3 types de suspension pour les 3 cas de masse.

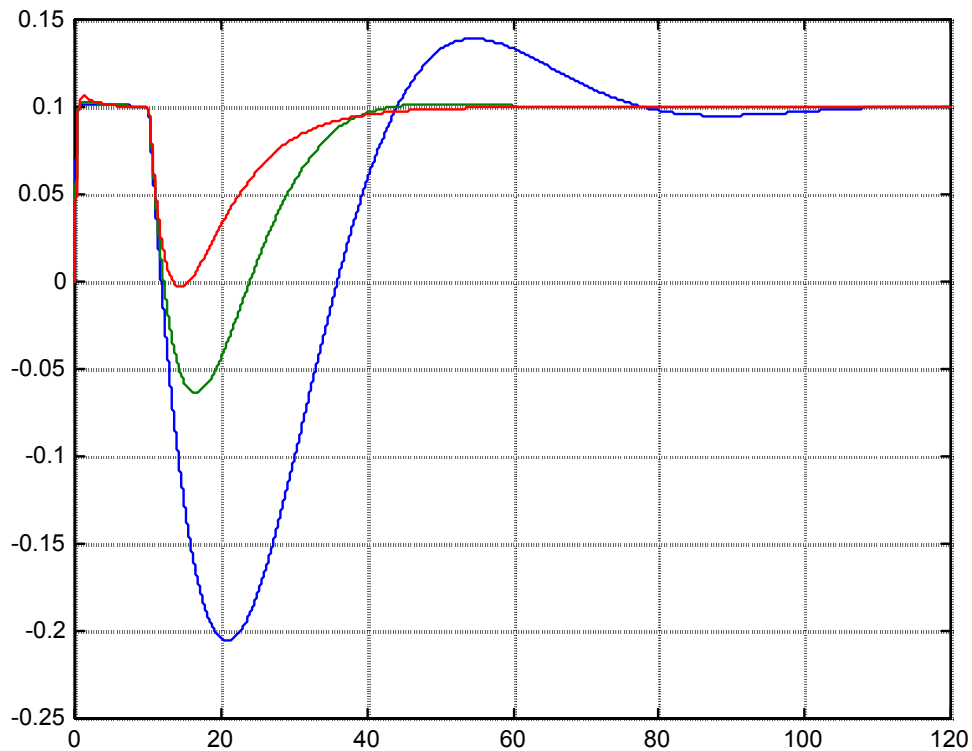
La figure 14 représente les réponses temporelles au choc de trottoir (2 s). En (a), la suspension standard présente une dispersion importante du dépassement, mais la propriété d'invariance de la fréquence propre décrite en [4] et [5] est mise en évidence. Les figures (b) et (c), représentant respectivement la réponse de la suspension Crone et de la suspension à ressort mou, montrent que le dépassement n'est plus insensible aux valeurs de masse. La marge de phase quasi-constante de la figure 13 n'assure plus un facteur de résonance constant pour la boucle fermée.



a) suspension standard.



b) suspension crone.



c) suspension à ressort mou.

Figure 15 : réponses à la variation de masse des 3 types de suspension pour les 3 cas de masse.

La figure 15 représente la réponse à la perturbation de poids. Les suspensions Crone et à ressort mou présentent toutes deux des comportements semblables. L'enfoncement de suspension pour une même valeur de charge additionnelle dépend fortement de la charge initiale. En effet, la raideur statique de ressort dépend du carré de la masse initiale.

Conclusion

- La désensibilisation du dépassement de la réponse indicielle vis-à-vis de la masse suspendue (dans l'hypothèse de ressort linéaire invariant) provient du comportement asymptotique à phase constante au voisinage du gain unité, obtenu par la faible valeur de raideur de ressort. Seule la valeur de phase (et donc la valeur du dépassement) dépend de l'ordre de l'amortisseur.
- Dans cette hypothèse linéaire invariante, la valeur trop faible de la raideur de ressort rend la suspension extrêmement sensible aux perturbations de forces agissant sur la carrosserie, qu'elles proviennent de variation de poids transporté ou de couple de tangage dû, par exemple, à une accélération importante.
- Pour une suspension hydro-pneumatique, la raideur du ressort équivalent au gaz comprimé dans une sphère est proportionnelle au carré de la pression. Quelle que soit la position d'équilibre statique, qu'il est possible de corriger par modification du volume d'huile dans le circuit, cet équilibre est obtenu par compensation de la variation de poids

par une variation de pression de l'huile et donc du gaz. L'interprétation linéaire d'invariance de marge de phase par translation verticale du lieu de Black n'a plus de sens. De plus, l'invariance de marge de phase n'assure plus l'invariance de dépassement. L'hypothèse d'étude dynamique aux variations autour d'un point de fonctionnement, présentée dans [1], ne permet pas de rendre compte de façon acceptable des phénomènes physiques, même sur un modèle illustratif non dimensionné par une réalisation mécanique.

Références :

- [1] A.Oustaloup, X. Moreau and M. Nouillant : The Crone Suspension, *Control Engineering Practice*, Vol. 4, N° 8, pp 1101-1108, 1996.
- [2] G. Montseny et G. Salut : A propos de la « Suspension Crone », CIFA 2002, juillet 2002, Nantes, <http://www.laas.fr/gt-opd/Pdf02/p361.pdf>.
- [3] P. Lanusse, P. Melchior, X. Moreau, A. Oustaloup et J. Sabatier (équipe CRONE-LAP) : Sur les remarques formulées sur la « Suspension Crone », <http://www.lap.u-bordeaux.fr/rieussec/accueil.html>
- [4] Th. Halconruy : Suspension oléo-pneumatique, *Encyclopædia Universalis, Corpus 3*, 1990 p 555.
- [5] M. Desbois, F. Touache et J. Tourancheau, *L'Automobile, technologie professionnelle générale, tome 2 : les organes de transmission et d'utilisation*, Editions Foucher, Paris 1972.