

L'OGIVE HÉMISPHERIQUE ET L'OGIVE EN "TÊTE PLATE"

(version augmentée du 22/02/2011)

Ce texte comporte des facilités de navigation interne. Pour naviguer agréablement, vérifiez que la flèche orientée vers la gauche ("Vue précédente") figure bien dans votre barre d'outil. Si ce n'est le cas, par exemple dans Adobe Reader, installez cette flèche par : "Outils", "Personnaliser les barres d'outils" puis, dans "Barre d'outils Navigation de pages", cliquez sur "Vue précédente".

Ainsi, lorsque vous aurez cliqué sur un lien interne, vous pourrez revenir d'où vous êtes parti en cliquant sur cette commande.

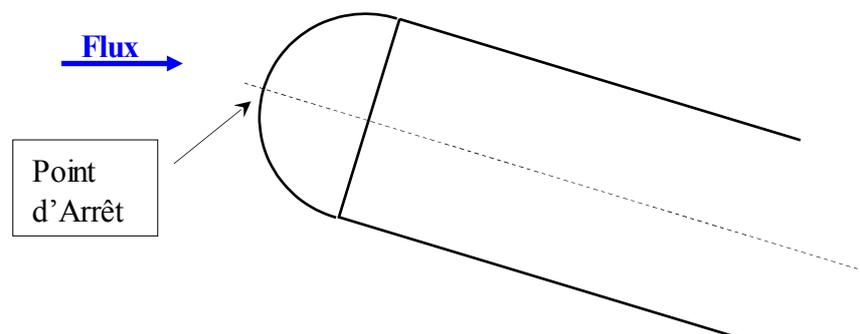
PRÉAMBULE :

Le présent texte regroupe nos études sur l'ogive hémisphérique et sur l'ogive à tête plate, études qui étaient insérées précédemment dans le texte LA THÉORIE DES CORPS ÉLANCÉS ET LES OGIVES QUI N'EN RELEVENT PAS.

Dans cette nouvelle version, ces études ont été revues et grandement complétées par l'exploitation de nouveaux textes de la NASA et autres institutions...

A L'OGIVE HÉMISPHERIQUE : SES CARACTÉRISTIQUES AÉRODYNAMIQUES

Il ne saurait être légitime de considérer qu'une ogive hémisphérique relève de la Théorie des Corps Élançés : les sections d'un hémisphère évoluent décidément trop rapidement le long de son axe, et ceci spécialement autour du Point d'Arrêt¹ :



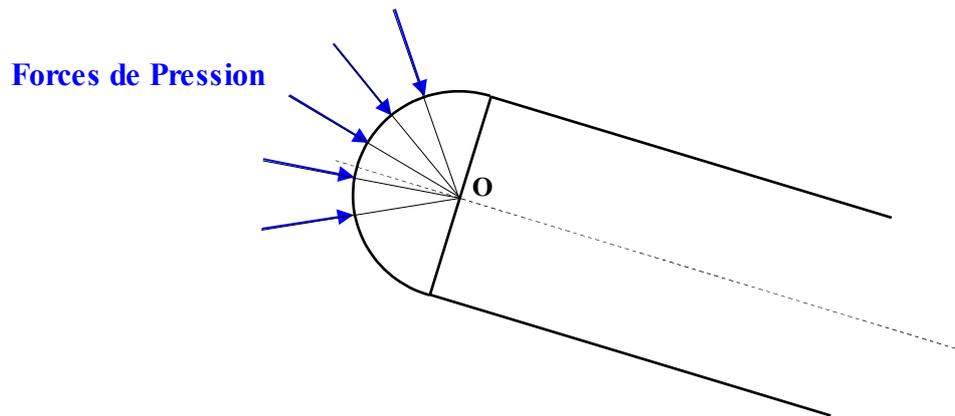
La réflexion sur cette ogive particulière nous est facilitée par les nombreuses études réalisées sur l'aérodynamique de la sphère.

¹ Sur ce schéma, nous avons pris le Point d'Arrêt sur l'axe du corps, ceci conformément à la Théorie des Corps Élançés. Le fait que ce point ne corresponde pas tout à fait avec le véritable Point d'Arrêt aérodynamique est d'ailleurs révélateur du fait que l'hémisphère n'est pas justiciable de la Théorie des Corps Élançés.

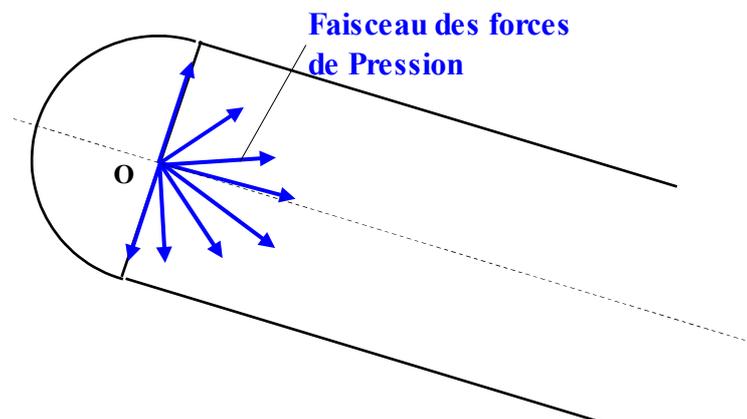
Il convient en premier lieu, lorsqu'on s'intéresse à l'aérodynamique de la sphère, de prendre acte qu'à sa surface les forces de pression sont nettement prépondérante par rapport aux les forces de friction. Ce qui signifie que la Portance comme la Traînée de la sphère pourront être déterminées par la simple sommation vectorielle des forces de pression à sa surface...

Ceci posé, il est utile de se remémorer que chaque force de pression agissant sur une surface élémentaire ne peut avoir d'autre direction que la normale à cette surface élémentaire.

L'ogive hémisphérique sera donc l'objet d'un jeu de forces de pression très particulier en ce sens que toutes ces forces passent par son centre géométrique **O** :



En d'autres termes, ce point **O** est le point d'application du faisceau des forces de pression :



Par raison de simplification, nous n'avons représenté ici que le faisceau de forces existant dans le plan vertical (plan où se produit l'incidence), mais chacun peut imaginer que toute surface élémentaire de l'hémisphère ne peut susciter qu'une force de pression passant par le point **O**.

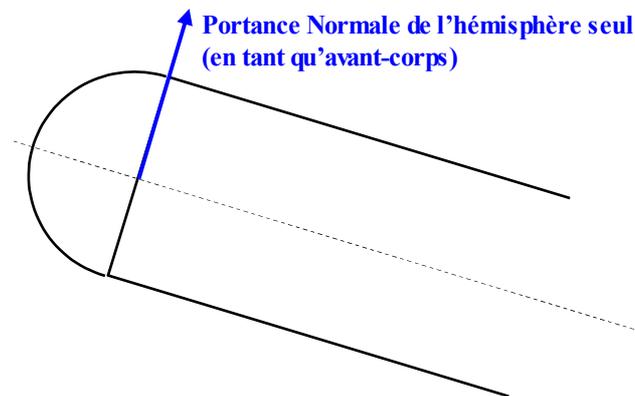
Ces forces de pression ne sont pas égales, et spécialement lorsque l'hémisphère est placé en incidence ; mais le centre géométrique de l'hémisphère est bien le point d'où il est possible de résister à toutes ces forces sans faire aucunement usage d'un moment.

Or le Centre de Pression Aérodynamique d'un corps (ou **CPA**) est, par définition, le point d'où l'on peut résister à tous les efforts aérodynamiques sur ce corps sans faire usage d'aucun moment : le centre géométrique de l'hémisphère est donc bien, par définition, son **CPA**.

Remarquons bien que dans la réflexion ci-dessus, nous n'avons pas tenu compte d'éventuelles pressions sur la partie cylindrique du fuselage (donc d'une éventuelle portance de ce fuselage) : Mais c'est ainsi que procède également la Théorie des Corps Élançés...

Nous verrons d'ailleurs plus bas qu'il existe bien une dissymétrie de pression sur le fuselage qui prolonge l'hémisphère et donc que cette partie du fuselage génère bien une certaine Portance.

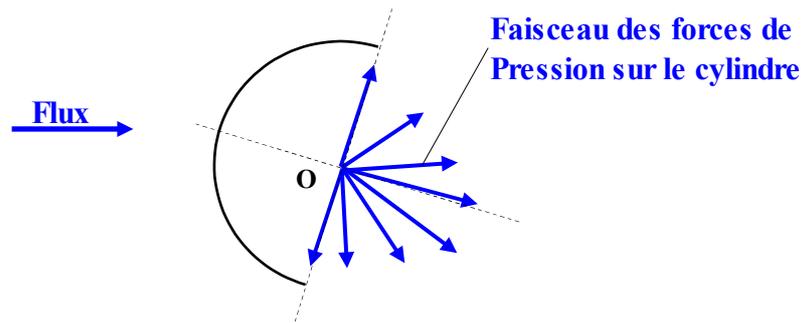
Il découle de ce qui vient d'être dit que le point d'application de la composante normale de Portance de l'hémisphère seul ne peut se trouver ailleurs qu'en son centre géométrique :



Au demeurant, si l'on devait calculer l'aérodynamique d'un ballon de sport selon les enseignements de la Théorie des Corps Élançés, sa face avant serait le siège d'un C_{Na} dans un sens alors que son hémisphère aval serait le siège d'un autre C_{Na} , parallèle au premier, mais de sens contraire. Ces deux C_{Na} , comme c'est le cas pour les corps fuselés, se composeraient alors sous la forme d'un moment d'instabilité qui entraînerait le ballon en rotation perpétuelle.

Ceci, évidemment, à supposer que l'on puisse attribuer une incidence à ce ballon (la qualité de sphéricité du corps s'opposant précisément au concept d'incidence).

Ce qui vient d'être dit aurait également pu être dit pour le corps 2D qu'est le demi-cylindre ; le **CPA** du demi-cylindre ne peut être situé que sur son axe géométrique :



Comme l'hémisphère, le demi-cylindre est donc aérodynamiquement neutre par rapport à son axe.

C'est cette neutralité qui explique la place étonnamment peu *aval* de l'aileron des girouettes ci-dessous :



En effet, cette position, qui donne à l'aileron très peu de bras de levier par rapport à l'axe vertical de rotation (qu'on devine passant par le centre de la base), suffit néanmoins à assurer une bonne orientation de ces objets par rapport au vent puisque ces objets ne développent aucune force normale en avant de l'axe de rotation...

Note sur l'application de ce principe de projection géométrique aux ailes cylindriquement cambrées :

Ces réflexions logiques sur le Centre de Pression du cylindre sont encore valides pour les ailes fines et cylindriquement cambrées, à ceci près :

→ qu'elles ne valent que pour les forces de Pression (alors que les forces de Friction deviennent fortes à prépondérantes sur les ailes) ;

→ qu'il faut s'en tenir à notre définition du centre de pression comme "le point de l'axe de symétrie du corps d'où il est possible de s'opposer à tous les efforts aérodynamiques sans user d'aucun moment". En effet le Centre de Pression d'une aile est défini, par les conventions des avionneurs, comme le point de la corde de l'aile d'où il est possible de s'opposer à tous les efforts aérodynamiques sans user d'aucun moment, alors que dans nos conventions fuséistes nous avons toujours cherché ce point sur l'axe de symétrie du corps.

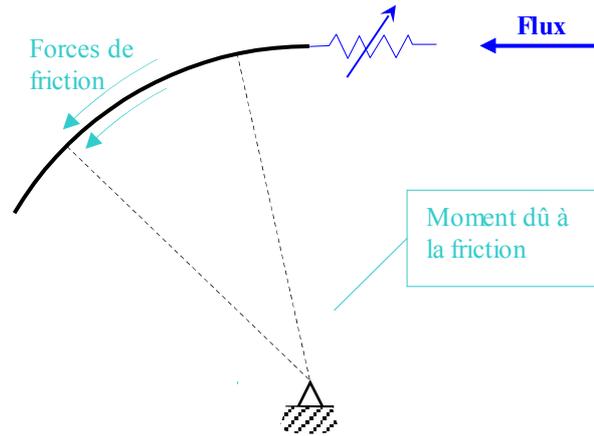
Cette confrontation des deux systèmes de conventions amène forcément à penser qu'il existe en fait une infinité de Centres de Pression. De fait, cette infinité (limitée) ne décrit rien d'autre, pour un corps simple comme le cerf-volant, que la ligne dessinée par sa bride (soulignée ci-dessous en rouge) :



...et les différents systèmes de conventions choisissent un **CPA** (et un seul) sur cette ligne...

Selon la convention choisie, certains calculs seront facilités ou non.

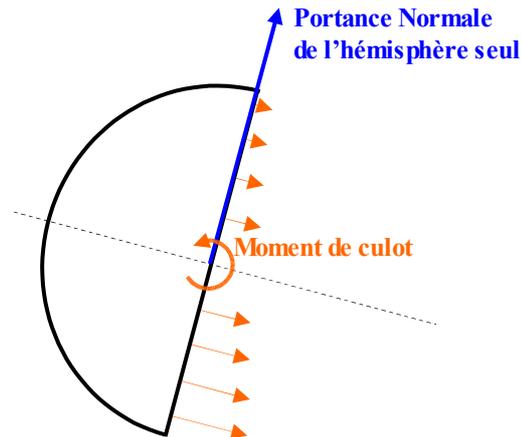
Ainsi le principe de projection géométrique du Centre de Pression utilisé ci-dessus sur nos fusées peut permettre expérimentalement d'isoler les forces de friction sur une aile cylindriquement cambrée : dans l'exemple ci-dessous, puisque l'aile est articulée sans frottement autour de son Centre de Pression, c'est le moment dû aux seules forces de Friction qui sera mesuré par le dispositif bleu dense (moment et forces de Friction en bleu clair) :



(sur ce schéma, les segments en traits interrompus représentent le dispositif de contention de l'aile)

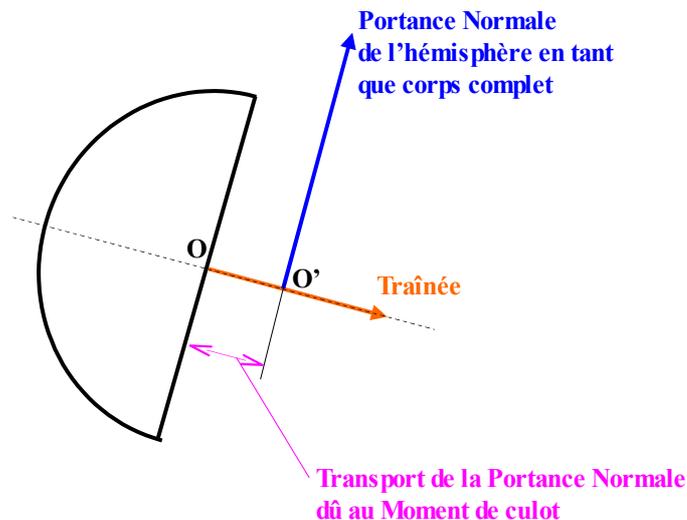
Note sur une éventuelle influence d'une asymétrie des pressions sur le culot :

Nous avons considéré ici l'hémisphère qu'en tant qu'avant-corps (c.-à-d. non doté de culot car prolongé par un arrière-corps). Si l'hémisphère possède un culot (si cet hémisphère constitue, à lui tout seul, un corps complet) ce culot ne peut être l'objet d'aucune force normale (autre que celles, négligeables, de Friction) ; mais il peut, par contre, être l'objet de forces de pression axiales (en orange, ci-dessous)(il s'agit, on s'en doute de forces naissant des dépressions locales sur le culot) : la dissymétrie de ces forces peut alors exercer sur le corps un Moment de rotation (en orange ci-dessous) :



Nous avons ici représenté sur le culot des forces locales très inégales, bien que l'on considère en général que ces forces sont "moyennées" par l'écoulement de recirculation sur ce culot (écoulement torique couvrant l'ensemble du culot). Mais nous avons le sentiment que cette moyennisation de l'écoulement n'est peut-être pas acquise pour des corps de très faible élancement...

Dans les usages fuséistes (qui ne considèrent qu'une force axiale portée par l'axe de symétrie), ce moment de culot, s'il existe, sera alors pris en compte comme un déplacement de la Portance Normale du corps complet ; la résolution du système de forces aérodynamique sur l'hémisphère isolé se résumera donc au schéma suivant (exempt de moments, par définition) :

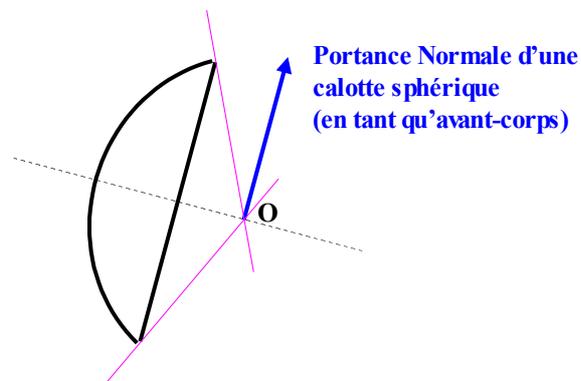


...schéma où la Portance Normale, inchangée, a simplement été transportée depuis O jusqu'en O' le long de l'axe de symétrie du corps.

Selon le sens de la Portance Normale et du Moment de culot, le point O' sera en arrière de O (cas d'une Force Normale positive et d'un Moment de culot stabilisateur, comme sur notre schéma), ou en avant...

Ce cas de l'hémisphère isolé avec culot n'est, bien sûr, pas celui qui intéresse les fuséistes ; nous l'évoquons à titre d'exercice...

Toujours au titre des exercices utiles, ajoutons que le phénomène de *projection géométrique* du Centre de Portance existe de même lorsque le corps se réduit à une calotte sphérique :



Le schéma ci-dessus rend compte du bilan des forces de pression régnant sur la calotte en tant qu'avant-corps (c.-à-d. sans culot). Mais, de la même façon que plus haut, la présence d'un culot et donc d'un éventuel moment de culot sera pris en compte sous forme de déplacement de la Portance Normale le long de l'axe.

Le test du [parapluie dans la brise](#), réalisé par nos soins, illustre d'ailleurs tout à fait clairement cette projection géométrique de la Portance au centre géométrique de la calotte sphérique (cliquer pour obtenir la vidéo ou la chercher sur notre page [Nos vidéos](#)) :



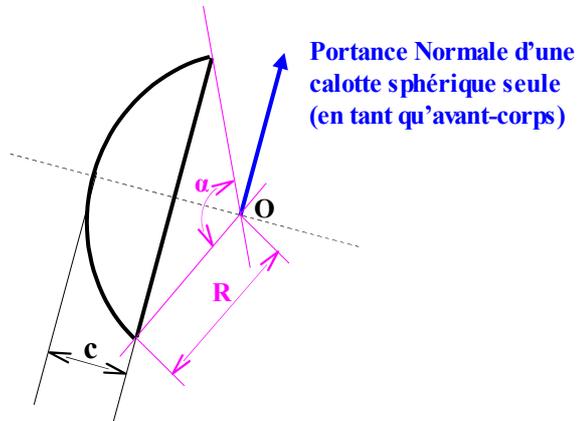
Cette photographie de l'expérience montre la calotte sphérique du parapluie libre de tourner autour d'un pivot. Dans cette brise bien établie, ce corps, dont la surface est pourtant très en avant de l'axe de pivot, reste stable face au vent sur une grande plage angulaire (plus de 45° d'angle de part et d'autre, de mémoire).

Ce phénomène de projection géométrique de la Portance d'une surface est à la base de la stabilité aérodynamique des capsules spatiales (voir notre texte [STABILITÉ DES CAPSULES SPATIALES](#))

Afin d'étendre le raisonnement que nous venons de tenir à propos des éléments sphériques, ajoutons que l'on peut démontrer de la même façon qu'une surface élémentaire tronconique placée en incidence ne peut développer sa Portance qu'au point de concours de ses normales locales et que cette simple constatation peut être d'un grand secours dans la compréhension de la stabilité des cônes largement ouverts (chapeaux chinois). Nous l'avons utilisée dans notre texte [PORTANCE DES OGIVES DE FORMES CLASSIQUES OU QUELCONQUES\) ET POINT D'APPLICATION DE CETTE PORTANCE.](#)

Note sur l'évolution du Moment Stabilisateur à attendre d'une calotte très plate :

On pourrait avoir l'impression, en regardant le schéma ci-dessous que diminuer le creux c de la calotte projeterait loin en arrière le Centre de Pression O de l'avant-corps, ce qui entraînerait l'augmentation du Moment de Stabilisation :



Ce mouvement arrière du centre géométrique O de la calotte est bien réel, puisqu'il est lié à la diminution du creux c (à diamètre du corps constant) : lorsque le creux c de la calotte tend vers zéro, le point O est effectivement projeté vers l'infini aval.

Mais il ne faut pas oublier que la position du point O , si elle détermine la marge statique du corps (ou plus exactement de l'avant-corps) ne préside pas seule à l'obtention du Moment de Stabilisation : Celui-ci est le produit de la marge statique (liée à la position de O) par la valeur de la Portance Normale.

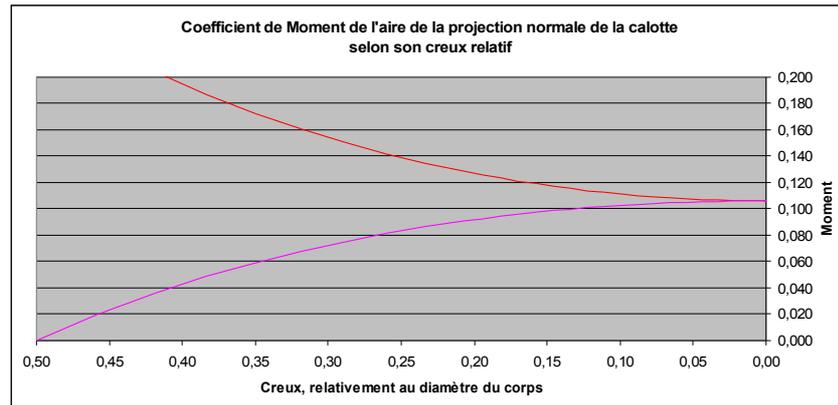
Or la Portance Normale est elle-même nécessairement dépendante de l'aire de la projection normale de la calotte (projection, par exemple, sur un plan contenant l'axe général du corps).

Nous le verrons en effet à propos de l'ogive "en tête plate" : Pas de projection normale signifie « pas de Portance Normale ». Ou plutôt, dans une formulation plus générale : Peu de projection normale signifie « peu de Portance Normale » !

Si l'on admet ce principe, et si l'on prend comme critère d'expression de la Portance Normale le produit de la marge statique (en calibre) par l'aire de la projection normale de la calotte (aire mesurée relativement à la surface frontale du corps), on constate alors que ce produit est tempéré par l'amenuisement de la projection normale de la calotte ².

De fait, si l'on dresse le graphe de ce moment, on obtient :

² Ce produit tend vers **0,1061**. À mesure que diminue le creux relatif de la calotte, la valeur de son rayon sphérique (exprimé en calibre) tend vers **0,125/c** (si c est exprimé également en calibre) alors que l'aire relative de sa projection normale tend vers **0,848 c** (c étant toujours exprimé adimensionnellement en calibre). Le produit des deux coefficients **0,125** et **0,848** donne bien la limite **0,1061** vers laquelle tend le moment.



La courbe rouge représente le moment adimensionnel par rapport au point d'arrêt à 0° , et la courbe fuchsia le moment par rapport à l'arête de la calotte (ou son culot) (ces deux courbes se rejoignent forcément lorsque la calotte perd son creux)...

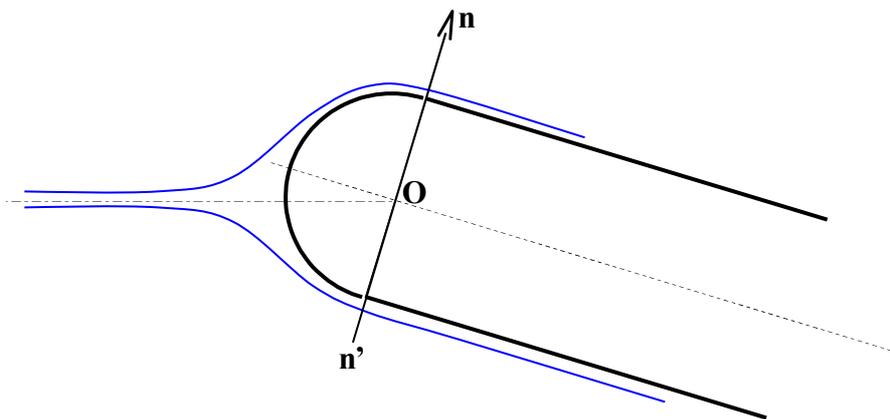
On observe donc que le produit de la marge statique (en calibre) par l'aire de la projection normale de la calotte tend vers une valeur finie...

Cette constatation purement géométrique est évidemment émise sans préjudice de ce qu'il peut advenir du jeu de pression sur cette calotte, jeu dont la dissymétrie agira comme un multiplicateur sur le "critère d'expression" que nous venons d'évoquer...

(cette note n'est que le fruit de notre propre intuition)

Éclairés par ces réflexions et exercices, revenons cependant au problème général du corps à ogive hémisphérique.

Dès lors qu'on admet que l'écoulement de l'air sur l'ogive hémisphérique est « peu influencé » par la partie cylindrique du fuselage qui suit cette ogive ³, on peut avoir l'idée d'aborder son étude selon la schématisation suivante :

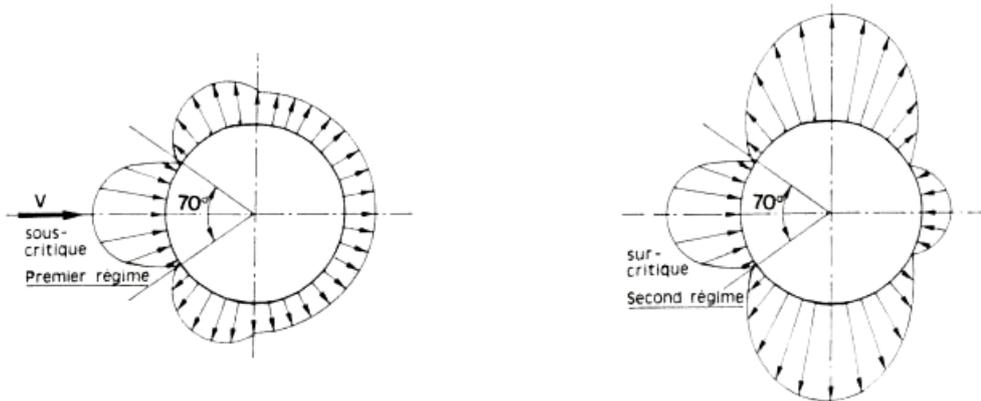


Dans cette schématisation (où l'incidence est volontairement exagérée) on suppose donc que les lignes de contournement autour de l'hémisphère et donc le champ de pression sont ceux qui existeraient autour d'une sphère complète, au moins jusqu'au plan normal contenant \mathbf{On} et \mathbf{On}' ...

³ Il y aurait parfaite non influence de l'écoulement sur la partie cylindrique sur l'écoulement sur l'ogive si le message de la présence de la partie cylindrique ne pouvait remonter vers l'amont. Or ceci n'arrive que lorsque l'écoulement est supersonique. Néanmoins, cette hypothèse de non influence est souvent faite en aérodynamique et il nous semble que dans un cas comme celui-ci on peut également l'utiliser en première intention.

Or quel est le champ de pression autour d'une sphère ?

C'est une question classique. Ewald HUNSINGER et Michaël OFFERLIN, d'[Inter Action](#) nous en donne une réponse pratique, tirée des enseignements de la soufflerie, dans leur texte [L'AÉRODYNAMIQUE ET L'ORIGINE DES TRAÎNÉES PARASITES \(Seconde partie\)](#). Cette réponse se divise en deux puisque la sphère connaît deux régimes :



Si l'on se réfère au module de la surpression au point d'arrêt (qui représente la Pression Dynamique, $\frac{1}{2}\rho V^2$), on dispose donc de deux quantifications expérimentales du coefficient de pression à son équateur (qui est la zone du raccordement d'une ogive hémisphérique sur un fuselage cylindrique).

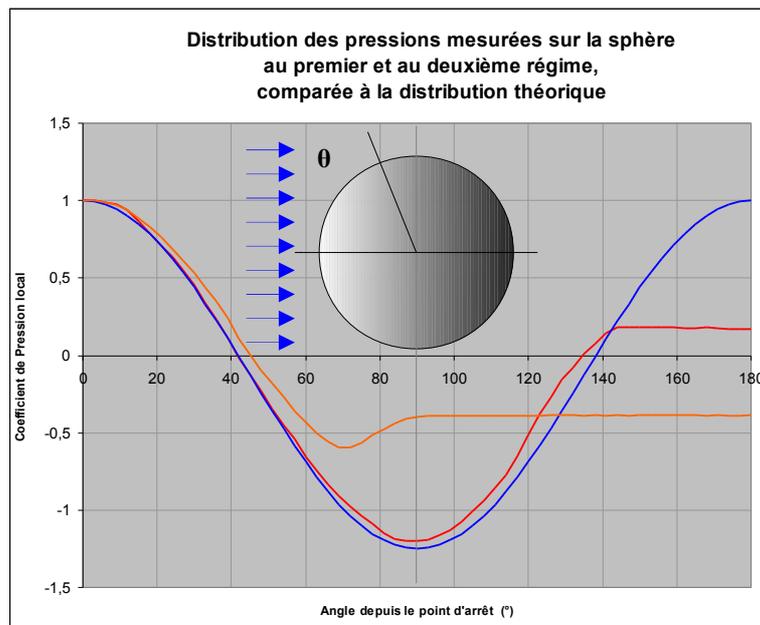
Ces deux quantifications sont :

→ **-0,45** de la Pression Dynamique pour le premier régime

→ **-1,43** de la Pression Dynamique pour le deuxième régime.

Cependant, dans son ouvrage de référence "Fluid Dynamic Drag", traduit en français en : [RÉSISTANCE À L'AVANCEMENT DANS LES FLUIDES](#) , S. F. Hoerner donne un graphe des Coefficients de pression mesurés sur la sphère dans son premier régime (courbe orange ci-dessous) : à l'équateur ($\theta = 90^\circ$) on peut lire **0,4**.

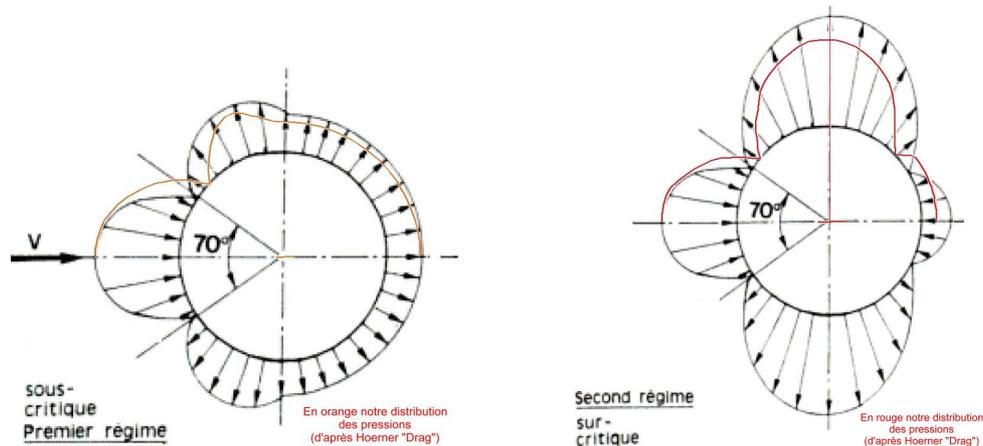
Pour le deuxième régime (courbe rouge), cette pression mesurée est un peu plus faible (en valeur absolue) que le coefficient théorique de **-1,25** de la courbe bleue, soit **-1,20** de la Pression Dynamique⁴ :



Ces courbes datent évidemment (de 1965), mais elles ne sont pas fondamentalement périmées par les mesures réalisées depuis cette date, même si les mesures plus récentes inclineraient plutôt à prendre **-1,10** au lieu de **-1,20**.

⁴ Notons que sur son graphe de la page 45 de l'édition française de son [ouvrage](#), Hoerner donne comme valeur du coefficient de pression théorique sur la sphère **$1 - 0,5 \sin(\theta)$** (θ étant l'angle indiquant la position du point considéré). Il s'agit d'un coquille, puisque cette valeur est **$1 - \sin^2(\theta)$** .

Voici, reportée en couleur sur les graphes d'Inter Action, cette distribution des pressions à laquelle conduit le graphe d'Hoerner, aux deux régimes d'écoulement :



Il est donc possible que les champs des pressions présentés par les auteurs d'Inter Action ne puissent être pris que comme une présentation pédagogique des choses.

Mémorisons donc la valeur du coefficient de pression mesuré à l'équateur qui est relayée par Hoerner pour ces deux régimes : $-0,4$ au premier régime et surtout $-1,20$ ou plutôt $-1,10$ au deuxième régime.

Au fait : à partir de quel nombre de Reynolds la transition vers le second régime prend-elle place ? La réponse est entre 10^5 et 10^6 selon la rugosité (Inter Action indique, plus précisément : entre **250 000** et **400 000**).⁵

Or à quel Nombre de Reynolds maximum doit-on s'attendre durant le vol d'une de nos fusées ? Ce nombre maximum est, pour une fusée subsonique (disons $V = 200 \text{ m/s}$), pour une ogive d'un diamètre maximum de **0,04 m** de : $R_e = 70\,000 * 200 * 0,04 = 560\,000$ ⁶.

On voit que le vol d'une fusée d'amateur de gros diamètre peut placer son ogive hémisphérique dans le deuxième régime d'écoulement (celui de moindre C_x), ce qui nous fait hésiter sur le choix du champ de pression autour de l'ogive hémisphérique...

L'écoulement de l'air autour de la sphère est également calculable théoriquement, du moins si l'on considère l'air comme un fluide parfait. Ce calcul donne alors, à l'équateur de la sphère (zone de raccordement avec le fuselage) une dépression valant en module les $5/4$ de la Pression Dynamique $\frac{1}{2}\rho V^2$ (soit $-1,25$ fois cette pression)..

⁵ Ce Nombre de Reynolds étant basé sur le diamètre de la sphère.

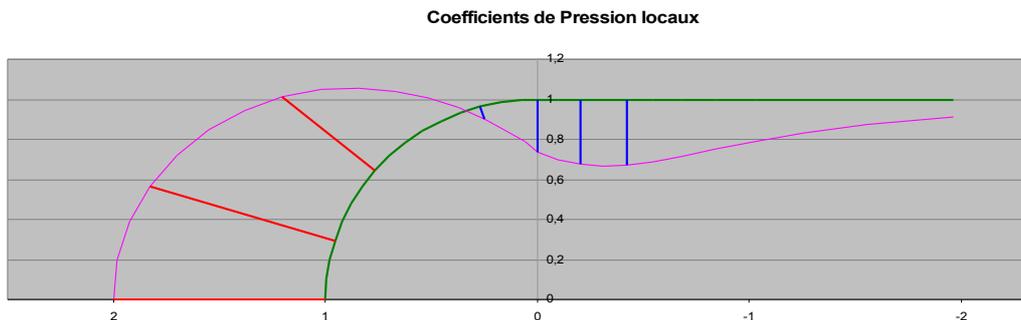
⁶ Nous utilisons la formule simplifiée $R_e = 70\,000 VD$ donnant le nombre de Reynolds (près du sol) et gardons comme référence le diamètre de la sphère complète pour rester dans le champ des expérimentations classique sur la sphère.

