

I) - Principe de mesurage : les modèles géométriques.¹

I.I) - Les modèles géométriques.

La machine à mesurer tridimensionnelle associe un modèle mathématique à une surface réelle.

- Le plan : Un point + un vecteur. Intérêt : le plan est orienté. Il est possible de savoir où est le côté extérieur de matière.
- Le cylindre : Un point, un vecteur directeur, le rayon.
- Le cône : Un point, un vecteur directeur, le $\frac{1}{2}$ angle au sommet.
- La sphère : Le centre de la sphère + le rayon.
- La droite : un point + un vecteur directeur.
- Le cercle : Le centre du cercle, un vecteur directeur + le rayon.

I.II) - Association des modèles géométriques aux éléments réels.

Problème : une fois que l'on a palpé plusieurs points, comment associe t on les éléments simulés ?

La méthode la plus utilisée est la méthode des moindres carrés.

Exemple 1 :

Soient i points de hauteur h_i .

Exemple : 3 points : $P_1(2,1)$; $P_2(3)$; $P_3(2,5)$

Quelle est la hauteur de la droite horizontale qui passe "au mieux" par ces trois points ? Soit h la hauteur de cette droite. L'écart de chaque point à la droite est : $e_i = (h_i - h)$

On veut associer un plan de hauteur h par la méthode des moindres carrés.

$$W = \sum e_i^2 = \sum (h_i - h)^2$$

Nous voulons W mini.

$$dW / dh = -2h \cdot [(h_1 - h) + (h_2 - h) + (h_3 - h)] = 0 \Rightarrow h = (h_1 + h_2 + h_3) / 3$$

$$AN : h = (2,1 + 3 + 2,5) / 3 = 2,53$$

Exemple 2 :

Soient i points de coordonnées $P_i(x_i, y_i)$.

Exemple : 3 points : $P_1(1,1)$; $P_2(3,2)$; $P_3(6,4)$

Nous voulons faire passer une droite "au mieux" par ces i points. L'équation de la droite est : $y = ax + b$. L'écart e_i d'un point à la droite peut s'approximer par : $e_i = y_i - a \cdot x_i + b$

Il faut minimiser le carré des écarts des points à la droite.

¹Document réalisé avec :

$$W = \sum e_i^2 = \sum y_i - a \cdot x_i + b$$

Les paramètres de la droite sont a et b. Dérivons de manière à minimiser les écarts en fonction de ces paramètres.

$$dW / da = \sum (-2x_i \cdot (y_i - ax_i + b))$$

$$dW / db = \sum (2 \cdot (y_i - ax_i + b))$$

$$\sum -2x_i \cdot y_i + \sum 2ax_i^2 + \sum -2x_i \cdot b = 0$$

$$\sum -2y_i + 2a \sum x_i^2 - 2 \cdot n \cdot b = 0$$

$$(2 \sum x_i^2) \cdot a - (2 \sum x_i) \cdot b = 2 \sum x_i \cdot y_i$$

$$(-2 \sum x_i) \cdot a + 2 \cdot n \cdot b = -2 \sum y_i$$

2 équations à deux inconnues \Rightarrow a et b

Avec notre exemple :

$$n = 3$$

$$\sum x_i = 1 + 3 + 6 = 10$$

$$\sum x_i^2 = 1 + 9 + 36 = 46$$

$$\sum y_i = 1 + 2 + 4 = 7$$

$$\sum x_i \cdot y_i = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 31$$

Nous avons donc

$$92 \cdot a - 20 \cdot b = 62$$

$$-20 \cdot a + 6 \cdot b = -14$$

$$a = 0,60$$

$$b = -0,31$$

La droite qui passe au mieux par ces trois points a pour équation $y = 0,60 \cdot x - 0,31$

La machine à mesurer tridimensionnelle ne respecte pas la norme GPS. Nous avons donc des résultats approchés.

II) - La technologie des MMT.

II.I) - Architecture générale.

Les MMT ont la même structure que les CN.

Axe Z : axe du palpeur principal.

Axe X : axe du plus grand déplacement après Z.

Axe Y : positionné de manière à avoir un trièdre direct X, Y, Z

Axes A, B, C : axes de rotation autour de X, Y, Z.

II.II) - Classification des machines.

Col de cygne : présente dans l'établissement.

Portique : les plus répandues en industrie.

Pont : Machines de très grande capacité.

Potence.

Cylindro polaire.

II.III) - Les têtes de palpation.

Il existe deux types principaux de têtes de palpation :

- Les têtes de palpation dynamique : délivrent un signal au moment du contact avec la pièce et donnent la position du point palpé.
- Les têtes de palpation statique : délivrent un signal en continu. Permet de réaliser du palpation en continu sur les profils.

II.IV) - Précautions d'emploi.

- Taille du palpeur : prendre le palpeur le plus grand possible, pour filtrer les défauts microgéométriques de la pièce.
- Longueur de la tige : la plus courte possible, pour diminuer au maximum la flexion.
- Direction d'accostage : tangentiellement à la surface, pour que la machine sache où se trouve la surface palpée.
- Orientation des palpeurs : de manière à pouvoir accéder à toutes les surfaces.
- Orientation de la pièce :
 - toutes les surfaces doivent être accessibles au palpeur
 - la pièce ne doit pas bouger durant la mesure
 - le bridage ne doit pas déformer la pièce
 - la mise en position n'a pas à être précise car la MMT va simuler la pièce.

Nombre de points palpés :

<i>Surface</i>	<i>Nbre th</i>	<i>Nbre pratique</i>
Droite	2	5
Cercle	3	7
Plan	3	9
Sphère	4	9
Cylindre	5	12
Cône	6	12

III) - Procédure de mise en oeuvre.

Voir page 58 du livre.

IV) - Exemples de mesurage.

Livre page 89