THESE de DOCTORAT D'ETAT

ès Sciences Mathématiques
(spécialité Informatique)

•

présentée

à l'Université Pierre et Marie CURIE (Paris 6)

par

Monsieur Didier VAUDENE

pour obtenir le grade de DOCTEUR ès SCIENCES

•

sujet de la thèse :

Une contribution à l'étude des fondements de l'Informatique

•

thèse soutenue le 21 avril 1992

devant le jury composé de :

M. le Professeur Jacques ARSAC, *président du jury et rapporteur*
M. le Professeur Maurice NIVAT, *directeur de la thèse et rapporteur*
M. le Professeur Paul FEAUTRIER, *rapporteur*

M. le Professeur Jean Toussaint DESANTI
M. le Professeur Jean Pierre DESCLÉS
M. le Professeur Pierre LEGENDRE
M. le Professeur Jean François PERROT

En hommage

à Jacques LACAN,
dont l'oeuvre a déterminé
l'inflexion majeure
de mes recherches,

et à Edmond JABES,
dont les textes
m'ont guidé
dans le désert blanc.

Remerciements

•

Je remercie M. Jacques ARSAC de m'avoir fait l'honneur d'être président du jury et rapporteur. Dès le début de mes recherches en informatique, sa liberté d'esprit a ouvert pour moi la possibilité d'un questionnement sans relâche de ce qu'on tient provisoirement pour acquis, acquis si difficile à démonter parce que trop évident, où se tient pourtant en réserve ce qui doit être découvert. Qu'il veuille trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je remercie M. Maurice NIVAT d'avoir accepté d'être le directeur de cette thèse, et d'avoir su la diriger de telle manière qu'elle aboutisse, tout en défendant la possibilité d'une telle recherche au sein de son équipe et du LITP. Les objections dont il m'a fait part au cours de ces dernières années ont été particulièrement fécondes, puisqu'elles sont à l'origine de plusieurs développements maintenant essentiels.

Je remercie M. Paul FEAUTRIER d'avoir accepté d'être rapporteur. Je lui exprime ma reconnaissance pour la confiance dont il a activement témoigné à mon égard, pour les conseils qu'il m'a donnés, et pour l'attention qu'il a prêté à mes recherches et à leurs applications pratiques. Je conserve le très précieux souvenir de discussions au cours desquelles nous avons parcouru, à bride abattue, les chemins qui relient la pratique quotidienne de l'informatique aux grandes charpentes théoriques et fondamentales sous-jacentes.

Je remercie M. Jean François PERROT d'avoir accepté de participer au jury. Je le remercie également pour les encouragements qu'il n'a jamais cessé de m'adresser, et pour la confiance et le soutien dont il a fait preuve à mon égard en de nombreuses circonstances.

Je remercie M. Jean Pierre DESCLÉS d'avoir porté intérêt à mes travaux et d'avoir accepté d'être membre du jury. Ses remarques et ses suggestions me sont très précieuses, puisqu'elles indiquent une perspective d'articulation en direction de la linguistique, perspective que j'ai très peu abordée jusqu'à présent.

Je remercie M. Pierre LEGENDRE d'avoir accepté d'être membre du jury. Qu'il me permette d'exprimer ma reconnaissance pour son séminaire à l'Ecole Pratique des Hautes Etudes, enseignement capital à l'égard de la question des fondements (juridiques autant que scientifiques) grâce auquel j'ai pu entrevoir l'articulation décisive de nombreuses ramifications jusqu'alors inexplicablement dispersées.

Je remercie M. Jean Toussaint DESANTI pour le soutien particulièrement chaleureux qu'il m'a accordé en acceptant d'être membre du jury. Les perspectives dégagées par ses travaux m'ont apporté depuis longtemps un repérage essentiel pour comprendre l'articulation entre l'informatique et les mathématiques.

•

Je remercie M. Gilles BLAIN, à qui je dois tant, lorsque j'étais étudiant, pour son enseignement, et tout au long de mes recherches. Son amitié, son attention permanente et sa curiosité insatiable ont suscité les très nombreuses discussions, parfois sonores, au cours desquelles j'ai pu mettre mes idées à rude épreuve, et grâce auxquelles le domaine de mes préoccupations s'est considérablement élargi.

Je remercie M. Bernard CUAU pour l'inépuisable générosité de son amitié, de son enseignement, et de son engagement. Ce qu'il m'a transmis en matière de cinéma, de littérature, de poésie, de philosophie et de droit, quoiqu'apparemment sans lien avec l'informatique, procède pourtant d'une infaillible intuition de la proximité de ces questionnements qui, loin d'être étrangers aux théories scientifiques, désigne au contraire un abîme fondamental commun, qui est aussi le lieu de leur énigmatique interférence.

Je remercie M^{me} Françoise DE GRUSON pour son incomparable amitié et son soutien actif au cours de ce long cheminement. Ses encouragements, ses conseils, ses indications et ses suggestions n'ont cessé d'enrichir et d'ouvrir l'horizon de mes travaux et de mes lectures. La sûreté de son jugement a été décisive pour le franchissement de plusieurs obstacles majeurs, autant que pour me transmettre le sens du mot *écrire*.

Je remercie M. François BAUDRY pour l'accueil qu'il a réservé aux thèses les plus fondamentales de mes travaux, et pour l'étude approfondie qu'il leur a consacré. Et, tandis que son enseignement au Collège international de philosophie constitue pour moi un apport irremplaçable, sa propre interprétation de mes thèses me permet de les découvrir sous un jour que je ne soupçonnais pas.

Je remercie M. Georges REEB pour l'attention qu'il a bien voulu porter à mes travaux, pour les encouragements dont il m'a fait part, et pour la pertinence de ses conseils.

Je remercie M. Yann DE POSSEL pour les nombreuses remarques et suggestions dont il m'a fait part... et pour l'impressionnante liste de fautes d'orthografe, de fautes de frapp, de mots ou manquants, et d'obscurités d'expression que sa patience attentive lui a permis de déceler.

Je remercie toutes celles et tous ceux qui ont contribué au cheminement de cette recherche, par les échanges et les discussions que nous avons eus, par leurs encouragements, et par leur amitié. Beaucoup d'amis m'ont aidé et soutenu. Ils me pardonneront, je l'espère, si je ne peux les nommer tous : Eric BATARD, Stella BARUK, Catelina BRETILLON, Anne BROWN, Georges et Sylvie CAILLETEAU, Gérard et Mariette DUCHAMP, Titou DURAND, Pascal ESTRAILLER, Jacques FERBER, Dominique GAITI, François GENUYS, Colette HOFFSAES, Basarab NICOLESCU, Félix PAOLETTI, Marie Louise PELLEGRIN, Christophe PICOULEAU, Alioune TALL, Marie Renée VAUDENE-PHILIPPE, Sylvie VIBERT, Jean Pierre WINTER.

Je voudrais également associer à ces remerciements toutes les personnes qui ont participé à la réalisation matérielle de cette thèse : Monique LAMARQUE, Monique LE FLOCK, Sylvie SAADA, et Olivia NÉROVIQUE.

•

Qu'il me soit également permis, paradoxalement, d'adresser mes remerciements à tous ceux qui, par leurs réticences silencieuses, m'ont progressivement et patiemment désigné les points de résistance cruciaux qui, pour un regard averti, dessinent la forme et les ramifications des évidences où se noue la possibilité d'un dépassement fondamental. Pour ma part, je ne doute pas que les divergences qu'on peut éventuellement constater aujourd'hui soient seulement apparentes ou provisoires — parce que les premiers sentiers de traverse sont encore insuffisamment dégagés — et que les différents chemins soient destinés à se recouper et à se compléter.

Résumé de la thèse

•

Diverses évidences impliquées par la conception habituelle de l'écriture bloquent le dénouement de plusieurs problématiques liées, par exemple, aux transformations de programmes, aux niveaux de représentation, d'abstraction et de spécification, ainsi qu'à l'articulation entre l'informatique, les sciences expérimentales et les sciences exactes. Compte-tenu de l'omniprésence de l'écriture dans les sciences, et plus particulièrement de son rôle médiateur à l'égard des théories formalisées (les théories de la calculabilité entre autres), le réexamen du rapport entre le savoir et l'écriture implique un réexamen de plusieurs évidences ou postulats relatifs au fondement des sciences.

En montrant que la possibilité de réinterpréter des théories, déjà familière aux physiciens depuis un siècle, est un trait structural des théories fondées (et non pas une particularité des sciences expérimentales), il devient concevable d'en généraliser le principe à toute théorie scientifique (mathématiques et logique y compris) pour conjuguer la récupération de l'acquis tangible antérieurement obtenu, et une réinterprétation de cet acquis relativement à de nouveaux postulats. La réinterprétation proposée dans cette thèse conduit à mettre en évidence l'utilisation de régressions sans fin, de traces indécelables et de glissements d'écritures pour amorcer le dénouement de plusieurs problématiques actuellement ouvertes d'un point de vue théorique, celle des changements de niveaux en particulier.