Il existe également une autre quantification théorique de la pression au raccordement de l'hémisphère sur un fuselage cylindrique. C'est celle qui est utilisée pour l'étude du tube de Pitot :

Le coefficient de Pression pour chaque angle θ (compté du centre de l'hémisphère à partir du point d'arrêt) est donné pour :

$$= 1 - \text{SIN}^2(\theta/2) [1+3*\text{COS}^2(\theta/2)]$$

À la jonction de l'hémisphère sur le cylindre (pour $\theta = \pi/2$), le Coefficient de Pression théorique ne vaut alors que $-0,25$, pour prendre sa valeur minimum de $-0,33$ un peu plus en aval. Ce Coefficient de Pression est donc nettement plus faible que les autres valeurs (pratiques ou théoriques) déjà citées :



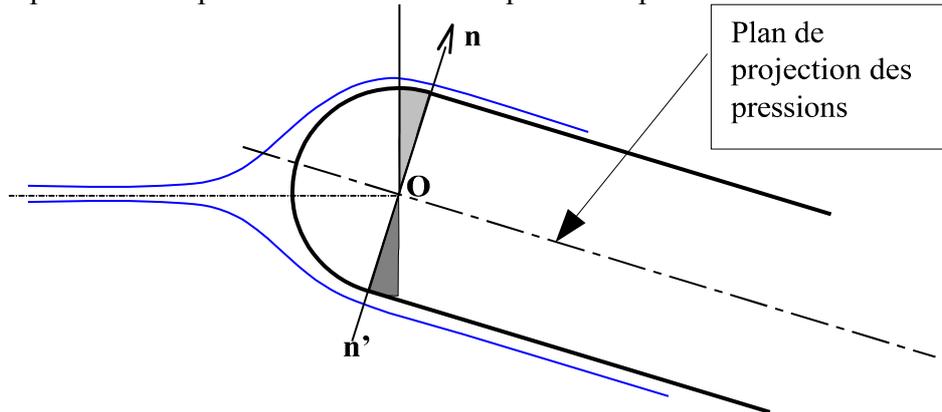
(sur ce schéma, le tube de Pitot est en vert et la courbe des surpressions et dépressions en fuchsia, en coordonnées polaires sur l'hémisphère puis radiales sur le cylindre)

La faiblesse de cette dépression remet d'ailleurs en cause notre supposition qu'à son raccordement avec une partie cylindrique la pression sur l'hémisphère est la même que sur la sphère complète (principe de non influence de l'aval sur l'amont).

Mémorisons cependant toutes ces quantifications du coefficient de Pression au raccordement entre l'ogive hémisphérique et le cylindre du fuselage :

- 0,45** et **-1,43**, valeurs dégagées pour les deux régimes de la sphère en soufflerie ;
- 0,4** au premier régime et surtout **-1,20** au deuxième régime, valeurs relayée par Hoerner ou plutôt **-1,10** dans des mesures plus récentes du deuxième régime ;
- 1,25** ou **-0,25**, valeurs dégagées par deux calculs théoriques en flux laminares.

Représentons à présent notre fusée lorsqu'elle est placée en incidence :



Si l'on considère que l'écoulement sur l'hémisphère n'est pas modifié par la mise en incidence, on peut alors admettre qu'en prenant l'incidence :

→ en haut : le fuselage cylindrique recule quelque peu par rapport à l'écoulement, en découvrant un fuseau sphérique gris clair.

→ en bas : le fuselage s'avance, en recouvrant le fuseau sphérique gris foncé.

Comme nous connaissons les pressions auxquelles sont soumis ces deux onglets, nous connaissons la force de Portance que crée la mise en incidence. En effet, la Portance sur chacun de ces onglets sphérique est tout simplement le produit de la Pression qu'ils reçoivent par l'aire projetée de l'onglet sur un plan normal à la direction de la Portance (ce plan étant le plan de symétrie de la fusée perpendiculaire au plan de cette page)

La projection du fuseau du haut est une demi-ellipse et son aire est $\frac{1}{2} \pi R^2 i$ (i étant l'incidence).

De la même façon, l'aire de la projection du fuseau du bas est $\frac{1}{2} \pi R^2 i$.

Ces deux aires sont soumises à la même dépression p^*P_{dyn} supposée être celle de l'équateur de la sphère (p étant le coefficient de pression que nous avons quantifié plus haut de quatre façons et P_{dyn} la Pression Dynamique, référence classique des pressions).

La disparition du fuseau du bas crée donc une force vers le haut valant :

$$\frac{1}{2} p^*P_{\text{dyn}} \pi R^2 i .$$

De même, la création du fuseau du haut crée une force valant $\frac{1}{2} p^*P_{\text{dyn}} \pi R^2 i$.

La Portance créée sur l'ogive hémisphérique par la mise à l'incidence i est donc :

$$p^*P_{\text{dyn}} \pi R^2 i = p^*P_{\text{dyn}} (\pi D^2/4) i$$

Pour obtenir le $C_{N\alpha}$ de l'ogive, il suffit d'effectuer le quotient de sa Portance par la Pression Dynamique P_{dyn} , la surface de référence $\pi D^2/4$ et l'incidence i .

Ce $C_{N\alpha}$ n'est donc rien d'autre que p , p étant le coefficient de Pression dont nous avons dégagé plusieurs valeurs allant de **0,25** à **1,43**...

Nous trouvons donc pour ce C_{Na} une valeur contenue dans une fourchette allant de **0,25**, à **1,43**...

Cette fourchette est donc assez large, mais les C_{Na} y restent malgré tout du même ordre que la valeur de **2** généralement retenu pour les ogives courantes. Nous verrons d'ailleurs dans quelques lignes que le C_{Na} mesuré par les tests en soufflerie sur l'hémisphère isolé n'est pas **2** mais plutôt **1,15**...

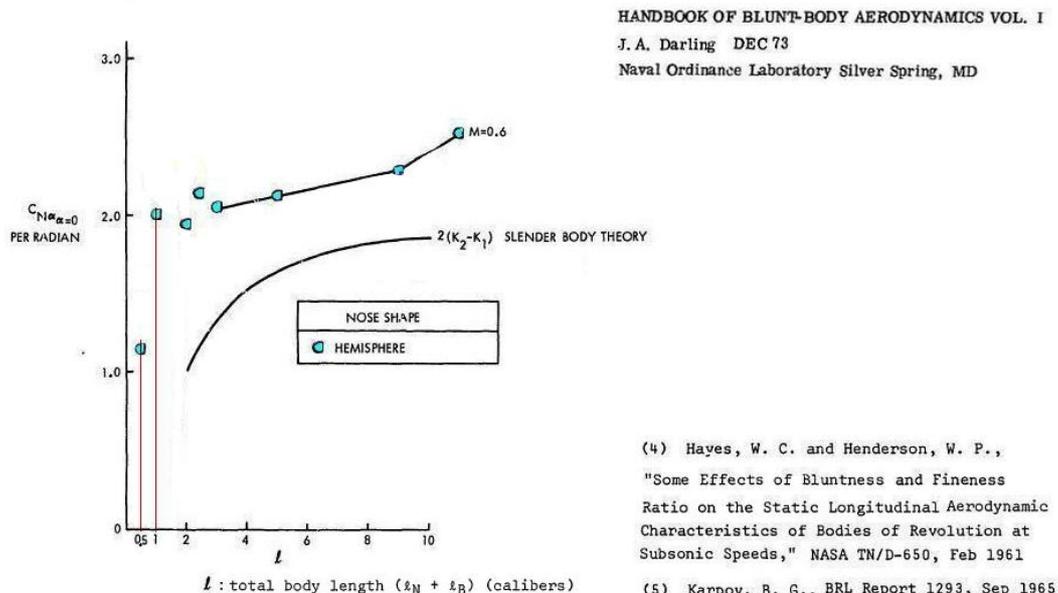
Il faut se souvenir que notre calcul ne s'est intéressé qu'au jeu des pressions sur le seul hémisphère : il est certain, et nous le verrons mieux avec l'ogive plate, qu'une dissymétrie des pressions existe également, dans la pratique, sur la partie cylindrique prolongeant immédiatement l'hémisphère, même si la Théorie des Corps Élançés n'alloue aucune Portance Normale à ce fuselage cylindrique...

Voilà pour ce calcul quelque peu théorique dont nous avons eu l'idée et qui ne peut donner que l'ordre de grandeur du C_{Na} , ne serait-ce que du fait de ses hypothèses de bases...

Dépouillement des tests en soufflerie de la NASA et autres institutions :

Le texte de J. A. Darling [HANDBOOK OF BLUNT-BODY AERODYNAMICS VOL. I](#) présente les caractéristiques aérodynamiques de fuselages plus ou moins longs porteurs de têtes non-élancées.

Le diagramme ci-dessous a été coloré et limité par nous aux données relatives aux têtes hémisphériques à M **0,6**.⁷, données qui apparaissent en bleu clair :



L'analyse de ce diagramme est fort intéressante, malgré la disparité existant pour les corps de longueur totale **1, 2, et 2,5 calibres** (raison pour laquelle l'auteur n'a pas prolongé sa courbe vers la gauche).

Le premier point bleu clair (longueur totale du corps de **0,5 calibres**, ce qui correspond à un hémisphère seul, non suivi de partie cylindrique) place son $C_{N\alpha}$ à une hauteur très inférieure à 2, exactement à **1,15**.⁸

Cette quantification du $C_{N\alpha}$ de l'hémisphère seul est fort intéressante. Elle tend à accréditer l'hypothèse, que nous avons souvent eu l'occasion de formuler dans nos textes, que les ogives, du moins les moins élancées, reportent une partie non négligeable de leur Portance Normale sur le fuselage cylindrique qui les suit immédiatement...

Comme le $C_{N\alpha}$ des mêmes hémisphères prolongés par une partie cylindrique de **1,5 et 2 calibres** montre un $C_{N\alpha}$ de près de 2, c'est bien un $C_{N\alpha}$ de ~ de **0,85** qui naît sur cette partie cylindrique suivant immédiatement l'hémisphère.

⁷ Les deux marques bleu clair de gauche, dues à Hayes et Henderson, ont été établies à un Reynolds de **3,16 et 3,45 10^6** (en référence au diamètre), soit tout à fait dans le deuxième régime de la sphère.

⁸ Les données correspondant aux élancements de **0,5 et 1** (Hayes et Henderson) ont été obtenues avec un dard de **1,5 pouces** de diamètre sur des modèles de **12 pouces** de diamètre.

Cette portance de la partie cylindrique (usuellement considérée comme non portante), portance due à la dissymétrie de l'écoulement créée par l'avant-corps en incidence, est d'autant plus forte que cet avant-corps (ici un hémisphère) est peu élancé.

Ainsi, le texte dont est tiré ce diagramme précise que la valeur du C_{Na} d'ogive déduite de la Théorie des Corps Élançés, à savoir $C_{Na} = 2 (K_2 - K_1)$ ⁹, "ne s'applique plus très bien pour les ogives de faible élancement (inférieur à 4) parce que leur émoussement commence à exacerber les effets [aérodynamiques] du corps."¹⁰

Les corps à tête plate, que nous étudierons plus loin, sont d'ailleurs des cas très instructifs puisque, par définition, la surface de leur tête (plate) ne peut produire aucune Portance, par absence de projection normale : c'est donc bien à l'*exacerbation* de la perturbation en aval d'eux qu'ils doivent leurs C_{Na} supérieurs à la classique valeur 2 .

Il est bon de résumer ici notre sentiment sur les caractéristiques aérodynamiques des avant-corps non élancés (par exemple hémisphère, cônes très ouverts ou tête plate) :

→ d'une part nous pensons que sur ces corps se produisent une *exacerbation* de l'écoulement ; cette *exacerbation* amplifie l'asymétrie de l'écoulement sur leur surface et produit par là-même sur le fuselage cylindrique immédiatement en aval une Portance Normale. En quelque sorte ces ogives non fuselées déportent en aval une partie de leur portance : c'est le **déport** de la Portance Normale.

→ d'autre part des constatations de physique ordinaire nous conduisent à constater que la surface de ces avant-corps projette géométriquement en arrière d'eux-mêmes la Portance que l'écoulement y suscite (typiquement au centre de l'hémisphère pour l'ogive hémisphérique) : c'est la **projection** (géométrique) de la Portance Normale.¹¹

L'ogive hémisphérique est donc le siège d'une projection et d'un déport de la Portance Normale.

Les ogives coniques d'angle au sommet très grand sont pareillement le siège de projection et de déport.

Les ogives en tête plate, quant à elles, ne pouvant être l'objet de Portance Normale à leur surface (par absence de surface projetée normalement) ne sont le siège que d'un fort déport...

Sur le diagramme ci-dessus, l'élévation progressive du C_{Na} en fonction de la longueur du fuselage (au taux approximatif de **0,05 par calibres** de fuselage) est la

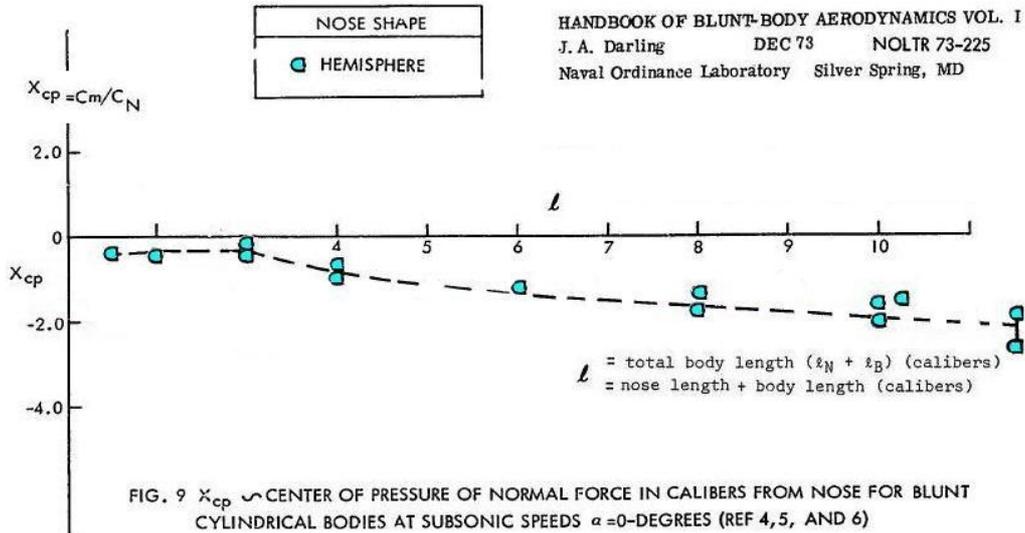
⁹ K_2 et K_1 étant les coefficients de masse apparente définis par M. Munk dans sa Théorie des Corps Élançés (The Aerodynamic Forces on Airship Hulls, NACA-TR-184, 1924). Dans la pratique et ainsi qu'on le voit sur le graphe, la différence entre ces deux coefficients, pour les corps suffisamment élancés, est fort proche de 1 (la courbe noire admet une asymptote horizontale d'ordonnée 2), ce qui fait qu'elle est négligée par les fuséistes.

¹⁰ "The theory does not apply very well at low-fineness ratios ($l/d < 4.0$) because the nose bluntness begins to overpower the body effects."

¹¹ Cette projection est bien sûr définie par rapport au X_{CPA} que la Théorie des Corps Élançés prédit à ces ogives.

conséquence d'un autre phénomène que nous avons pris sur nous d'appeler la *Portance Linéaire du fuselage* (nous traitons ce phénomène dans le texte [du même nom](#))...

Quant à la Position du Centre de Pression des corps hémisphéro-cylindriques, le même Darling nous en donne la description suivante :



Nous aurons l'occasion de revenir sur ce diagramme fort intéressant, mais on peut y lire d'ores et déjà que le X_{CPA} des corps très courts est assez proche de **0,5**, c.-à-d. qu'il s'affiche assez près du centre géométrique de ces corps...

Nos recherches sur le Web nous ont également conduit à une [note technique](#) de la NASA relatant les essais en soufflerie effectués sur des différents corps de révolution (d'élanement allant de **0,5** à **2**, donc court), dont un modèle hémisphéro-cylindrique d'élanement total **1**.

Une étude de transition de la Couche Limite par pose de bande rugueuse a été fort judicieusement effectuée par les auteurs, puisque le changement de type de Couche Limite peut fort bien créer un effet de seuil donnant lieu à deux jeux de caractéristiques selon le Reynolds. Par chance, il apparaît que ce n'est pas le cas dans le cas de l'ogive hémisphérique (s'il faut en croire la proximité satisfaisante des deux courbes pour chaque situation).

Le diagramme des efforts relevés est en effet le suivant :

54

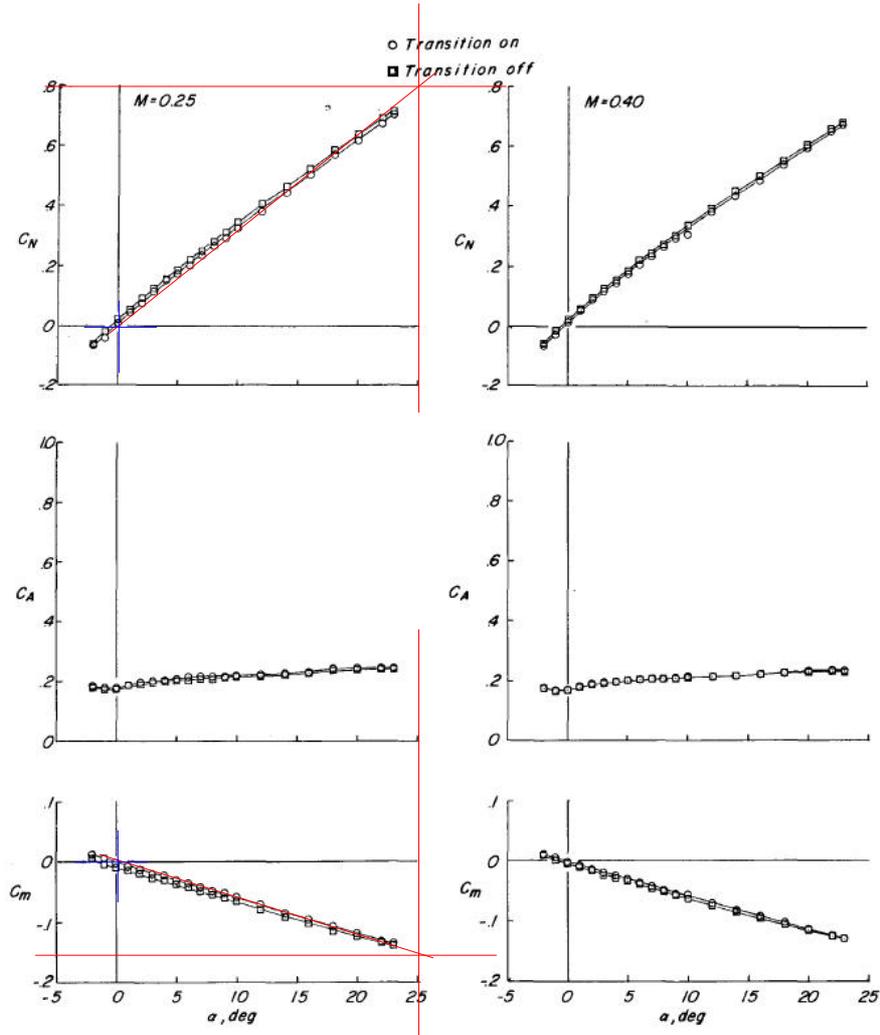


Figure 13.- Effect of transition on the longitudinal aerodynamic characteristics of the model with $l/d = 1.00$ and $r_c/d = 0.50$.

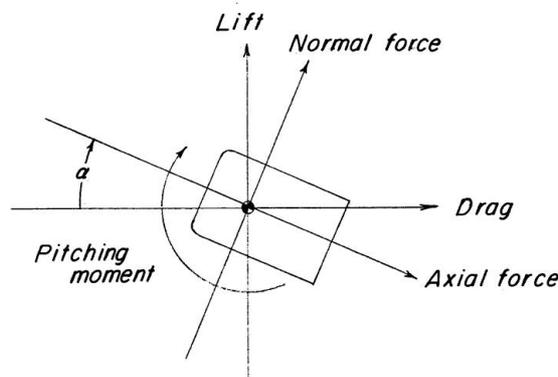
Le quotient $r_c/d = 0,50$ évoqué dans la légende de ce graphique, implique bien le dessin d'un hémisphère.

Notons que C_A , le Coefficient de Force Axiale (le C_x fuséiste) intègre le C_x de culot...

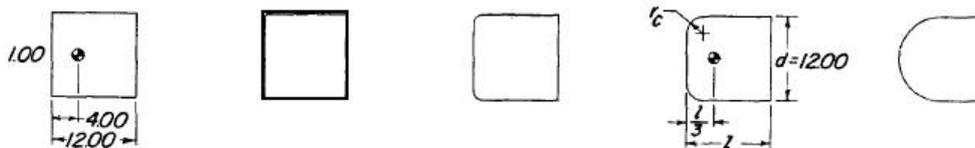
Les constructions rouges ci-dessus, effectuées dans Word pour $M 0,25$ donnent accès aux pentes des C_N et C_m , qui sont respectivement de $0,8$ et $-0,153$ pour 25° d'abscisse.

Remarquons au passage que cette pente à l'origine de **0,8** pour **25°** définit un C_{Na} de $(0,8 \times 57,29)/25 = 1,833$ pour ce corps étant remarquablement court, donc un peu moins fort que le **2** des ogives habituelles, mais quand même tout à fait dans le même ordre de grandeur.

Le protocole utilisé pour la définition des moments étant celui-ci :



...avec le centre des moments pris pour ce modèle à **1/3** de diamètre de la face avant :



Les valeurs du C_N et du C_m données par les diagrammes permettent alors de calculer la distance du Centre de Pression à la pointe avant par la règle simple :

$$X_{CPA} = 1/3 D - C_m / C_N$$

Ce calcul place alors le Centre de Pression à $1/3 D + (0,153 D) / 0,8 = 0,52$ ¹²

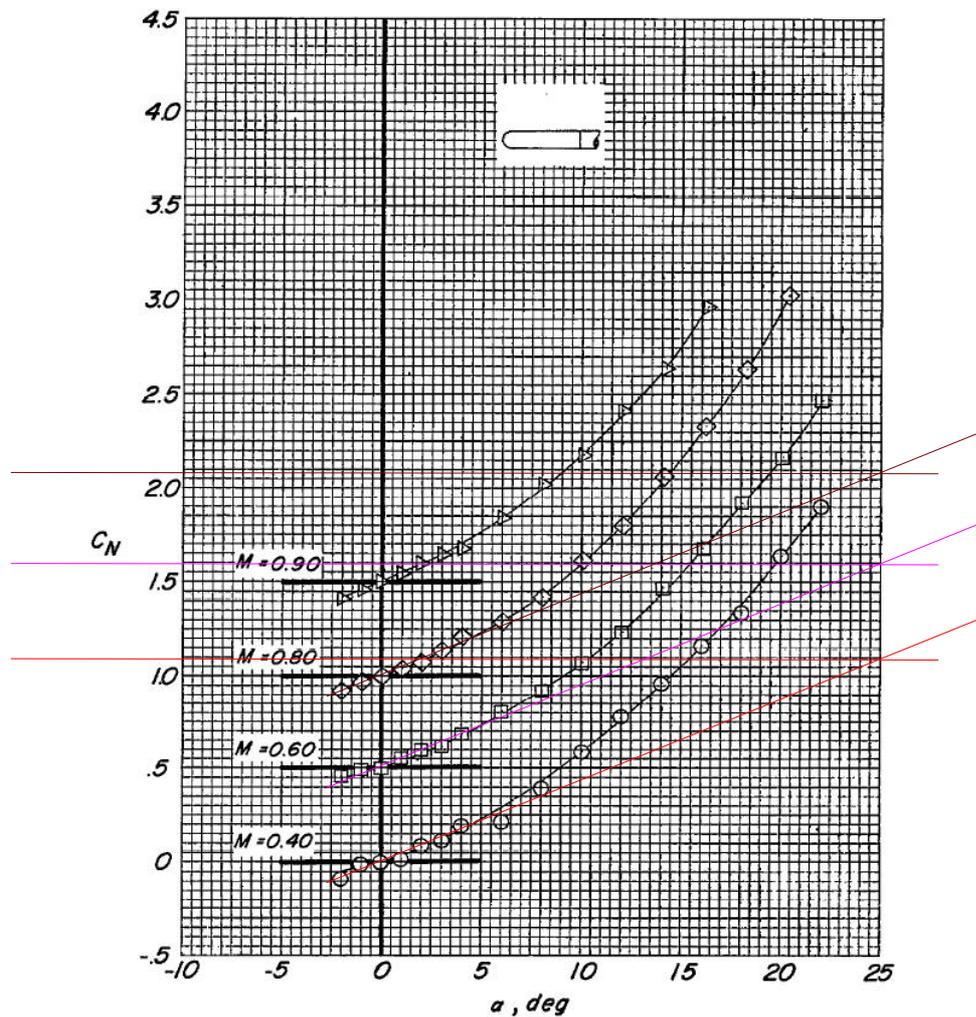
Il apparaît donc, au vu de ces tests en soufflerie, que :

Le C_{Na} d'un corps hémisphéro-cylindrique de longueur totale **1 calibre** vaut aux alentours de **2** et s'applique au raccordement de l'ogive sur la partie cylindrique du fuselage...

Un [NACA Research Memorandum](#) d'Edward C. Polhamus nous est également d'un grand secours dans notre réflexion. Il relate les essais en soufflerie pratiqués sur des corps de révolution d'élancement **10,94** pourvus d'ogives allant de la tête plate à la tête hémisphérique.

¹² Le C_m prenant comme référence de longueur le diamètre D du corps, le quotient de C_m par C_n s'exprime en diamètres D ...

Voici le relevé de ces tests sur le corps hémisphéro-cylindrique qui nous intéresse :



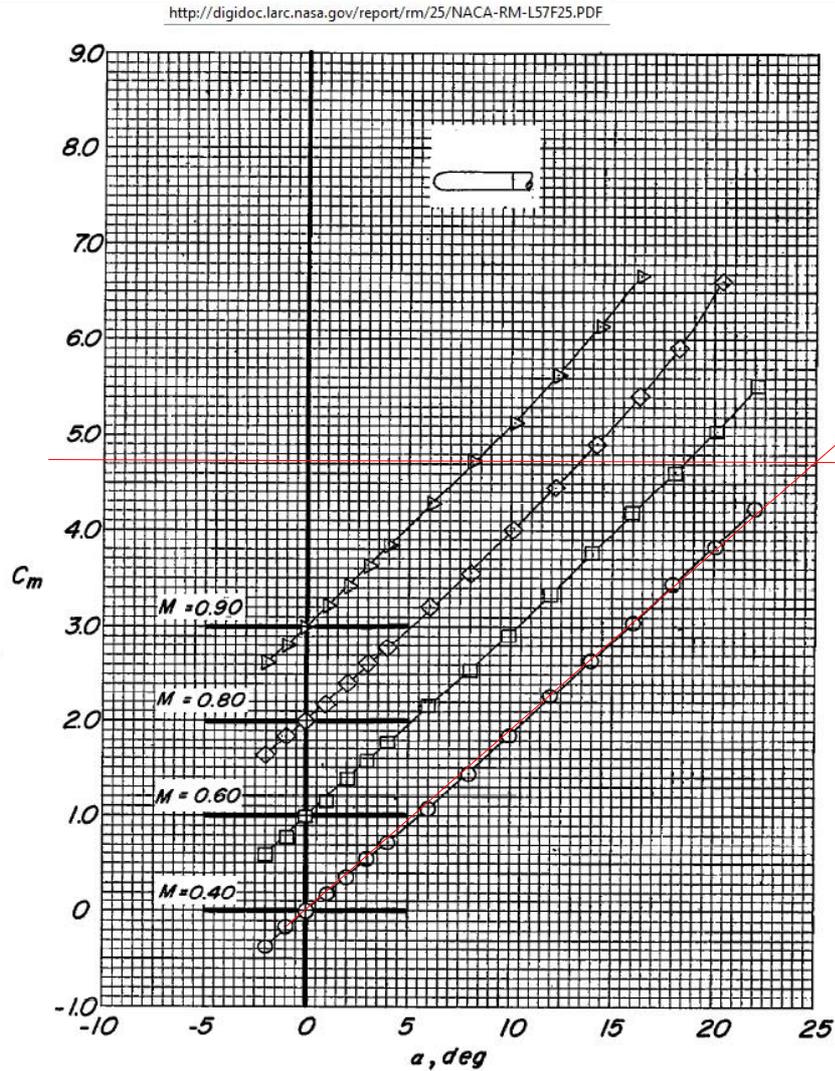
(d) $r = 2.50$ inches.

Figure 4.- Continued.

L'analyse de ces diagrammes nous indique que le C_N total du corps n'est pas significativement affecté par sa vitesse (constructions rouge et fuchsia et brune). Il est donc raisonnable de linéariser ce C_N de 0 à 5° sous une pente de $1,09$ pour 25° , ce qui représente un $C_{N\alpha}$ de $2,50$ par radian...

On peut observer avec satisfaction que cette valeur est très respectueuse de celle admise par Darling dans son diagramme déjà présenté p. 18.

Mais le même [texte](#) de Polhamus nous renseigne également sur la valeur du Moment mesuré au point d'accrochage du modèle :



(d) $r = 2.50$ inches.

Figure 5.- Continued.

La pente de ce coefficient de moment pour les incidences de 0 à 5° s'établit, à $4,73$ pour 25° .

Le protocole utilisé pour la définition du moment étant celui-ci :

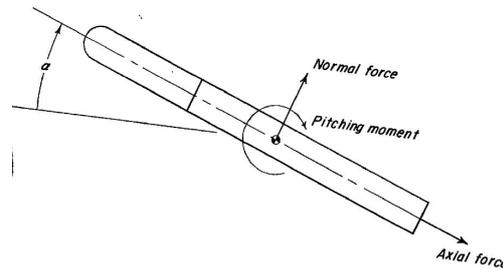


Figure 1.- Body reference axis showing positive direction of forces, moment, and angle of attack.

...et sachant que le point de mesure du moment est à **57 %** de la longueur hors tout du corps (celui-ci possédant un élanement total de **10,94**), il est aisé de positionner le Centre de Pression général : Il répond en effet à l'équation :

$$X_{CPA} = 0,57 \times 10,94 D - C_m / C_N$$

...le **C_m** prenant toujours comme référence le diamètre **D** du corps.

Il en résulte que le **X_{CPA}** se trouve à **1,9 D** du nez de l'hémisphère...

Le **C_{Nα}** Total d'un corps de révolution d'élanement total **10,94** à ogive hémisphérique atteint une valeur de **2,5**. Cette Portance s'applique à **1,9 D** du nez de l'ogive.

Remarquons que cette position est, peu ou prou, celle apparaissant à l'élanement total **10,94** sur le diagramme déjà montré de Darling, p. 20.

Cette localisation apparaît donc différente de celle que nous avons effectuée précédemment d'après les mesures sur un corps d'élanement **1** (nous avons trouvé ~ **0,5 D**).

Mais, nonobstant les différentes erreurs qui peuvent naître des tests en soufflerie, il faut observer qu'ici le corps est beaucoup plus long (en fait sa finesse de ~**11** est tout à fait usuelle en fuséologie amateur).

Il est probable que cette longueur permet :

□ d'une part à l'écoulement d'exprimer plus complètement le **C_{Nα}** que le passage de l'ogive a suscité dans l'air (plus complètement en tout cas que sur une partie cylindrique de ½ **calibre** comme précédemment) et donc d'appliquer sur le corps un **C_{Nα}** un peu plus arrière que relevé précédemment.

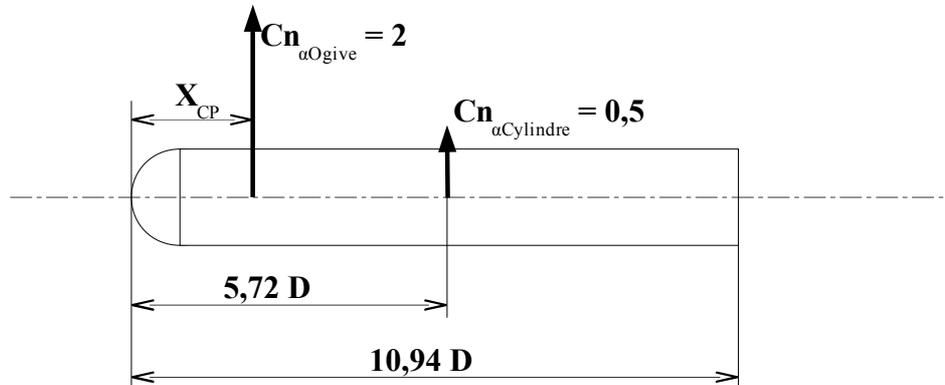
□ d'autre part, cette longueur beaucoup plus importante du fuselage crée certainement une Portance et donc un **C_{Nα}** propres à ce fuselage.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, La Théorie des Corps Élanés l'exclut, mais nos études sur ce point nous ont convaincu qu'une telle Portance linéaire existe pour cette partie cylindrique du fuselage, même si elle est beaucoup plus faible que la Portance de l'ogive.

La pente générale du diagramme des **C_{Nα}** de Darling, déjà présenté p. 18, nous encourage évidemment à raisonner de la sorte.

Voyons si nous pouvons évoquer cette Portance Linéaire du fuselage dans les premiers 10° d'incidence du corps :

Par exemple, voyons si, sur le $C_{N\alpha}$ total de **2,5**, le $C_{N\alpha}$ de **0,5** pourrait être imputée à une Portance Linéaire propre du fuselage cylindrique ¹³, cette Portance étant appliquée à la moitié de sa longueur. Le schéma des forces en action et de leur bras de levier serait alors le suivant :



L'équilibre général autour du nez de l'ogive serait alors exprimé par l'équation :

$$X_{CP} * 2 + 5,72D * 0,5 = 1,9D * 2,5$$

(ce dernier moment, $1,9D * 2,5$, étant le produit des chiffres dégagés à l'instant par exploitation des diagrammes)

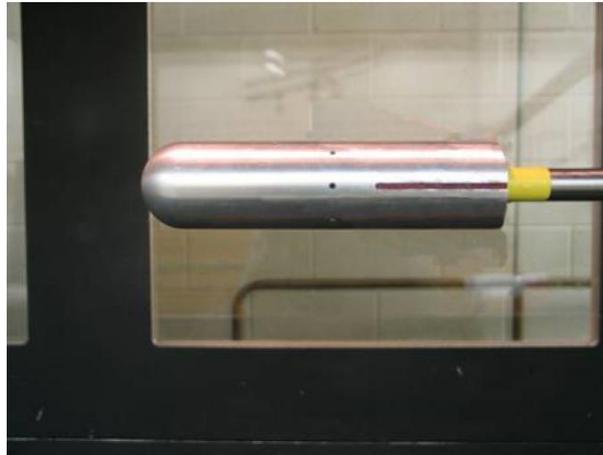
Il en résulterait pour la position du Centre de Pression propre de l'ogive, une valeur de **0,945D**, ce qui reste assez raisonnable et laisserait présager d'un léger report de la Portance de l'hémisphère vers l'aval ¹⁴...

