Filtrage non linéaire

Application à des courbes de consommation

Henri Serindat

30 novembre 2011

Que ce soit pour vérifier l'influence d'un économiseur de carburant, de nouveaux pneumatiques ou d'un style de conduite, tout automobiliste soucieux de sa consommation note le kilométrage et le volume de carburant à chaque plein. Le tracé de la courbe de consommation présente en général des irrégularités non significatives.

Pourquoi ? et surtout comment faire pour que cette courbe reflète la consommation réelle ?

Ce document répond à ces questions en proposant un filtre simple à mettre en œuvre.

1 Introduction

Soit $c(k)$ la consommation instantanée en fonction du kilométrage. L'ensemble des pleins est une suite de doublets $\{k_i,\ v_i\}$ où k_i représente le kilométrage et v_i le volume de carburant ajouté dans le réservoir.

Dans la cas idéal, on peut écrire :

$$v_i = \int_{k_{i-1}}^{k_i} c(k)\ dk \tag{1}$$

En réalité, à chaque plein, le réservoir n'est pas complètement rempli, et un certain volume de carburant (r_i) aurait encore pu être ajouté comme le montre la figure 1. Un plein est alors décrit par le triplet $\{k_i,\ v_i,\ r_i\}$.

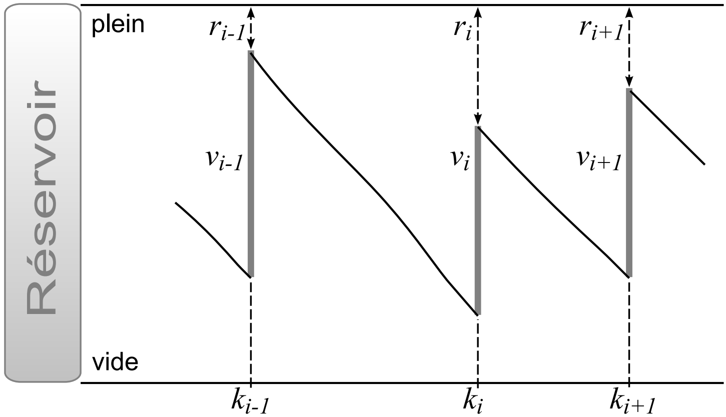

FIGURE 1: Niveau du réservoir en fonction du kilométrage

Au moment de faire le plein i, le volume libre dans le réservoir est égal à $r_{i-1} + \int_{k_{i-1}}^{k_i} c(k)\ dk$ (le volume libre à la fin du plein précédent plus le volume consommé).

À la fin du plein, le volume libre est égal à r_i. Le volume de carburant effectivement ajouté est la différence, si bien que l'équation (1) devient :

$$v_i = r_{i-1} - r_i + \int_{k_{i-1}}^{k_i} c(k)\ dk \tag{2}$$

Le calcul trivial de la consommation (c) consiste à diviser le volume de carburant ajouté par la distance parcourue depuis le dernier plein :

$$\begin{aligned} c_i &= \frac{v_i}{k_i - k_{i-1}} \\ &= \frac{\int_{k_{i-1}}^{k_i} c(k)\ dk}{k_i - k_{i-1}} - \frac{r_i - r_{i-1}}{k_i - k_{i-1}} \end{aligned} \tag{3}$$

Le premier terme est la consommation moyenne réelle depuis le dernier plein. Le deuxième terme est l'erreur d'estimation due à l'élément perturbateur r_i ; il correspond aux irrégularités observées sur la courbe de consommation.

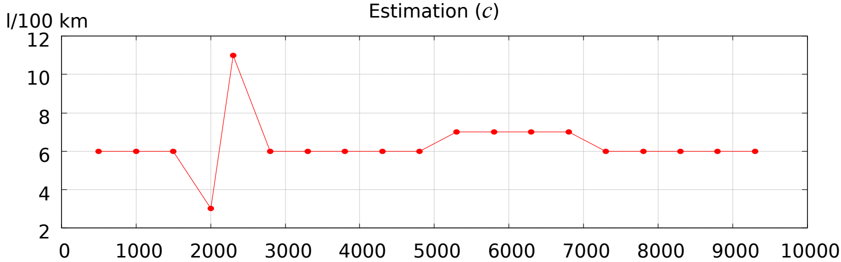

FIGURE 2: Exemple de courbe de consommation

2 Analyse

Considérons l'exemple de la figure 2. La consommation moyenne est de 6 l/100 km sauf entre 4800 et 6800 km où elle est de 7 l/100.