Various evidences, which sustain usual conception of writing, block the solution of many problematics concerned with program transformation, levels of representation, abstraction and specification, also the articulation between information processing, experimental sciences, and the abstract theoretical ones. However, since writing is omnipresent, basic in scientific theories, and particularly when formalized — as in calculability theories for example —, the reexamination of the relationship between knowledge and writing leads to a reexamination of several evidences and postulates concerning the very foundations of the sciences themselves.

Thus, having shown that the possibility of reinterpreting theories, possibility already familiar to physicists since the begining of this century, is a structural property of « founded » theories — and not a particularity of experimental sciences —, it becomes conceivable to extend and apply such a principle to all scientific theories (including mathematical and logical theories). This in order to gather the established knowledge and the results previously obtained with a possibility of reinterpreting this knowledge relative to new postulates. The reinterpretation proposed in this thesis leads to highlight the existence of « intangible traces », « skips and slips » in writing processes and transcription, and the presence of a major principle of endless regressions in order to be able to begin to untie several problematics which are at present open from a theoretical point of view. This is particularly applicable in the problematic of level transition.

Avertissement au lecteur

•

La présente thèse n'est ni une thèse de philosophie, ni une thèse d'épistémologie, mais une thèse d'informatique [1]. Certes, plusieurs problématiques suscitées par la pratique de l'informatique ne sauraient être correctement situées, donc *a fortiori* résolues, que dans la mesure où l'on prend acte de leurs ramifications particulièrement étendues, lesquelles rejoignent la question des fondements de la connaissance. Pour autant, le présent exposé n'envisage pas une telle question *pour elle-même*, et n'en soutient pas l'examen avec l'érudition et l'argumentation qu'on serait en droit d'attendre dans un contexte philosophique ou épistémologique ; j'ai seulement considéré que la tentative d'effacer toute trace d'une telle question dans l'exposé n'aurait d'autre conséquence que celle de nuire à la *pertinence*, à l'*intelligibilité*, et à l'*unité* des thèses que j'ai cru devoir avancer [2]. Je me suis donc résolu à ne prendre appui que sur l'étude minutieuse d'exemples prélevés dans la pratique la plus quotidienne de l'informatique, et à ne rappeler, le cas échéant, que des traits bien connus des sciences et de leur histoire. J'ai voulu que l'argumentation soit progressive, quitte à ce qu'elle soit plus longue, afin qu'elle accompagne le lecteur auquel le présent exposé s'adresse en premier lieu.

Cette thèse ne se propose pas de produire de nouveaux modèles concernant tel ou tel aspect de l'informatique, encore moins de récuser ceux dont l'opérativité ne saurait faire aucun doute. Ainsi, tandis qu'en bien des circonstances, le mot *théorie* s'efface inexplicablement devant le mot *modèle*, la présente thèse s'écarte de l'activité modélisante pour reprendre le droit-fil des constructions théoriques : elle ne vise pas une somme de résultats factuels incontestables, mais l'ouverture et le balisage d'un *champ théorique* au sein duquel de tels résultats sont concevables et relativement auquel ils peuvent être réputés incontestables.

Le centre de gravité de cette thèse tient en quelques mots : certaines évidences qui régissent actuellement le rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture ne conviennent pas en informatique ; corrélativement, tout ou partie des blocages théoriques qu'on peut déceler en informatique proviennent de ce décalage et se dénouent dès lors qu'on résorbe ce décalage. Or, puisque ces évidences régissent aussi tout ce qui s'élabore au titre de la formalisation logique et mathématique, il va de soi que le présent exposé *devait s'abstenir* de mobiliser pour lui-même les évidences qu'il questionne, sauf à commettre une faute de méthode majeure et à s'interdire l'accès à ce qu'il se propose de démonter.

> AVERTISSEMENT PREMIER. Le fait que le présent exposé ne s'inscrive pas en tant que théorie formelle ou formalisée n'est pas une imperfection provisoire qu'il conviendrait de corriger ultérieurement, mais une exigence de méthode.

Corrélativement, il ne saurait être question, dans cet exposé, de développer des démonstrations formelles ou formalisées telles qu'on les conçoit actuellement. Mais, pour autant, tout recours à des raisonnements se trouve-t-il exclu ? Deviendrait-on illogique ou irrationnel ou non-scientifique dès lors qu'on ne formaliserait pas la forme de son discours ? Faudrait-il alors admettre la disjonction qu'une théorie est formalisée... ou

---

1. Cet avertissement a été rédigé *après* la soutenance de la thèse, et prend acte des remarques ou critiques formulées par les membres du jury.

2. Pour l'essentiel, j'ai préféré ne pas expliciter ou développer le lien entre les présentes thèses et diverses ramifications (philosophiques, épistémologiques, juridiques, esthétiques, etc.), quoique ce lien soit déchiffrable dans le filigrane de nombreux passages, car c'eût été ouvrir la rédaction d'autres centaines de pages. En tout état de cause, il n'aurait pas été suffisant de faire simplement référence aux acquis ou aux assises de ces domaines sans les examiner et les discuter, puisque la question des fondements de la connaissance ne saurait être actuellement reprise sans que soit posée la question des fondements d'un discours *en tant que discours*, de sorte que *tout* discours se trouve touché par cette question, la philosophie (et *a fortiori* l'épistémologie) y compris.

qu'elle n'est pas une théorie ? Je ne disconviens pas qu'une telle interrogation soit de nature à troubler la confiance qu'on accorde habituellement à l'usage de l'écriture dans le discours scientifique actuel ; mais chacun conviendra qu'une position excessivement formalisante est désormais bien difficile à étayer. Pour ma part, je n'ai pas cru devoir considérer que le fait de questionner le rapport entre le savoir et l'écriture provenait d'une aliénation de mes aptitudes à raisonner logiquement, ou devait nécessairement m'interdire de procéder *ordo demonstrandi*. Toutefois, ne pouvant ignorer une question aussi cruciale, j'ai affronté la difficulté selon trois axes principaux. En premier lieu, j'ai explicité [31b] et rappelé à plusieurs reprises [34c] [74a] [238h] une position de réserve :

> AVERTISSEMENT SECOND. L'étoile qui préfixe les intitulés **raisonnement*, **lemme*, **théorème*, etc., est destinée à rappeler au lecteur que les énoncés discursifs associés ne sont pas (ou ne sont peut-être pas) des raisonnements, des lemmes, des théorèmes, etc., au sens logico-mathématique habituel [1].

En second lieu, j'ai pris soin d'interroger le concept théorique de *théorie* au degré le plus fondamental, c'est-à-dire au degré qui autorise l'élaboration d'une *théorie de fondement* (et, partant, l'élaboration d'une *théorie de la connaissance*) :

> AVERTISSEMENT TROISIEME. Elaborer une *théorie de fondement* c'est, en quelque sorte, proposer une réponse à la triple question : qu'est-ce qu'une théorie ? pourquoi et comment en vient-on à élaborer une théorie ?

Il s'ensuit que l'exigence de cohérence interne commande que l'exposé soit de nature théorique *au sens de la théorie de fondement à laquelle il s'assujettit*, et non pas nécessairement au sens habituel [2]. Enfin, en troisième lieu, les études relatives aux conditions de possibilité et d'applicabilité des théories formalisées montrent que ces conditions sont totalement ou partiellement inaccessibles *depuis* ces théories, dans le même temps que ces conditions mettent en jeu la question du rapport entre le savoir et l'écriture :

> AVERTISSEMENT QUATRIEME. Dans le présent exposé, il n'est pas supposé que la logique (au sens fondamental de ce mot) coïncide avec (ou se réduise à) l'une quelconque des logiques formelles ou formalisées (au sens logico-mathématique actuel de ces expressions).

Par conséquent, rien n'impose *a priori* que les **théorèmes* proposés soient nécessairement destinés à devenir des théorèmes au sein de théories mathématiques ou logiques *telles qu'on les conçoit actuellement* [3]. A cet égard, je prie le lecteur de se ressouvenir que le principe de contradiction, initialement énoncé *en tant que principe fondamental* par ARISTOTE, s'impose à l'*être en tant qu'être* (et non pas seulement à l'*être mathématique*), et qu'il est présenté comme étant le principe « le plus ferme » pour la science de l'être en tant qu'être [4], science qui s'occupe en particulier des *principes premiers* [de la connaissance].

Cette thèse n'est pas un *traité*, et ne prétend d'aucune manière avoir épuisé les questions qu'elle décèle ou reprend à son compte, ni proposer une théorie parvenue à son état d'achèvement. Elle est moins ambitieuse que simplement minimale, eu égard à l'avalanche de difficultés que déclenche le questionnement du rapport entre le savoir et l'écriture, avalanche que recueille la question des fondements.

---

1. Cette réserve est rigoureusement maintenue dans *tout le cours de l'exposé*, de sorte que nul ne saurait me faire grief d'avoir tenté de faire passer un **théorème* pour un théorème, un **raisonnement* pour un raisonnement, etc. Je n'ai jamais varié sur ce point, car cette réserve figure dès la première publication des parties II et III de la présente thèse en rapports internes de recherche : cf. les rapports LITP n° 90.26, décembre 1990, page 10, et n° 91.10, janvier 1991, page 3.