Nous avons également collecté sur le Web une étude intéressante de [Blake & Cunningham](#) pour l'American Institute of Aeronautics and Astronautics. Cette étude porte sur le comportement en soufflerie, à des nombres de Mach variant de **0,2** à **0,55**, de corps de **4 calibres** d'élanement total et dotés de tête plate, hémisphérique ou ogivale d'élanement **1,5**.

¹³ Cette valeur de **0,5** pour le $C_{n\alpha}$ d'un fuselage est une valeur qu'on retrouve souvent lorsque l'on s'intéresse à l'aérodynamique réelle du fuselage...

¹⁴ Cette conclusion quelque peu *floue* est évidemment fonction de la validité des hypothèses qu'a nécessité son établissement, à savoir un $C_{n\alpha}$ de **0,5** pour la partie cylindrique et une application de ce $C_{n\alpha}$ au milieu de cette partie cylindrique...

Voici une impression d'artiste de leurs tests sur le corps à ogive hémisphérique (réalisée par nous d'après une image de leur document ¹⁵) :



Le texte propose la comparaison de ces mesures de C_N avec celles de deux autres sources, pour ce même corps hémisphéro-cylindrique ¹⁶ :

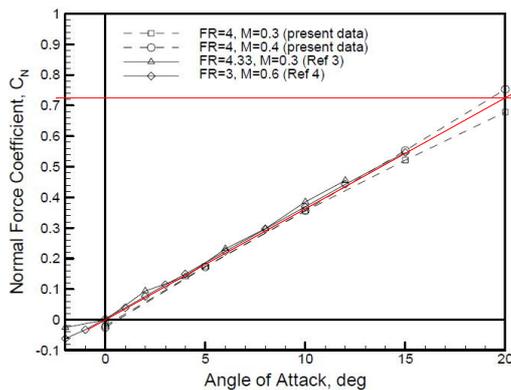


Figure 5. Normal Force Comparison for the hemispherical nose from the present test at two Mach numbers with results from other tests^{3,4}.

Wind Tunnel Study of a Fin Stabilized Guided Projectile

William Blake Thomas Cunningham AIAA 2006-828

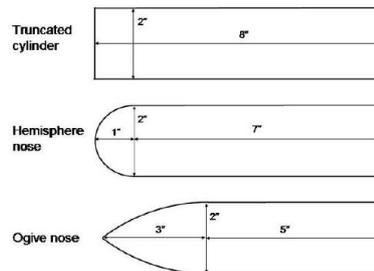


Figure 2. Body Shapes Tested

Notre construction rouge indique pour les petits angles une pente de C_N (c.-à-d. un $C_{N\alpha}$) de **0,722** pour **20°**, soit **2,068** par radian.

Quant à la position de la Portance Normale de ce corps (X_{CPA}), il n'est pas donné en clair dans le texte, mais on peut le déduire d'après un graphe du Moment cabreur (Pitching Moment) dont on mesure facilement la pente à **2 Diamètres** pour **40°**. ¹⁷

Le Coefficient de Moment tiré de ce graphe en ressort donc à **2,865 Diamètres**.

La position du CPA respecte l'équation :

$$X_{CPA} * 2,068 = 2,865 D$$

¹⁵ Nous n'avons qu'effacé les ailettes d'empennage dont le corps était équipé lors de la photographie.

¹⁶ Un texte de Humphrey, Henderson, and Findley, et un texte de Rogers and Butler, auxquels nous n'avons pu avoir accès. Ce dernier texte est largement utilisé par Darling que nous citons un peu plus bas.

¹⁷ Le coefficient de Moment est basé sur le diamètre du corps et le moment est mesuré autour du milieu de la longueur totale du corps (soit à **2 calibres** du point d'arrêt).

(où l'on reconnaît les valeurs du C_{Na} et du Coefficient de Moment)

Le X_{CPA} vaut donc **1,385**. Le point de mesure des moments étant à **2 calibres** du point d'arrêt, le CPA admis par Blake et Cunningham est donc à **2 – 1,385**, soit à **0,615** calibres du point d'arrêt.

Le C_{Na} d'un corps de longueur totale **4 calibres** à ogive hémisphérique est mesuré à **2,068** et s'applique à **0,615 calibres** de l'avant du corps.

Ces deux valeurs sont très respectueuses de celles admises par Darling dans ses diagrammes déjà présenté p. 18 et p. 20.

CONCLUSION SUR LES CARACTÉRISTIQUES DE PORTANCE DE L'OGIVE HÉMISPHERIQUE :

Nous venons d'effectuer une promenade dans l'aérodynamique de l'ogive hémisphérique corps particulier qui ne peut être justiciable de la Théorie des Corps Élançés.

Rapports d'essais en soufflerie aidant, nous avons pu dégager que l'ogive hémisphérique développe, aux vitesses inférieures ou égale à $M 0,6$ ¹⁸, un C_{Na} proche de 2 (peut-être légèrement supérieur) et que ce C_{Na} peut être appliqué, non pas comme il est souvent prescrit, au **1/3** avant de sa longueur, mais au **3/3** de sa longueur, c-à-d en son centre géométrique (qui est aussi le plan de raccord entre l'ogive et la partie cylindrique du fuselage) et même sans doute légèrement en arrière de ce point du fait du report de la Portance Normale occasionné par le manque d'élançement de ce corps.

Notre dessein n'est bien sûr pas de bouleverser les modes de calcul de stabilité couramment admis, ni de nuire à l'autorité des personnes chargées d'assurer la sécurité des vols de minifusées ou fusées expérimentales ; ceci parce que l'édifice des règlements présidant à cette sécurité s'est fait le garant, au fil des décennies, de la correction des erreurs propre à la méthode des Barrowman, spécialement dans leur application à des fusées à géométrie non classique.

Au demeurant, le positionnement du C_{Na} au **1/3** avant de l'ogive hémisphérique donne plus de marge statique que le positionnement au **3/3** que nous croyons pouvoir préconiser, ce positionnement sécuritaire au **1/3** venant en partie contrer la non prise en compte d'une valeur plus grande du C_{Na} de l'hémisphère que nous croyons subodorer au cours de nos études.¹⁹

Cependant, dans certains cas, des concepteurs pourront peut-être se prévaloir de la logique de l'argumentation déroulée par nous ci-dessus pour faire voler une fusée à ogive hémisphérique dont le C_{Na} d'ogive serait appliqué un peu plus en arrière qu'il est couramment admis...

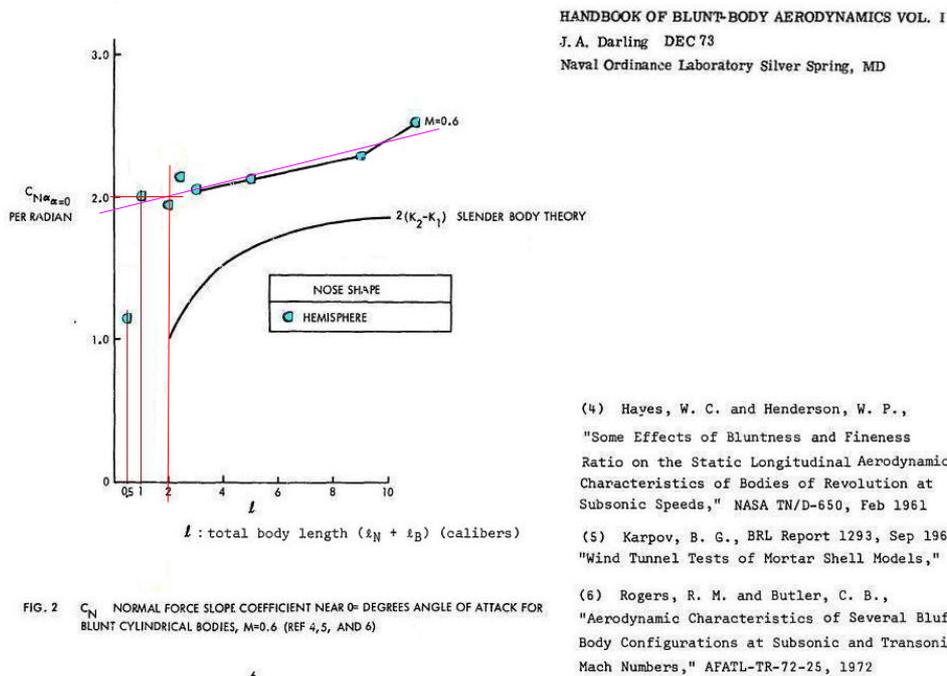
¹⁸ C'est la vitesse indiquée sur les diagrammes de Darling.

¹⁹ Cette correction de l'erreur sur le C_{Na} par l'erreur sur le X_{CPA} ne vaut cependant que sur une plage usuelle d'élançement total de la fusée...

À nos yeux, la validation de nos conclusions par de tels vols aurait surtout le grand mérite de corriger l'erreur de logique (et donc pédagogique) que nous croyons voir dans le placement du $C_{N\alpha}$ de l'ogive hémisphérique au premier 1/3 de sa longueur, alors que le Centre de Pression d'une telle ogive ne peut être que confondu avec son centre géométrique.

Notre conclusion est donc que l'ogive hémisphérique, aux vitesses subsoniques ($\leq M 0,6$), développe un $C_{N\alpha}$ de ~ 2 (ou supérieur de 1 ou 2 dixièmes) et que ce $C_{N\alpha}$ s'applique au centre géométrique de l'hémisphère ou même un peu en aval.

Si l'on s'avance un peu plus loin dans le problème de la stabilité d'une fusée hémisphéro-cylindrique, on devra cependant prendre acte de l'existence d'une Portance Linéaire du fuselage cylindrique portant cet hémisphère. Cette Portance Linéaire, quelle que soit son origine, apparaît sous forme d'une pente générale sur les deux diagrammes de [Darling](#) déjà montrés : D'abord celui du $C_{N\alpha}$:



La pente globale de progression du $C_{N\alpha}$ des corps hémisphéro-cylindriques (droite fuchsia) est de **0,05** par calibre (et par radian).

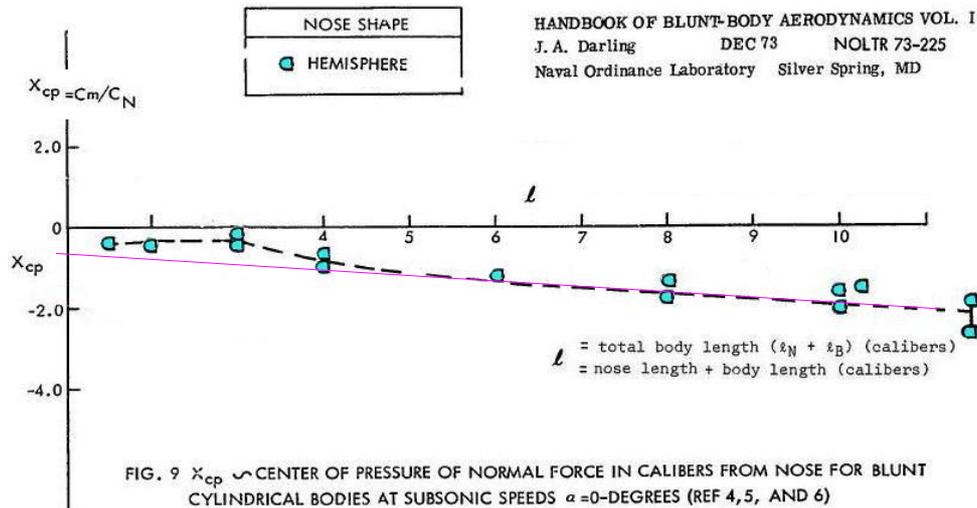
Cette même droite fuchsia passant par le point [2 ; 2], on peut donc admettre que le $C_{N\alpha}$ d'un corps hémisphéro-cylindrique s'élève à :

$$C_{N\alpha} = 2 + (\text{Él} - 2) * 0,05 \quad \dots \text{Él étant l'élanement total du corps}$$

Cette valeur du $C_{N\alpha}$ prend bien sûr en compte la Portance linéaire du fuselage.

Remarquons que cette pente générale de **0,05 par calibre** est également celle que nous avons dégagée dans notre propre étude de la Portance Linéaire pour des corps à ogive classique (conique, parabolique ou *gothique*)²⁰.

L'observation du deuxième graphique de Darling, celui du X_{CPA} :



... nous permet de libeller une équation linéaire donnant le X_{CPA} d'un corps hémisphéro-cylindrique selon son élancement total $\mathcal{E}l$:

$$X_{CPA} = -0,656 - 0,1426 \mathcal{E}l$$

Il est d'ailleurs important de noter que cette évolution linéaire du X_{CPA} ne cadre pas tout à fait avec notre conception de la Portance Linéaire du fuselage (voir [notre texte](#) à ce sujet) puisque, si l'on assigne à cette Portance Linéaire un point d'application à une certaine fraction de la longueur du fuselage (par exemple à la moitié de sa longueur), la composition des moments impose une évolution non linéaire du X_{CPA} total du corps (alors que notre droite fuchsia semble représenter correctement ce X_{CPA}).

Autrement dit : Dans notre conception de la Portance Linéaire du fuselage, il y a antinomie entre la linéarité de l'évolution de cette Portance selon l'élancement et celle de l'évolution du X_{CPA} .²¹

Nous nous poserons également cette question dans notre étude de la tête plate, mais en lui trouvant une réponse plus satisfaisante.

Admettons qu'ici, l'étendue des élancements étudiés par Darling ne permet guère de trancher...

²⁰ Par contre, la position de la courbe de Darling tend à faire penser que l'ogive hémisphère suscite un C_{Na} supérieur de **0,2** à celui des ogives classiques (la courbe proposée par le même Darling pour les ogives *classiques* est en effet légèrement plus basse).

²¹ La situation s'améliore si l'on donne à la Portance Linéaire un taux plus faible de **0,03**, mais le taux de **0,05** nous convient mieux...

Concluons cette partie en renvoyant les lecteurs vers la [vidéo](#) d'un test effectué dans notre soufflerie :



La stabilité de cette ogive hémisphérique de 100 mm de diamètre (prolongée par une partie cylindrique très courte) est très révélatrice de la position de son Centre de Portance.

La note ci-dessous donne des renseignements édifiants sur la valeur du C_x des ogives hémisphériques. On verra que ce C_x est assez proche, en subsonique, des autres ogives (paraboliques, *gothiques*²² ou coniques).

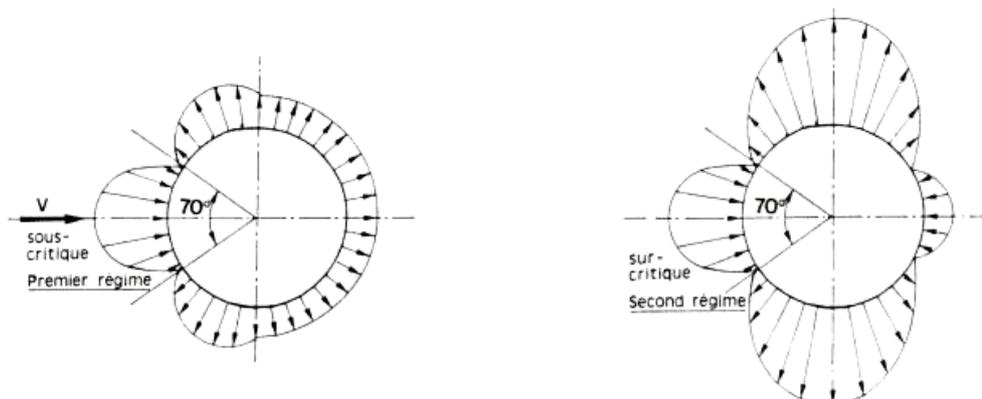
NOTE SUR LE C_x DE L'OGIVE HÉMISPHERIQUE :

Par C_x , nous entendons évidemment coefficient adimensionnel de Traînée axiale.

En tant que fuséistes, c'est en effet ce coefficient axial qui nous intéresse, puisque recomposé avec le Coefficient de Portance Normale C_{Na} , il donne la Résultante Aérodynamique complète s'exerçant sur nos engins.

Que vaut le C_x d'une ogive hémisphérique ?

Les deux auteurs d'[Inter Action](#), Ewald HUNSINGER et Michaël OFFERLIN, nous présentent, dans la deuxième partie de leur texte [déjà cité](#) les champs de pression relevés sur la sphère à ses deux régimes :



Les mêmes auteurs écrivent :

²² Nous avons pris le parti, il y a quelques années, de qualifier de *gothiques* les ogives dont le profil est généré par la rotation d'un arc de cercle autour de leur axe. Ceci pour ne pas encourager l'usage de l'expression *ogives ogivales*...

« En intégrant graphiquement les efforts locaux, on trouve les C_{xp} (C_x de pression) moyens suivants ²³:

- surpression amont : $C_{xp} = 0,225$
- dépression sur le reste de l'hémisphère amont. . . : $C_{xp} = - 0,179$
- dépression sur l'hémisphère aval. : $C_{xp} = -0,465$
- au total : $C_{xp} = 0,511$ »

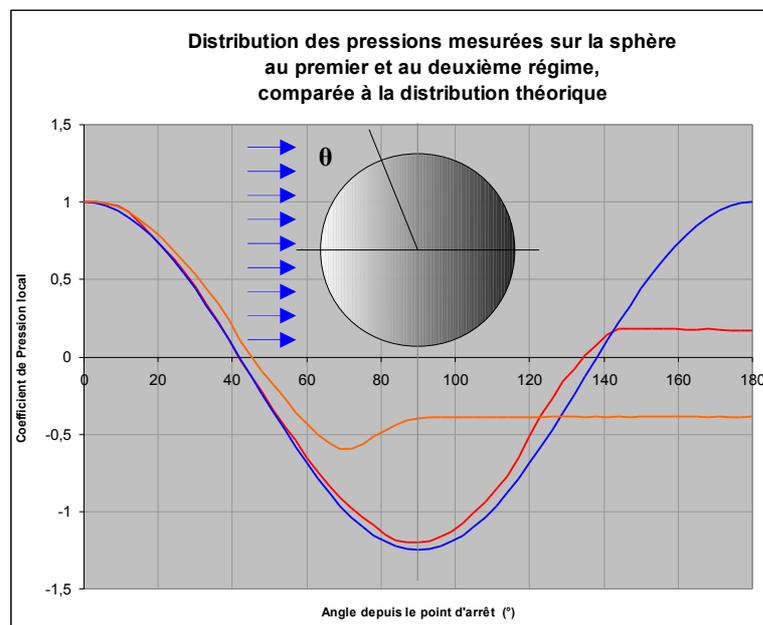
Cette sommation des efforts axiaux sur la sphère nous donne donc au passage le C_x de l'hémisphère amont (notre ogive) au premier régime ²⁴ :

$$C_{xp_{\text{amont}}} = 0,225 - 0,179 = 0,046$$

Il s'agit ici du C_x de pression, mais sur un corps comme la sphère, le C_x de friction est extrêmement faible.

Le C_x total de l'ogive hémisphérique est donc faible (un peu plus fort, mais du même ordre que les quelques centièmes des ogives plus classiques ²⁵), ce qui légitime l'utilisation de telles ogives par les fuséistes subsoniques.

Comme nous l'avons déjà vu, le grand Hoerner donne dans son ouvrage [RÉSISTANCE À L'AVANCEMENT DANS LES FLUIDES](#) les courbes de pressions à la surface de la sphère en ses deux régimes :



²³ Sur un corps comme la sphère, le C_x de friction est négligeable.

²⁴ Le C_{xp} total calculé de **0,511** étant en effet typiquement celui du premier régime, le plus traînant pour la sphère complète...

²⁵ Les deux auteurs détaillent également le champ de pression sur un fuseau profilé, très analogue à certaines ogives paraboliques. On peut en déduire : C_{xp} de surpression amont (0.0877) + C_{xp} de dépression en amont du maître-couple (-0.0586) → $C_{xp} = 0,0291$...

Le premier régime est représenté en orange, le second en rouge ; en bleu apparaît la valeur théorique de la pression, à savoir $C_{p0} = 1 - \sin^2(\theta)$...

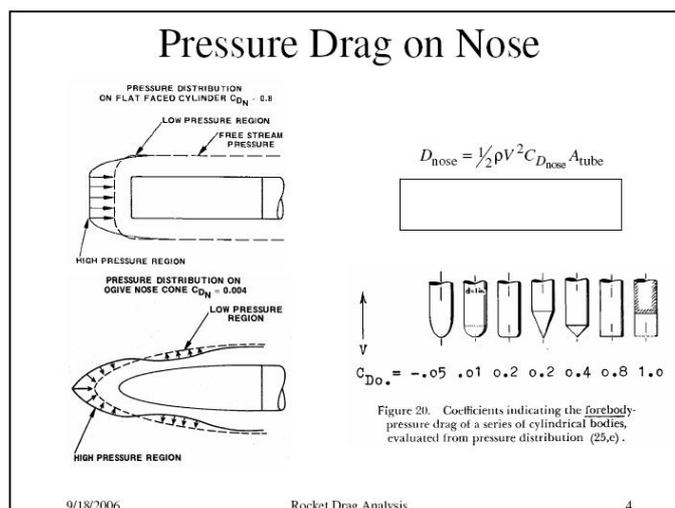
Cette distribution diffère dans certains détails de celle donnée par les auteurs d'Inter Action ²⁶, mais elle en reste assez proche.

Nous avons intégré nous-même ces pressions et dégagements pour le premier régime un C_x de l'hémisphère avant de **0,074** (C_x double de celui dégagé par les auteurs d'Inter Action, mais toujours faible et proche des quelques centièmes des ogives courantes).

De la même façon, nous avons effectué le même travail d'intégration des relevés de pression admis par Hoerner pour le deuxième régime de la sphère ; cela nous conduit à un C_x de l'hémisphère aval au deuxième régime encore plus faible qu'au premier régime (et même négatif), à savoir **-0,1** (ce qui transparaît à la vision des courbes ci-dessus)...

Il est probable que le champ de pression sur le seul hémisphère avant soit modifié par la présence, en son aval immédiat, du fuselage cylindrique (au lieu de l'hémisphère aval). Mais ce ne sera probablement que de façon faible (d'ailleurs les modifications du champ de pression à l'approche de la partie cylindrique ne peuvent être que peu sensibles du fait de l'orientation des surfaces).

Rocket Drag Analysis se fait l'écho, pour le C_x de pression d'une ogive hémisphérique d'une valeur de **0,01**, supérieure de **0,06** seulement à celle attribuée au C_x d'une ogive plus classique (parabolique ?) dont on sait qu'elle est très faible ²⁷ :



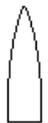
²⁶ ...comme par exemple l'angle de la surpression autour du point d'arrêt.

²⁷ L'auteur se fait l'écho d'une valeur négative à cette ogive plus classique.

Au demeurant, le dessin de la collection d'ogives de droite, ainsi que la valeur de leur C_x de pression (nommé ici C_{Do}), provient de l'ouvrage de S. F. Hoerner "Fluid Dynamic Drag" [déjà cité](#) dans sa version française.

Notons au passage que l'ogive hémisphérique est présentée par Hoerner comme nettement moins traînante qu'une ogive de conicité classique.

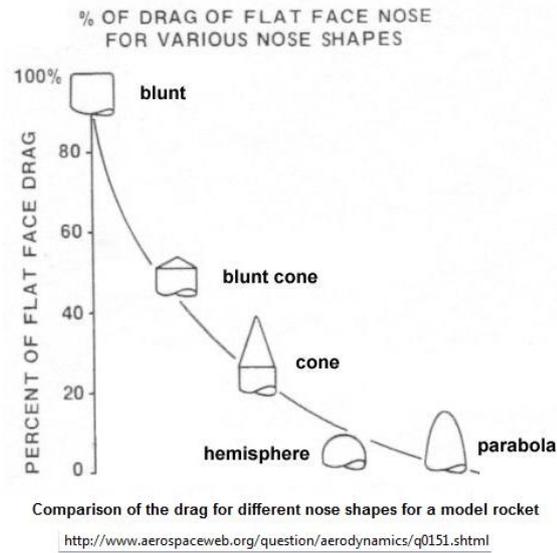
Ces C_x de pression cautionnés par Hoerner peuvent être comparés au C_x de pression et de friction relevés dans une petite soufflerie par John S. DeMar et relatés dans un autre texte presque homonyme au précédent : Model Rocket Drag Analysis :

Nose Cone Shapes		Model #	C_d
		2A	0.68
2A (and all others)		2B	0.80
		2C	0.75
		2D	0.68
		2E	1.49

Afin de limiter l'influence de la friction, tous les modèles d'ogives présentaient à peu près la même surface mouillée lors des tests (ogive hémisphérique et tête plate sont donc "rehaussées")...

La colonne de gauche expose le coefficient de Traînée des modèles de fusée complets ; c'est donc encore la différence entre les différents C_d qui nous intéresse : l'ogive hémisphérique est alors donnée comme aussi peu traînante que l'ogive plus classique 2A et, ici encore, moins traînante que l'ogive conique 2B...

La même constatation sur la faiblesse du C_x des ogives hémisphériques (en subsonique) apparaît sur la courbe relayée par Jeff Scott sur le site de fuséistes amateurs [Aerospaceweb](#) :



On remarque que l'hémisphère y fait jeu égal avec la forme parabolique ²⁸.

²⁸ Le critère d'ordonnement des ordonnées n'est pas précisé, mais ce n'est pas l'élanement. Il est toujours regrettable qu'une information soit publiée sans que soit précisé sa source...

La Note Technique [D-3388](#) de la NASA (Norris et McGhee, AVRIL 1966) dresse le tableau suivant de l'évolution, à différents Mach subsoniques, du C_x d'une ogive elliptique selon le rapport de ses rayons elliptiques a/b (le rapport $a/b = 1$ créant une ogive hémisphérique et les rapports inférieurs des ogives elliptiques tendant vers la tête plate) :

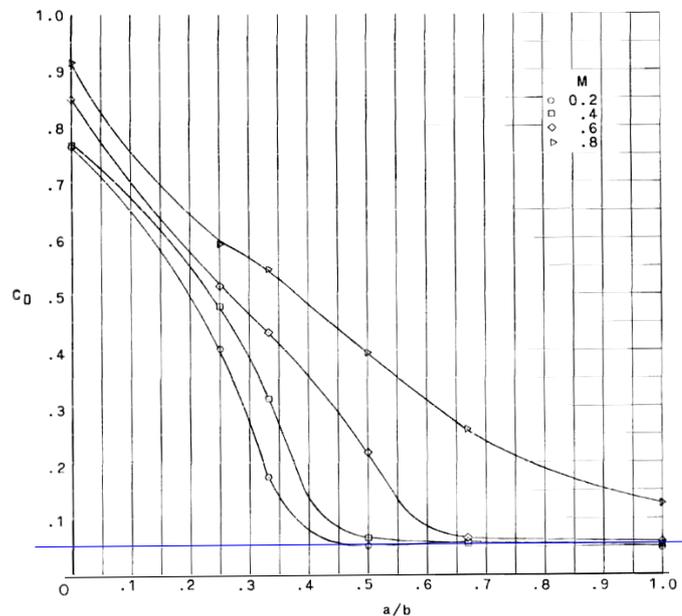
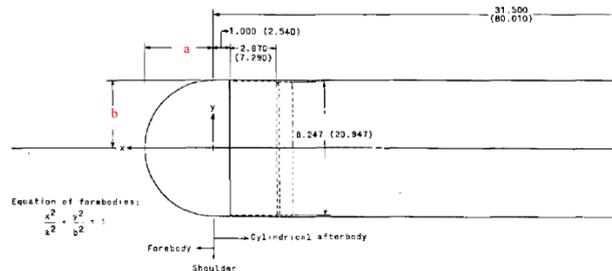


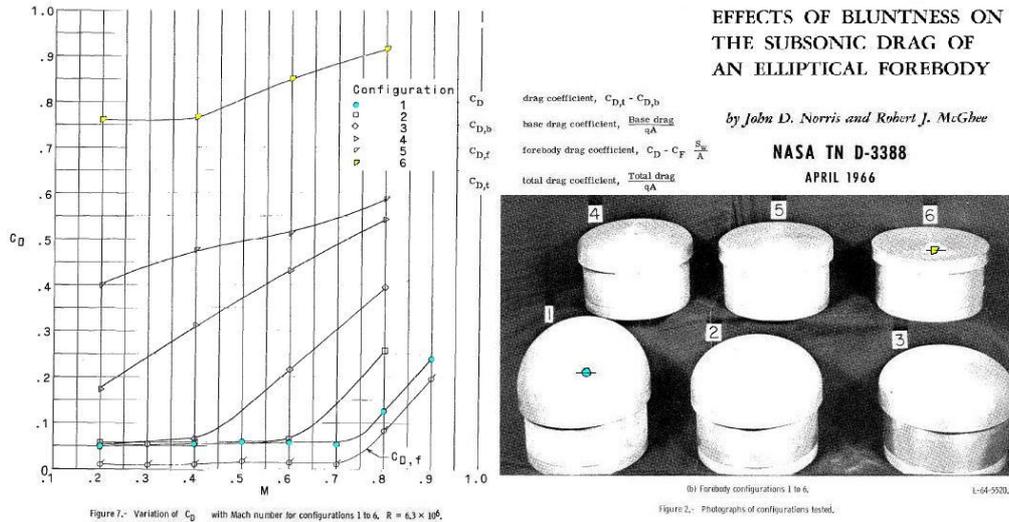
Figure 8. Variation of C_D with bluntness ratio a/b . $R = 6.3 \times 10^6$.

On remarque que l'aplatissement de l'hémisphère jusqu'à un rapport a/b de **0,65** ne fait croître le C_x qu'à partir du Mach **0,6**...²⁹

Ensuite, la montée du C_x devient très marquée vers la gauche pour atteindre **0,77** à **0,9** pour la tête plate (selon le Mach).

À droite, au rapport "1.0", le C_x de l'hémisphère ne commence à croître qu'entre **M 0,6** et **M 0,8**, sans doute au-dessus de **M 0,7** si l'on en croit le dessin de la courbe ci-dessous, présentée avec la photo des différentes ogives :

²⁹ "It appears that for a Mach number equal to or less than 0.60 a bluntness ratio as low as about 0.65 can be tolerated before a large increase in drag occurs."

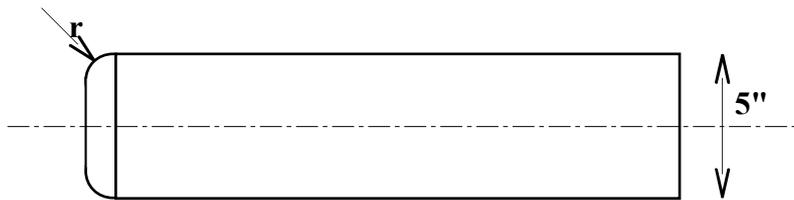


Les C_x relevés sur ce graphe sont toujours ceux des ogives suivies d'une partie cylindrique d'élanement **3,54**. Le C_x de culot étant décompté dans ces résultats ³⁰.

La friction sur l'assez courte partie cylindrique (d'élanement **3,54**) est donc prise ici en compte ; mais on retrouve pourtant bien, en subsonique, le C_x de **0,06** pour l'ogive hémisphérique (notre horizontale bleue dense du graphe précédent).

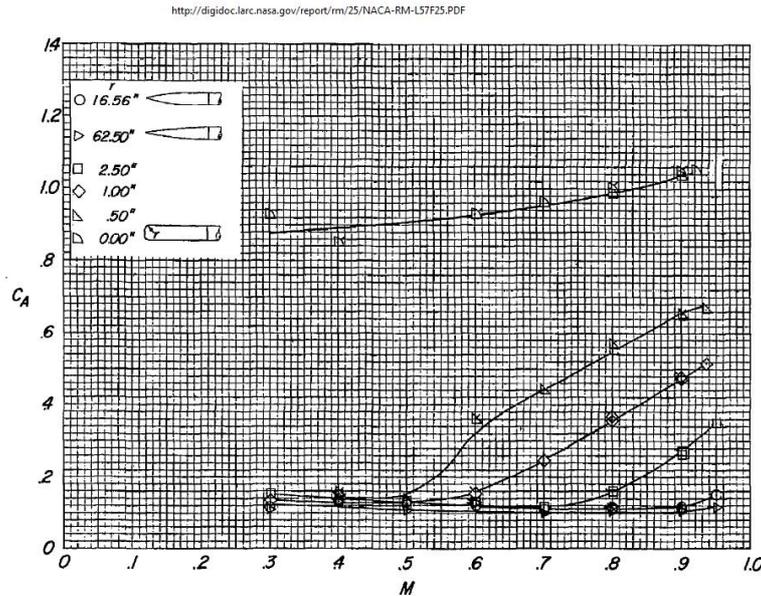
Si l'on s'intéresse au C_x des ogives en tant qu'avant-corps, la traînée de friction de la partie cylindrique doit donc être retranchée. C'est ce qui est fait dans la courbe la plus basse ($C_{D,f}$) : On y observe une fois que le C_x de pression ne s'élève qu'à **1 ou 2 centièmes**, ce qui confirme l'opinion d'Hoerner relayée par l'image de Rocket Drag Analysis déjà vue p 33.

Le [NACA Research Memorendum L57F25](#) d'Edward Polhamus, nous renseigne également sur le C_x à zéro degré d'incidence de corps d'élanement total **10,94** (élanement plus fuséiste, donc) dotés d'ogives de *rayon d'arête r* différents :



Le rayon d'arête $r = 2,50''$ dessine alors une ogive hémisphérique sur ce corps de diamètre **5''** :

³⁰ "hence, the drag coefficient shown as C_D is the sum of the forebody pressure and skin friction and the afterbody skin friction."



Il apparaît clairement que l'ogive hémisphérique (marques carrées) ne voit son C_x augmenter qu'à partir de **M 0,74**.

Curieusement, même l'ogive à tête plate à arête de rayon valant le **1/10^{ème}** du diamètre fait très bonne figure jusqu'à **M 0,5...**

Ces chiffres intégrant la friction sur tout le corps (mais pas la traînée de culot), ils dépassent nettement les **0,06** de C_x qu'annonçaient le corps d'élongement **3,54** précédent : ceci nous rappelle, qu'en matière de fusées, c'est la friction et non la pression, qui crée la Traînée la plus importante).

Un regard à la courbe classique des coefficients de frottement ³¹ informe alors du Coefficient de friction à attendre sur le fuselage complet à **M. 0,4** (pour le Reynolds, basé sur la longueur totale du corps de **10 millions**, que le texte annonce à ce Mach) : c'est **$C_f = 0,0029$** ³².