À 2000 km, le plein n'est réalisé qu'à moitié (15 litres au lieu de 30), ce qui diminue immédiatement la consommation apparente. Le réservoir n'étant pas complètement rempli, le plein suivant intervient plus tôt, et fait apparaitre une consommation anormalement élevée.

Les perturbations sur la courbe de consommation (c) sont à la fois élevées et dissymétriques (-3 et +5 l / 100 km). Un filtre linéaire classique (convolution) peut à la rigueur résorber une partie des irrégularités, mais pas la dissymétrie.

La problématique est donc de définir un filtre efficace, c'est-à-dire qui élimine la perturbation autour de 2000 km et qui respecte les variations vers 5000 et 7000 km.

3 Consommation cumulée

Un filtrage a pour but de lisser une courbe, de la rendre plus régulière. Or ce qui précède laisse supposer qu'un filtrage direct de la consommation n'est pas la bonne solution.

Plutôt que d'examiner les écarts comme dans les paragraphes précédents, voyons la consommation cumulée. La figure 3 montre l'effet d'un plein incomplet sur la consommation cumulée :

- en bleu : la consommation cumulée relevée (en fait, seuls les points sont relevés),

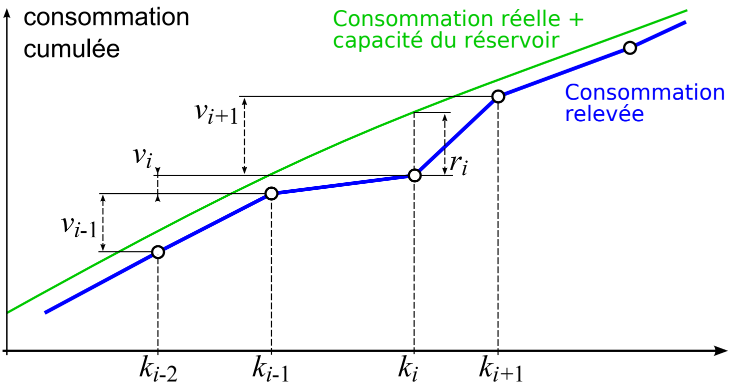

FIGURE 3: Consommation cumulée

- en vert : la consommation réelle augmentée de la capacité du réservoir.

L'écart entre ces 2 courbes correspond à l'élément perturbateur r indiqué précédemment.

Si l'on sait filtrer la courbe de consommation cumulée, on aura une bonne estimation de la consommation.

4 Filtrage

La question posée est maintenant est définir un procédé pour filtrer la consommation cumulée (courbe bleue).

En supposant qu'en temps normal les pleins sont relativement complets (la courbe bleue est proche de la courbe verte), il suffit d'éliminer les creux comme le montre la figure 4.

Un nouveau point est calculé par interpolation entre le précédent et le suivant. Si le point relevé est en dessous, il est remplacé par ce nouveau point.

Il reste une question à trancher pour le calcul d'un nouveau point : doit-on utiliser la consommation relevée ou l'estimation précédente ? La deuxième solution a été retenue ; elle présente un léger lissage lorsque la consommation augmente (cf. figure 5).