2. Toutefois, cette théorie de fondement est calée de telle manière que les théories (au sens habituel) soient aussi des théories (au sens de cette théorie de fondement), la réciproque n'étant pas nécessairement vraie. En particulier, le questionnement du rapport entre le savoir et l'écriture débouche sur une *théorie de l'écriture* qui n'est pas une théorie formalisée (au sens actuel), mais qui est cependant une théorie (au sens de la théorie de fondement proposée).

3. En particulier, s'il est concevable d'élaborer une théorie relative aux conditions de possibilité des mathématiques (en un sens déterminé par les-dites conditions), il n'est pas invraisemblable qu'une telle théorie puisse ne pas être mathématique (au sens des-dites conditions).

4. ARISTOTE, *Métaphysique*, livre Γ, 1005 b.

AVERTISSEMENT CINQUIEME. La présente thèse vise trois objectifs majeurs : (1) établir que le dénouement des blocages théoriques relatifs aux concepts cruciaux de l'informatique dépend d'un réexamen du rapport entre le savoir et l'écriture ; (2) ouvrir le champ théorique dans lequel un tel réexamen est concevable ; (3) prendre la mesure de l'incidence d'un tel réexamen sur le discours scientifique actuel *dans son ensemble* et établir, pour autant que ce soit possible, que ce réexamen n'est pas déraisonnable.

En clair, je soutiens la conjecture qu'on ne saurait dénouer les blocages théoriques relatifs aux concepts cruciaux de l'informatique sans procéder au réexamen d'évidences, de principes et de critères qui, loin d'être propres à l'informatique, concernent le rapport entre le savoir et l'écriture, c'est-à-dire le degré le plus fondamental du discours scientifique actuel dans son ensemble[1]. Une telle entreprise requiert des moyens adaptés ; d'où la théorie de fondement que j'ai élaborée à cette fin. Ouvrir un champ théorique, c'est d'abord frayer le chemin qui permet de l'atteindre *depuis* les principes, les concepts et les critères en vigueur ; c'est ensuite procéder à un premier défrichage et à un premier balisage des frontières. Or, l'ouverture d'un champ théorique revient à réexaminer des évidences unanimement admises et des principes ou des critères parmi les mieux établis, pour déceler (ou *dé*couvrir), au sein même de ces évidences, de ces principes et de ces critères, la présence effective mais inaperçue de potentialités jusqu'alors ignorées.

AVERTISSEMENT SIXIEME. La théorie de fondement proposée dans cette thèse ouvre sur une théorie du dépassement des théories (qu'elles soient expérimentales ou non), laquelle implique que le savoir [théorique] est indissociable d'un *insu*, effectivement à l'oeuvre *dans* ce savoir, quoique demeurant inaperçu.

Dépasser une théorie (qu'elle soit expérimentale ou non) est ainsi une manière de déplier partiellement un insu. Ce point théorique relatif au dépassement des théories est particulièrement fondamental, puisqu'il intervient comme l'une des *conditions de possibilité* des sciences et, surtout, conditionne la possibilité de procéder au réexamen d'évidences, de principes et de critères, fussent-ils les plus unanimement admis et les plus fondamentaux, en particulier ceux qui concernent le rapport entre le savoir et l'écriture. L'intérêt positif du concept théorique d'insu est clair : il permet d'articuler un savoir établi, qu'on n'a nulle raison de contester en tant que tel[2], et sa réinterprétation, au cours d'un dépassement, afin d'ouvrir un champ théorique que ce savoir implique quoiqu'il ne puisse l'apercevoir.

AVERTISSEMENT SEPTIEME. D'un point de vue fondamental, nul n'est maître de l'insu qui fonde son savoir, et les consensus se règlent autant sur le savoir de chacun que sur un insu partagé de tous : l'insu est affaire de *discours*, et non de personnes.

Cette question théorique de l'insu est très délicate à aborder, car elle pose d'évidents problèmes de rédaction : on évite difficilement d'installer l'insu comme sujet d'un verbe, et, partant de le glisser sur une personnification immédiatement associée à une conscience et à une volonté, inévitablement mystificatrice, voire suspecte de malhonnêteté. Rien n'est plus contraire à l'esprit de la présente thèse :

AVERTISSEMENT HUITIEME. Dans tout le cours de l'exposé, il n'est fait référence qu'à la *normativité scientifique actuelle*, c'est-à-dire à un *discours*, dont nul ne saurait être le propriétaire, l'auteur, ou le maître.

---

1. Raison pour laquelle, malgré l'attente pressante qui se manifeste depuis quelques années, un certain *nouveau paradigme* tarde à émerger.

2. L'argument complet est en fait plus fort : le dépassement vise d'autant moins à contester (réfuter, récuser, etc.) un savoir établi, que c'est dans la mesure même où ce savoir est opératoire qu'il est réinterprétable. Tout le soin que j'ai apporté à l'élaboration d'une théorie de fondement ouvrant sur une théorie des dépassements vise *très exactement* à assurer que le réexamen du rapport entre le savoir et l'écriture que je propose ouvre la voie d'un dépassement (donc d'une réinterprétation) de *toute* théorie fondée et concernée par ce réexamen (y compris, donc, toutes les théories formalisées). Dans l'histoire récente des sciences, les deux cas les plus nets de dépassement sont sans doute la réinterprétation de la mécanique classique de NEWTON par EINSTEIN (domaine des sciences expérimentales), et la réinterprétation de la géométrie euclidienne (domaine des sciences non expérimentales).

En conséquence, j'ai décidé de ne procéder à *aucune* réinterprétation, étude ou analyse critique portant sur des énoncés ou des textes scientifiques signés de leur auteur, malgré les usages actuellement en vigueur dans les exposés [scientifiques], et malgré les critiques qu'une telle décision peut éventuellement susciter[1]. On gardera présent à l'esprit le caractère particulièrement dynamique et positif d'un insu que nul ne saurait cacher, puisque nul ne le possède, sachant qu'il est toujours en réserve, comme une singularité prête à se déployer, et comme le lieu même de la *découverte théorique*.

Le lecteur jugera peut-être que certains passages sont rédigés d'une manière imagée, inhabituelle dans les exposés scientifiques, voire parfois maladroite, naïve ou incongrue en un tel contexte. Qu'il veuille bien considérer, tout d'abord, que ces couleurs du texte lui rappelleront en temps opportun que cette thèse n'est pas un traité, et que son auteur, qui n'a jamais souhaité le laisser supposer, ne serait-ce que par l'effet d'un style approprié, assume d'autant plus volontiers les reproches qu'on pourra lui adresser à cet égard, que les recherches scientifiques les plus fondamentales, parce qu'elles s'approchent dangereusement de l'impensable et de l'imparlable, atteignent *elles aussi* ce seuil de vacillation caractéristique, l'extrême limite de la raison qui met en jeu la question de l'humain en tant qu'humain, où la conservation d'une petite distance, peut-être tissée d'images, de métaphores, d'humour, ou d'ironie, tout autant que de règles sévères, est loin d'être superflue[2]. Ensuite, que certaines images recueillent de manière condensée tel développement que j'ai omis pour ne pas allonger encore l'exposé, ou telle problématique dont j'ai pressenti la présence et que je n'ai pas su déployer, mais dont j'ai cependant recueilli l'empreinte ; tandis que d'autres proposent aux lecteurs moins concernés par l'informatique que par les thèses plus fondamentales quelques repères indispensables. Enfin, qu'elles sont une manière de citation indirecte pour les oeuvres que j'ai lues, vues ou entendues, et d'hommage pour leurs auteurs ou interprètes, à qui je dois d'avoir pu approcher ce que j'ai tenté d'exposer, et auxquels une dette inépuisable me lie désormais. Au demeurant, à supposer que ces thèses aient quelque avenir, il sera toujours temps, si besoin était, de les habiller d'une mémoire toute neuve ; dans le cas contraire, il n'y aura plus personne pour les lire et se plaindre des interstices qui en sont pourtant le ciment initial.

---

1. Bien qu'il soit de la *responsabilité* (et du *devoir*) de chaque scientifique de procéder à la critique (positive ou négative) des évidences, des principes et des critères, même les plus fondamentaux, qui gouvernent son savoir, responsabilité qui se trouve particulièrement engagée dans l'*acte de publication*, j'ai jugé que la présente recherche, parce qu'elle concerne ce qui se trouve *en-deçà* de ce qui est communément admis, ne pouvait procéder au réexamen de la normativité scientifique actuelle qu'en assignant à cette normativité le statut d'un discours anonyme. Pour cette raison, je demande au lecteur de distinguer soigneusement, d'une part, la critique que j'ai menée *pour moi-même* à l'égard de la normativité scientifique actuelle (critique qui relève de ma responsabilité), et, d'autre part, la critique de sa propre adhésion à cette normativité (critique qui relève de sa responsabilité). Le présent exposé se borne à rassembler tous les éléments d'interrogation, de réflexion et de réponse qui ont guidé ma propre critique, et qui m'ont paru de nature à intéresser celle du lecteur.