Un calcul approché du C_x de friction donne donc :

$$C_{xf} = 4 L_{cal} C_f = 4 * 10,94 * 0,0029 = 0,127$$

...(où L_{cal} est la longueur totale du corps à ogive hémisphérique, en calibre, c.-à-d. **10,94**)

Ce C_x de friction de **0,127** serait donc à retrancher au C_x complet tiré du diagramme des essais en soufflerie ci-dessus (à savoir **0,14** si nous lisons bien ce diagramme).

Une telle soustraction place le C_x de pression de l'hémisphère à **0,013**, chiffre qui confirme toujours l'opinion d'Hoerner visible sur l'image déjà montrée p **33**.

³¹ Voir notre texte [Le Cx des fusées](#).

³² Coefficient de friction pris sur la courbe de la Couche Limite Turbulente.

Ce calcul montre à quel point, sur un corps de fusée, la friction de l'air est l'élément prépondérant du freinage aérodynamique, pour une ogive hémisphérique comme pour les ogives plus classiques.

B L'OGIVE "EN TÊTE PLATE" : **SES CARACTÉRISTIQUES AÉRODYNAMIQUES**

Le C_x d'une ogive plate est assez pénalisant (nous y reviendrons). Mais que peut bien valoir son coefficient de Portance ?

C'est difficile à dire. Les fuséistes amateurs lui attribuent généralement le même C_{Na} que celui des ogives plus classiques, à savoir **2**.³³

Pourtant, du fait qu'une tête plate s'inscrit entièrement dans un plan normal à l'axe de la fusée, le bilan des forces de pression sur sa surface ne peut résulter en aucune Portance Normale.

Seuls les efforts de Friction sur cette surface (ou plutôt une dissymétrie des efforts de Friction) pourraient y faire naître une Portance Normale ; mais une telle Portance Normale de Friction serait beaucoup trop faible et sera négligée par nous dans cette étude.

La tête plate en elle-même ne peut donc être le siège d'une Portance Normale de Pression.

Quant au fuselage cylindrique qui suit cette tête plate, la Théorie des Corps Élancés lui prédit une Portance nulle.

Il faut cependant convenir que cette dernière prédiction ne peut s'appliquer, en toute rigueur, qu'à un cylindre précédé d'une ogive appartenant à la catégorie des Corps Élancés.

En effet, pour ladite Théorie des Corps Élancés, l'ogive en incidence est alors censée *faire la trace* dans l'air pour la partie cylindrique ; ou plutôt cette ogive, du fait de son incidence, est censée communiquer aux tranches d'air traversées une certaine Quantité de Mouvement. Et dès lors que cette Quantité de Mouvement est communiquée auxdites tranches d'air, celles-ci vont conserver leur mouvement *indéfiniment*, en déplaçant le trou créé par le passage de l'ogive à la même vitesse normale que celle du fuselage dans son mouvement d'avancement.³⁴

Mais, dans le cas de l'ogive plate, on ne peut plus prétendre que l'ogive ait fait la trace du fuselage, ou perforé son trou dans les tranches d'air traversées par la fusée...

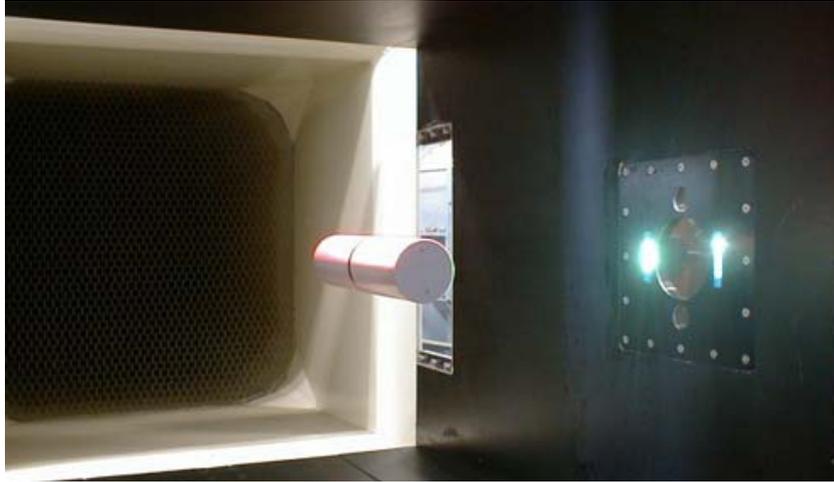
Et, de toutes façons, cette configuration ne saurait être justiciable de la Théorie des Corps Élancés, sachant qu'en aucun cas la pente de cette ogive particulière ne peut être considérée comme *évoluant doucement le long de l'axe de symétrie* (l'évolution de cette pente étant au contraire *parfaitement* brutale)...³⁵

³³ On verra qu'en fait ce C_{Na} est plus fort !

³⁴ Par *indéfiniment*, nous entendons « au moins le temps que la fusée ait fini de passer au travers de cette tranche d'air », ce qui est nettement plus court, dans l'absolu.

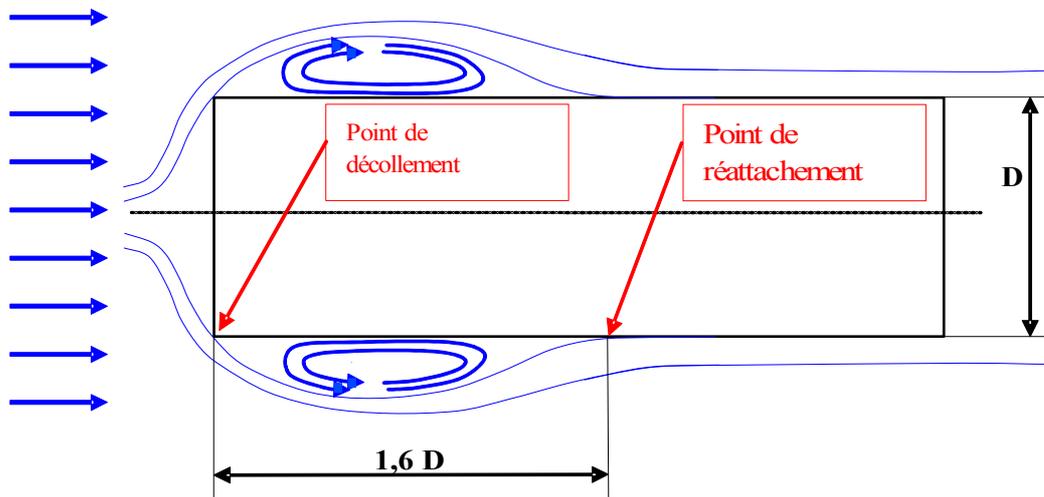
³⁵ L'évolution lente de la pente locale le long de l'axe du corps constitue la définition des Corps Élancés...

De spectaculaires tests en soufflerie ont été réalisés par la Japan Aerospace Exploration Agency sur des cylindres à bouts plats d'élanement allant de **1,3 à 8,1**, maintenus en lévitation magnétique dans le courant d'air créant un Nombre de Reynolds de **60 000 à 100 000** :



Document : http://www.ecs.syr.edu/faculty/higuchi/Papers/AIAA05_1078MagSusCylNum2.pdf

Les auteurs de [ces tests](#) constatent qu'à incidence zéro l'ogive plate crée immédiatement à son aval une poche d'*eau morte* en tore aplati. Cette poche se forme par décollement du fluide sur l'arête circulaire de la face avant et est classiquement le siège d'une dépression. Cette dépression s'étend sur **1,5 à 1,6 diamètres** en aval de la face avant, distance à partir de laquelle les filets fluides recollent à la paroi du cylindre :



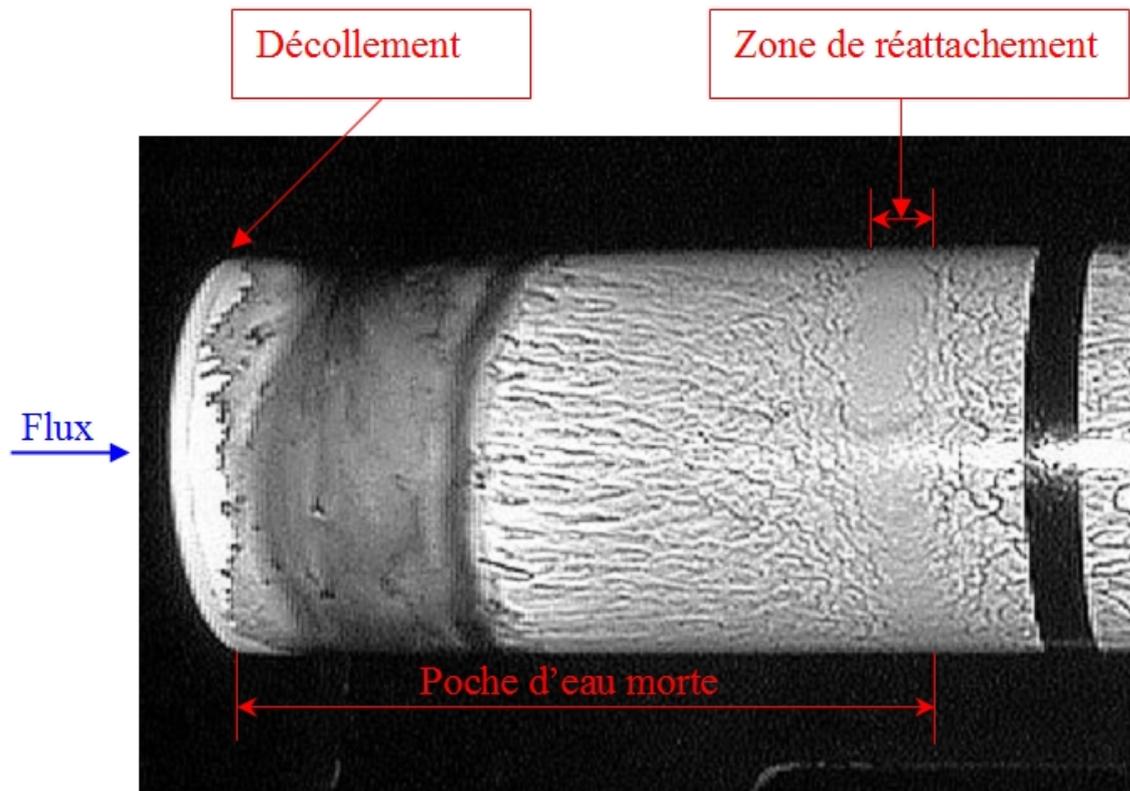
Finalement, on retrouve ici les poches d'eau morte en dépression qui apparaissent de chaque côté des camions bâchés sur nos routes :



...à ceci près qu'une telle photo ne nous autorise nullement à prétendre que ces poches sont en dépression puisque l'on ne connaît pas la pression régnant à l'intérieur de la partie bâchée...³⁶

³⁶ Ces poches d'eau morte n'apparaissent que sur les poids-lourds non articulés (pas sur les semi-remorques, donc)...

L'image ci-dessous montre, quant à elle, la révélation, par la méthode du film d'huile, de la zone de recollement (ou réattachement) du fluide en aval de la poche d'eau morte :

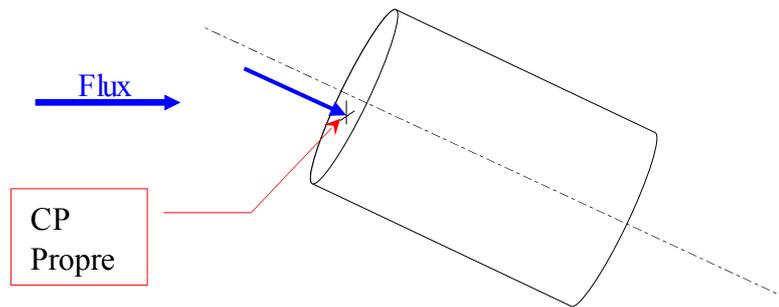


Drag coefficients of cylinders magnetically supported in axial flow,
Hideo Sawada, Hiroshi Higuchi, Tetsuya Kunimasu, Shinichi Suda
http://www.jstage.jst.go.jp/article/jwe/29/4/55/_pdf

On est alors enclin à penser que la mise en incidence du cylindre à tête plate occasionne une modification de l'écoulement telle qu'une dissymétrie dans ladite poche d'eau morte y apparaisse : Si la tête plate ne peut en elle-même, nous l'avons vu, être le siège d'une Force Normale, elle peut donc néanmoins susciter la création d'une Portance en arrière d'elle-même sur le fuselage cylindrique qui la suit, par la dissymétrie de l'écoulement qu'elle y suscite.

Il y a donc, dans ce cas de la tête plate (qui correspond à une absence d'ogive) un *report* vers l'arrière de la Portance qui est habituellement engendrée par une ogive classique...

Mais d'autre part, il faut aussi penser que par la dissymétrie naissant de la mise en incidence va déplacer le Point d'Arrêt sur la face avant, imposant ainsi un déplacement de son Centre de Pressions propre :



Ce déplacement du **CPA** devient évident lorsque l'on réduit l'élanement du cylindre à celui d'un disque : on sait que, statiquement, sa mise en incidence génère un moment de stabilité.

C'est cette stabilité "statique" qui crée le jeu de force mettant en rotation tout objet plat en chute libre (carte à jouer, confetti). Cette stabilité statique des corps plats est cependant à l'origine de la descente à plat, à haute altitude et à très petit Reynolds ³⁷, des cristaux de glace en forme de plaquettes hexagonales qui créent les faux soleils et parhélies, assez fréquents sous nos latitudes tempérées. ³⁸

Cette force stabilisatrice, Résultante Aérodynamique propre de la seule face avant, n'est pas une Portance fuséiste (c'est une Force Axiale, occasionnant un C_x fuséiste). Mais, du fait que son point d'application n'est pas dans l'axe du corps, elle génère un moment stabilisateur qui devra être porté au bilan des Moments (ce qui résultera en une projection du Centre de Pression Aérodynamique vers l'arrière, comme nous l'avons déjà vu pour le culot de la tête hémisphérique)...

Pour ce qui est du comportement aérodynamique du disque, on peut citer le [texte de Darling](#) (déjà utilisé par nous à propos de l'ogive hémisphérique) et reprendre l'un de ses diagrammes (mis en couleur et simplifié par nos soins) :

³⁷ ...lorsque les effets de la viscosité amortissent suffisamment les mouvements.

³⁸ Voir éventuellement à ce sujet notre texte : [Parhélies ou faux soleils](#).

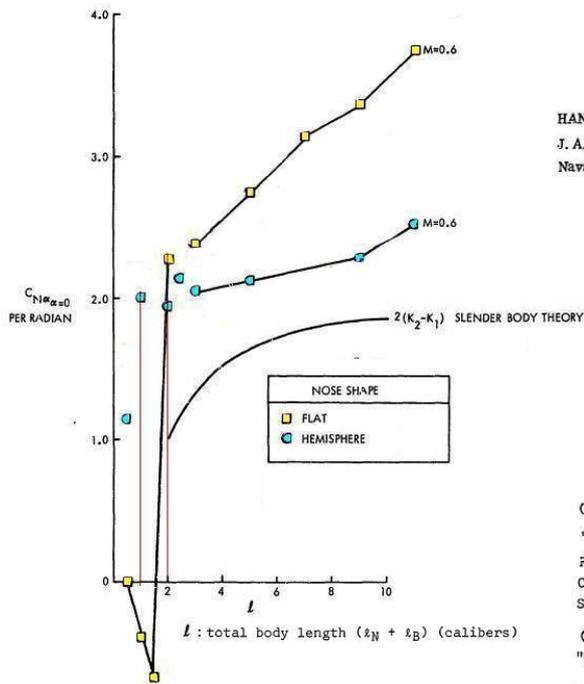


FIG. 2 $C_{N\alpha}$ NORMAL FORCE SLOPE COEFFICIENT NEAR 0° DEGREE ANGLE OF ATTACK FOR BLUNT CYLINDRICAL BODIES, $M=0.6$ (REF 4,5, AND 6)

HANDBOOK OF BLUNT-BODY AERODYNAMICS VOL. I
J. A. Darling DEC 73
Naval Ordnance Laboratory Silver Spring, MD

(4) Hayes, W. C. and Henderson, W. P.,
"Some Effects of Bluntness and Fineness
Ratio on the Static Longitudinal Aerodynamic
Characteristics of Bodies of Revolution at
Subsonic Speeds," NASA TN/D-650, Feb 1961

(5) Karpov, B. G., BRL Report 1293, Sep 1965
"Wind Tunnel Tests of Mortar Shell Models,"

(6) Rogers, R. M. and Butler, C. B.,
"Aerodynamic Characteristics of Several Bluff
Body Configurations at Subsonic and Transonic
Mach Numbers," AFATL-TR-72-25, 1972

6

Sur ce diagramme, c'est la longueur totale des corps de révolution qui constitue l'abscisse. En jaune sont les marques relatives aux cylindres à bouts plats.

Nous avons laissé sur ce graphe les marques bleues correspondant aux corps à ogive hémisphérique.

L'observation de ce diagramme montre clairement que, dès que le cylindre à bouts plats dépasse l'élancement total de 2, il est l'objet d'une Portance Normale nettement supérieure à la valeur 2 que lui alloue la Théorie des Corps Élancés...

Il apparaît même que le $C_{N\alpha}$ de ce corps s'élève avec l'accroissement de son élancement selon une pente plus forte que le corps à ogive hémisphérique ! Mais c'est un autre problème : celui de la création de Portance Linéaire par le fuselage (en proportion directe avec son élancement ³⁹).

Par contre, le comportement du cylindre à faces plates lorsqu'il tend vers le disque (à gauche du diagramme) est fort original : même s'il concerne peu l'activité fuséiste, envisageons-le à titre d'exercice :

À l'élancement minimum du diagramme (0,5), élancement qui le ramène presque à un simple disque, son $C_{N\alpha}$ est nul.

Attention, cela ne signifie pas que le disque ne génère aucun moment de stabilité. Nous avons vu que la dissymétrie du jeu de pression sur sa face avant peut susciter un moment stabilisateur statique.

Nous avons eu même eu l'occasion, dans [un autre texte](#), de réaliser, de notre propre chef, une évaluation de ce moment (nous appuyant sur les travaux d'Eiffel). Ce

³⁹ Voir notre texte [La Portance Linéaire du fuselage](#).

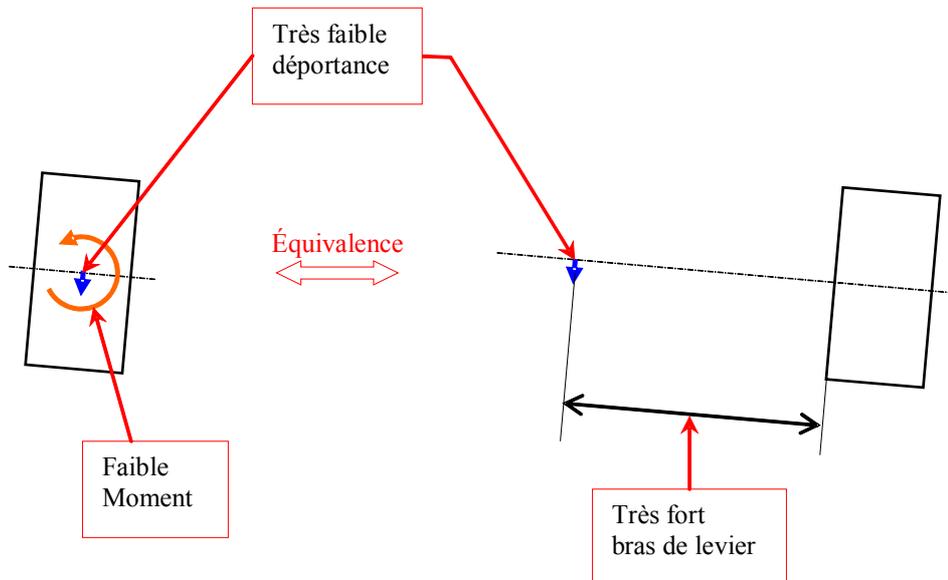
moment (ou C_{ma})⁴⁰ est de l'ordre **0,12 D par radian**, **D** étant le diamètre du disque et le moment étant mesuré autour du centre géométrique de la face avant.

Ce C_{ma} (dû à la dissymétrie des pressions sur la face avant) est donc assez faible (il faut le comparer, par exemple, au moment déstabilisateur supporté par un corps doté d'une ogive classique et d'une partie cylindrique d'élancement **8** : celui-ci est un peu supérieur à **8 D par radians** autour du milieu de son fuselage⁴¹).

Néanmoins, ainsi que nous avons déjà eu l'occasion de le dire à propos de l'ogive en calotte sphérique, ce moment résultant de la dissymétrie des forces faciales sera pris en compte dans le système fuséiste classique comme un recul de la Portance Normale et le fait qu'il est développé en même temps qu'un C_N très faible va poser un problème de logique :

Observons en effet le schéma ci-dessous.

À gauche, nous y avons représenté un moment stabilisateur qualifié de *faible*, ainsi qu'un Portance Normale *très faible* mais négative (cette Portance est mesurée comme nulle sur le diagramme à l'abscisse **0,5** mais on peut penser qu'elle est négative puisque pour les élancements légèrement supérieurs à **0,5**, elle est négative) :



Ce schéma de gauche correspond évidemment au constat fait en soufflerie (C_N très faible et Moment stabilisateur faible).

Le schéma de droite, quant à lui, est la transcription de ce constat dans les conventions fuséistes en usage (conventions qui recherchent le point d'annulation du moment résultant). Le faible moment y est traduit comme une très nette avancée de la faible Déportance Normale.

En effet, le recul vaut Moment / Déportance...

⁴⁰ Il s'agit d'un Coefficient de Moment, ou plus strictement d'un *Gradient de Coefficient de Moment*.

⁴¹ Nous avons pris ici le produit du C_{Na} de l'ogive (2) par la demi-longueur en calibres (4) du fuselage.

Nous sommes donc ici dans une situation assez proche d'une division d'un petit nombre par un nombre encore plus petit ! ⁴²

Il ne faut donc pas s'étonner que sur le diagramme tiré du même texte de Darling donnant la position du CPA des cylindres à faces plates selon leur élancement (en jaune) :

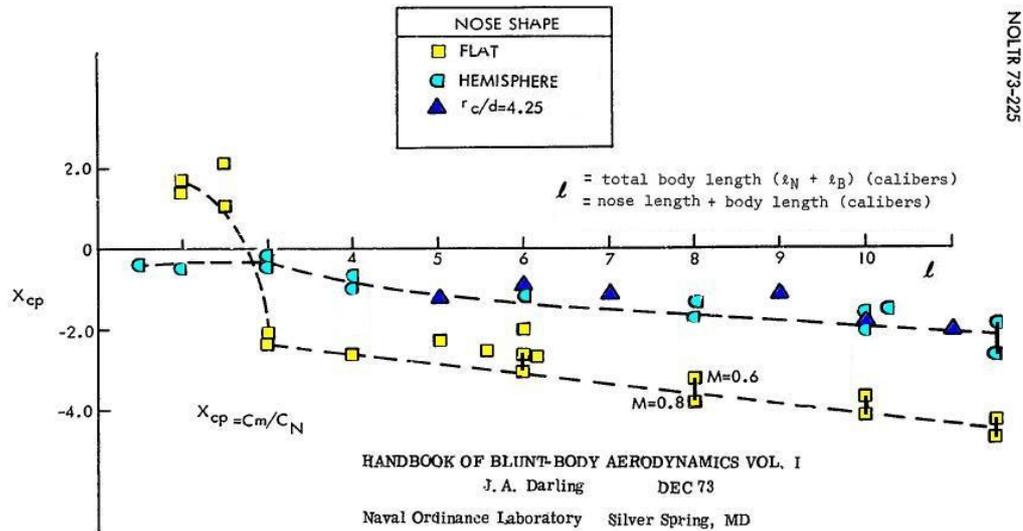


FIG. 9 X_{cp} ~ CENTER OF PRESSURE OF NORMAL FORCE IN CALIBERS FROM NOSE FOR BLUNT CYLINDRICAL BODIES AT SUBSONIC SPEEDS $\alpha=0$ -DEGREES (REF 4, 5, AND 6)

...l'auteur ait dessiné des valeurs positives à ce X_{CPA} aux élancements de 2 et 2,5 : ces valeurs positives signifient ici en avant de la pointe avant du corps.

Cette situation implique également que de tels corps à tête plate d'élancement 2 à 2,5 se montreront stables en l'absence de tout empennage (au moins *statiquement* stable)...

On peut d'ailleurs penser que, pour les élancements plus faible (en allant jusqu'au disque d'élancement nul) ce X_{CPA} pourrait encore s'avancer plus loin en avant du corps.

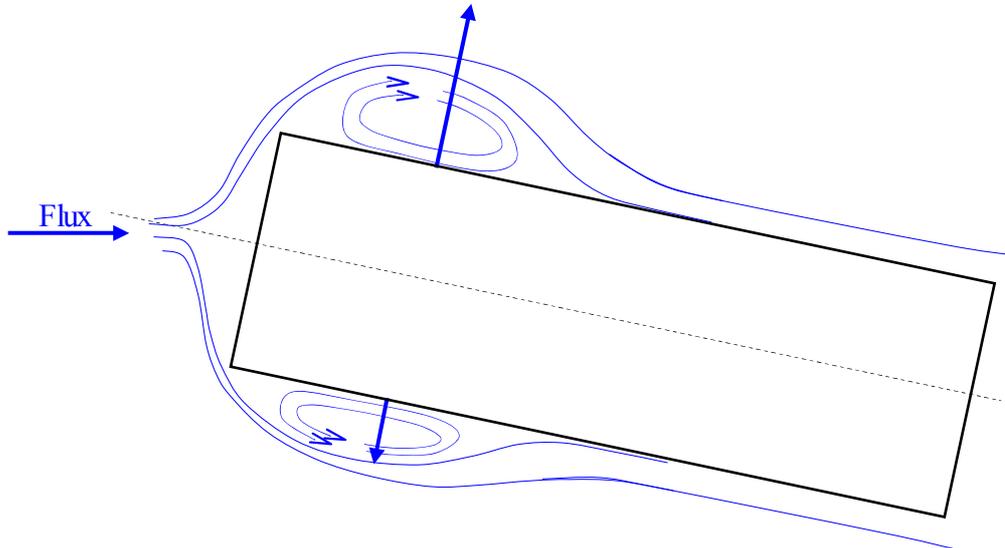
Le fuséiste observera avec intérêt que, sur ce diagramme de Darling, les marques triangulaires bleu sombre (ogive *gothiques* classiques) décrivent la même évolution que les marques bleu clair (ogive hémisphérique)...

Mais revenons au cas du cylindre à tête plate d'élancement fuséiste (au moins supérieur à 3).

Pour ce qui est de l'influence de la seule poche d'eau morte, une première façon de raisonner serait de se dire que la Portance résultant de la mise en incidence prendra naissance par le jeu des dépressions dans les 1,5 à 1,6 diamètres que mesure

⁴² Par exemple, nous avons dessiné ici une avancée de la Portance de **1,33 calibres**, ce qui revient à diviser le très faible Moment (ou C_{ma}) de **0,12 calibres par radian** par une faible Portance (ou C_{Na}) de **0,09 par radian**.

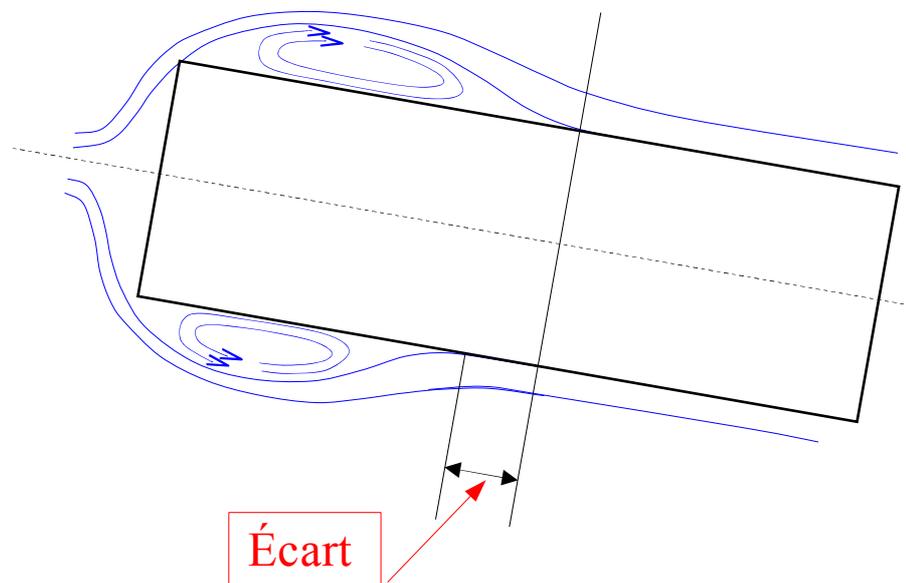
cette poche d'eau morte en longueur : Il est classique de considérer que de telles poches d'eau morte développent à la surface des corps une pression constante (au moins en moyenne, dans le temps). Sans incidence, les portances créées dans chaque plan s'équilibrent. Mais avec de l'incidence, en supposant que la poche du dessus (extrados) et celle de dessous (intrados) ne changent pas de longueur :



...et que la dépression d'extrados soit plus forte que celle d'intrados, on peut penser que la Portance résultante ne se trouve pas très loin de la moitié des **1,5 à 1,6 D** représentant la longueur à 0° d'incidence de la poche.

Ce raisonnement placerait alors la Portance de la tête plate à $\sim 0,75$ diamètres en aval de cette tête pour les très petits angles...

Une autre façon de raisonner serait de se dire que la dépression dans toute la poche d'eau morte reste constante lorsque le cylindre se met en incidence, mais que la poche s'allonge à l'extrados et se raccourci à l'intrados. Le schéma de l'écoulement devient alors celui-ci :



... et c'est de l'écart entre la longueur de la poche d'extrados et d'intrados que proviendra la Portance (celle-ci s'appliquant alors dans la zone de l'écart)...

Une troisième façon de raisonner est évidemment de combiner les deux premières.

Ce sont là des considérations simplifiées où l'on n'envisage les choses que dans le plan vertical du dessin ⁴³, mais nous les espérons parlantes et pas trop naïves...

C'est peut-être comme cela qu'on peut expliquer la position très avant de la Force Normale qu'ont relevée différents aérodynamiciens lors des tests en soufflerie de cylindres à tête plate (en subsonique, ce sont les courbes surlignées par nous en rouge et en vert sur le graphique ci-dessous) :

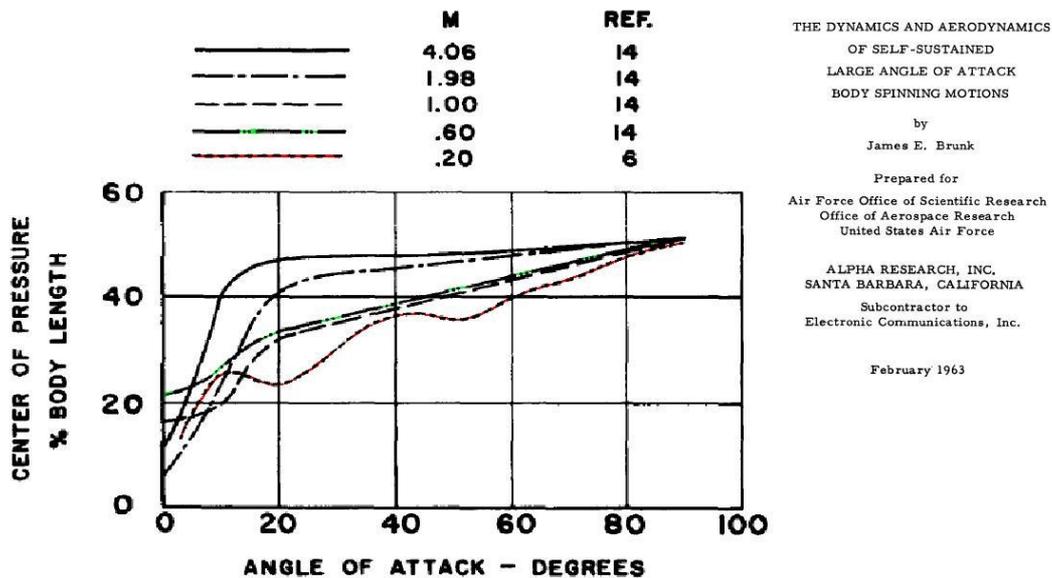


Figure 7. Effect of Angle of Attack and Mach Number on the Normal Force Center of Pressure of Flat-Ended Cylinders

James E. Brunk

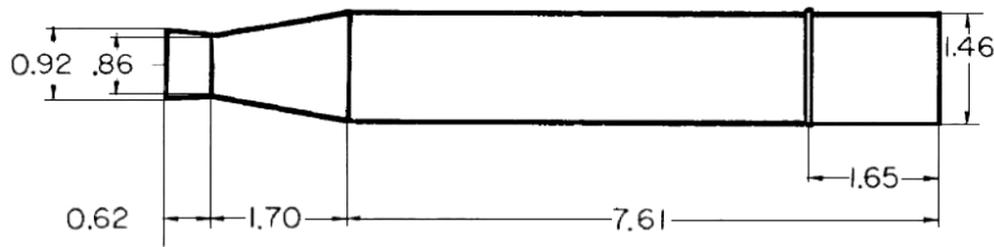
Ce schéma est tiré d'un [texte de James E. Brunk](#).

À droite, toutes les courbes tendent évidemment vers le point de symétrie (50 % de la longueur, 90° d'incidence).

On remarque que la courbe en rouge (M 0,2) n'est pas définie pour les incidences proche de zéro, alors que la courbe en vert (M 0,6) indique un peu plus de 20 %... Attention au fait que ces deux courbes ne proviennent pas de la même source...

⁴³ Il est évident que les forces de pression se déploient radialement au cylindre sur toute sa périphérie et non uniquement en haut et en bas comme nous le présentons ici...

S'il ne nous a pas été possible de connaître l'élanement du cylindre testé à **M 0,2** sur ce diagramme, par contre la courbe établie pour **M 0,6** (en vert) l'a été pour le corps d'élanement **6,8** que nous reproduisons ci-dessous. Il est globalement cylindrique, spécialement lorsque le flux l'attaque par son culot (c.-à-d. de droite à gauche) :



Model without external fittings and engine fairings.

Dimensions shown in inches

Un peu plus de **20 %**, disons **22 %** de la longueur de ce corps de **6,8** diamètres de longueur, cela fait un CPA placé à **1,5** diamètres du point d'arrêt (qui est ici le centre du culot)...⁴⁴

Pour notre chance, un [Rapport Technique du Arnold Engineering Development Center](#), de Rhudy et Baker, relate les tests en soufflerie subsonique de cylindres à tête plate d'élanement allant jusqu'à **1,528**.