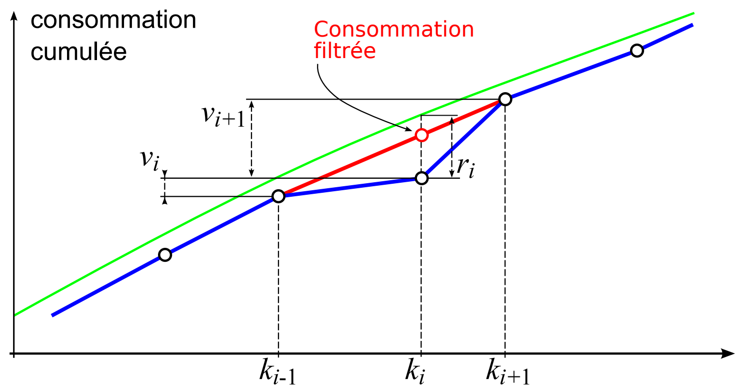

Figure 4: Filtrage de la consommation cumulée

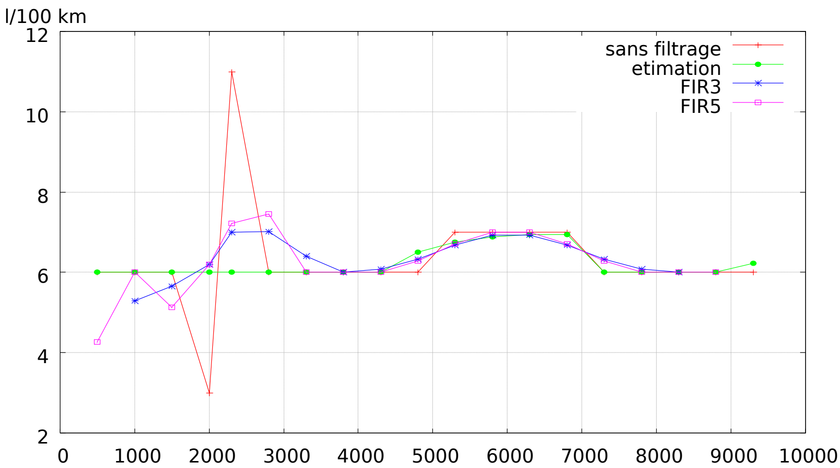

Figure 5: Consommation estimée

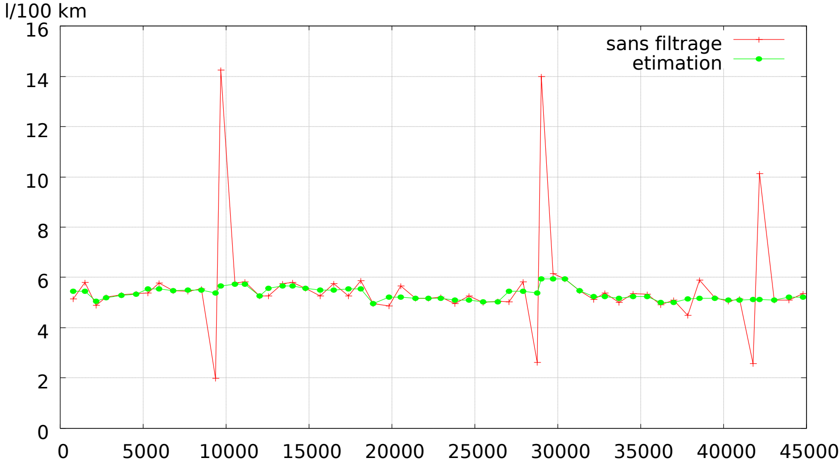

FIGURE 6: Exemple avec des valeurs réelles

L'estimateur réalisé élimine complètement la perturbation. Lorsque la consommation augmente, il applique un lissage exponentiel ($\alpha = 0,5$) ; les diminutions de consommation ne sont pas modifiées.

Sur la figure 5, ont été rajoutées à titre de comparaison, les réponses de 2 filtres classiques (convolution avec 3 et 5 coefficients).

Enfin la figure 6 montre le résultat de l'estimateur sur des données réelles.

5 Programmation

Les étapes de calcul sont les suivantes :

- mise à 0 des tableaux de consommation cumulée :

$$m_i = \mu_i = 0 \quad \text{pour } i = 0,\ 1,\ \ldots$$

Puis pour $i = 1,\ 2,\ \ldots$:

- calcul de la consommation cumulée m :

$$m_i = m_{i-1} + v_i$$

- calcul de la consommation cumulée filtrée μ :

$$\mu_i = \max\left(m_i\ ,\ \mu_{i-1} + (m_{i+1} - \mu_{i-1}) \cdot \frac{k_i - k_{i-1}}{k_{i+1} - k_{i-1}}\right)$$

- calcul de la consommation estimée c en l/100 km :

$$c_i = 100 \cdot \frac{\mu_i - \mu_{i-1}}{k_i - k_{i-1}}$$

La dernière estimation (pour $i = n$) mérite quelque attention. Sans traitement particulier, $k_{i+1} = 0$ et $m_{i+1} = 0$ si bien que l'on a :

$$\mu_n = \max\left(m_n\ ,\ \mu_{n-1} \cdot \frac{k_n}{k_{n-1}}\right)$$

Et :

$$c_n = \max\left(\frac{m_n - \mu_{n-1}}{k_n - k_{n-1}}\ ,\ \frac{\mu_{n-1}}{k_{n-1}}\right)$$

La première valeur est acceptable puisque c'est l'estimation courante. La deuxième valeur est la consommation moyenne jusqu'au plein précédent à condition que les valeurs initiales soient faibles ($k_0 \approx 0$ et $v_0 \approx 0$) ; elle est donc en général acceptable.

6 Conclusion

Le filtrage mis en œuvre est non linéaire, proche du filtrage médian et des filtres morphologiques. Il est facile à mettre en œuvre au moyen d'un tableur et permet de filtrer efficacement un décalage temporaire sur une courbe de consommation.