2. Quel lecteur de la *Critique de la raison pure* n'a pas éprouvé la violence fulgurante du rire qui le saisit quand, parvenu au coeur de l'exposé le plus austère et le plus serré, il atteint les *antinomies*, sidéré par une ironie corrosive et irréversible qui trouve son achèvement dans le silence candide et cristallin de la mise en scène typographique organisant, sur deux colonnes, le face à face destructeur.

Introduction

•

Le cheminement d'une recherche

Le présent exposé est lié à l'élaboration d'une *théorie de transformation* qui soit applicable à des systèmes informatiques de grande taille. Cette théorie[1] prend appui sur deux idées simples : d'une part, les différents aspects d'une application informatique (définition, spécification, implémentation, programmation, représentation des données, etc.) satisfont à un *principe de conservation* qui permet de situer ces différents aspects comme autant de points de vue sur une « même chose » ; d'autre part, ces différents aspects constituent autant de points d'une sorte d'*espace de transformation*. Ces transformations, qui se réduisent à la combinaison d'un très petit nombre de *transformations primitives*, reposent sur le principe d'un *déploiement de singularités* : chaque énoncé admet une *multiplicité* de déploiements possibles (représentations, implémentations, etc.) donnant lieu à des énoncés qui peuvent à leur tour être déployés ; réciproquement, une multiplicité d'énoncés peut se replier (procédé d'abstraction ou de condensation), de diverses manières, en des énoncés plus condensés.

Ce résumé est anodin, car les mots qui y figurent sont d'un usage courant, et les questions abordées ou concernées ne sont pas nouvelles, même si elles demeurent ouvertes : cette théorie de transformation s'inscrit au carrefour de nombreux problèmes actuellement étudiés (représentation des abstractions, parallélisation, théorie de la programmation, sémantique, preuves, génie logiciel, etc.) et, en particulier, de la problématique des niveaux (d'abstraction, d'observation, de spécification, etc.). Mais, dès qu'on examine d'un peu trop près l'apparence jolie des mots en vogue, dès qu'on gratte un peu la patine récente qui cautionne les évidences actuellement en vigueur, et dès qu'on tente d'ajointer les pièces du puzzle, on ne cesse de se heurter à des impasses : l'élaboration d'une théorie de transformation est *bloquée* parce que les concepts cruciaux de l'informatique sont eux-mêmes *bloqués* sous des évidences et des postulats universellement admis. Ce n'est donc pas cette théorie de transformation que nous exposons ici, mais l'étude préalable des *blocages théoriques* relatifs aux concepts cruciaux de l'informatique (et, plus généralement, des traitements d'information discrète) :

> QUESTION DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE. Proposer une réponse à la question des fondements de l'informatique, c'est proposer une théorie permettant de surmonter les blocages relatifs aux concepts cruciaux de l'informatique : quels sont ces blocages ? quelles en sont les *causes* ? quelle en est l'*étendue* ? quelles en sont les *ramifications* dans le discours scientifique actuel ? quelles hypothèses et conjectures convient-il d'avancer pour en provoquer le *dénouement* ?

Les deux problématiques essentielles

D'un point de vue théorique, on admet actuellement que l'informatique se comprend grâce à des structures à la fois *discrètes* et *finies* : ce sont les *états* et les *transitions entre* ces états. Toutefois, ces transitions sont *effectives*, c'est-à-dire qu'elles se produisent « dans la réalité », faute de quoi de simples écritures « immobiles » remplaceraient avantageusement les systèmes informatiques à un coût nettement moindre. Or, les écritures « immobiles » sont *déjà* de nature à occuper *tout* le champ réputé discret et fini, de sorte qu'il ne reste plus de place, dans un tel champ, pour distinguer les « écritures immobiles » et les « écritures en mouvement ». Qu'y

1. Cf. notre thèse de troisième cycle : *Analyses transformatives et systèmes informatiques*, Paris, 1977.

a-t-il *entre* deux termes d'un champ discret et fini ? Irréductiblement rien, par définition. Qu'y a-t-il *entre* deux états discrets ? L'effectivité d'une transition :

> PROBLÉMATIQUE DU DISCRET. Est-on théoriquement fondé à glisser l'*effectivité* des transitions *entre* états discrets sur les *riens* irréductibles du fini ?

En informatique, chacun sait qu'il suffit de *changer de niveau* pour décomposer une transition d'état « irréductible » en une suite de transitions d'états sous-jacentes, elles aussi « irréductibles » (et vice-versa). De tels changements de niveaux interviennent couramment, aussi bien pour des aspects matériels (discrétisation d'un système physique) que logiciels ou théoriques (représentation, implémentation) : une approche théorique incapable de *manoeuvrer théoriquement* de tels changements de niveaux s'interdit l'accès à une partie essentielle de l'informatique. Or, d'un point de vue discret et fini, ces changements de niveaux reviennent à transformer (déployer) un *rien* « irréductible » en « quelque chose » (ou réciproquement à replier ce « quelque chose » dans un *rien*), de sorte qu'une approche à fois discrète et finie de l'informatique conduit directement une théorie de ces changements de niveau à sombrer dans le contradictoire. C'est quelque peu bizarre, puisque rien n'est plus commun que d'en appeler à des changements de niveaux ; mais c'est pourtant cohérent, puisque de telles considérations n'ont, actuellement, *aucun fondement théorique* :

> PROBLÉMATIQUE DES NIVEAUX. Est-on théoriquement fondé à parler de niveaux et de transitions de niveaux ? S'agit-il seulement d'un tour de discours *éliminable* ? Ou ne serait-ce pas au contraire l'affleurement d'une problématique fondamentale non encore affrontée ?

A l'égard des mathématiques, le blocage de ces deux problématiques est sans appel : le fini est irréductible, donc les *riens* du discret fini ne sont « vraiment rien », tandis que le concept de *niveau d'abstraction* n'a aucun fondement mathématique, surtout dans le cas du discret fini. Par conséquent, toute problématique qui se réduit à une problématique de transitions effectives *entre* états discrets et/ou à une problématique de changements de niveau, se trouve elle aussi bloquée quant à sa mathématisation, à des degrés divers, certes : partiellement ou totalement, directement ou indirectement, immédiatement ou à terme. Or, les théories de la calculabilité tombent sous le coup de cette double réduction (effectivité formelle et représentation), d'où il suit, compte-tenu du rôle des mathématiques dans le discours scientifique actuel :

> LE PREMIER RICOCHET. Le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique est l'effet *par ricochet* d'un blocage théorique *interne* aux mathématiques elles-mêmes.

Les implications fondamentales des deux problématiques

Ces deux problématiques gouvernent un réseau de ramifications particulièrement étendu et fondamental dans le discours scientifique actuel, dont il convient de prendre la mesure. Comprendre une transition d'état comme un *changement* notifie que la mathématisation d'une transition d'état se comprend comme la mathématisation d'un changement, au même titre qu'un mouvement physique. Or, tandis que la mathématisation du mouvement requiert la puissance du continu, le glissement du discret sur le fini semble réduire les changements discrets à un problème fini, c'est-à-dire à *rien*. Nul ne saurait soutenir que la problématique des changements continus, demeurée bloquée pendant plus de deux millénaires, se soit simplement résolue grâce à l'intervention de quelques évidences ; corrélativement, il est inconfortable de reconnaître que la mathématisation des changements discrets ait été adéquatement résolue par le truchement de quelques évidences relatives au fini :

> L'ARTICULATION DISCRET/CONTINU. Sachant que l'opposition entre discret et continu ne coïncide pas avec l'opposition entre fini et infini, il est peu plausible de supposer que l'opposition entre changements discrets et changements continus se solde par une opposition entre fini et continu.

Sans doute a-t-on a de bonnes raisons de vouloir croire que les changements discrets relèvent du fini, puisque toute l'instrumentation formelle passe par l'écriture, donc par des opérations discrètes effectivement appliquées à des écritures, qu'il s'agisse des substitutions ou des réécritures, qui sont à la base des théories de la calculabilité, des règles d'inférence, qui régissent les logiques formelles et formalisées, ou de toutes les manipulations d'écritures, grâce auxquelles s'inscrivent les mathématiques formelles :

> LE RAPPORT SAVOIR/ÉCRITURE. Interroger la mathématisation des changements discrets, c'est aussi interroger l'effectivité des opérations appliquées aux écritures, et c'est donc interroger le rapport entre le savoir et l'écriture dans le discours scientifique actuel.

Que resterait-il du discours scientifique actuel si on en retirait tout ce qui dépend de l'écriture ? Pas grand'chose. Et pourtant, que sait-on de l'écriture dans son rapport au savoir ? Pas grand'chose non plus. En dépit de son omniprésence, l'écriture demeure un *point aveugle* du discours scientifique actuel, recouvert par diverses évidences, certes unamimement admises, mais obscures quant à leurs implications théoriques. La problématique des niveaux draine dans son sillage plusieurs ramifications de ce point aveugle : en cette affaire, le maître-mot est *représentation*. Or, si on adhère au discours normatif des mathématiques formelles, la coupure entre l'abstrait (les objets mathématiques) et le concret (les écritures) est irrémédiable, puisqu'aucun objet [abstrait] ne saurait être, en tant que tel, une écriture concrète :

> LA COUPURE ABSTRAIT/CONCRET. Si la coupure entre abstrait et concret est irrémédiable, comment peut-on concevoir le franchissement de cette coupure pour obtenir des représentations, et surtout des représentations à différents niveaux ?