Les mesures effectuées respectent les conventions générales suivantes :

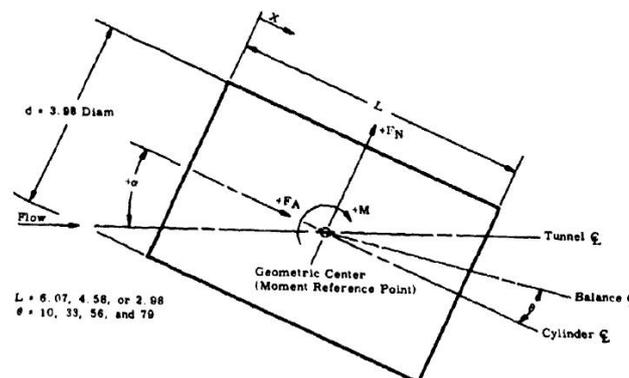


Fig. 2 Model Geometry and Axis System

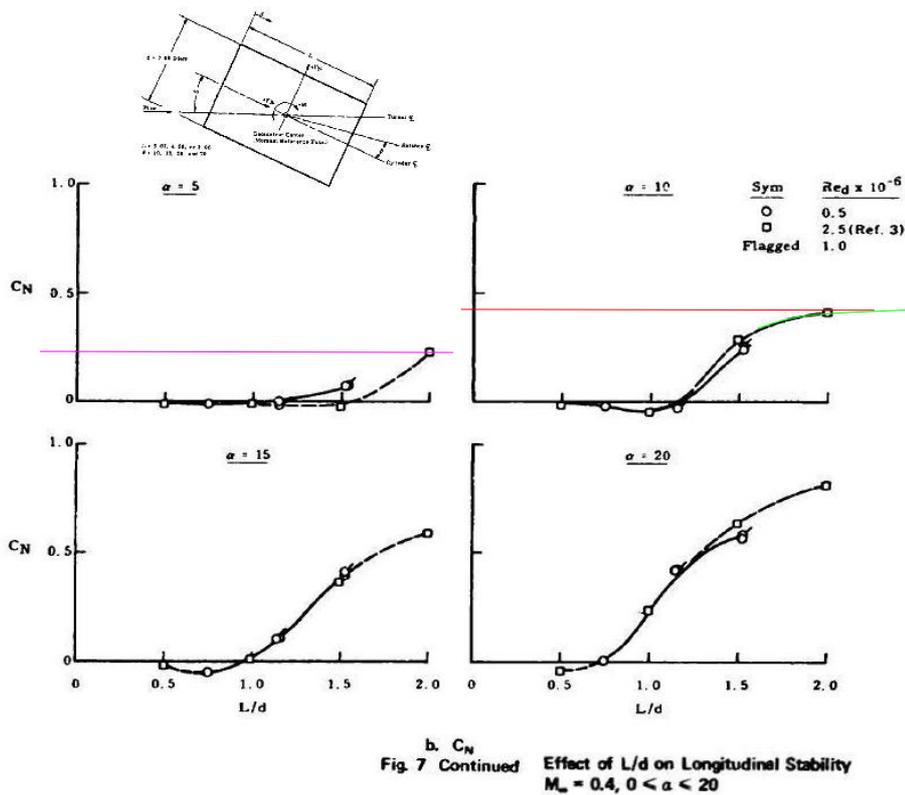
S'appuyant également sur les résultats de la [Note Technique D-650](#) de la NASA, que nous traiterons plus bas, ce texte propose les courbes suivantes du C_N pour des élanements allant jusqu'à **2** diamètres.

⁴⁴ Nous ne dégageons pas la même valeur de l'étude de ce texte. Notre résultat est plutôt de **1,1** diamètres.

La particularité de ces courbes de C_N est que celui-ci connaît une plage importante de nullité, ceci du moins pour les petits élancements. Mais nous y reviendrons plus loin.

Attention, cependant : ce C_N n'est pas le C_N utilisé par les fuséistes (et qui vaut **2** pour une ogive classique, par exemple) : En effet, en tant que dérivée du Coefficient de Force Normale par rapport à l'incidence, ce C_N des fuséistes devrait s'appeler $C_{N\alpha}$ et non simplement C_N .

L'allure générale des courbes incite en effet à leur extrapolation à des élancements supérieurs ; en effet la poche d'eau morte créée par la tête plate étant censée mesurer **1,5 à 1,6 Diamètres**, la courbe des C_N ne peut que marquer un palier au delà de l'élancement **2** :



Ce palier semble bien présent dans le diagramme correspondant à l'incidence de 10° (il est symbolisé par nous en rouge). Il ne peut qu'exister également pour l'incidence de 5° , mais le dessin de la courbe ne le montre pas, probablement par manque de point intermédiaire sur l'abscisse.

Adopter l'abscisse de ce palier rouge conduit alors à attribuer aux élancements supérieurs à **2** (c'est-à-dire ceux de la quasi totalité des fusées) un C_N de **0,427** pour l'incidence de 10° .

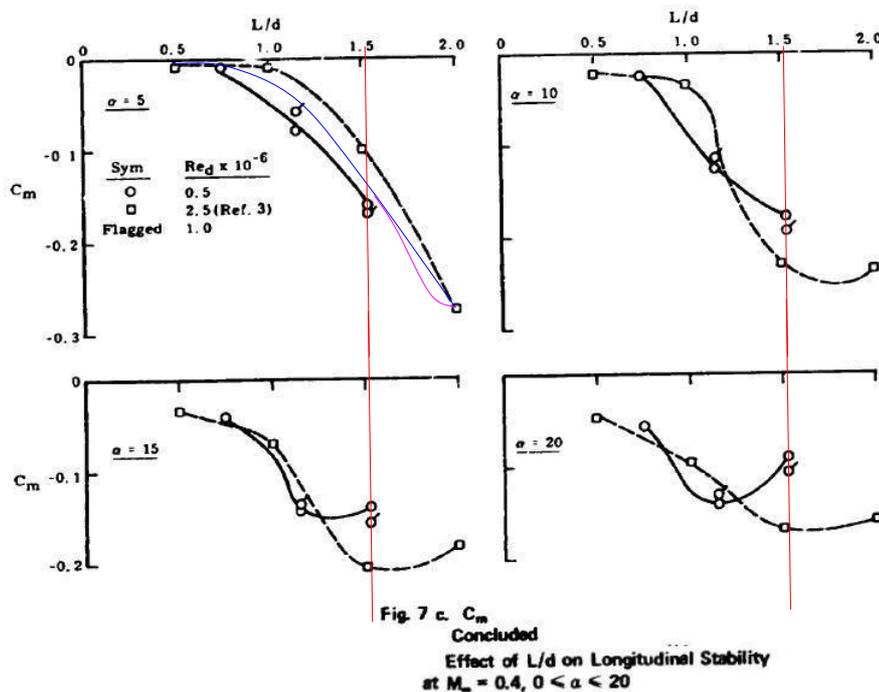
Ce qui porte le $C_{N\alpha}$ à **2,44**⁴⁵...

Entourons d'un cadre ce premier résultat numérique :

⁴⁵ On trouverait à peu près la même valeur de $C_{N\alpha}$ en utilisant le diagramme pour 5° d'incidence à l'élancement **2**.

L'étude de cylindres à tête plate d'élanement inférieurs à 2 semble indiquer que ceux-ci produisent un $C_{N\alpha}$ de 2,44

Dans le dispositif de mesure d'efforts utilisé lors des tests, les différents modèles de cylindres à tête plate sont accrochés par le milieu de leur longueur. Ils développent alors un Moment négatif lors de leur mise en incidence (un moment stabilisateur, donc) ⁴⁶ :



Ce Moment est donné comme assez sensible au Nombre de Reynolds ⁴⁷. Mais cette constatation semble surtout valable pour les angles de 15 et 20°, car finalement pour l'incidence de 5°, il existe un assez bon accord entre les différentes courbes (accord que nous avons traduit par la ligne bleue).

Il est patent, d'autre part, que la sensibilité relative du Moment au Nombre de Reynolds diminue à mesure que l'élanement augmente, ce qui est appréciable dans le cadre de notre réflexion fuséiste. On doit d'ailleurs réaliser que, ce moment étant stabilisateur (négatif), sa diminution éventuelle dans les petits angles remonte le Centre de Pression vers l'avant du corps ⁴⁸ : il faudra s'en souvenir au moment d'émettre une proposition pour ce X_{CP} ...

Nous avons pris comme point terminal de la ligne bleue, pour l'incidence de 5°, le point d'abscisse $L/d = 2$ qui est le seul qui nous soit fourni ; mais la forme générale des courbes en traits interrompus pour les autres incidences suggère l'existence

⁴⁶ Ce Coefficient de Moment prend le diamètre D du cylindre comme référence des bras de levier de moments, c-à-d que $C_m = \text{Moment mesuré} / (\frac{1}{2} \rho V^2 S_{\text{ref}} D)$...

⁴⁷ "The pitching-moment data, Fig. 7c, appear to be quite sensitive to Reynolds number ;"

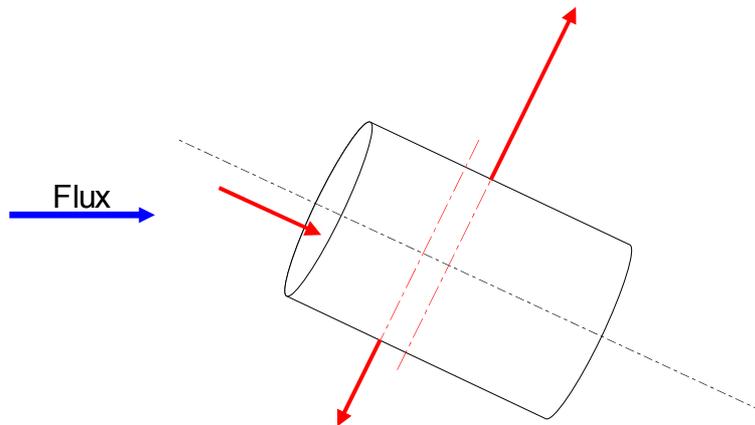
⁴⁸ ...ceci pour les élanements plus proches de 2 donnant des C_N positifs...

d'un crochet dans cette partie de la courbe qui correspond à la fin de la poche d'eau morte (crochet symbolisé par nous par la ligne fuchsia)⁴⁹ : les verticales rouges matérialisent la longueur de cette poche d'eau morte...

Rappelons que l'existence de ce Moment peut s'expliquer par les faits suivants :

→ la face avant du cylindre voit son Point d'Arrêt se déplacer vers le bas lors de la mise en incidence : ce déport crée un faible (à très faible) Moment de retour au neutre (moment de stabilité).

→ il y a inégalité et défaut de coaxialité entre les résultantes aérodynamiques normales des poches d'eau morte supérieure et inférieure :



Si l'on retient de deux jeux de graphes ci-dessus, pour l'incidence 5° du cylindre d'élanement 2 , un C_N de $0,233$ et le C_m de $0,27$, on peut facilement placer le Centre de Pression du corps à $2,16 D$ de l'avant⁵⁰, c-à-d en l'occurrence en arrière du corps lui-même (mais nous y reviendrons)...

Dans la mesure où le phénomène est linéarisable autour de cette incidence de 5° (qui est vraiment une incidence fuséiste moyenne, puisqu'on considère souvent que les conditions de vol peuvent placer une fusée à une incidence maximum de 10°), ce C_N de $0,233$ pour 5° donne une pente au C_N de $2,67$ par radian, ce qui est la définition du $C_{N\alpha}$.

On est même en droit d'estimer que c'est ce $C_{N\alpha}$ qui prévaut depuis l'origine des incidences et donc en particulier autour des incidences nulles...

Enchâssons dans un encadré, ce deuxième résultat numérique :

À l'incidence de 5° , un cylindre d'élanement 2 à tête plate développerait un $C_{N\alpha}$ de $2,67$ appliqué à $2,16 D$ en aval de cette tête plate.

⁴⁹ Cette poche mesure, rappelons-le, entre $1,5$ et $1,6 D$, du moins à zéro degré d'incidence...

⁵⁰ ...ceci compte tenu des conventions adoptées par les auteurs dans la définition du Moment : La référence des moments étant prise au milieu du corps, le Centre de Pression est donné par l'équation : $X_{CP} = 0,5L_{Cal} - C_m/C_n$. (L_{Cal} étant la demi-longueur du corps en calibres). Attention au fait que, le C_m étant calculé avec le diamètre comme référence des longueurs, le quotient C_m/C_n s'exprime également en diamètre...

Si l'on retient à présent des graphes ci-dessus, pour l'incidence 10° du cylindre d'élanement 2 , un C_N de $0,412$ et le C_m de $0,23$, on est en mesure de placer le Centre de Pression du corps à $1,56 D$ de l'avant pour cette incidence de 10° , c-à-d avant le culot du corps...

À l'incidence de 10° , un cylindre d'élanement 2 à tête plate développe une Portance appliquée à $1,5 D$ en aval de cette tête plate.

Mémorisons également que pour atteindre de façon linéaire le C_N de $0,412$ à cette incidence de 10° , il aurait fallu une pente de $2,36$ par radian depuis l'origine : on voit que la pente de montée en C_N (qui est le $C_{N\alpha}$) s'essouffle quelque peu mais que la courbe du C_N n'est quand même pas si loin d'un droite (la même pente depuis l'origine donnant le C_N à l'incidence 5° était $2,67$, $C_{N\alpha}$ que nous avons adopté de 0 à 5° dans notre encadré)...

Nous reviendrons plus bas, p. 60 sur l'exploitation de ce [Rapport Technique](#) de Rhudy et Baker...

Une publication [AIAA de 2006](#), rédigée par Blake et Cunningham, fait état de tests en soufflerie sur trois corps de même longueur hors-tout :

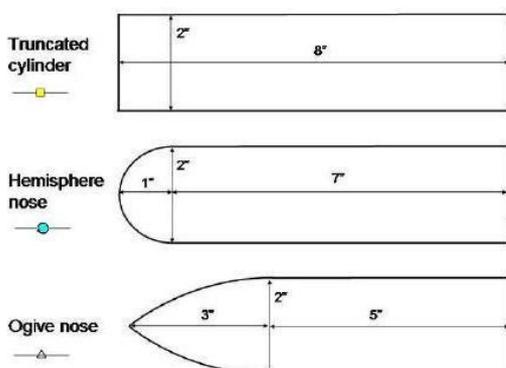
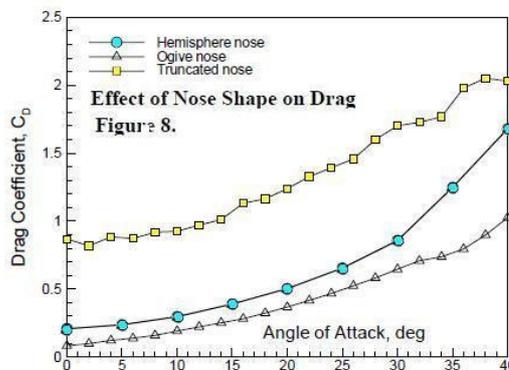
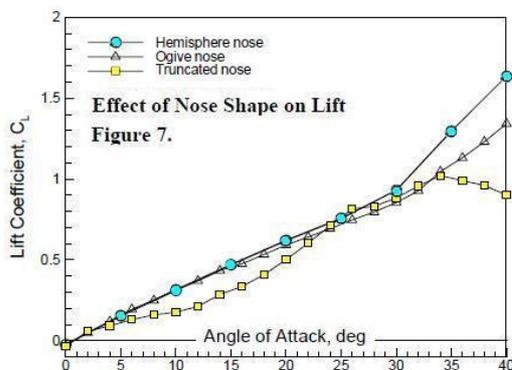
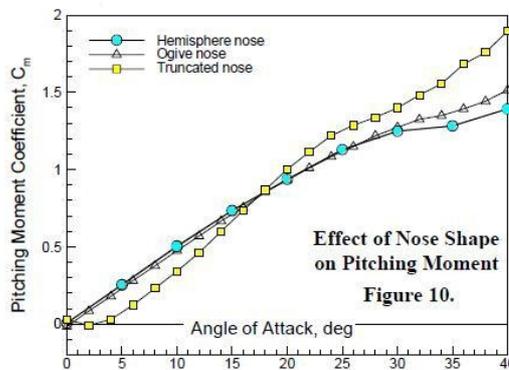


Figure 2. Body Shapes Tested



Wind Tunnel Study of a Fin Stabilized Guided Projectile AIAA 2006-828

William Blake Thomas Cunningham

Les diagrammes ci-dessus concernent ces trois corps testés sans empennage, mais voici une image d'un des tests du corps à tête hémisphérique alors qu'il est doté d'un empennage :



Figure 4. Configuration in Wind Tunnel

Dans un premier temps, la constatation sur les diagrammes ci-dessus, de la proximité des valeurs du Coefficient de Portance C_L du corps à tête plate avec les deux autres corps jusqu'à l'incidence 4° nous a surpris : certes ce C_L n'est pas à proprement parler notre C_N , mais, en général, le C_L des avionneurs est très peu différent du C_N des fuséistes autour de l'incidence zéro et nous avons parfois utilisé la simplification qui consiste à les assimiler.

Et puis nous avons réalisé que dans le cas très particulier du corps à tête plate, le Coefficient de Traînée axial (le C_x des fuséistes) est tellement fort qu'il interdit de fait cette assimilation du C_L au C_N .

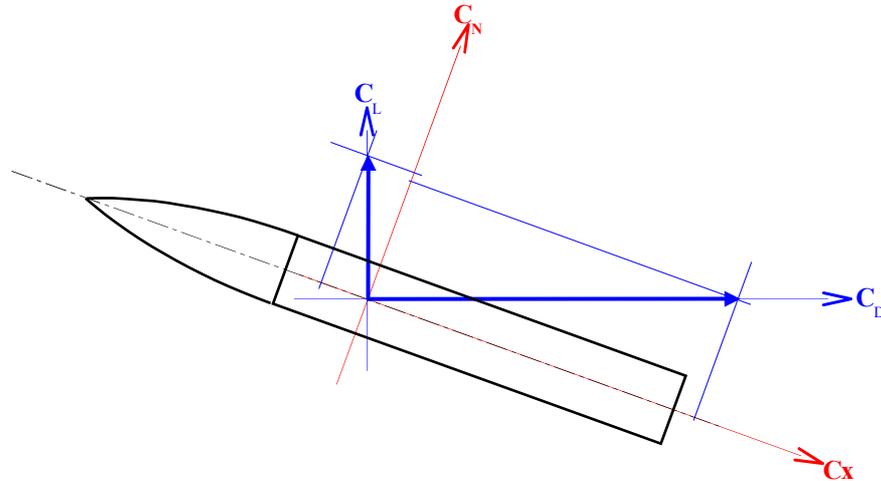
Démontrons-le dans le cas qui nous intéresse, à savoir les diagrammes de Blake et Cunningham ci-dessus p. 54.

On se souvient des équations simples permettant le passage du système des fuséistes au système des avionneurs. Ces équations sont :

$$\begin{aligned} C_{N(\text{fuséistes})} &= C_{L(\text{avionneurs})} \cos(\alpha) + C_{D(\text{avionneurs})} \sin(\alpha) \\ C_{X(\text{fuséistes})} &= C_{D(\text{avionneurs})} \cos(\alpha) - C_{L(\text{avionneurs})} \sin(\alpha) \end{aligned}$$

... α étant bien entendu l'incidence du corps (nous adoptons ici les notations anglo-saxonnes C_L et C_D).

Il est d'ailleurs facile de retrouver ces équations à l'aide du dessin ci-dessous en projetant chacune des composantes bleues des avionneurs sur les deux axes rouges des fuséistes :



L'équation de conversion qui nous donnera le C_N à partir du C_L et du C_D est :

$$C_N = C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)$$

Sur les diagrammes en question, p. 54, les valeurs du C_L et du C_D du corps à tête plate à 2° d'incidence sont dessinées à $\sim 0,07$ par radians et $\sim 0,83$.

Si nous plaçons ces valeurs (y compris celle de l'incidence) dans l'équation ci-dessus, nous obtenons :

$$C_N = 0,07 \cos(2^\circ) + 0,83 \sin(2^\circ)$$

Soit :

$$C_N = 0,0699 + 0,0289 = 0,0989$$

On constate donc que pour le petit angle d'incidence de 2° , le C_L des avionneurs de $0,07$ équivaut à un C_N de $\sim 0,099$ chez les fuséistes.

Ce C_N pour 2° ; ramené au radian, donne un $C_{N\alpha}$ des fuséistes qui vaut $2,83$.

Le même calcul, effectué à 4° d'incidence avec un C_L de $0,1$ et un C_D de $0,88$ conduit à un C_N de $0,16$ et un $C_{N\alpha}$, plus faible, de $2,31$.

Malgré les apparences, Blake et Cunningham ont donc dégagé par leurs tests en soufflerie un $C_{N\alpha}$ de nettement plus fort que 2 pour leur corps à tête plate d'élanement 4 . La moyenne de ces $C_{N\alpha}$ pour 2 et 4° d'incidence est $2,57$. C'est

raisonnablement proche de ce que Darling résume aussi sur son propre diagramme, p. 44.

À présent il convient de calculer le $C_{N\alpha}$ que Blake et Cunningham ont mesuré sur le corps à ogive hémisphérique.

Effectuons la conversion de leur C_L en C_N comme nous l'avons fait pour la tête plate. Une différence importante entre ces deux calculs sera que le C_D de l'ogive hémisphérique n'est pas **0,83**, mais $\sim 0,2$:

Nous écrivons donc :

$$C_N = 0,07 \cos(2^\circ) + 0,2 \sin(2^\circ)$$

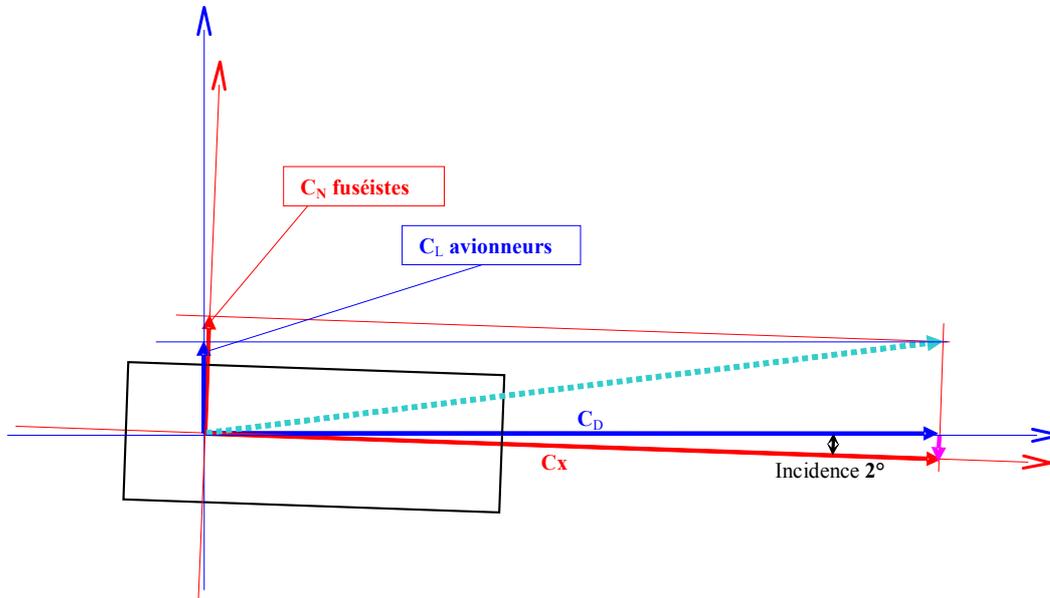
(nous avons volontairement choisi le même C_L dessiné de **0,07**)

Ce qui donne un C_N de **0,077** pour ces 2° d'incidence (chiffre presque inchangé, donc, par rapport au C_L des avionneurs), soit un $C_{N\alpha}$ de **2,20 par radian** pour ce corps à ogive hémisphérique ⁵¹.

Cette nette différence entre les résultats des deux conversions (dans les cas « tête plate » et « tête hémisphérique ») n'est donc due qu'au fait que le C_D de l'ogive à tête hémisphérique est quatre fois moindre que celui de la tête plate (**0,2** contre **0,83**).

⁵¹ Corps à ogive hémisphérique pour lequel [Darling](#) pronostiquerait plutôt un $C_{N\alpha}$ de **2,1**.

Le schéma ci-dessous démontre d'ailleurs graphiquement que la décomposition d'une Résultante aérodynamique générale fortement inclinée en arrière par une forte Traînée (en pointillés bleu clair) produit naturellement une composante verticale C_L (vecteur bleu sur l'axe vertical bleu) visiblement plus faible que la composante normale C_N (vecteur rouge sur l'axe rouge) :



(ce schéma est construit avec une incidence de 2°)

Il est même loisible à chacun de remarquer que la différence entre le C_L et le C_N est le vecteur fuchsia, et que la valeur évidente de ce vecteur fuchsia est :

$$\approx (C_x \text{ ou } C_D) * \sin(\alpha)$$

Et c'est d'ailleurs bien ce produit qui apparaît dans l'équation de conversion :

$$C_N = C_L \cos(\alpha) + C_D \sin(\alpha)$$

...et qui peut y prendre des valeurs numériques significatives pour des incidences α non nulle (or c'est toujours à des incidences non nulles que sont mesurées les caractéristiques de Portance).

On peut d'ailleurs s'en persuader en écrivant directement, à partir de l'équation précédente, le $C_{N\alpha}$ du corps :

$$C_{N\alpha} = C_L \cos(\alpha)/\alpha + C_D \sin(\alpha)/\alpha$$

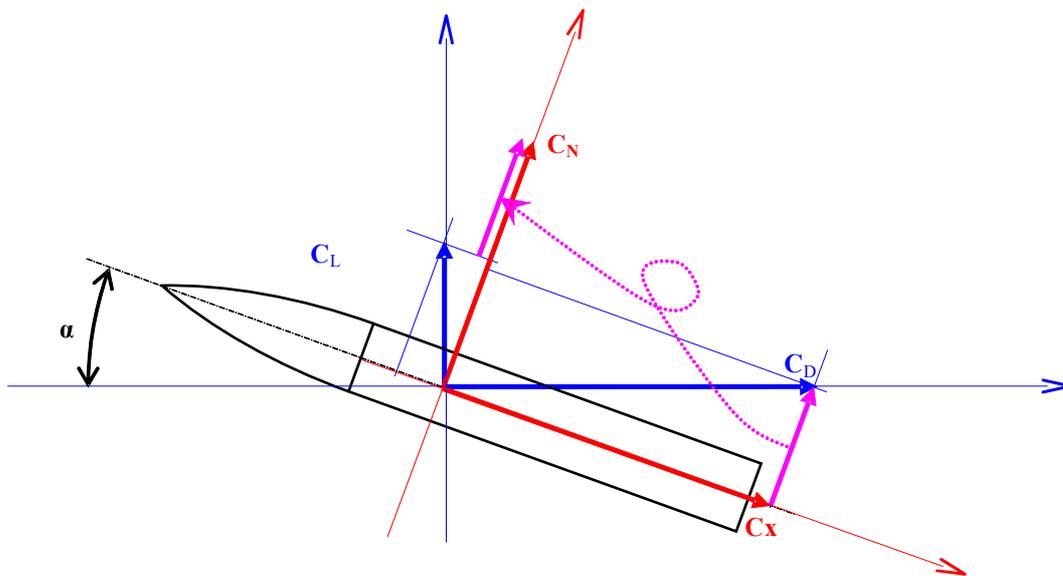
Pour les petites incidences, le cosinus est proche de l'unité, ainsi que le quotient $\sin(\alpha)/\alpha$. Le $C_{N\alpha}$ est donc proche de :

$$C_{N\alpha} \approx C_L \cos(\alpha)/\alpha + C_D$$

Cette dernière équation montre bien le poids relatif du C_D dans le $C_{N\alpha}$, puisque, pour le corps à tête plate ce C_D est proche de 1 (un peu plus faible) et que le $C_{N\alpha}$ est proche de 2 (un peu plus fort)...

La conclusion de cette aparté est qu'en fuséologie, le $C_{N\alpha}$ peut être nettement plus fort, en module que le C_L des avionneurs lorsque la Traînée du corps étudié est forte.

Cette règle transparait encore sur le schéma ci-dessous, où l'on voit que c'est le vecteur fuchsia qui vient en complément de la projection du C_L sur l'axe normal :

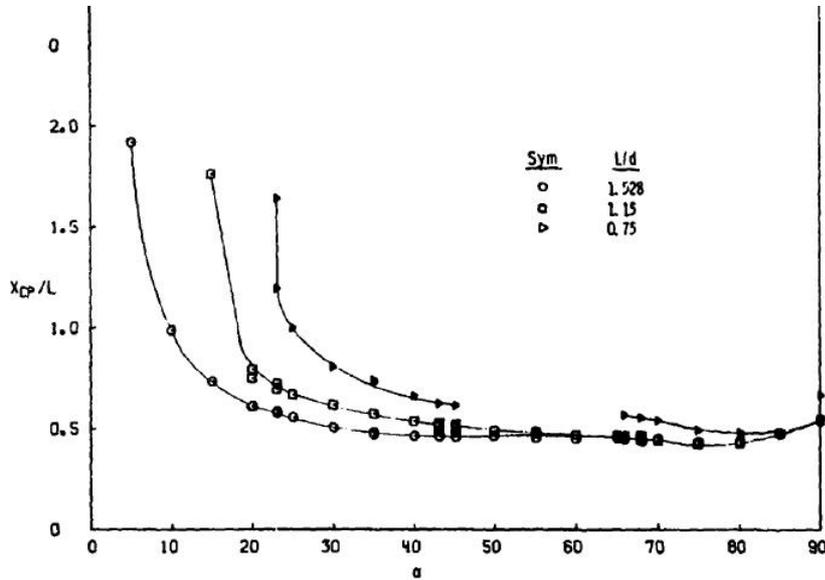


Une façon d'exprimer en mots cette règle serait d'ailleurs de dire :

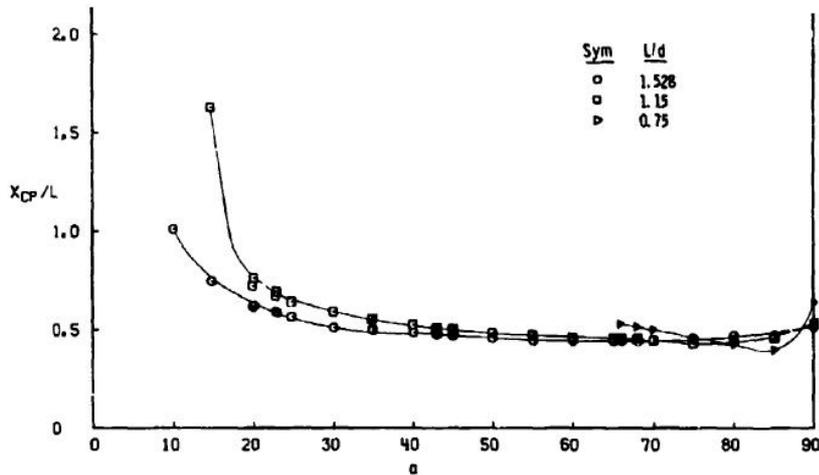
« Le coefficient de Traînée C_D des avionneurs comporte une composante qui peut compter pour le C_N des fuséistes »

Ne terminons pas cette exploitation des diagrammes de Blake et Cunningham, p. 54, sans relever que ces auteurs mesurent, autour de l'incidence zéro, un coefficient de moment C_m nul (mesure effectuée autour du milieu du corps, soit à $2D$ de l'avant). Ceci revient à dire que le CPA de ce corps à tête plate est situé à $2D$ de la face avant. Ceci est assez conforme aux relevés de X_{CPA} de Darling, p. 47, (celui-ci optant pour $2,3D$, à cet élanement de 4).

Après ces rappels, revenons au [Rapport Technique](#) de Rhudy et Baker, qui nous livre la position du Centre de Pression mesurée sur des cylindres à tête plate d'élanement allant de **0,75** à **1,528**, pour deux Reynolds à la vitesse de **Mach 0,4** (ce sont les courbes à marques rondes, représentant l'élanement **1,528**, qui nous intéressent) :



a. X_{CP}/L versus α at $Re_d = 0.5 \times 10^6$
Fig. II-1 Stability Characteristics and Axial Force at $M_\infty = 0.4$



c. X_{CP}/L versus α at $Re_d = 1.0 \times 10^6$
Fig. II-1 Continued

Cette position du CPA est ici comptée vers l'arrière, à partir de la face avant de chaque corps, en référence à sa longueur totale (et non en référence au diamètre).

On remarque p. 60, par exemple sur le premier graphe ($R_e = 0,5 \cdot 10^6$)⁵² que ce Centre de Pression adopte une position en arrière du culot pour les petites incidences (soit sur le graphe un $X_{CPA}/L > 1$).

En référence au diamètre, la position arrière du CPA aux petites incidences est encore plus net : ainsi le CPA à 5° du corps de longueur relative **1,528** est à **2,93 diamètres**, c-à-d ~ 3 **diamètres en arrière de la face avant** (puisque son X_{CPA} vaut **1,92L**).

Ensuite, à mesure que croît l'incidence, le Centre de Pression se rapproche des **50 %** de sa longueur à 90° d'incidence, position que la logique lui assigne par raison de symétrie (cette position proche des **50 %** est d'ailleurs presque acquise dès 50° d'incidence)...

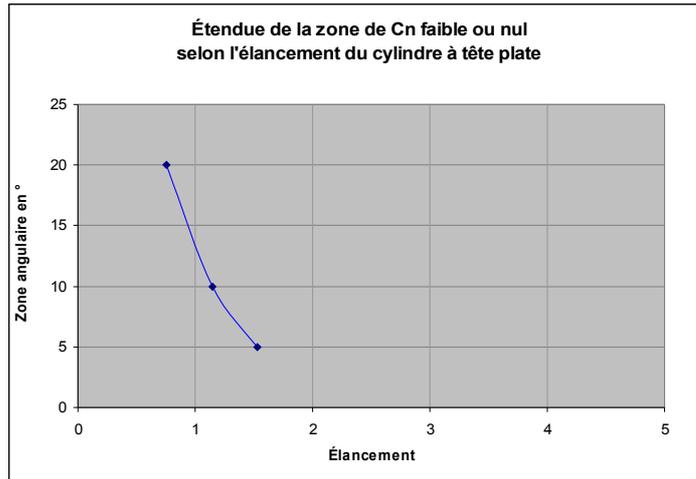
Pour cause de faiblesse du C_N mesuré, les auteurs n'ont cependant pas reporté le X_{CP}/L pour l'incidence 5° sur le deuxième graphique, p. 60, (mesuré au Reynolds supérieur de **1 million**). Ils déclarent, à propos de la faiblesse de ce C_N (voir le graphe déjà présenté p. 51) :

“The normal-force coefficients as a function of angle of attack show a rather unusual trend in that C_n remained essentially zero (within the precision of measurement) until α reached at least 10 deg. The region of zero normal force increased with a decrease in L/d at all subsonic Mach numbers. This trend is probably a result of the flow separation around the cylinder and the location of the flow reattachment, if it occurs at all, on these short cylinders. As L/D was decreased the region of negative pitching moment increased, and the absolute level of the moment was reduced.”

Et plus loin : “Zero or slightly negative normal force was observed for pitch angles as high as 20 deg ($L/D = 0.75$) in the subsonic range.”