Qui plus est, cet abstrait étant conçu comme un *à-plat* où tous les objets sont supposés coexister, on a quelque peine à imaginer que l'intervention de *niveaux d'abstraction* s'accorde paisiblement avec un tel *à-plat* : que veut-on dire lorsqu'on parle de niveaux d'abstraction ? Par ailleurs, si transformer (ou changer de niveau) n'est pas le fait de passer d'un objet à un *autre*, mais bien le fait de provoquer une sorte de variation du *même* objet, que veut-on dire lorsqu'on parle de transformation ?

> L'OPPOSITION IDENTITÉ/NON-IDENTITÉ. Sauf à les reléguer au rang de tours de discours sans fondement théorique, les concepts de *niveau* (d'abstraction, de représentation, etc.) et de *transformation* appartiennent à une famille de concepts qui se trouvent en *conflit de fondement* avec le principe d'identité.

Peut-être n'imagine-t-on pas clairement ce que signifie le concept d'un objet *non-identique à soi* ; au moins sait-on qu'un tel concept est contradictoire, et que tout objet tombant sous ce concept est exclu de la rationalité positive. Est-ce affirmer pour autant que toute considération relative à des niveaux et à des transformations soit privée de rationalité ? On peut hésiter :

> L'APPLICABILITÉ DU PRINCIPE DE CONTRADICTION. Ne convient-il pas de réexaminer l'universalité supposée du principe de contradiction (et des logiques qu'il régit), pour comprendre que l'applicabilité de ce principe est assujettie à des conditions restrictives, donc à des *limites* ?

De fil en aiguille, on constate que ce qui passe pour être le plus banal et le plus anodin dans la pratique courante de l'informatique dissout imperceptiblement les ciments les plus résistants destinés à ajointer les rocs de fondation les plus massifs du discours normatif actuel des sciences :

> LE SECOND RICOCHET. Le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique est l'effet *par ricochet* d'un blocage théorique *interne* au discours scientifique tel qu'actuellement conçu et pratiqué.

Une recherche de fondement

Contrairement à diverses opinions répandues, qui prônent un inévitable émiettement des sciences en une kyrielle de disciplines plus ou moins indépendantes les unes des autres, nous ne croyons pas que le discours scientifique ait pu acquérir le statut éminent qu'il occupe actuellement grâce à des rafistolages plus ou moins approximatifs, plâtrés à la va-vite dans le but de lui confectionner une unité d'apparat, parce que fondamentalement défaillante. Car si le glissement du discret sur le fini a pour fonction de *sauver* ou de *conserver* divers évidences, principes et postulats relatifs à l'usage omniprésent de l'écriture au degré le plus fondamental du discours scientifique actuel, interroger ce glissement, c'est aussi interroger les assises de ce discours. On objectera peut-être que c'est impossible ; la question n'est pas là :

> LA MESURE D'UNE PROBLÉMATIQUE. Restreindre une problématique à un domaine qui en interdirait le dénouement, est une faute de méthode.

Mener une *recherche de fondement*, c'est choisir (et/ou élaborer) une méthode appropriée à *certaines* problématiques, celles dont le dénouement dépend d'un réexamen des évidences, des principes et des postulats qui constituent les *fondements d'un discours*. Dans le cas présent, l'omniprésence de l'écriture notifie seulement que le réexamen concerne le discours scientifique, de sorte qu'il n'y a qu'une différence de *degré* (et non pas de *nature*) entre ce que nous amorçons et d'autres réexamens, qui ont déjà eu lieu, tant en physique qu'en mathématiques : c'est précisément l'étude attentive de ces réexamens *déjà accomplis* qui nous a guidé pour concevoir ce que nous proposons ici, et qui repose sur deux idées directrices essentielles. Lorsque nous dressons l'inventaire des obstacles qui cèlent les blocages théoriques, nous *situons* la problématique à résoudre ; pour autant, nous ne contestons pas l'*acquis tangible* déjà obtenu dans ce contexte, qu'il convient maintenant de réexaminer :

> RÉCUPÉRATION ET RÉINTERPRÉTATION. Puisque nous ne contestons pas l'acquis tangible déjà obtenu, notre recherche de fondement vise un *dépassement*, c'est-à-dire à la fois la *récupération* de cet acquis et la *réinterprétation* de fond en comble des évidences, principes et postulats qui légitiment cet acquis.

Récupérer l'acquis tangible signifie qu'il n'y a pas d'erreur à corriger dans cet acquis. Réinterpréter signifie que les évidences, principes et postulats qui légitiment cet acquis, sont assujettis à des *limites d'applicabilité* inaperçues et qu'ils sont associés à des *interprétations standard* restrictives qui bloquent l'accès théorique à certaines éventualités. Après dépassement, les interprétations standard dépassées sont recueillies à titre de *cas particulier* restreint au sein d'un discours (ou d'une théorie) plus général. A cet égard, il n'y a donc rien à craindre d'un réexamen mené au degré le plus fondamental du discours scientifique, dès lors que l'issue en est un dépassement, donc la récupération de son acquis. La seconde idée directrice concerne la *possibilité* des dépassements. Intuitivement, on comprend en effet qu'un discours (ou une théorie) n'est dépassable que s'il y a place pour une réinterprétation, ce qui suppose la présence d'une *indétermination inéliminable* au fondement des discours (ou des théories). Or, puisque nous envisageons un réexamen mené au degré le plus fondamental du discours scientifique, une telle indétermination doit déjà se manifester à ce degré, et, partant, à tout degré moins fondamental, c'est-à-dire au fondement de tout discours (ou théorie) se réclamant du discours scientifique :

> L'INTERDIT DU « SAVOIR ABSOLU ». Le discours scientifique est assujetti à l'interdit du « savoir absolu ».

Cet énoncé (qui est à entendre comme un principe fondamental, c'est-à-dire comme une conjecture) notifie qu'aucune théorie réclamant la caution du discours scientifique ne saurait corrélativement s'affirmer « absolument fondée », c'est-à-dire définitivement à l'abri d'un dépassement. De nouveau, il n'y a rien à craindre d'un tel interdit, dès lors qu'on l'articule avec les dépassements, donc avec la récupération de l'acquis antérieurement obtenu. Certes, nous ne disconvenons pas qu'un tel principe puisse heurter certaines évidences ou opinions répandues, puisqu'il implique que toute théorie, expérimentale ou non, y compris les théories les plus strictement formalisées, et y compris les logiques elles-mêmes, sont *nécessairement conjecturales*. Mais on conviendra qu'on ne saurait envisager sérieusement de réexaminer le principe de contradiction, le principe d'identité, et le rapport entre le savoir et l'écriture, sans se doter d'un principe qui *ouvre la possibilité* de mener un tel réexamen et le dépassement qu'il sous-entend.

Les lignes thématiques de l'exposé

Depuis que le discours normatif des sciences a cru devoir affirmer « officiellement » l'obligation de rompre la filiation qui le reliait à une tradition plus que bi-millénaire, le questionnement relatif aux fondements du discours scientifique s'est progressivement effacé *dans* le champ qu'il régit. Sans doute certaines réponses proposées pendant plusieurs siècles ne convenaient-elles plus ; les questions ont-elles disparu pour autant ? Ce n'est pas certain. Quoi qu'il en soit, le contexte normatif actuel se soustrait à la question de ce qui le fonde, dans le même temps qu'il n'offre aucune prise à une recherche de fondement menée au degré le plus général, ce qui suffit amplement pour disqualifier *a priori* une telle recherche. Il ne faut donc pas s'attendre que le présent exposé prenne appui sur quelque roc de fondation universellement admis et dûment légitimé comme scientifique *relativement au discours normatif actuel* :

> UNE THÉORIE DE FONDEMENT. La première ligne thématique concerne l'élaboration d'une *théorie de fondement*, qui propose une réponse à la question : qu'est-ce que fonder dans le contexte du discours scientifique ?

L'objectif principal de cette théorie, elle-même conjecturale, puisqu'elle prend appui sur le principe de l'interdit du « savoir absolu », est d'ouvrir la possibilité et l'intelligibilité des dépassements :

> UNE THÉORIE DES DÉPASSEMENTS. La seconde ligne thématique concerne l'élaboration d'une *théorie des dépassements*, qui complète la théorie de fondement relativement aux questions : qu'est-ce que dépasser une théorie ? En quoi consiste une procédure de dépassement ? Quelles sont les conditions, les contraintes et les limites qui pèsent sur un dépassement ?

Dès lors qu'on ne saurait trouver un « ancrage absolu », il faut fonder *parce que* cet ancrage fait défaut ; il s'ensuit que les *questions de fondements* sont des problèmes régressifs (le fondement d'un principe fondamental serait un principe fondamental d'un niveau sous-jacent, et ainsi de suite), d'où la nécessité de ménager un accès théorique aux *régressions sans fin* :

> UN MONTAGE THÉORIQUE. La troisième ligne thématique concerne l'élaboration d'un *montage théorique* autorisant l'utilisation d'une *méthode d'analyse* qui propose une réponse à la question : comment *déceler*, *manoeuvrer*, et *résoudre* des problèmes régressifs ?

Dès qu'on sait affronter les régressions *sans fin*, on ne craint plus d'y choir, et on peut les utiliser positivement à des fins d'élaboration théorique[1] : on constate alors que des problématiques très diverses dépendent de structures contradictoires et régressives, et peuvent se résoudre dans ce contexte. Ces trois premières lignes thématiques sont destinées à pallier les lacunes impliquées par un discours normatif qui se soustrait à la question de ce qui le fonde ; elles ne sont donc pas spécialement liées à l'informatique et aux traitements d'information, mais elles sont requises pour le dénouement des blocages théoriques.

Trois autres lignes thématiques exploitent le cadre fondamental ainsi mis en place, et y deviennent théoriquement accessibles. Sans être spécifiquement informatiques, ces lignes thématiques sont cependant directement impliquées par les concepts fondamentaux qui sous-tendent les traitements d'information discrète :

> UNE THÉORIE DE L'ÉCRITURE. La quatrième ligne thématique concerne l'élaboration d'une *théorie de l'écriture* permettant de proposer une réponse aux questions : qu'est-ce que l'écriture ? Comment et pourquoi l'utilise-t-on de manière extensive dans le discours scientifique ? Quel rapport y a-t-il entre le savoir et l'écriture ?

Cette théorie récuse la conception normative actuellement en vigueur, qui regarde l'écriture comme l'image par excellence du discret et du fini, pour mettre en évidence la structure contradictoire et régressive qui permet de comprendre qu'on l'utilise aussi bien pour ses « noirs » (l'aspect concret habituel) que pour ses « blancs » (les *riens* compris comme traces indécelables). Si le fini est une manière d'affirmer que les « blancs » *ne sont rien*, le discret est une manière d'affirmer que les « blancs » *ne sont pas rien* :

---

1. Traditionnellement, on utilise l'expression *régression infinie* (*regressus in infinitum*). Dans le présent exposé, seule l'expression *régression sans fin* est utilisée. Elle est référée à une structure, laquelle est accessible par une élaboration théorique. L'intervention du *sans fin* est destinée à souligner le jaillissement de deux concepts contradictoires fondamentaux grâce auxquels on peut manoeuvrer ces régressions : d'une part, le concept de *développement* ***achevé*** *d'une régression* ***sans fin***, et, d'autre part, le concept d'***arrêt*** *d'une régression* ***sans fin***.

UNE THÉORIE DE L'EFFECTIVITÉ. La cinquième ligne thématique concerne l'élaboration d'une *théorie de l'effectivité* qui permet de proposer une réponse aux questions : quel est le statut théorique de l'effectivité ? Comment comprendre l'effectivité d'un rapport *entre* écritures ? Comment recueillir et mathématiser l'effectivité des changements (en particulier dans le cas discret) ?

Le concept d'effectivité est particulièrement crucial puisqu'il intervient en fait à tous les degrés du montage que nous proposons, aussi bien dans le contexte discret que dans le contexte continu, même si notre expérience de l'informatique nous permet d'approcher plus aisément l'effectivité des transitions d'états discrets. Ces lignes thématiques sont toutes plus ou moins directement dépendantes de trois dépassements :

TROIS DÉPASSEMENTS PRINCIPAUX. La sixième ligne thématique concerne l'étude de trois dépassements : le dépassement du principe de contradiction, le dépassement du principe d'identité et le dépassement du principe du tiers exclu.

Dans le cadre de nos thèses, ces trois principes émanent en fait de problèmes régressifs, ce qui revient à dire que l'énoncé habituel de ces principes est une manière de résoudre les problèmes régressifs associés. Dépasser ces principes équivaut simplement à retoucher légèrement la solution jusqu'à présent proposée.

Les trois dernières lignes thématiques concernent directement les traitements d'information et la question des fondements de l'informatique. Pour l'essentiel, elles prennent appui sur des études de cas, particulièrement simples et courants, afin de dégager les difficultés et anomalies qui surgissent lorsqu'on s'en tient aux évidences, principes et postulats actuellement en vigueur ; elles montrent surtout que nombre d'aspects de notre pratique habituelle de l'informatique dépendent directement de structures contradictoires et régressives :

LA DISCRÉTISATION. La septième ligne thématique concerne l'étude de la *discrétisation* [d'un système physique] afin de préciser divers aspects des concepts d'*état discret* et de *transition entre états discrets*.

Ayant observé que la détermination des transitions d'états discrets requiert corrélativement la détermination d'un niveau, nous montrons que la problématique des niveaux ne saurait être abordée isolément :

L'IMPLICATION MUTUELLE ÉTATS/NIVEAUX. La huitième ligne thématique concerne l'étude de l'*implication mutuelle* qui articule la problématique des transitions d'état et la problématique des transitions de niveaux : nous répondons négativement à la question de savoir si l'effectivité d'une transition de niveau est réductible à l'effectivité d'une transition d'état.

Cette irréductibilité, qui se généralise aux rapports entre écritures (il y a donc des écritures de différents niveaux) s'accorde aux structures contradictoires et régressives qui sous-tendent l'accès théorique aux états et aux niveaux. Nous complétons ces études de cas par une étude menée d'un strict point de vue mathématique :

L'ARTICULATION AVEC LES MATHÉMATIQUES. La neuvième ligne thématique concerne l'articulation de l'effectivité formelle (et des traitements d'information) avec les mathématiques formelles habituelles : l'étude des concepts de *couple* et de *fonction* nous conduit à démonter le *montage de l'égalité* afin de le rapporter à une problématique de *passage à la limite*.

Les singularités et problématiques, initialement mises en évidence dans le contexte des traitements d'information, admettent une *traduction* dans les mathématiques formelles : elles ne sont ni étrangères à ces mathématiques, ni irrémédiablement inaccessibles, car elles sont *seulement bloquées*, quoique manoeuvrées discrètement et effectivement mises en oeuvre, sous le couvert, par exemple, du montage de l'égalité, lequel contribue ainsi de manière particulièrement efficace à verrouiller le glissement du discret sur le fini, bloquant corrélativement l'accès à la problématique des niveaux. Il convient donc de comprendre que diverses dispositions fondamentales des mathématiques formelles actuelles (évidences, principes et postulats) peuvent être analysées, *depuis nos thèses*, comme une manière de manoeuvrer et de rendre théoriquement praticables *certaines* contradictions et *certaines* régressions sans fin, à des fins d'élaborations théoriques, dont l'efficacité n'est plus à prouver.

Le cheminement de l'exposé

Le champ théorique que nous venons d'esquisser excède considérablement le cadre du présent exposé. Nous ne prétendons certainement pas avoir épuisé un tel sujet, et encore moins exploré toutes ses ramifications. Ce que nous présentons est une manière de repérer tout ou partie d'un champ de recherches largement ouvert, et d'esquisser la géométrie de sa cohérence interne dans une sorte de *vue en coupe* où ne figurent que des ramifications directement liées à l'informatique et aux traitements d'information : les théories et les dépassements ne sont que *partiellement* développés eu égard à leur généralité, mais ils sont *détaillés* quant à leur incidence sur les traitements d'information. Par ailleurs, le caractère inhabituel d'une telle recherche de fondement ne nous procure pas l'appui d'un consensus qu'il suffirait de rappeler brièvement pour pouvoir en bénéficier. Cependant, il s'avère que notre pratique quotidienne de l'informatique recoupe l'essentiel des idées que nous proposons, jusque dans les conjectures les plus fondamentales, pour autant qu'on dispose d'un petit nombre de *clés* permettant d'ouvrir les portes actuellement verrouillées. On aperçoit alors que ce sont les conjectures qui paraissent initialement les plus éloignées des évidences habituelles qui sont aussi le contrepoint le plus direct, le plus fidèle et le plus synthétique de ce que l'informatique nous a patiemment appris, quoique ce savoir demeure partiellement oblitéré par un contexte normatif inadapté. Nous avons toutefois considéré qu'il convenait de ménager un cheminement progressif, qui procure à chaque thèse la matière d'une application puisée dans notre pratique, et de suivre, pour certaines questions et argumentations, les étapes d'un chemin que nous avons nous-même suivi.

La première partie [1-25] propose une situation de la question des fondements de l'informatique relativement au contexte normatif actuel.

La seconde partie [26-73] présente les premiers éléments d'une théorie de fondement, d'une théorie des dépassements, et d'une méthode d'analyse par les régressions sans fin. Ces premiers éléments sont immédiatement appliqués au dépassement de la conception normative actuelle de l'écriture et au dépassement du principe de contradiction.