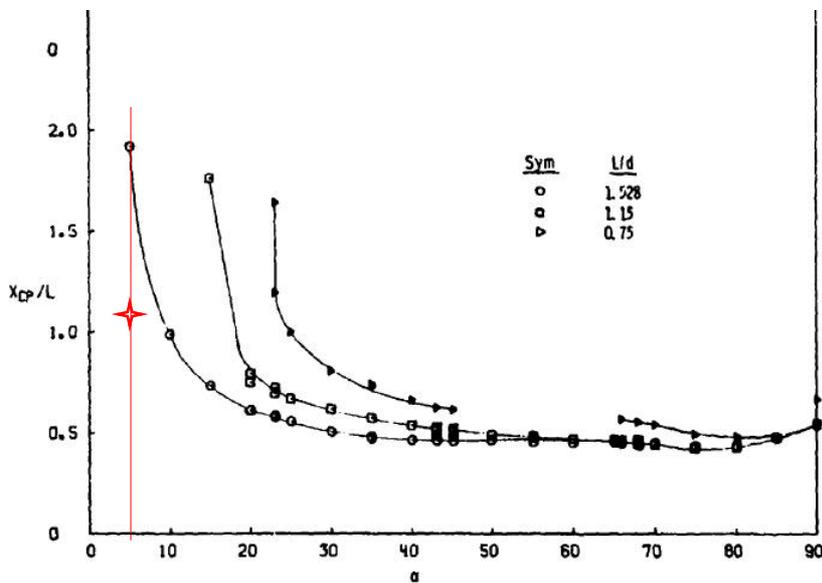
Ces propos étant tenus pour des élancements inférieurs ou égaux à **1,53**, gageons que l'accroissement de l'élancement jusqu'aux valeurs propres aux fusées rendra leur C_N à ces engins pour leur petites incidences ; voici d'ailleurs notre relevé de l'évolution de la zone angulaire de C_N faible ou nul selon l'élancement du cylindre à tête plate (d'après les chiffres donnés par ce texte) :

⁵² Le Re d'une fusée de **0,04 m** de diamètre volant à **250 m/s** atteint **$0,7 \cdot 10^6$** , ce qui se situe entre les deux graphiques...



Il apparaît que pour des éclacements fuséistes usuels, la largeur de cette région devrait tendre vers zéro... C'est sans doute pour cette raison que les tests déjà évoqués concernant le cylindre d'éclatement **2** ne recèlent pas de zone de C_N faible à nul (nous présentons ces tests plus complètement p. 64)...

Rappelons que, nous basant sur les tests du cylindre d'éclatement **2**, nous avons osé évaluer ce Centre de Pression à **2,16 D**, ce qui lui alloue un X_{CP}/L de **1,08** (c'est l'étoile rouge sur l'abscisse **5°** rouge du graphe reproduit ci-dessous) :



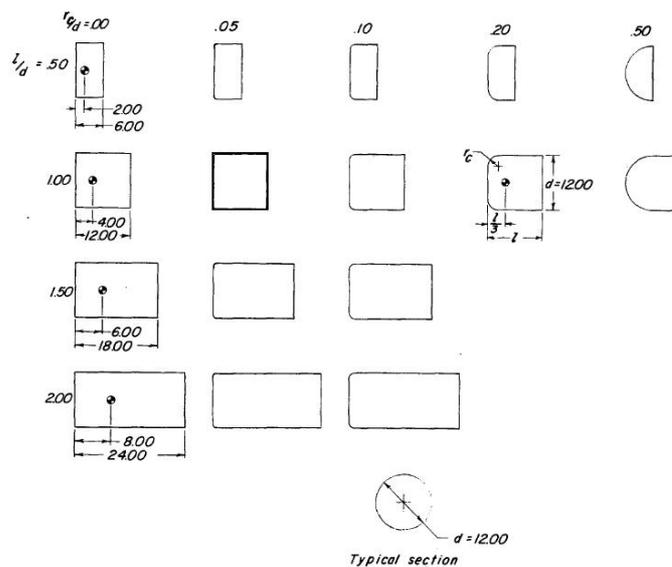
a. X_{CP}/L versus α at $Re_d = 0.5 \times 10^6$
Fig. 11-1 Stability Characteristics and Axial Force at $M_\infty = 0.4$

Cette étoile rouge **{5° ; 1,08}** peut paraître très basse par rapport au point **{5° ; 1,92}** marquant la gauche de la courbe à marques rondes⁵³. Mais c'est pure illusion d'optique car, les éclacements augmentant, tous les X_{CP}/L à **5°** se rapprocheront de l'axe des incidences sur cette verticale rouge, ceci même si leur X_{CPA} absolu demeure à peu

⁵³ Souvenons-nous que ce point représente aussi un X_{CPA} à **2,93 D** en arrière de la face avant.

près constant (ce qui semble devoir être acquis dès que l'écoulement a recollé au corps après la poche d'eau morte).⁵⁴

La [Note Technique D-650](#) de la NASA, utilisée par les auteurs précédents (et donc indirectement par nous pour certaines de nos constatations), rapporte les essais en soufflerie sur des cylindres à tête plate (d'élancements allant de **0,5** à **2**) à arête plus ou moins émoussée (le critère d'émoussement de l'arête étant ici r_c/d , si r_c est le rayon de l'arête et d le diamètre du corps) :



(a) Variation of corner radius and fineness ratio.

Figure 2.- Sketches of models. All dimensions are in inches.

33

⁵⁴ Dans l'absolu, notre calcul place le Centre de Pression à un X_{CP} de **2,16 D** pour le cylindre d'élancement **2** alors que les auteurs du Arnold Engineering Development Center placent ce Centre à un X_{CP} de **2,93 D** pour le cylindre d'élancement **1,528**...

Voici les caractéristiques aérodynamiques relevées sur les cylindres d'élanement 2 selon leur critère d'éroussement r_c/d :

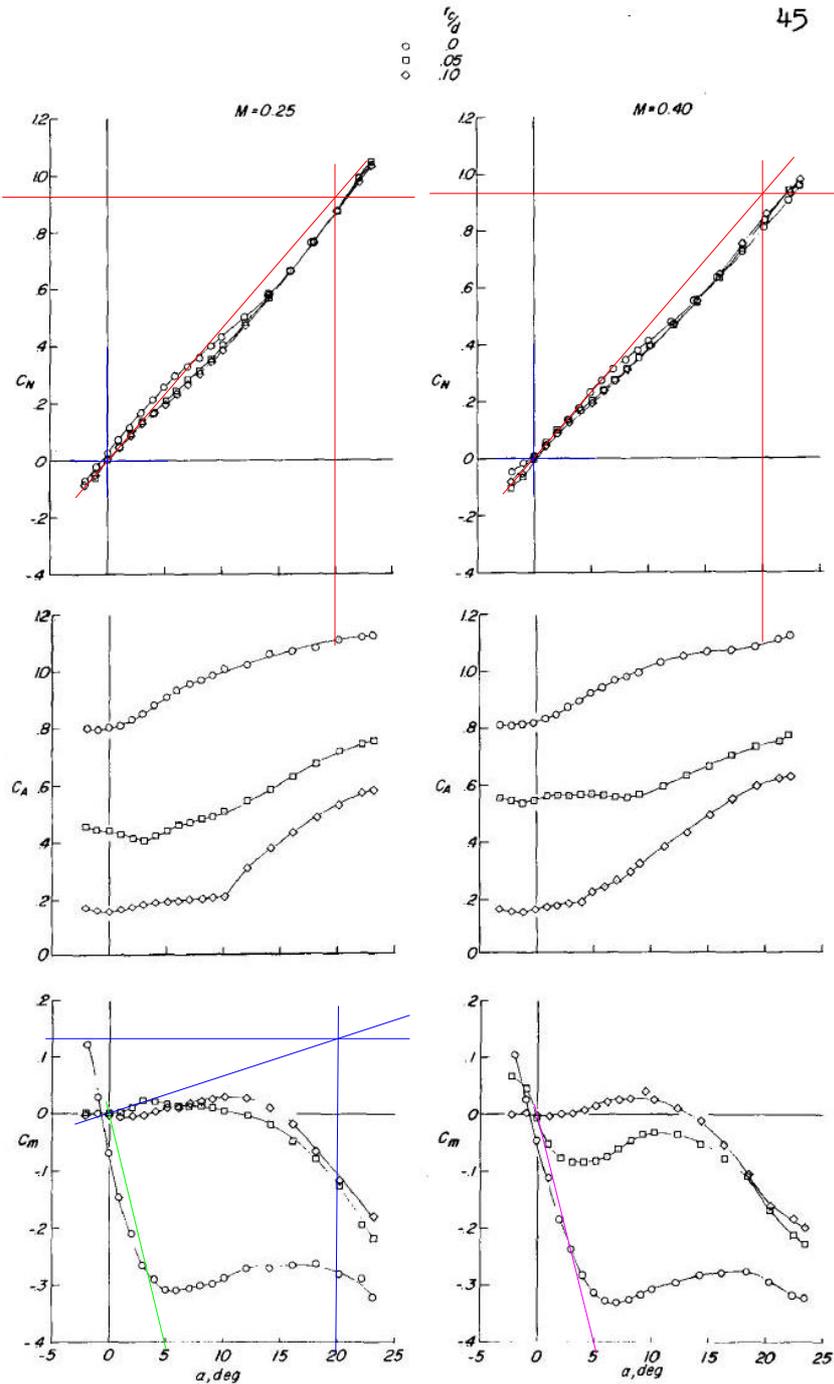


Figure 8.- Effect of corner radius on the longitudinal aerodynamic characteristics of the model with transition strip on and $l/d = 2.00$.

Les auteurs de cette Note Technique précisent que l'accroissement de l'élanement (depuis le disque jusqu'à un élanement de 2) réduit les effets de l'éroussement de l'arête, ce qui explique que les courbes du C_N aux différents r_c/d

soient assez proches ci-dessus, pour l'élanement de **2**.⁵⁵ Ils ne peuvent d'ailleurs faire ce constat que pour le seul C_N , car on remarque sur le graphe du Moment ci-dessus que, même pour cet élanement de **2**, il y a une très forte différence entre les corps à arête parfaitement aiguë et les corps à arête très légèrement arrondie (un r/d de **0,05** correspondant à une arête de rayon **2** millimètres sur un tube de diamètre **40** mm).

Ces tests nous mettent donc en situation de craindre un effet de seuil lié à l'émoussement de l'arête, effet de seuil projetant le X_{CPA} vers la face avant (voir plus bas pour ce cas).

Pour ce qui est du seul C_N , cependant, il est satisfaisant de constater qu'il n'y a pas d'*effet de seuil* séparant la Portance des corps cylindriques élanés d'arête plus ou moins vive. Ceci est important dans la mesure où l'émoussement de l'arête entre la face avant et la partie cylindrique peut se faire sans réelle volonté *aérodynamique* (pour la protection des mains et des visages, pour la pérennité de l'arête elle-même ou parce que la matière utilisée pour la réalisation du fuselage entraîne un défaut d'acuité).

Mais ce qui nous intéresse surtout est la valeur numérique que les auteurs proposent pour le C_N aux petits angles :

Aux deux Mach pratiqués ici, les deux constructions rouges ci-dessus donnent presque le même C_N de **0,93** pour 20° d'abscisse, soit **2,67** pour le $57,29^\circ$ que représente un radian.

Ce C_{Na} de **2,67** semble donc valoir pour cet élanement de **2** (Ces mêmes tests en soufflerie, exploités plus haut, p. 51, dans la [Note Technique D-650](#), nous avait conduit à la valeur **2,44**, pour le même élanement de **2**, mais sur la base du C_N mesuré à 10°).

Nous serons donc tentés d'adopter une valeur du C_{Na} comprise entre **2,44** et **2,67** pour les élanements usuels de nos fusées...

Le même texte donne aussi, on l'a vu, une représentation du Coefficient de Moment C_m .

Ce Coefficient de Moment permet le calcul du X_{CPA} ; mais sa sensibilité à l'acuité de l'arête de la tête (que nous évoquions à l'instant) est dérangeante. Mémorisons que le X_{CPA} calculé pour l'arête vive (relevés de pente de C_m couleur vert fluo) se situe à \sim **2,4 Diamètres** en arrière de la face plate⁵⁶.

Dans le cas où, du fait d'un émoussement de l'arête, il y a annulation du coefficient de moment, le même calcul place le X_{CPA} à $2/3$ de diamètre de l'avant du corps (cas où il n'est donc mesuré aucun moment au centre des moments), ou même à la moitié du diamètre ($X_{CPA} = D/2$) (lorsqu'il existe un léger moment positif) (construction bleue sur les moments)...

⁵⁵ "Increasing the fineness ratio of the bodies [jusqu'à l'élanement 2, donc] reduced the effect of corner radius on the aerodynamic characteristics."

⁵⁶ Le centre des moments du corps d'élanement **2** se situant à son premier tiers, la distance du CP à la face avant est donnée en diamètres par la formule : $1/3 (2) - C_m/C_n$ (le C_m étant ici négatif)...

Cette valeur de $X_{CPA} = D/2$ est d'ailleurs est la plus avant (la plus déstabilisante, donc, pour la fusée) qu'indiquent les tests en soufflerie que nous connaissons.

Notons que l'augmentation du Nombre de Mach de l'écoulement (diagramme de droite pour **M 0,4**) pérennise la situation arrière du X_{CPA} , même pour un taux d'arrondi de l'arête de **0,05**, aux alentours de **2,4 Diamètres** (construction fuchsia). Ce fait est relevé par différents auteurs...

De ce point de vue, d'ailleurs, il pourrait être intéressant de savoir si une tête creuse ou légèrement concave ne susciterait pas le même C_N qu'une tête plate à l'arête vive...

Rappelons encore que lorsque, pour une certaine plage de nombre de Reynolds ou pour cause de non-acuité de l'arête, le Moment garde des valeurs très faibles ou légèrement positives, le X_{CPA} s'en trouve rehaussé et c'est cette valeur déstabilisatrice du X_{CPA} qui devra être adoptée...

La conclusion de notre dépouillement des tests en soufflerie de corps d'élancements allant jusqu'à **2** est donc que le C_{Na} d'une tête plate de fusée n'est pas loin de **2,5** et que ce C_{Na} peut être appliqué sécuritairement de **2,5** à **0,5 Diamètres** en arrière de ladite tête plate (dans le sens d'une sécurité croissante).
Lorsque l'arête bordant la tête plate est parfaitement aiguë, ou que la vitesse augmente, le point d'application du C_{Na} adopte une position arrière de **2,5 Diamètres**.

Que le Centre de Pression d'un cylindre à tête plate d'élancement **2** puisse être à ce point en arrière de lui-même signifie, nous l'avons déjà dit, qu'un tel cylindre sera statiquement stable en tant que projectile ou si on le laisse tomber tête plate vers le bas⁵⁷. En effet son Centre des Masses ne peut être que placé dans sa longueur (pour un corps homogène, il est au milieu de sa longueur).

Cette constatation est sans aucun doute à l'origine de ce curieux brevet F42B 10/02, 30/06, dénommé « Projectile à balistique contrôlée » dont la demanderesse soutient fort logiquement que la tête plate ne peut relever de la Théorie des Corps Élançés.

Ladite demanderesse propose alors de stabiliser des projectiles subsoniques ("de vitesse choisie avantageusement entre **60** et **120 m/s** et très préférentiellement de l'ordre de **100 m/s**) en leur donnant une forme cylindrique à tête plate, creuse ou à

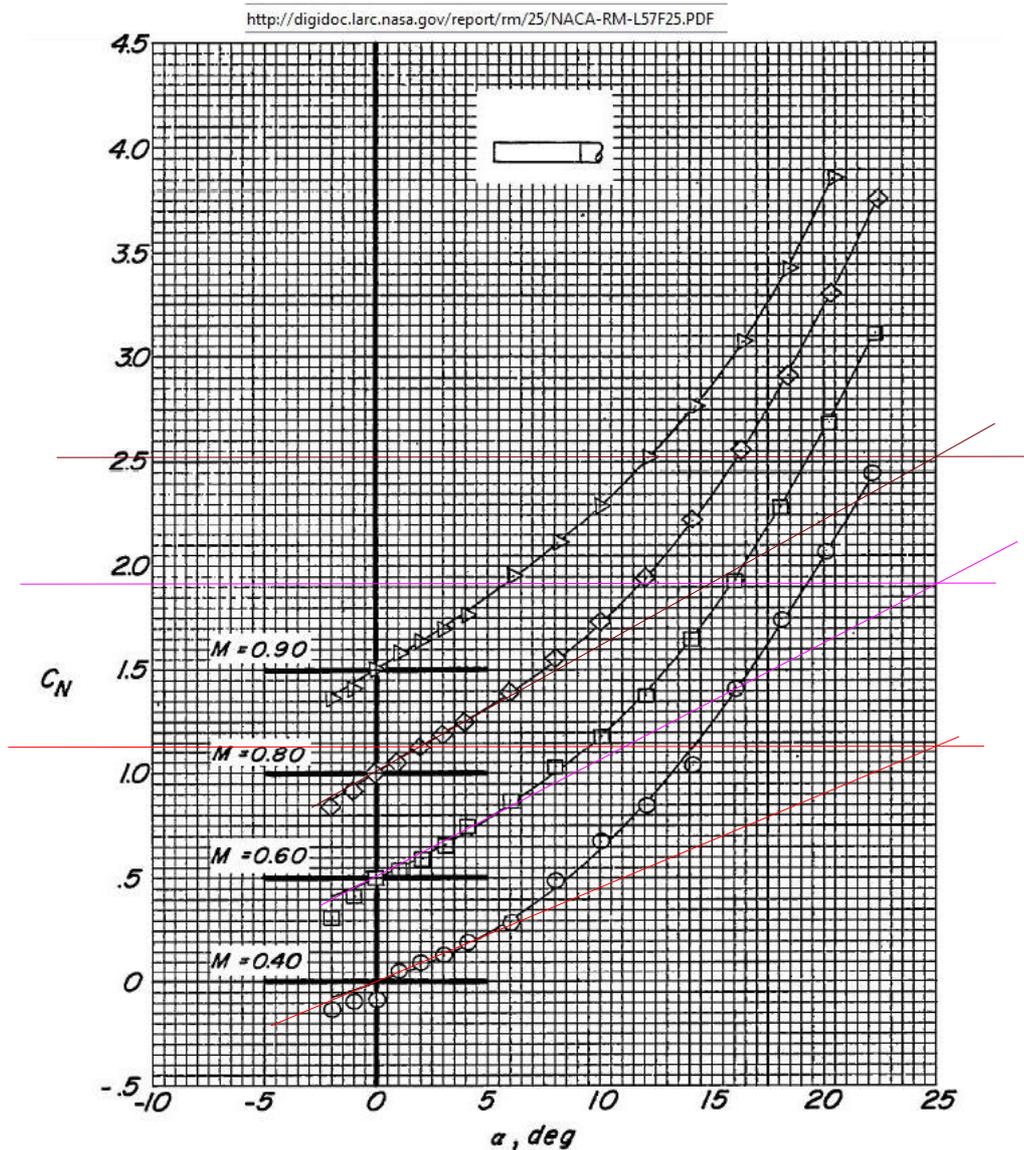
⁵⁷ Sera-t-il dynamiquement stable ?, c'est une autre question, car l'on sait d'une part que sa marge statique doit être suffisante pour que son incidence reste dans les limites de l'expérience (disons **10°**) et d'autre part que toute stabilité nécessite un certain amortissement. Par exemple, le cône de rétreint seul est statiquement stable, mais il est l'objet d'un "anti-amortissement" qui le fait puiser de l'énergie de rotation dans son mouvement de retour au neutre (voir notre texte [AÉRODYNAMIQUE DU FUSELAGE SEUL](#)).

concavité sphérique, leur élancement étant choisi "entre **1** et **3** et très avantageusement de l'ordre de **2,5**".

Quant au Centre des Masses du projectile, il doit être situé "approximativement dans les deux tiers avant de la munition, préférentiellement dans la moitié avant [...], et même très avantageusement, pour avoir une bonne stabilité, dans le premier tiers. "

Ouverture de nos réflexions aux corps cylindriques à tête plate d'élanement plus "fuséistes"

Nous avons consacré beaucoup de ce texte à l'étude des tests en soufflerie de ces corps de très faible élanement ; ceci parce que nous disposons de rapports les concernant et également parce qu'il nous semble que l'essentiel des phénomènes qui s'installent autour des têtes plates prennent place dans les 2 ou 3 diamètres de leur longueur.



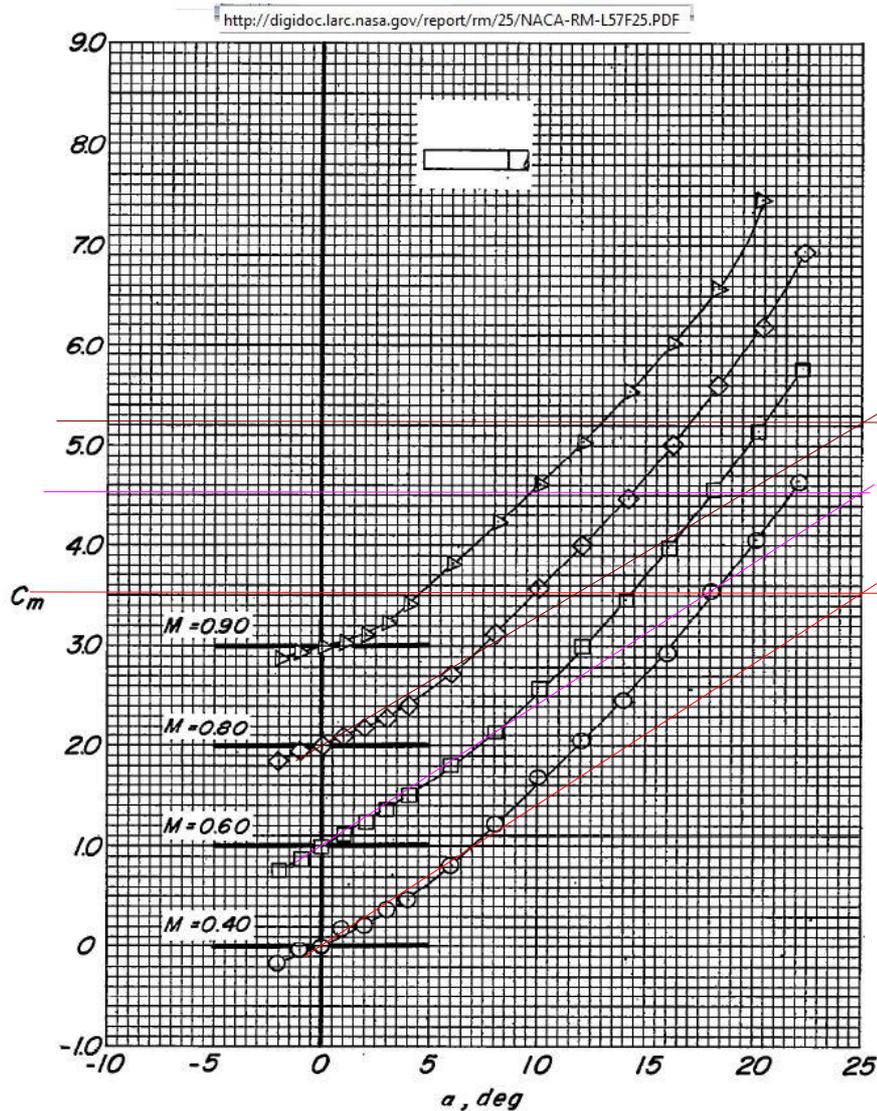
(a) $r = 0.00$ inch.

Figure 4.- Variation of C_N with angle of attack.

Mais, à notre grand intérêt, le mémorandum [NACA RM L57F25](#), d'Edward C. Polhamus relate les tests de corps de révolution d'élanement total **10,94** et de nez évoluant depuis la tête plate jusqu'à l'hémisphère.

Ce mémorandum est pour nous l'occasion de confronter les résultats dégagés ci-dessus sur des corps à tête plate beaucoup plus courts.

Voici le relevé des caractéristiques aérodynamiques du cylindre à tête plate d'élancement **10,94** à divers nombres de Mach subsoniques :



(a) $r = 0.00$ inch.

Figure 5.- Variation of C_M with angle of attack.

Ces tests mesurent donc sur le cylindre à tête plate, à **Mach 0,4**, un C_{Na} de **2,842** (construction rouge) et **3,39** à **M 0,6** (construction fuchsia).

De même ils mesurent un C_{m_a} de **8,067** à **Mach 0,4** (et peu différents aux autres Mach).

Le quotient du C_m par le C_N de ce corps à tête plate d'élanement **10,94** indique alors, en respect des protocoles de mesures adoptés, que le $C_{N\alpha}$ de **2,842** s'applique à un X_{CPA} de **3,40 Diamètres** de la face avant. Entourons ce résultat :

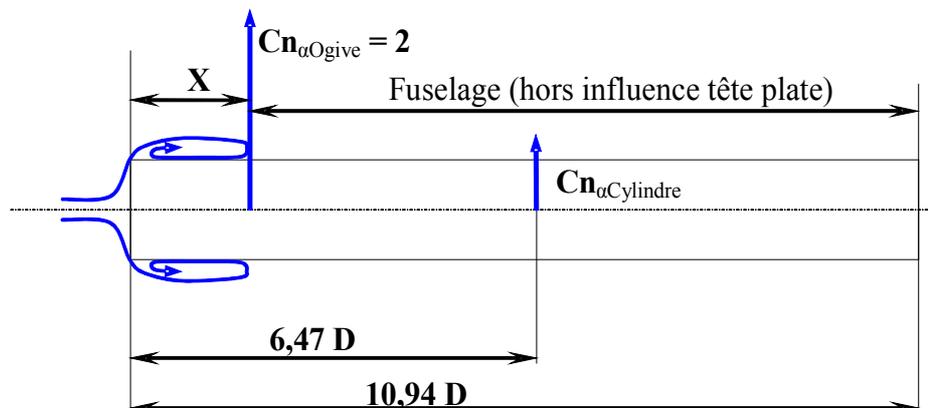
Les tests en soufflerie indiquent que le $C_{N\alpha}$ d'un corps à tête plate d'élanement **10,94** vaut **2,842** à **M 0,4** (et **3,39** à **M 0,6**) et s'applique à un X_{CPA} de **3,40 Diamètres** de la face avant à **Mach 0,4**.

Ces valeurs du $C_{N\alpha}$ et du X_{CPA} pour ce corps d'élanement **10,94** sont un peu fortes par rapport aux valeurs précédemment établies par nous sur des corps d'élanements **1,53** ou **2** ($C_{N\alpha}$ proche de **2,5** pouvant être appliqué de **2,5** à **0,5 Diamètres** en arrière de la tête plate.

Cet excès de $C_{N\alpha}$ et le report du X_{CPA} vers l'arrière sont-ils dus à la Portance développée par le fuselage cylindrique prolongeant la tête plate ?

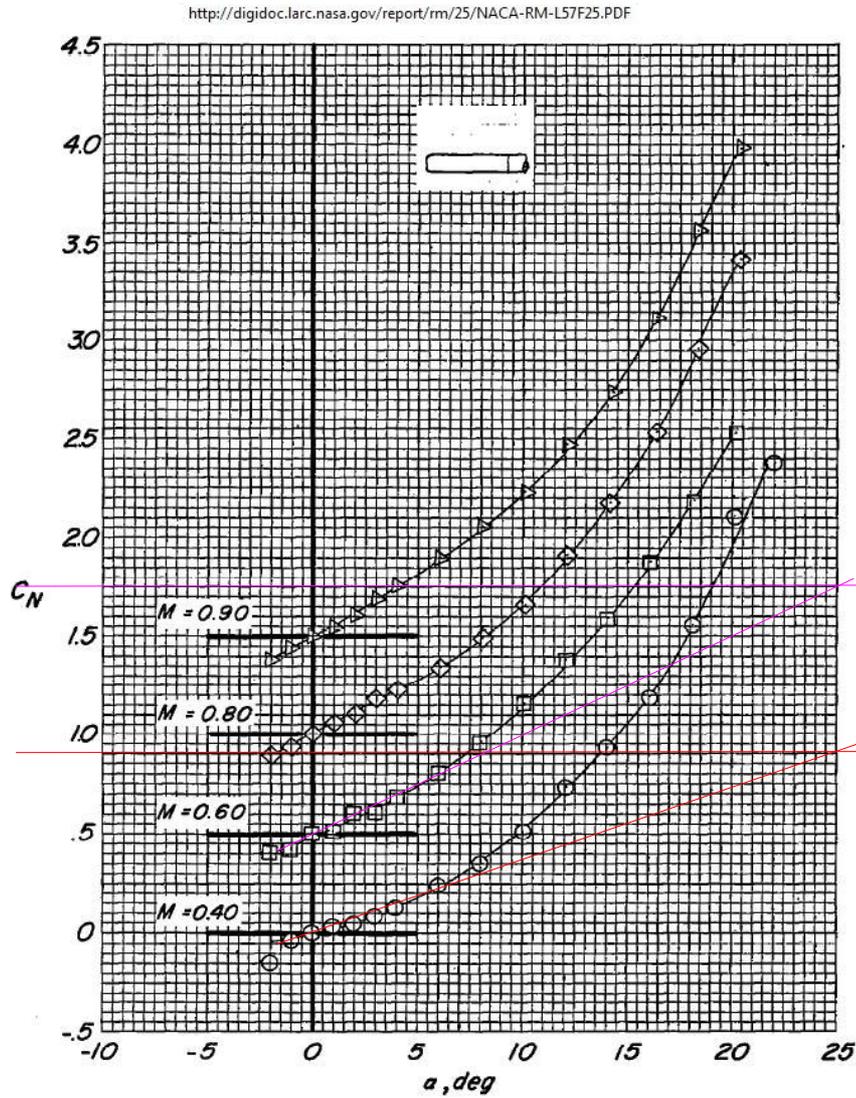
Ce fuselage développe certainement une certaine Portance, même si celle-ci est nettement plus faible que celle de l'ogive à tête plate qui la précède.

Cependant, dans le cas présent, l'imputation d'une certaine Portance au fuselage prolongeant la poche d'eau morte n'apporte pas une localisation différente du X_{CPA} , ceci parce que la poche d'eau morte créée par la face plate place le milieu de la partie *banale* du fuselage à $(2 + 10,94) D/2 = 6,47$ de la face avant, c-à-d à peu près au point de mesure des moments situé à $(0,57 * 10,94)D = 6,23$:



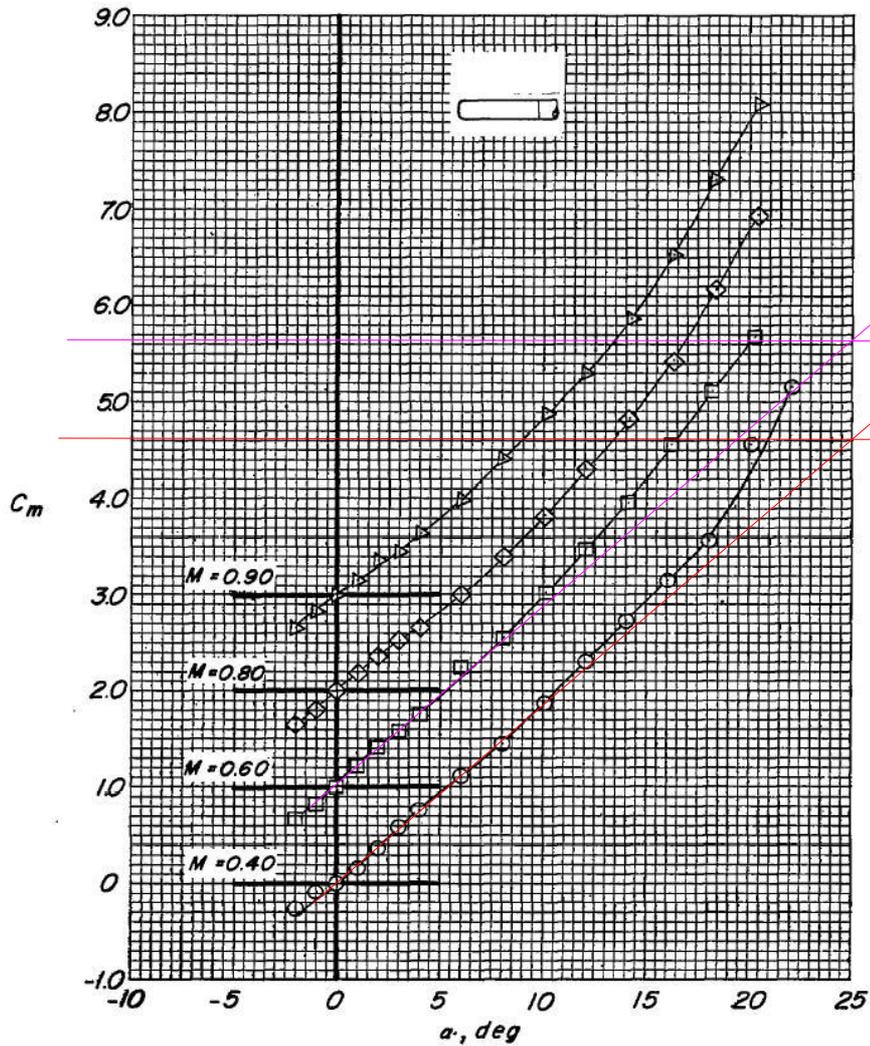
Il nous faut donc admettre pragmatiquement le positionnement du X_{CPA} à **3,40 Diamètres**, sauf à appliquer la Portance banale du fuselage plus en avant que nous désirons le faire.

Le même texte donne les valeurs de C_N et de C_m pour le même corps d'élanement **10,94** mais arborant une arête notablement émoussée (de rayon valant **0,2** fois celui du cylindre, ce qui rendrait le quart de tore de l'arête tout à fait visible sur une fusée) :



(b) $r = 0.50$ inch.

http://digidoc.larc.nasa.gov/report/rm/25/NACA-RM-L57F25.PDF



(b) $r = 0.50$ inch.

Figure 5.- Continued.

Les valeurs relevées par nous du C_N à **0,9** et du C_m à **4,62** (les deux pour 25° , constructions rouges) portent le $C_{N\alpha}$ à **2,06** et le X_{CPA} à **1,1 Diamètre**.

L'imputation à la partie du cylindre non concernée par la poche d'eau morte, à supposer que la longueur de celle-ci soit diminuée par l'émoussement de l'arête, tendrait à diminuer quelque peu ce $C_{N\alpha}$ et à avancer également le X_{CPA} de la seule tête plate.

Nous vérifions cependant que cet émoussement notable du cylindre à tête plate amoindrit légèrement son $C_{N\alpha}$ et avance légèrement son X_{CPA}

Il y a cependant des raisons de penser qu'un moindre émoussement n'aurait pas d'action aussi significative...

Pour le même corps notablement émoussé, l'augmentation de la vitesse de l'écoulement à **M 0,6** (courbes ci-dessus toujours) hausse le $C_{N\alpha}$ à **2,89** et place le X_{CPA} à **2,57 Diamètres**, ce qui lui fait reprendre grosso modo le $C_{N\alpha}$ et le X_{CPA} du corps à arête parfaitement vive (relevé à l'instant à **2,84** et **3,4 Diamètres**), confirmant que la montée en vitesse pérennise la projection du Centre de Pression vers l'arrière par l'arête de la tête plate, qu'elle soit aiguë ou légèrement émoussée...

La position entre **3,4** et **2,57 Diamètres** du Centre de Pression pour ce corps d'élanement **10,94** à arête parfaitement vive restent assez conformes à celles prédites par le diagramme de Darling, p. 47.

Nous mettrons à l'épreuve ces propositions de caractéristiques sur des corps plus complexes un peu plus bas.

Nous avons eu la curiosité d'effectuer dans notre soufflerie pédagogique des tests portant sur divers cylindres à tête plate. L'un de ces tests est particulièrement parlant ; il montre qu'une boîte de Pringles suspendue à un fil est stable pour une position très arrière de ce fil (**1,17 calibres**, photo ci-dessous) :



À **1,28 calibres**, ce corps est encore stable pour les petits angles d'incidence, mais les turbulences de notre soufflerie ne tardent pas à le chasser de cette zone de stabilité pour le mettre en travers...

Ce test a donné lieu à une [vidéo](#)).

Ces valeurs de **1,17** et **1,28** du X_{CPA} peuvent être jugées un peu "avant" par rapport aux valeurs observées sur le dernier corps d'élanement **10,94** à tête plate, mais l'élanement très peu supérieur à **3** de la boîte de Pringles place celle-ci très près de la partie quasi verticale du diagramme de Darling, p. 47, partie qui constitue évidemment une zone d'indétermination maximum.

Notes sur le Cx de la tête plate :

Les expériences menées sur des cylindres à bouts plats suspendus magnétiquement dans une veine de soufflerie nous livrent des informations que leurs auteurs présentent comme pouvant être définitives sur le Cx du cylindre à bouts plats.

Il faut remarquer à ce sujet que les tests pratiqués couramment en soufflerie nécessitent toujours que le modèle testé soit tenu en place dans le flux d'air par un organe mécanique. La plupart du temps, cet organe est un dard, placé axialement au culot, même s'il a pu être occasionnellement remplacé par un jeu de câbles ou d'autres dispositifs.

Or la présence de ce dard entache de doutes les mesures des pressions existant sur ce culot dans la mesure où l'on ne peut être sûr que l'écoulement ne s'organise pas autour de ce dard d'une façon ne correspondant pas à l'écoulement sur un culot libre.

De même, l'utilisation de câbles (ou autres dispositifs) pour la contention du corps modifie forcément l'écoulement autour et en aval de leur point d'accrochage sur ledit corps)...

Dans la pratique, donc, il est assez difficile d'avoir des certitudes sur la valeur de la Pression existant au culot de corps tels que nos fusées.

À ce problème ancien, les essais en soufflerie de corps sustentés magnétiquement apportent une solution fort élégante. Le [texte déjà cité](#) de la JAXA rapporte, par exemple, une de ces séries d'essais.

En premier lieu, les résultats de ces tests ne montrent pas la corrélation escomptée entre le Nombre de Reynolds et le Cx total de cylindre à bouts plats d'élançant allant de **4,13** à **8,13** (mais les auteurs admettent que cette corrélation est du même ordre de grandeur que la précision de leurs mesures ⁵⁸) :

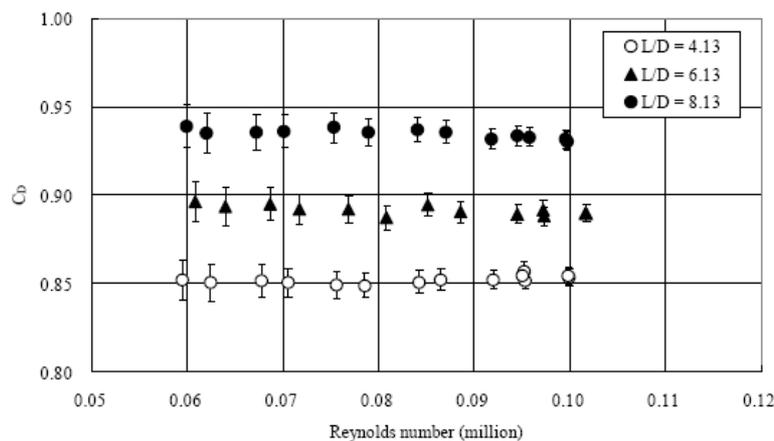


Fig. 8 Drag coefficient versus Reynolds number at 3 large fineness ratios.

http://www.ecs.syr.edu/faculty/higuchi/Papers/AIAA05_1078MagSusCylNum2.pdf

⁵⁸ "but the expected amount of variation within this Reynolds number range is of the same order as the uncertainty of measurement."

Rappelons que le Nombre de Reynolds que créent les vols de nos fusées en subsonique (disons à la petite vitesse de $V = 100 \text{ m/s}$, ou 360 Km/h), pour une ogive d'un diamètre maximum de $0,05 \text{ m}$ est :

$$R_e = 70\,000 * 100 * 0,05 = 350\,000 \text{ soit } 0,35 \text{ millions}^{59}.$$

Ce Reynolds place nos fusées très à droite du tableau ci-dessus. Néanmoins ce type de relevé effectué sur des corps sans liaison matérielle avec la planète est le seul dont nous disposons...

L'évolution du C_x du cylindre à bout plat dans un écoulement de Reynolds de $0,1 \text{ million}$ (c-à-d un peu trop faible pour nos fusées) est représentée ci-dessous :

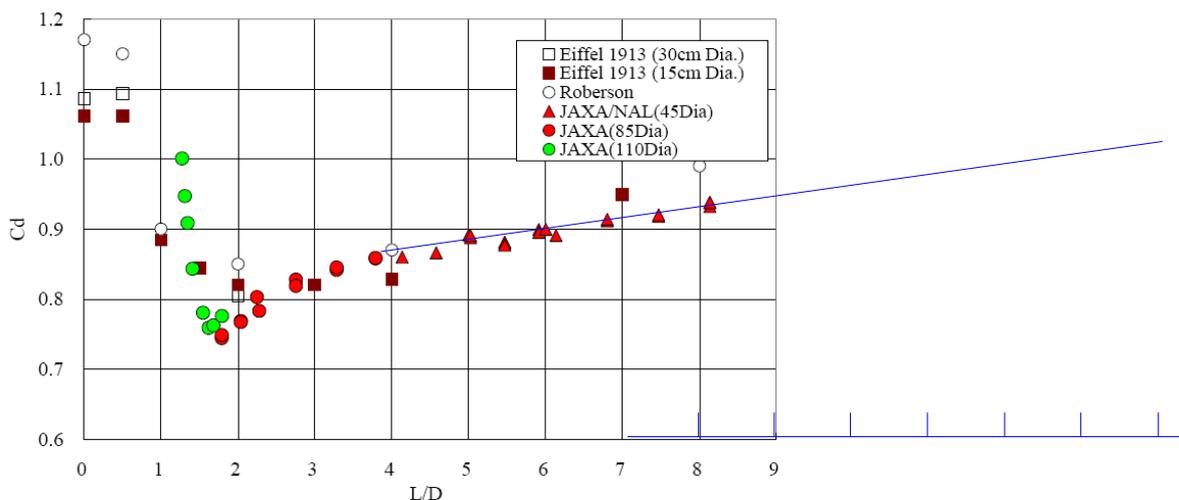


Fig. 10. Drag coefficient variations with fineness ratio (The present data are all at $Re_D=1 \times 10^5$)

http://www.ecs.syr.edu/faculty/higuchi/Papers/AIAA05_1078MagSusCylNum2.pdf

Il s'agit du C_x total (C_x de pression sur la face avant, de friction sur la surface cylindrique et de culot).

Nous avons prolongé la courbe des points triangulaires vers les élancements fuséistes usuels (selon la pente suggérée par ce graphe et qui est d'ailleurs celle donnée pour la friction dans la figure ci-dessous)⁶⁰.

Les auteurs décomptent de la façon suivante les différentes composantes de ce C_x :

⁵⁹ Nous utilisons toujours la formule simplifiée $R_e = 70\,000 \text{ VD}$ donnant le nombre de Reynolds (près du sol), en référence au diamètre du corps.

⁶⁰ ...ceci bien que le C_x de culot doive diminuer légèrement à mesure que le C_x de l'avant du corps augmente.

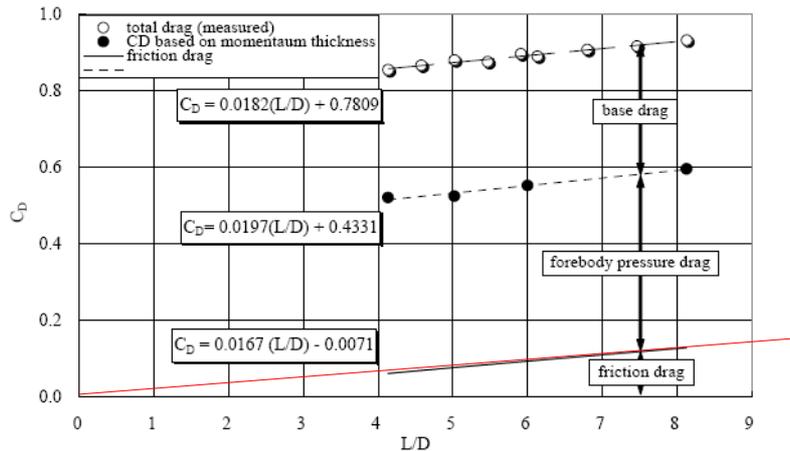


Fig. 9. Drag coefficient based on momentum thickness versus fineness ratio
(simple line fit is also given.)

http://www.ecs.syr.edu/faculty/higuchi/Papers/AIAA05_1078MagSusCylNum2.pdf

La friction sur les parois du cylindre, calculée par la formule empirique classique) est ici décomptée en considérant qu'elle commence après la poche d'eau morte (à partir de **1,5 Diamètres** de longueur, donc)⁶¹.

Le tracé rouge, effectué par nous, montre cependant que cette friction est à peu près proportionnelle à la longueur du corps, et donc à sa surface, pour un diamètre donné.

Il apparaît alors que le **C_x** de Pression et de friction de la seule tête plate (considérée comme se prolongeant sur **1,5 Diamètres**) ne se monte alors qu'à **~0,46** ("forebody pressure drag" ci-dessus).

C'est beaucoup moins que ne l'indiquent tous les textes que nous exploitons ci-dessous, textes basés d'ailleurs sur des Reynolds beaucoup plus forts de **0,5 à 1 million** (et il est admis que l'augmentation du Reynolds résulte en une baisse du **C_x** de Friction)...

Hoerner lui-même, dans son [texte essentiel](#), assignait à la seule face plate avant un **C_x** de **0,65**⁶².

Toujours sur cette question, les auteurs de [Drag coefficients of cylinders magnetically supported in axial flow](#) proposent la comparaison entre la courbe du **C_x** complet d'Hoerner pour des cylindres à faces plates (généralement admise pour ce genre de corps) ("curve fit by Hoerner") et leurs propres mesures réalisées en suspension magnétique (triangles noirs) :

⁶¹ "The skin friction drag was simply estimated from the empirical formula for the flat plate turbulent boundary layer (1/5th power to the Reynolds number based on the length.). Here, the separated flow at the front corner is considered to attach at 1.5 diameter downstream, based on the oil flow visualization [...]."

⁶² ...graphique de la page 49 de l'édition française.

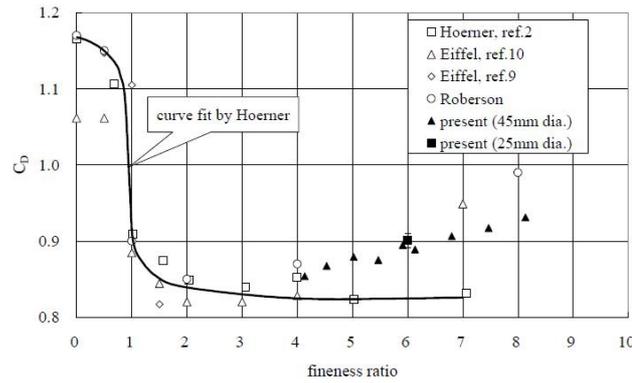


図15 円柱細長比に対する抗力係数変化

(Figure 15 Drag coefficient versus fineness ratio)

Drag coefficients of cylinders magnetically supported in axial flow

澤田秀夫¹, 樋口 博², 岡益徹也³, 須田信一⁴
 Iiido Sawada, Hiroshi Higuchi, Tetsuya Kunimatsu, Shinichi Suda

Pour un élanement fuséiste un peu court de **8**, on peut noter qu’Hoerner minimise le **C_x** de **0,1** ce qui n’est pas rien.

Il y a donc là matière à réflexion, puisque le même Hoerner (qui ne disposait pas de tests effectués en sustentation magnétique) avait majoré le **C_x** de la seule tête plate de **~0,19** (ainsi que nous l’avons écrit ci-dessus d’après les dires des auteurs de la JAXA) : c’est donc d’un total de **0,29** qu’il faut apparemment augmenter le **C_x** de culot.

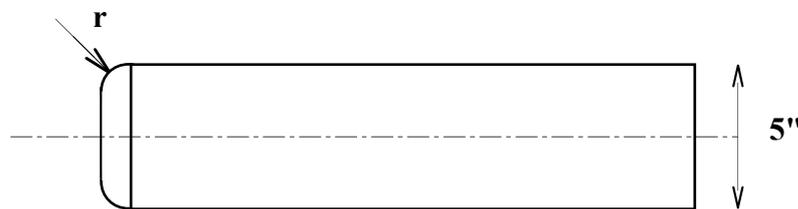
Autrement dit, pour les auteurs japonais de la JAXA, le **C_x** total d’un cylindre à faces plates d’élanement **8** serait de **0,93** et se décomposerait en **0,46** pour l’avant-corps (tête plate + les premiers **1,5** calibres du cylindre), **0,126** pour la friction des derniers **6,5** calibres du cylindre + **0,344** pour le culot, soit :

$$C_{x\text{complet}} = 0,93 = 0,46 + 0,126 + 0,344$$

...ceci au lieu de **0,83 = 0,65 + 0,126 + 0,054** pour Hoerner)⁶³.

On voit que la différence est importante pour le **C_x** de culot (d’un facteur **6**).

Le [NACA Research Memorandum L57F25](#) (déjà exploité par nous) donne, quant à lui, des informations sur le **C_x** à zéro degré d’incidence d’un corps de révolution d’élanement total **10,94** et doté d’ogives de *rayon d’arête r* différents :



...le rayon d’arête **r = 0"** dessinant alors une ogive en tête plate :

⁶³ Nous avons, dans ces deux sommations, repris la même valeur du **C_x** de friction.

<http://dgidoc.larc.nasa.gov/report/rm/25/NACA-RM-L57F25.PDF>

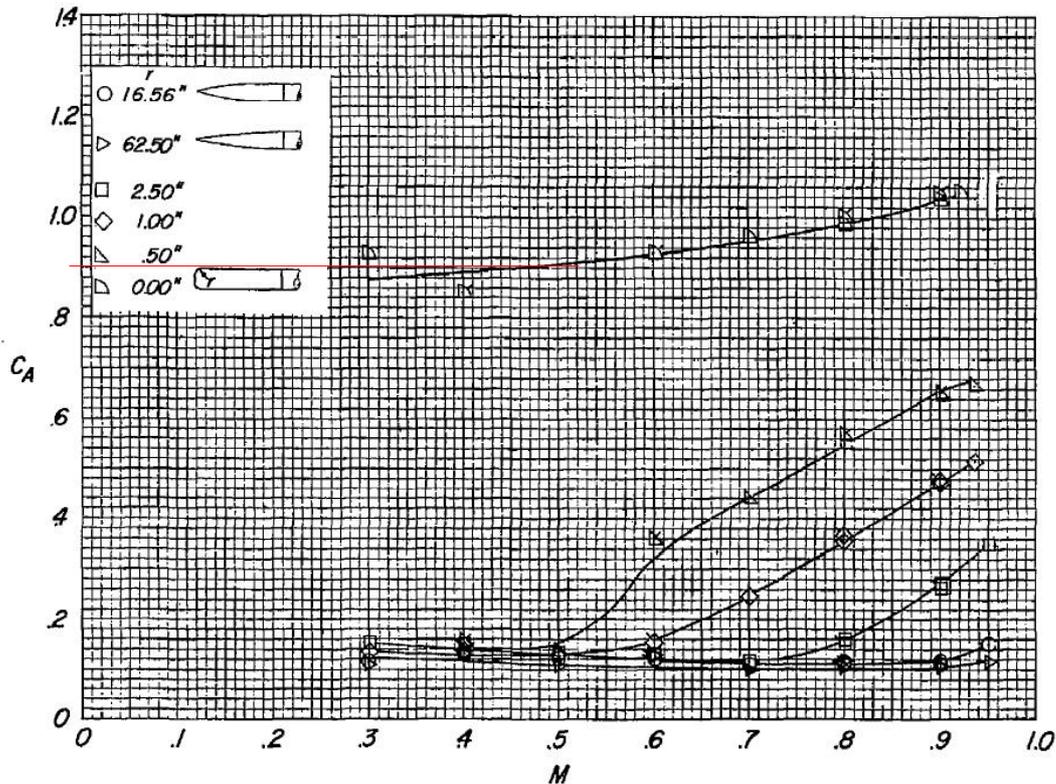


Figure 7.- Effect of nose shape on variation of C_A with Mach number. $\alpha = 0^\circ$.

Noter que ces chiffres intègrent la friction sur tout le corps, mais pas la traînée de culot ...

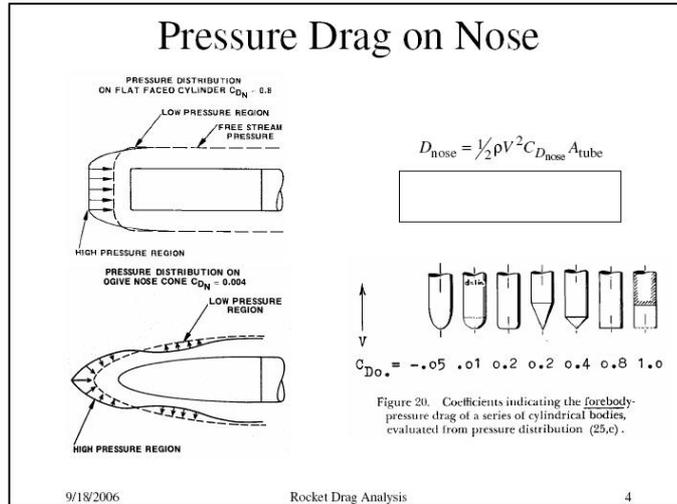
L'ogive à tête plate à arête vive (courbe à marques en quart de camembert au-dessus des autres) arbore un C_x de **0,9** à **Mach 0,5**.

La soustraction du C_x de friction (que le rapport précédent de la JAXA nous permet de calculer à **~0,176**) nous conduit donc à un C_x d'avant-corps de **0,72**.

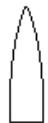
Remarquons que lorsque l'arête est émoussée jusqu'à un rayon valant le $1/10^{\text{ème}}$ du diamètre, le C_x se maintient étonnamment faible jusqu'à **M 0,5** (ce phénomène devant être très dépendant du Reynolds)...

Ces relevés recourent le tableau réalisé par Rocket Drag Analysis qui professe, pour le C_x de pression d'une tête plate une valeur supérieure de **0,8** à celle attribuée au C_x d'une ogive plus classique (parabolique ?) dont on sait qu'elle vaut quelques centièmes seulement ⁶⁴ :

⁶⁴ L'auteur donne une valeur négative à cette ogive plus classique, mais c'est la différence des deux C_x qui nous intéresse.



John S. DeMar relate dans un texte presque homonyme : Model Rocket Drag Analysis les mesures de Cx effectuées par lui dans une petite soufflerie :

Nose Cone Shapes	Model #	C _d
	2A	0.68
	2B	0.80
	2C	0.75
	2D	0.68
	2E	1.49
2A (and all others)		

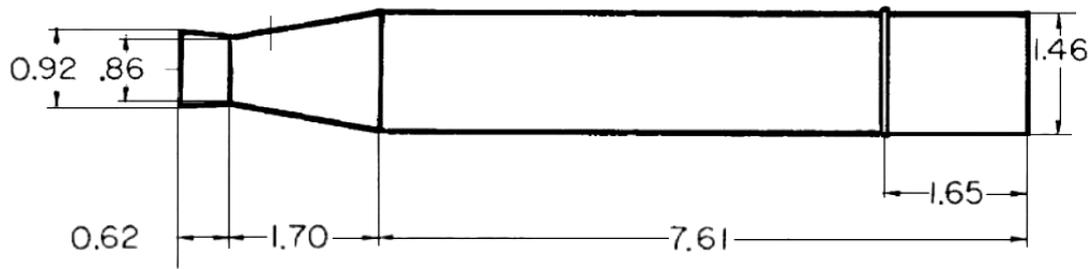
Afin de limiter l'influence de la friction, tous les modèles d'ogives présentaient à peu près la même surface mouillée (c'est pourquoi ogive hémisphérique et tête plate apparaissent "rehaussées")...

La colonne de gauche expose le coefficient de Traînée des modèles de fusée complets ; c'est donc encore la différence entre les différents C_d qui nous intéresse :

La tête plate affiche alors un Cx propre de **0,8**...

MISE EN PRATIQUE DE CES VALEURS DU C_N ET DU X_{CP}

Le [TECHNICAL MEMORANDUM X-580](#) de la NASA donne les résultats de tests pratiqués en subsonique et hypersonique sur le modèle de booster suivant :



Model without external fittings and engine fairings.

Dimensions shown in inches

Ce booster (dans notre langue nous dirions plutôt "ce premier étage") a été testé à tous les angles d'incidence. Mais ce qui nous intéresse surtout sont les tests à incidence très faible et au nombre de Mach minimum de **M 0,6** (ce qui est un peu fort pour nous, mais constitue quand même une référence intéressante) :

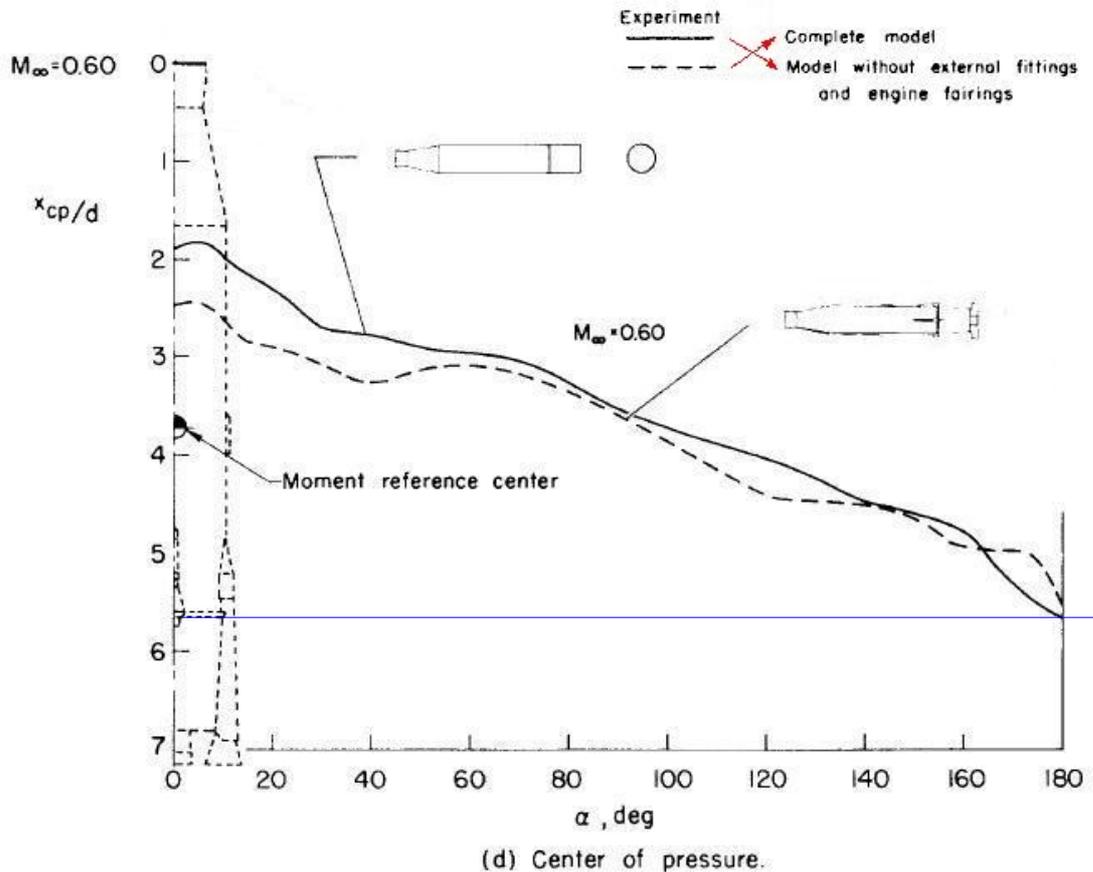


Figure 20.- Concluded.

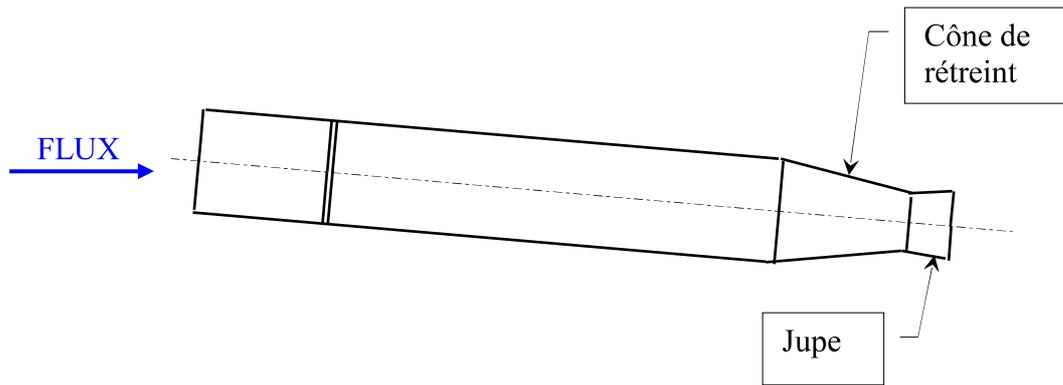
Image recadrée par nos soins

Sur l'image, c'est la courbe en trait fort qui nous intéresse et plus particulièrement son extrême droite, pour l'incidence de **180** (la courbe en traits interrompus courts (ou pointillés) représente le modèle avec toutes ses protubérances ; nous avons corrigé en rouge l'erreur de la légende supérieure) ⁶⁵.

À cette incidence de **180°** (qui fait que ce booster se rapproche d'un cylindre à tête plate) le **CPA** est placé par les tests à **5,64 D** du haut (droite bleue). Ledit booster mesurant **6,8 D** de haut, le même **CPA** se trouve à **1,16 D** de la tête plate.

Le plus troublant, cependant, est que le cône supérieur du booster (qui se trouve à l'aval dans la configuration tête plate qui nous intéresse) apporte classiquement, en tant que rétreint, une déportance déstabilisatrice qui doit avancer le **CPA** de la seule tête plate. :

⁶⁵ On sait que la NASA commet parfois des erreurs plus ou moins graves ; mais quel organisme se targuera de n'en commettre que de bénignes ?

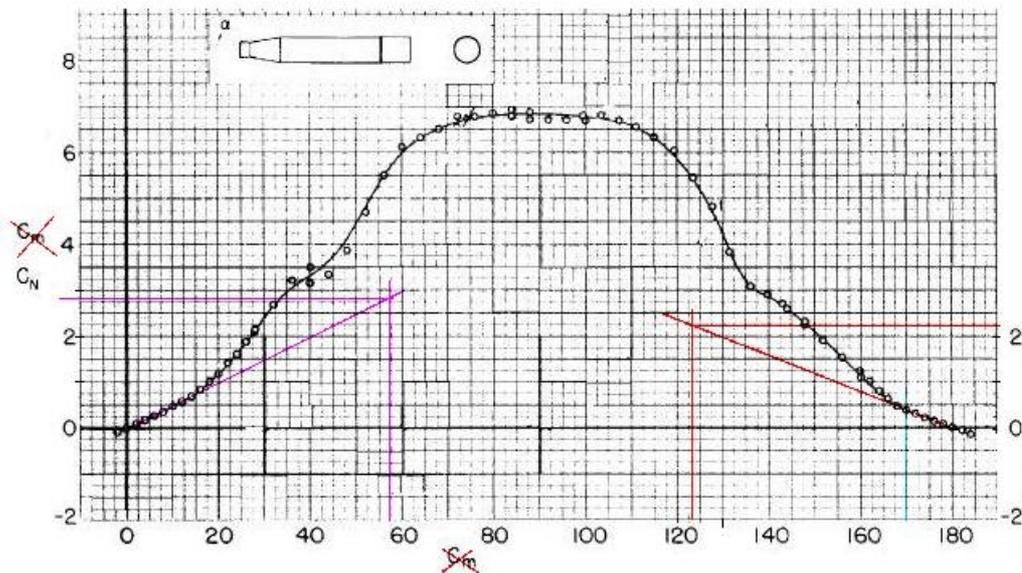


Par contre la petite jupe de culot doit apporter une certaine stabilisation.

Les mêmes tests en soufflerie donnent la valeur du coefficient de Force Normale C_N .

Mais pour compliquer les choses le rédacteur du texte a inversé les titres et légendes des C_m et C_N sur ses graphiques. Nous nous sommes laissé prendre à ce piège dans la première rédaction de ce texte (appelée alors LA THÉORIE DES CORPS ÉLANCÉS ET LES OGIVES QUI N'EN RELÈVENT PAS) : nous prions nos lecteur de nous en excuser⁶⁶.

Cette confusion corrigée : Voici donc, le Coefficient de Force Normale C_N , mesuré à M 0,6.



(b) C_N vs α ; $M_\infty = 0.60$

Figure 9.- Continued.

(cette image a été recadrée par nos soins)

Du côté gauche du graphe, position où le corps se présente cône d'ogive en avant, nous observons que la pente à l'origine (construction fuchsia) est de l'ordre de **2,8 /radians**.

⁶⁶ Il faut se persuader du fait que même les collaborateurs d'une institution aussi prestigieuse peuvent être auteurs de bévues...

Il apparaît donc que le C_{Na} d'une telle ogive fortement épatée (elle porte une sorte de groin de porc) dépasse nettement celui d'une ogive classique, à savoir **2** : il y a bien, du fait de la présence de cette face plate qui sert d'étrave au booster, une exacerbation de l'écoulement et de la Force Normale recueillie sur le cône et peut-être même sur la partie cylindrique qui le suit immédiatement !

Mais revenons-en au problème de la "tête plate" : c'est bien à **180°** d'incidence, c.-à-d. à droite sur le graphe, que le booster présente ladite tête plate face au courant d'air...

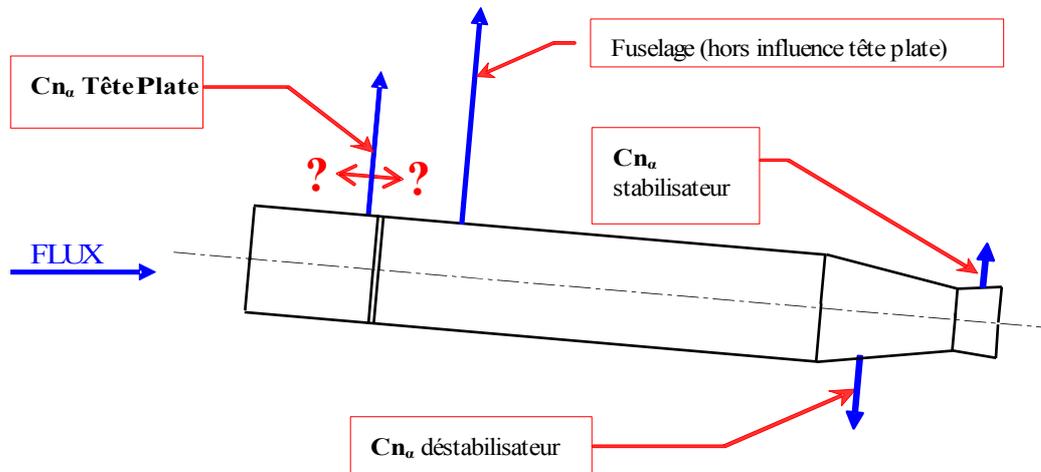
Que vaut alors la pente locale C_{Na} du C_N par rapport à l'incidence α ?

La tangente à la courbe à cette abscisse de **180°** que nous avons tracée (en rouge) sur ce [même graphe](#) ne nous semble pas trahir la forme de la courbe sur les **10** premiers degrés...

Nous trouvons alors à cette tangente une pente de **2,2** par radian !

Ce C_{Na} de **2,2** est celui du booster complet, c.-à-d. qu'il représente le cumul des C_{Na} de tout le corps : la tête plate, ainsi que le rétreint tronconique et la petite jupe quasi-cylindrique terminale.

Reprenons le schéma du booster :



Le cône de rétreint développe un C_{Na} déstabilisateur (négatif), alors que la petite jupe stabilise légèrement le booster par son propre C_{Na} .

La méthode classique des Barrowman alloue au cône un C_{Na} de rétreint de **- 1,3** (assez important donc), alors que la petite jupe est censée en posséder un (positif) de **+ 0,1**.

Il en découle qu'il faut attribuer au C_{Na} de la seule tête plate du booster une valeur de **2,2 + (1,3 - 0,1) = 3,4** pour que le C_{Na} du booster complet soit de **2,2** (tel que mesuré en soufflerie)...

D'autre part, on peut tirer du graphe déjà présenté p. 81, l'information que le CPA du booster complet est mesuré en soufflerie à **1,16 D** en arrière de la tête plate.

La position du CPA propre de la tête plate découle alors du simple bilan des moments, du moins si l'on considère que les CPA propres du rétreint et de la jupe terminale sont situés assez précisément par la Théorie des Corps Élanés.

En effet, la position **X** de ce CPA propre doit vérifier l'équation :

$$2,2 * 1,16 = 3,4 * X - 1,3 * 5,74 + 0,1 * 6,59$$

(5,74 et 6,59 étant les positions du CPA propre du rétreint et de la jupe terminale, calculées par nous d'après la théorie)

Il s'en suit que **X** vaut **2,75 diamètres** (abscisse donnée en arrière du plan de la tête plate).

Cette position du CPA propre de la tête plate s'impose donc si l'on considère comme valable les C_{Na} prédit par la Théorie des Corps Élanés pour le rétreint et la petite jupe terminale.

Mais en fait, il est plus probable que le cône de rétreint comme la petite jupe terminale développent une portance beaucoup plus faible que les Barrowman le prédisent, ces deux surfaces portantes étant noyées dans les turbulences et la couche limite du fuselage cylindrique qui les précède...