La troisième partie [74-146] prend appui sur l'étude des états discrets et des transitions entre ces états pour présenter le montage théorique qui articule les traces indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin. Ce montage est immédiatement appliqué au dépassement du principe d'identité, dépassement qui donne accès à une première approche des problématiques de représentation.

La quatrième partie [147-237] aborde la problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux : la problématique de l'irréductibilité des transitions d'états et des transitions de niveaux se réduit à la problématique de différencier des traces formellement indécelables, ce qui exclut le recours à des preuves formelles. C'est donc le développement d'une argumentation, prenant appui sur des cas particulièrement probants au regard de notre pratique de l'informatique, qui fraye le chemin vers la *conjecture* d'une telle irréductibilité, dont la traduction est aisément décelable dans les théories de la calculabilité et les théories strictement formalisées.

La cinquième partie [238-365] abandonne toute considération relative aux traitements d'information de manière à montrer qu'il suffit de s'en tenir *très strictement* aux évidences, principes et postulats qui régissent la pratique des mathématiques formelles pour obtenir une traduction des différentes problématiques et singularités précédemment décelées. Notre méthode d'analyse par les régressions sans fin permet de rapporter la problématique des passages à la limite à la question de l'individuation des objets mathématiques, ce qui permet de démonter le montage de l'égalité : la mathématisation de l'effectivité discrète (états et niveaux) est bloquée parce que l'égalité « résout déjà » ce problème grâce à un passage à la limite, hélas inaperçu. Quelques applications possibles de la réinterprétation qui s'ensuit sont brièvement présentées.

I

UNE SITUATION DE LA QUESTION DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE

PARTIE I

UNE SITUATION DE LA QUESTION DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE

•

■ *L'informatique pose-t-elle une question de fondements ? Ne suffit-il pas de constater son développement opératoire et de parcourir les diverses approches théoriques partielles qui la concernent ? Hélas, dès qu'on examine* d'un peu trop près *les principaux concepts proprement informatiques, même dans les situations les plus courantes, on constate trop de difficultés et trop d'anomalies, mêlées à trop d'évidences, pour que ces concepts soient correctement établis d'un point de vue théorique. Nous proposons un premier parcours en raccourci du labyrinthe sous-jacent qui assure la ramification de différentes problématiques appartenant aussi bien aux sciences expérimentales qu'aux mathématiques. Par recoupements, on peut apercevoir que ces différentes problématiques s'articulent par l'usage de l'écriture, et sont donc présentes dans l'ensemble de la normativité scientifique actuelle : de telles problématiques ne sauraient être considérées* localement*, de sorte que la question des fondements de l'informatique interroge en fait les fondements de cette normativité, et, plus encore, l'*idée *même de fondement, relativement au discours scientifique.*

Le premier chapitre [1-6] replace l'informatique dans le contexte de la normativité scientifique actuelle, relativement aux différentes approches dont elle est l'objet, souligne le rôle qu'y joue l'écriture, et précise les premiers repères généraux de l'exposé.

Le second chapitre [7-19] met en évidence, sur quelques exemples simples et courants, diverses difficultés et anomalies concernant la conception actuelle de l'écriture, les états, les niveaux, le concept d'effectivité formelle, et le statut de l'informatique.

Le troisième chapitre [20-25] montre que les concepts cruciaux de l'informatique sont l'objet d'un blocage théorique qui interroge les fondements de la normativité scientifique actuelle : répondre à la question des fondements de l'informatique, c'est au moins proposer une théorie permettant de surmonter ce blocage.

CHAPITRE I-1

L'informatique dans le contexte normatif actuel

•

■ *Sans doute peut-on approcher l'informatique par différentes disciplines et peut-on la considérer selon différents points de vue ; mais toutes ces approches demeurent partielles car elles laissent dans l'ombre de leur articulation bien des difficultés. Le rôle crucial de l'écriture en informatique nous conduit à aborder l'informatique* par *et* depuis *les écritures et les rapports entre écritures [1-2]. Partant, nous soulignons l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique, et nous rappelons quelques traits essentiels de la normativité scientifique actuelle [3-6].*

I-1-1. Présentation générale de la problématique

■ *Après avoir brièvement situé la question des fondements de l'informatique à travers la problématique de l'articulation entre les diverses approches partielles de l'informatique, nous précisons le cadre de notre développement : tout ce qui intervient en informatique est compris comme [rapports entre] écritures.*

1 *Aperçu de la problématique*

L'informatique s'articule avec les sciences expérimentales (les ordinateurs sont des systèmes physiques), avec les mathématiques (par les procédures formelles effectives et les abstractions), et avec tous les domaines d'application qui utilisent l'informatique en tant qu'outil. Chaque domaine ou sous-domaine concerné peut ainsi proposer une *approche partielle* de l'informatique grâce aux méthodes, principes et concepts qui lui sont propres. Cependant, si chaque approche détermine un point de vue opératoire sur l'informatique, aucune d'elles ne dispose des moyens suffisants pour atteindre les autres, et, par conséquent, ne peut servir de référence :

1a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'informatique seule est le centre de convergence des différents points de vue qui la concernent.

1b En effet, chaque approche demeure *partielle* dans la mesure où la *question théorique* de l'articulation et de l'unification des divers points de vue reste en suspens. Cette situation se conserve d'autant mieux que le développement opératoire de l'informatique se trouve implicitement assumer dans les faits une articulation globale qui n'a jamais été élaborée. Ces approches peuvent ainsi se multiplier, et chacune se détermine de prélever dans l'informatique une coupe particulière convenant aux critères qui garantissent localement sa validité et son opérativité.

1c Il s'ensuit que chaque approche tend à éviter les difficultés théoriques qu'elle ne peut affronter, lesquelles se trouvent progressivement accumulées et recueillies dans ce qui demeure inaccessible, à savoir l'articulation des divers points de vue, au point que [presque] chaque expression ou mot crucial *en son acception informatique* désigne une telle difficulté : interprète, état, transition d'état, représentation, codage, implémentation, niveau, connexion, communication, etc.[1] Plus généralement, l'établissement de liens directs, souvent considérés comme allant de soi, entre tout ou partie d'un ordinateur (en tant que système physique) et des abstractions mathématiques reste problématique d'un strict point de vue théorique, bien qu'opératoire. Peu à peu, ces difficultés sont parvenues à constituer un agencement finement ajointé d'évidences admises et d'usages intuitifs que notre savoir-faire est capable d'exploiter de manière opératoire, l'un et l'autre se trouvant par là même, en apparence, légitimés. Le statut indécis de l'informatique (relève-t-elle d'une méthode expérimentale ou non-expérimentale ? n'est-elle qu'un outil ou une technique ?) reflète à lui seul l'ampleur de la question sous-jacente : ce qui est proprement informatique met en jeu l'articulation entre ces différentes approches partielles, et se trouve laissé de côté (à titre, par exemple, d'évidence allant de soi, de détail d'implémentation, ou de problème purement technique), ou bien émietté en une multiplicité d'aspects dont le recollement intuitif repose sur des glissements conceptuels :

1e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Aborder la ***question des fondements de l'informatique***, c'est considérer ces évidences et ces glissements comme une ***problématique théorique***.

2 *Aborder l'informatique par l'écriture*

2a L'informatique ne saurait se concevoir sans l'intervention de l'***écriture***. Son rôle crucial, sans doute sous-estimé à force d'habitude, nous a paru mériter un questionnement approfondi qui nous conduit à conclure :

2b THESE GÉNÉRALE DES RAPPORTS ENTRE ÉCRITURES. La question des fondements de l'informatique, ainsi que les problématiques théoriques qui en dépendent, sont indissociables de la question du *statut* assigné aux ***[rapports entre] écritures***[2] :

Par cet énoncé, nous signifions, d'une part, que le statut assigné aux écritures individuelles est une *conséquence* du statut assigné à leurs rapports, et, d'autre part, que le mot *interprétation* recouvre pour l'essentiel l'aire de la problématique que nous voulons développer. Cet énoncé est une *thèse*. Il ne relève strictement ni d'une démonstration formelle (puisqu'il implique le lien entre l'abstrait et l'écriture), ni de la méthode expérimentale (puisqu'il implique le lien entre le réel et l'écriture) :

2d MÉTHODE GÉNÉRALE. Nous lions la validité de la *thèse générale* [2b] à la pertinence de ses conséquences, et nous procédons par voie de ***discours***, selon un développement ***hypothético-déductif*** adapté aux ***théories conjecturales***.

En tant qu'il procède *par voie de discours*, le présent exposé ne présente pas une *théorie formalisée*[3]. En tant qu'il procède selon un développement *hypothético-déductif*, il ne présente pas une *théorie mathématique*. En tant qu'il place les [rapports entre] écritures en position médiatrice première, il ne présente pas non plus, à proprement parler, une *théorie expérimentale*. Bref, il s'agit d'une *théorie conjecturale exposée par voie de discours*[4].