La comparaison (déjà présentée) entre les Portances locales théoriques et les Portances réellement relevées par Upson and Klikof sur un modèle de dirigeable nous a éclairé sur cette diminution pratique des C_{Na} des rétreints, ou du moins sur la distribution des forces normales qui les suscite :

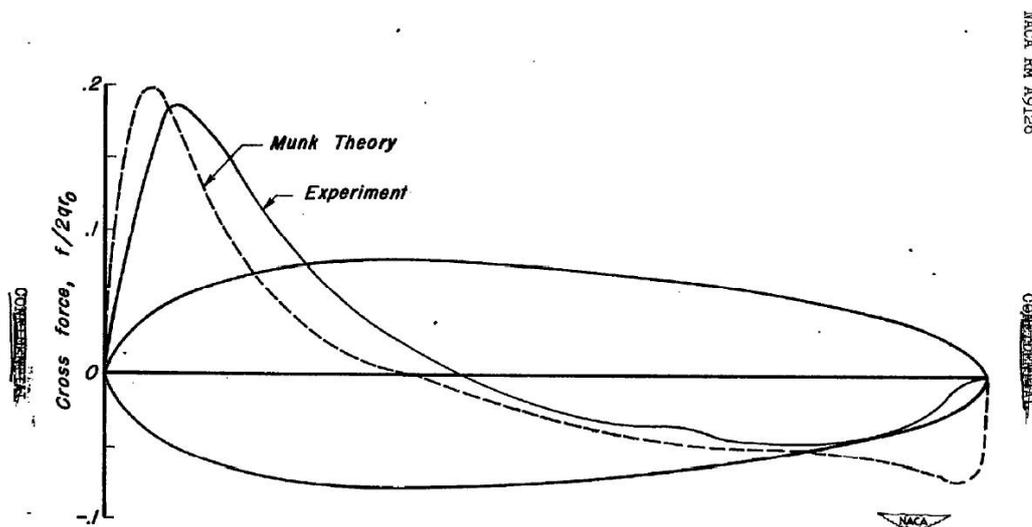


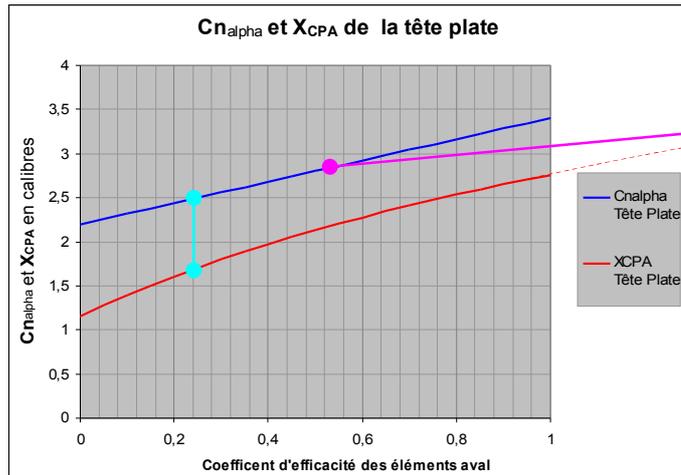
Figure 5.- Calculated and experimental cross-force distribution on a model of the semi-rigid airship, RS-1.

Les C_{Na} du rétreint et de la jupe sont donc probablement notablement plus faibles que la théorie le prédit, et ceci d'autant plus qu'ils se trouvent passablement en aval de l'écoulement...

Et si ces $C_{N\alpha}$ sont plus faibles (surtout celui, prédominant, du rétreint) cela va conduire à une baisse du $C_{N\alpha}$ propre de la tête plate ainsi qu'à une baisse de son X_{CPA} .

Dans la pratique, en se basant sur un certain coefficient d'efficacité des deux surfaces portantes terminale du booster, il est fort possible de calculer analytiquement, par l'équilibre des moments, la valeur du $C_{N\alpha}$ et du X_{CPA} de la seule tête plate (ces valeurs étant liées par couple, et attachées à une valeur du coefficient d'efficacité des deux surfaces portantes terminales du booster).

Nous l'avons fait ci-dessous :



Les deux courbes (bleu : $C_{N\alpha}$ et rouge : X_{CPA}) partagent les mêmes ordonnées. À l'extrême droite, on retrouve bien le $C_{N\alpha}$ de **3,4** et le X_{CPA} de **2,75** (correspondant à un coefficient d'efficacité unitaire).

À l'extrême gauche, on retrouve bien le $C_{N\alpha}$ de **2,2** et le X_{CPA} de **1,16** correspondant à un coefficient d'efficacité nul (ce sont ces deux valeurs qu'on a mesurées la soufflerie).

Entre ces extrêmes, la courbe bleue est rectiligne et la rouge est une hyperbole.

Ces courbes d'évolution décrivent-elles un paysage séduisant ?

Pour le juger, nous avons reporté en fuchsia, sur leur courbe respective, le couple de valeurs tirées p. 70 des tests en soufflerie du cylindre d'élanement **10,94** à arête parfaitement vive, à savoir $C_N = 2,84$ et $X_{CPA} = 3,4$ D.

Nous avons également relié ces deux points par le segment fuchsia dont l'utilité va apparaître dans les lignes suivantes.

Il apparaît malheureusement, que cette dernière valeur de **3,4** devrait être tracée trop à droite de notre graphe.

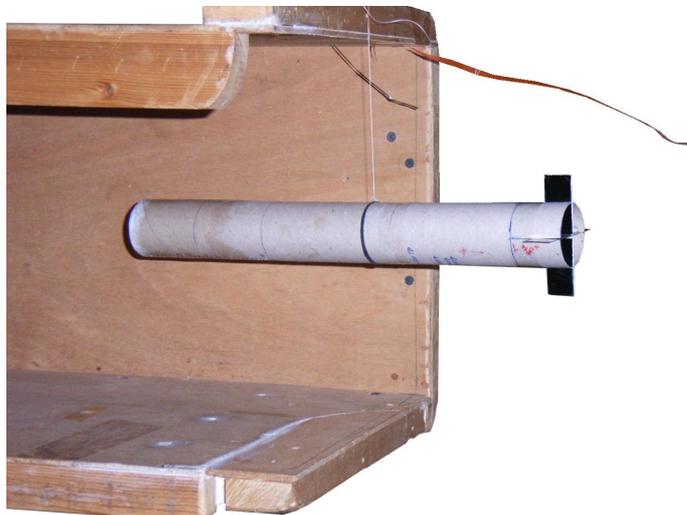
En bleu clair, nous avons reporté, toujours sur leur courbe respective, un couple de valeurs mnémotechniques ($C_{N\alpha}$ **2,5** à **1,65D**). C'est ce type de résultat que nous cherchions : le segment bleu clair reliant ces deux points se présente comme vertical. Reconnaissons néanmoins que ce couple de valeurs implique un coefficient d'efficacité des jupes et rétreints décidément trop faible.

Notre graphique nous suggère néanmoins qu'une tête plate pourrait développer un C_{Na} de **3,2** placé à **2,5 diamètres** de sa face avant (en prenant **0,8** comme coefficient d'efficacité du rétreint et de la petite jupe).

MISE EN PERSPECTIVE DE CES VALEURS DU C_{Na} ET DU XCPA :

Il est donc patent que l'exploitation de ces différentes sources nous conduit toujours, pour la tête plate, à des C_{Na} de **2,4** à **2,8**, placés à une distance de **2,4** à **3,4 diamètres** de la face avant.

Ces valeurs sont d'ailleurs nettement plus fortes que celles que nous avons eu l'immodestie de recueillir dans notre propre soufflerie artisanale :

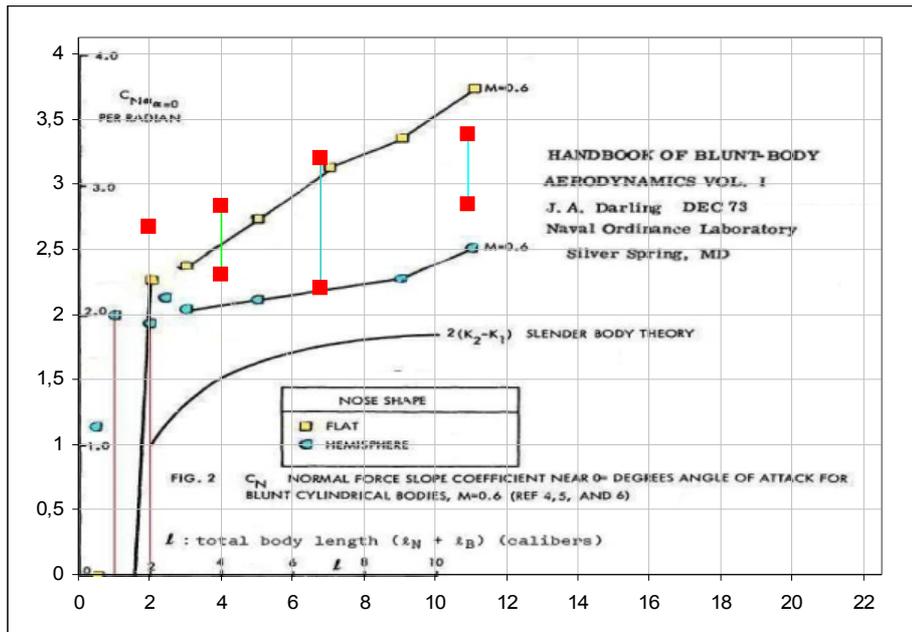


Nous avons en effet dégagé un C_{Na} de **1,85** à **2,76** appliqué à **1,42** calibres du point d'arrêt)⁶⁷.

Nonobstant ces mesures sujettes à caution (ne serait-ce qu'à cause du Reynolds à laquelle elles ont été effectuées), reprenons tous les chiffres que nous avons tirés des textes professionnels et plaçons-les dans les paysages que dessinent les deux graphiques déjà montrés de [Darling](#). Voici d'abord cette mise en perspective pour le C_{Na} :

Cylindre à bouts plats en incidence, Booster Atlas.xls », dans Aérodynamique.

⁶⁷ Voir à ce sujet notre texte : [ESSAIS DANS NOTRE SOUFFLERIE DE CORPS ÉLANCÉS OU NON.](#)



Nos chiffres sont représentés par les marques carrées rouges. Ils sont à confronter avec la courbe de Darling reliant les marques jaunes.

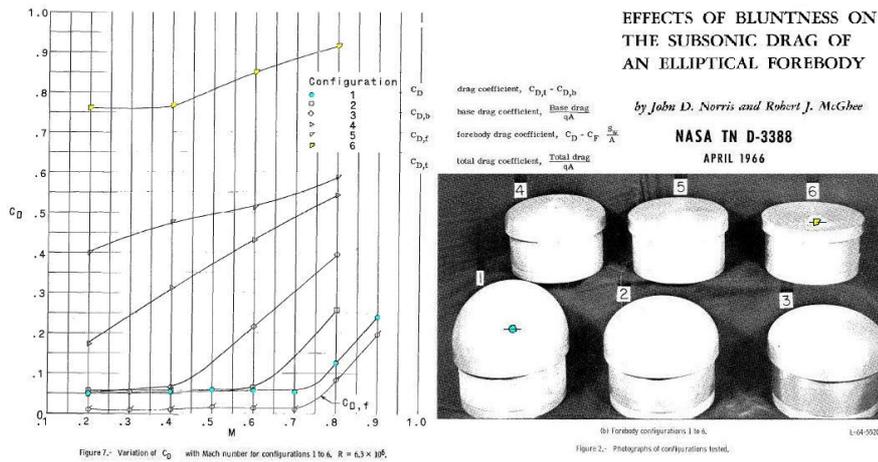
Les deux marques à l'élanement total de 4, reliées par un trait vert, représentent le $C_{N\alpha}$ mesuré par [Blake et Cunningham](#) à 2 et 4° d'incidence.

Les deux marques à l'élanement 6,8 représentent le $C_{N\alpha}$ du [booster genre Atlas](#) au complet (2,2) (vraiment trop faible) ou lorsqu'on le minore comme nous l'avons fait des effets aérodynamiques de son rétreint et de sa petite jupe (en adoptant un coefficient d'efficacité de ces éléments de 0,8) : cette minoration nous apparaît ici comme validée.

Les deux dernières marques à droite sont les mesures du $C_{N\alpha}$ effectuées par [Polhamus](#) sur le corps à tête plate d'élanement 10,94 à M 0,4 et M 0,6 : cette dernière marque est la plus haute, plus proche de la courbe de Darling.

L'écart entre les mesures à ces deux Mach cautionne néanmoins une influence des effets transsoniques à ce Mach de 0,6 qu'on aurait pu juger suffisamment loin de la vitesse sonique...

Pourtant, le diagramme (déjà présenté) des Coefficient de Traînée sur des corps à ogive elliptique allant de l'hémisphère à la tête plate annonce bien que le C_x connaît sa crise à partir de 0,4 (marques jaunes) :



Toujours pour ce corps à tête plate d'éclatement **10,94**, la croissance du C_{Na} à **M 0,4** jusqu'à celui à **M 0,6** (d'un facteur **1,2**) semble d'ailleurs relativement bien prédite par la transformation de Prandtl–Glauert :

$$C_{NaM 0,6} = C_{NaM 0,4} , \text{ avec ici } M = 0,6.$$

La même transformation paraît un peu moins pertinente pour le saut de C_x .

D'un façon générale, la courbe noire dessinée par Darling pour relier ses marques jaunes prédit un C_{Na} valant :

$$C_{Na} = 2,25 + 0,165 (\acute{E}l - 2)$$

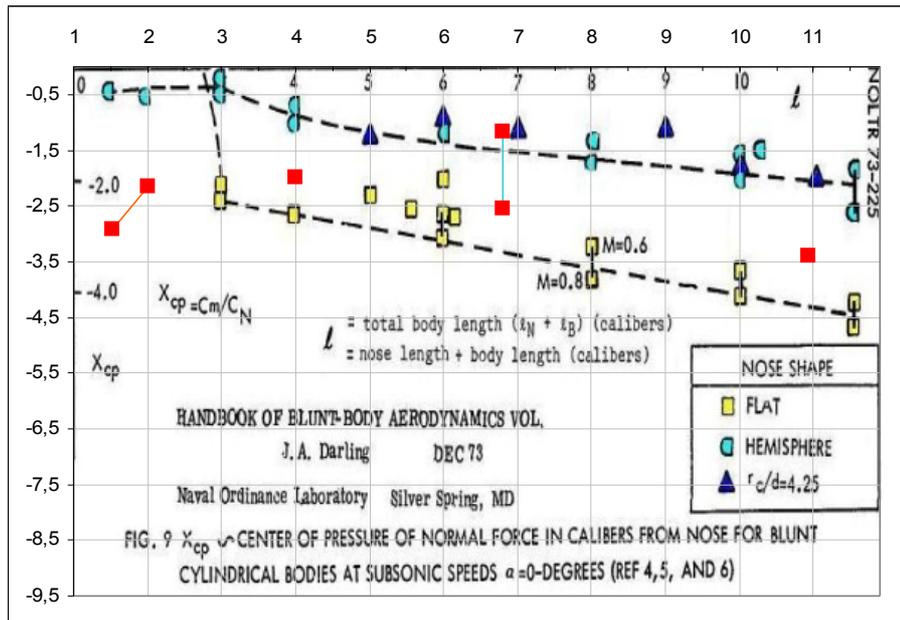
...ou évidemment : **1,92 + 0,165 $\acute{E}l$**

($\acute{E}l$ étant l'éclatement total du corps)

Cette équation permet donc d'intégrer aux calculs ce que nous avons appelé ailleurs *la Portance Linéaire du fuselage* (voir notre [texte](#) à ce sujet)⁶⁸. Remarquons que ce taux de Portance du fuselage de **0,165** est plus de trois fois plus fort pour cette tête plate que pour la tête hémisphérique (où il vaut **0,05**) ; l'influence de l'écoulement sur la tête plate semble donc se propager très en arrière d'elle-même (**11 calibres**, ici), ce qui est très original mais est également suggéré par la baisse notable du rendement des empennages qu'on y adapte (voir plus bas, p. [92](#)).

⁶⁸ Cette linéarisation est valable pour les éclatements **2 à 11**. Son libellé ne doit cependant pas laisser penser que la tête plate ne développe qu'un C_{Na} de **1,92** pour l'éclatement nul (celui du disque).

Plaçons à présent la position du CPA de la tête plate en perspective sur le diagramme adéquat de Darling (courbe reliant les marques jaunes) :



Si l'on laisse de côté le petit désaccord qu'illustrent les marques rouges de gauche (pour les élancements inférieurs ou égaux à 2), on doit admettre que les autres marques rouges font assez bonne figure parmi les marques jaunes de Darling, surtout si l'on rejette la marque supérieure rouge du booster genre Atlas, à l'élancement **6,8** (marque attachée à l'autre par un segment bleu clair) : cette marque supérieure représente le X_{CPA} du corps complet (avec influence du rétreint et de la petite jupe). Pour ce booster, c'est bien encore la marque la plus basse (décomptant cette influence du rétreint et de la petite jupe, toujours au taux d'efficacité de **0,8**) qui est la plus seyante.

L'équation de la courbe que Darling propose pour relier ses marques jaunes est :

$$X_{CPA} = -2 - 0,235 (\text{Él} - 2)$$

Nous nous sommes piqué de trouver une interprétation physique aux évolutions du C_{Na} et du CPA :

En admettant :

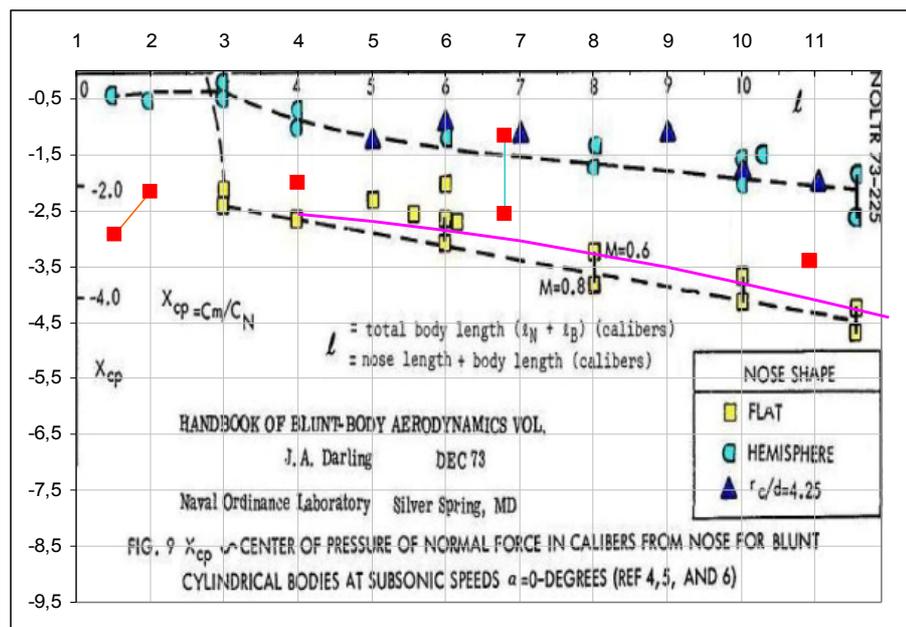
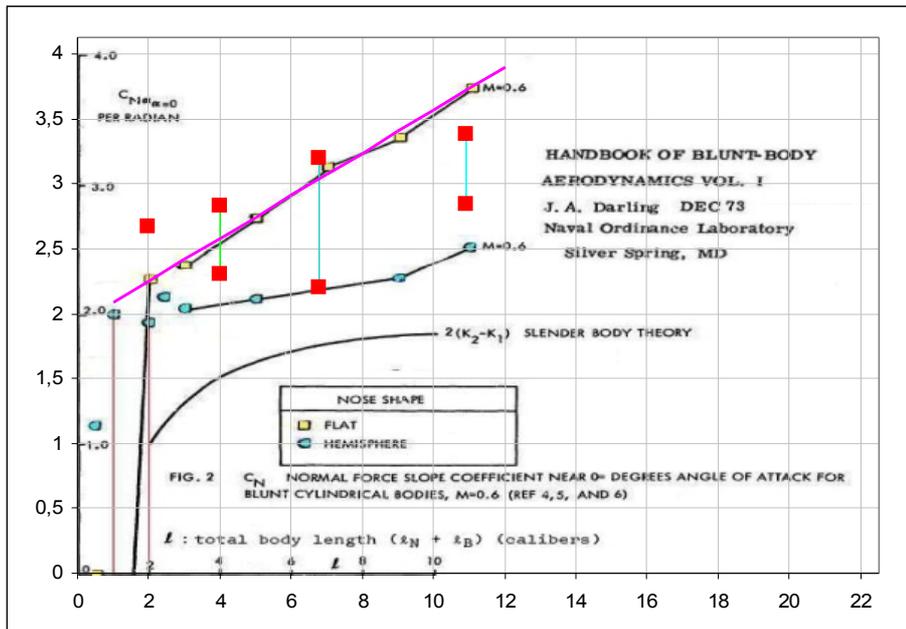
→ un C_{Na} de **2,25** pour la tête plate,

→ ce C_{Na} s'appliquant à un X_{CPA} de **2,5 calibres** de la face avant,

→ un taux de Portance linéaire du fuselage de **0,165**,

→ cette Portance s'appliquant au milieu de la partie du fuselage en aval d'une zone *non portante* de **2 calibres** (zone *non portante* attachée à la poche de recirculation en aval de la tête plate),

... on peut tracer en fuchsia les évolutions du C_{Na} et du X_{CPA} sur les deux diagrammes à marques jaunes de Darling :



La courbe du X_{CPA} ci-dessus, si l'on adopte notre interprétation physique du phénomène, n'est pas linéaire. Mais on peut noter qu'elle demeure assez proche des points établis pour **M 0,6**.

Ces points sont un peu plus hauts sur le graphique que ceux établis par Darling pour **M. 0,8**. Il y a bien, en effet, un léger recul vers le culot du CPA en fonction du Mach ; on constate ce recul sur le diagramme suivant (toujours tiré du même [texte](#) de Darling, citant Rogers et Butler) :

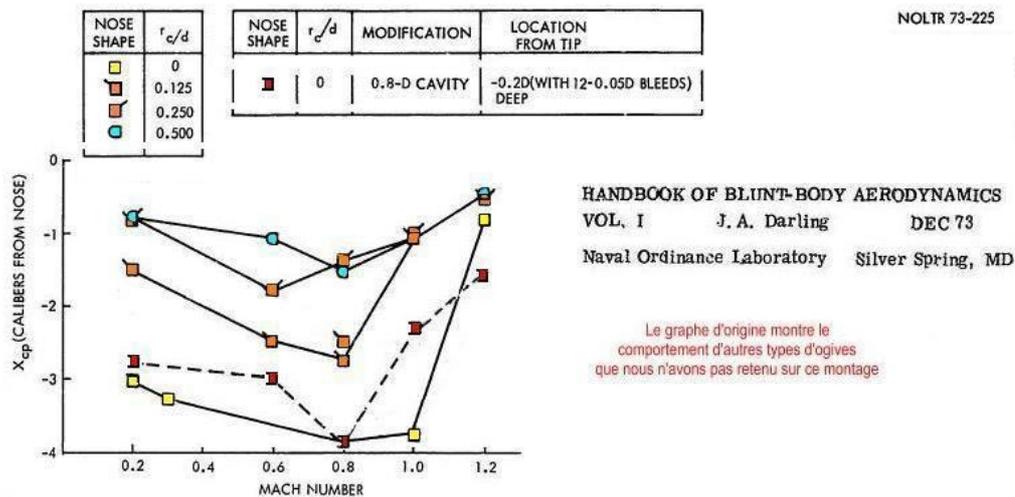


FIG. 10 EFFECT OF VARIOUS BLUNT NOSE SHAPES ON NORMAL FORCE CENTER OF PRESSURE (X_{cp}) WHEN $\alpha=0$ DEGREES FOR A 7-CALIBER CYLINDRICAL BODY (REF 6)

Le corps testé avec différentes ogives possède une partie cylindrique de **7 calibres**. La tête plate est toujours figurée par des marques jaunes.⁶⁹

Lorsque cette tête plate ne présente pas des arêtes parfaitement vives (pour un taux d'arrondi r_c/d croissant), son X_{CPA} se rapproche peu à peu de celui du corps à ogive hémisphérique (toujours en bleu).

Ce diagramme montre également que le X_{CPA} d'une tête creuse (en rouge) n'est pas très éloignée de celui de la tête plate à arête vive (en jaune).

⁶⁹ Puisque l'auteur a fait passer la courbe reliant les marques jaunes au point occupé par une marque rouge à **M 0,8**, c'est que cette marque rouge doit cacher une marque jaune ; l'absence de donnée à **M 0,6** est quand-même gênante...

Enfin, nous manquerions à notre devoir en ne signalant pas qu'une tête plate minore nettement l'efficacité de l'empennage qui peut la suivre.

Le même Darling, citant toujours Rogers et Butler, propose ainsi l'usage d'un coefficient pondérant le $C_{N\alpha}$ classique de l'empennage tel que prédit par les Barrowman, ce coefficient de pondération variant selon le produit de l'allongement AR des ailerons ⁷⁰ par l'élancement total du corps en calibre :

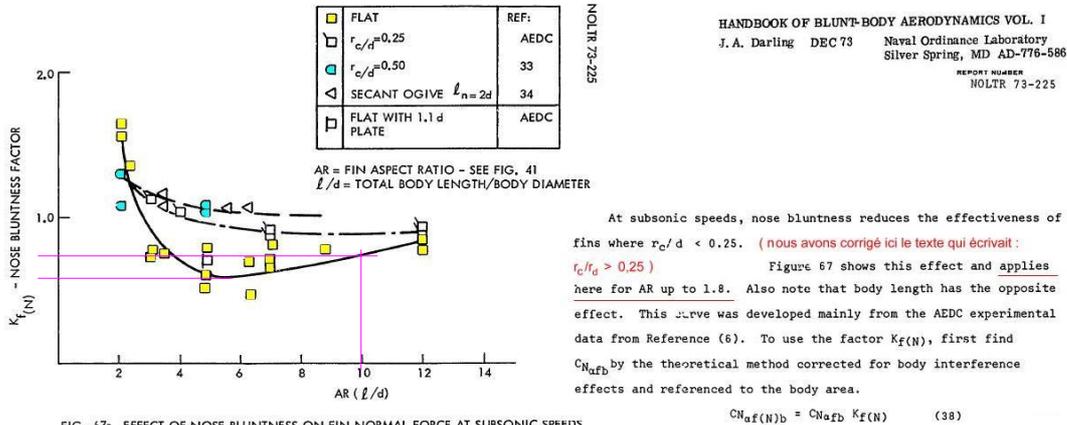


FIG. 67a EFFECT OF NOSE BLUNTNES ON FIN NORMAL FORCE AT SUBSONIC SPEEDS FOR $\alpha = 0^\circ$ TO 6°

On peut observer sur ce diagramme que ce coefficient d'efficacité (courbe noire en trait plein reliant les marques jaunes de la tête plate) passe pour l'élancement 5 par un minimum à 0,6 ; à l'élancement 10, il ne vaut encore que 0,75.

Bernard de *GO MARS!*

<http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/physique.htm>

le 22/02/2011

BIBLIOGRAPHIE ET LIENS :

HANDBOOK OF BLUNT-BODY AERODYNAMICS VOL. I, STATIC STABILITY, by J. A. Darling :
 AD-776-586, Naval Ordnance Laboratory, Silver Spring, MD, DEC 73 :
<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=AD776586&Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf>

THE AERODYNAMIC FORCES ON AIRSHIP HULLS, by Max. M. Munk ,
 NACA-REPORT N° 184:
<http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1924/naca-report-184.pdf>

ESTIMATION OF THE FORCE AND MOMENTS ACTING ON INCLINED BODIES OF
 REVOLUTION OF HIGH FINENESS RATIO, NACA-RM-A9126
<http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=565783&id=9&q=N%3D4294756101>

INTER ACTION (Association de Sauvetage Créatif du Savoir Aérotechnique):
<http://inter.action.free.fr/publications/publications.html>

⁷⁰ Cet allongement est l'*allongement aérodynamique* de l'empennage et donc est ici à prendre comme le double du quotient du carré de l'envergure unitaire par la surface unitaire d'un aileron, à savoir : $2e^2/S_u$.

...et ses magnifiques publications :

L'AÉRODYNAMIQUE ET L'ORIGINE DES TRAÎNÉES PARASITES, d'Ewald HUNSINGER et
Michaël OFFERLIN (Seconde partie) :
<http://inter.action.free.fr/publications/trainees2/trainees-2.pdf>

RÉSISTANCE À L'AVANCEMENT DANS LES FLUIDES,
l'ouvrage de référence de S. F. Hoerner
Cette traduction française est disponible dans la bibliographie d'Inter Action :
<http://inter.action.free.fr/biblio/biblio.html>

Et les textes d'aérodynamique :

THE DESCRIPTIVE GEOMETRY OF NOSE CONES, © 1996 Gary A. Crowell Sr. :
<http://myweb.cableone.net/cjcrowell/NCEQN2.DOC>

CHARACTERISTICS OF FLOW OVER INCLINED BODIES OF REVOLUTION, H. Julian Allen and
Edward W. Perkins :
<http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1951/naca-rm-a50107.pdf>

APPLICATION OF PRACTICAL HYDRODYNAMICS TO AIRSHIP DESIGN,
by Ralph H. Upson and W. A. Klikoff, NACA REPORT No. 405
<http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1933/naca-report-405.pdf>

A STUDY OF EFFECTS OF VISCOSITY ON FLOW OVER SLENDER INCLINED BODIES OF
REVOLUTION
By H. JULIAN ALLEN and EDWARD W. PERKINS
<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA800537&Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf>

FLOW OVER A MAGNETICALLY SUSPENDED CYLINDER IN AN AXIAL FREE STREAM
by Hiroshi Higuchi, Hideo Sawada and Pieter van Langen :
http://www.ecs.syr.edu/faculty/higuchi/Papers/AIAA05_1078MagSusCylNum2.pdf

ainsi que :

Drag coefficients of cylinders magnetically supported in axial flow,
Hideo Sawada, Hiroshi Higuchi, Tetsuya Kunimasu, Shinichi Suda
http://www.jstage.jst.go.jp/article/jwe/29/4/55/_pdf

STATIC STABILITY AND AXIAL-FORCE CHARACTERISTICS OF SEVERAL FLAT-FACED
RIGHT CIRCULAR CYLINDERS AT SUBSONIC AND SUPERSONIC SPEEDS AND ANGLES OF
ATTACK FROM 0 TO 90 DEGREES
R. W. Rhudy and S. S. Baker :
<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=AD754920&Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf>

SOME EFFECTS OF NOSE BLUNTNES AND FINENESS RATIO ON THE STATIC
LONGITUDINAL AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF BODIES OF REVOLUTION AT
SUBSONIC SPEEDS,

by William C. Hayes Jr., and William P. Henderson, NASA TECHNICAL NOTE D-650
http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20030032519_2003026831.pdf

EFFECTS OF BLUNTNES ON THE SUBSONIC DRAG OF AN ELLIPTICAL FOREBODY, NASA
TECHNICAL NOTE D-3388 , by John D. Norris and Robert J. McGhee
http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19660012985_1966012985.pdf

AN EXTENSION OF SUPER ROC ROCKET GLIDER THEORY, Mark Fisher :

<http://www.mrhq.org/other/aeosrrgt/aeosrrgt.shtml>

WHAT BARROWMAN LEFT OUT, *Robert Galejs* :

<http://www.argoshpr.ch/articles/pdf/sentinel39-galejs.pdf>

Cours à l'École Centrale de Lyon de ~M. Francis Leboeuf :

<http://perso.ec-lyon.fr/francis.leboeuf/>

THE DYNAMICS AND AERODYNAMICS OF SELF-SUSTAINED LARGE ANGLE OF ATTACK
BODY SPINNING MOTIONS, James E. Brunk,

Prepared for Air Force Office of Scientific Research, Office of Aerospace Research, United States Air Force :

<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=AD407183&Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf>

MEASURED AND ESTIMATED AERODYNAMIC CHARACTERISTICS FOR A MODEL OF A
ROCKET BOOSTER AT MACH NUMBERS FROM 0.6 TO 4 AND AT ANGLES OF ATTACK
FROM 0 ° TO 180 °

NASA Technical Memorandum X-580, by Leland H. Jorgensen and Stuart L. Treon :

http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19710064968_1971064968.pdf

SIDE FORCES ON FOREBODIES AT HIGH ANGLES OF ATTACK AND MACH NUMBERS FROM 0.1 TO
0.7 : TWO TANGENT OGIVES, PARABOLOID AND CONE :

<http://naca.larc.nasa.gov/search.jsp?R=804384&id=7&qs=Ne%3D25%26N%3D4294945063%2B42>

ou directement : <http://hdl.handle.net/2060/19770013086>

EFFECT OF NOSE SHAPE ON SUBSONIC AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF A BODY OF
REVOLUTION HAVING A FINENESS RATIO OF 10.94, RM L57F25, by Edward C. Polhamus

Langley Aeronautical Laboratory

<http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1957/naca-rm-l57f25.pdf>

WIND TUNNEL STUDY OF A FIN STABILIZED GUIDED PROJECTILE,

William Blake & Thomas Cunningham, AIAA 2006-828

PROJECTILE À BALISTIQUE CONTRÔLÉE :

<http://www.wipo.int/pctdb/en/wads.jsp>

http://www.wipo.int/pctdb/en/wads.jsp?IA=FR2000001154&LANGUAGE=EN&ID=09006361800b3245&VOL=20&DOC=004437&WO=00/066968&WEEK=45/2000&TYPE=A1&DOC_TYPE=PAMPH&PAGE=1

ROCKET DRAG ANALYSIS :

<http://www.me.ttu.edu/UserFiles/File/oler/me4356%20fall%202006/rocket%20drag.pdf>

MODEL ROCKET DRAG ANALYSIS, par John S. DeMar

<http://web.syr.edu/~smdemar/rocketdrag.html>

AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SEVERAL BLUFF BODY CONFIGURATIONS AT
SUBSONIC AND TRANSONIC MACH NUMBERS, Rogers, R. M. and Butler, C. B.,
AFATL-TR-72-25, 1972 (document largement cité par Darling auquel nous n'avons malheureusement
pas pu avoir accès)

Et nos textes pédagogiques et autres apports :

LE CX DES FUSÉES EN SUBSONIQUE

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/cx_fusees.doc

LE CX DE CULOT D'HOERNER

http://perso.numericable.fr/gomars/cx_culot_hoerner.doc

AÉRODYNAMIQUE DU FUSELAGE SEUL :

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/aero_fuselage_seul.doc

STABILITÉ DES CAPSULES SPATIALES :

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/stabilite_capsules_spatiales.doc

LA PORTANCE LINÉAIRE DU FUSELAGE :

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/port_lin_fuse.doc

**PORTANCE DES OGIVES (DE FORMES CLASSIQUES OU QUELCONQUES) ET POINT
D'APPLICATION DE CETTE PORTANCE**

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/cpa_og_class_et_qcq.doc

Vidéo du parapluie dans la brise :

http://perso.numericable.fr/fbouquetbe63/gomars/videos/parap_vent.AVI