2e Rien, sans doute, ne semble plus homogène, plus évident, et plus simple que l'écriture. Il reste toutefois à déterminer si la diffusion de machines automatiques, dont le fonctionnement est assimilé à des transformations

---

1d 1. Quelques exemples : alors qu'on en fait usage comme s'il s'agissait d'une seule et même chose, le mot *état* renvoie à la physique quand on regarde un ordinateur comme un système physique, et à une manière de parler quand on se place en théorie de la calculabilité (où les états *sont*, en principe, des éléments d'ensembles, et les *transitions d'état*, des fonctions) ; le mot *représentation* (d'une abstraction, de l'information, des connaissances, etc.) ne dispose pas d'une assise théorique suffisante pour couvrir ses multiples usages (en particulier lorsque le représenté supposé est une abstraction mathématique) ; le mot *niveau*, sans lequel on ne peut guère tenir un discours intelligible en informatique, demeure problématique aussi bien dans les sciences expérimentales (niveau d'observation) qu'en mathématiques (niveau d'abstraction).

2c 2. Dans la suite de l'exposé, le syntagme *[rapports entre] écritures* abrège : *écritures et rapports entre écritures*.

3. Disons simplement, dans l'immédiat, que le réexamen de la conception habituelle de l'écriture nous conduira à réexaminer certains postulats de la formalisation mathématique.

4. Nous reviendrons sur les raisons d'un tel choix de méthode ; par ailleurs, on constatera dans la suite qu'il ne s'agit pas d'*une*, mais de *plusieurs* théories conjecturales. Provisoirement, on peut laisser cela de côté.

d'écritures [6e], a laissé intacte une conception élaborée alors que leur production, leur lecture et leur transformation étaient exclusivement le fait du sujet. La difficulté de *voir* l'écriture telle qu'elle intervient en informatique, est à la mesure de l'*évidence* qui gouverne à notre insu son rapport au savoir, en particulier scientifique. Il convient donc, selon nous, de parvenir à se déprendre de certaines conceptions admises pour laisser place à l'idée que l'informatique nous contraint à affronter une situation où les rôles sont inversés : l'écriture n'y figure pas [seulement] en tant qu'outillage asservi au discours et à la représentation, mais [aussi] comme un champ où se recueille *ce qui doit être pensé et interprété* [1]. Si notre conception de l'informatique, et, plus généralement, du savoir scientifique actuel, à travers l'examen des rapports entre écritures est, à notre connaissance, en tant que telle, entièrement originale, elle résulte pourtant d'une jonction synthétique entre plusieurs filiations conceptuelles, anciennes et contemporaines, que l'usage avait pris l'habitude de disperser dans des champs de savoir désignés par lui comme étrangers les uns aux autres.

I-1-2. La normativité scientifique actuelle (quelques rappels)

■ *Après avoir brièvement replacé la normativité scientifique actuelle dans sa filiation, nous rappelons quelques critères normatifs généraux.*

3 *La filiation de la normativité scientifique actuelle*

La question des fondements de l'informatique concerne directement ou indirectement l'articulation entre plusieurs disciplines qui appartiennent à un contexte normatif dont nous rappelons quelques traits généraux. Dans la mesure où la caractérisation de *ce qui est scientifique* n'est pas immuable et ne peut être énoncée d'une manière telle qu'aucune équivoque ne subsiste, la pratique scientifique se règle, à chaque époque, sur une *normativité*, qu'elle élabore de manière plus ou moins explicite, et qui se modifie lorsque l'évolution des sciences parvient à l'exiger :

3a DÉFINITION. Une ***normativité scientifique*** institue un *clivage* entre ce qu'elle accepte (ce qu'elle reçoit comme scientifique en son sens) et ce qu'elle rejette. Elle règle la pratique scientifique à travers des *critères normatifs*, dont certains peuvent rester implicites, et qui sont aussi bien des postulats, des conceptions, des hypothèses, des évidences, etc., que des méthodes, des protocoles, des classifications, des habitudes, etc.

Chaque discipline prolonge les critères normatifs généraux pour fixer des critères de plus en plus régionaux, locaux, et spécifiques. Tous ces critères sont une élaboration de chaque instant, et peuvent se trouver repris pour être discutés, ajustés, voire récusés. Une normativité scientifique n'est jamais d'un seul bloc, ni réductible à une liste de critères dûment explicités et complètement mis en forme : si des repères stables se dégagent à chaque époque, elle ne cesse de s'élaborer dans l'exercice quotidien de la pratique scientifique.

3b La normativité scientifique actuelle appartient à une filiation qui a recueilli — et qui continue de recueillir — des influences très diverses. Certaines d'entre elles proviennent de l'Antiquité et se manifestent encore de

---

2f 1. Indiquons toutefois dès maintenant que cette situation n'est pas propre à l'informatique, et qu'elle n'est ni neuve ni isolée. Esquissons intuitivement cette inversion des rôles comme une différence de *statut*, c'est-à-dire une différence quant au rapport qui s'établit entre le sujet et l'écriture. Nous concevons ici que l'écriture ne se réduit pas à un ingénieux procédé graphique pour enregistrer le discours, à la manière d'un archaïque gramophone. En informatique, le statut des écritures est généralement celui de *traces en position d'objet*, ce qui implique que le discours soit convoqué pour les interpréter et leur conférer un sens (ou les référer à des abstractions). Mais comme rien ne distingue, en apparence, les écritures (en tant qu'enregistrement de discours) et les écritures (en tant que traces en position d'objet), il s'ensuit que la difficulté majeure consiste à différencier les unes et les autres afin de ne pas les confondre, puisque *ce qu'est* une écriture dépend du statut que le sujet lui accorde. Partant, la distinction passe moins entre le *sonore* et le *graphique*, qu'entre les traces (sonores, graphiques, ou autres) qui ont, pour le sujet, statut de discours, et les traces (sonores, graphiques, ou autres) qui ont, pour le sujet, statut d'objet. Ainsi, par exemple, dans les textes de programmes, distinguons-nous les *commentaires* (écritures ayant statut de discours, et éliminées au cours de l'analyse syntaxique), et l'*énoncé de programme* à proprement parler (écritures ayant statut d'objet, et destinées à être interprétées, après traduction éventuelle, par une machine). En ce sens, tenter de rendre un texte de programme *lisible*, c'est agencer et choisir les écritures (syntaxe du langage, mnémoniques, etc.) pour leur conférer un double statut grâce à un *glissement* : ce sont alors les « mêmes » écritures que nous lisons (quand nous leur donnons statut de discours) et que nous soumettons à une machine (quand nous leur donnons statut d'objet).

nos jours. Cette normativité s'inscrit dans le cadre général d'une ***conception positive de la connaissance***, en partie élaborée ou réélaborée à partir du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, et durablement marquée par le courant positiviste du XIX$^{\text{ème}}$ siècle qui s'impose largement depuis lors. La normativité scientifique actuelle consacre l'aboutissement d'une séparation progressive entre les sciences (identifiées à la positivité) et les discours réputés non positifs, la théologie, la métaphysique, et la philosophie, par exemple [1].

4 *Rappel de quelques critères normatifs généraux*

La caractérisation complète de la normativité scientifique actuelle ne relève pas du présent exposé. Toutefois, dans la mesure où nos thèses interrogent ses fondements, nous rappelons ici quelques critères normatifs d'ordre général. Ces critères sont extrêmaux, les uns minimaux et les autres maximaux, et sont destinés, dans le cadre de cet exposé, à intervenir dans des raisonnements aux limites.

4a Le critère minimal de positivité énonce une condition *sine qua non* d'accès à la connaissance positive, et ne prétend en aucun cas suffire à la caractériser. Nous le ferons donc intervenir sous la forme : ce qui ne satisfait pas *au moins* à ce critère minimal ne peut pas, *a fortiori*, intervenir dans le cadre des connaissances positives :

4b CRITERE MINIMAL DE POSITIVITÉ. Dans le cadre général d'une ***conception positive de la connaissance***, la normativité scientifique actuelle exige *au minimum* de tendre à une stricte séparation du sujet et de l'objet, et de ne prendre en compte que des faits tangibles et/ou ce qui peut être explicité (reconnu énoncé, défini, formulé, formalisé, démontré, etc.).

Examinons [2] brièvement ce critère par la voie négative. En premier lieu, la qualité d'objectivité n'est pas reconnue à une connaissance qui implique une *interférence* entre le sujet et son objet, de sorte que le sujet doit se maintenir hors du champ de la connaissance positive. En second lieu, on ne peut rien affirmer positivement concernant des [supposés] phénomènes qui ne donneraient lieu à aucun *fait* (ou à aucune trace) tangible grâce à un protocole d'observation déterminé. Enfin, en troisième lieu, on ne peut rien affirmer positivement concernant ce qui n'est pas reconnu accéder à une quelconque *forme* dans le discours.

4c Compte-tenu de l'importance que nous reconnaissons à l'écriture, nous serons amené à examiner son rôle dans la normativité scientifique actuelle par le biais de trois critères normatifs maximaux, qui y sont unanimement reconnus comme étant à la fois les plus *fins* (les plus discriminants) et les plus *durs* (les plus rigoureux). Dire que ces critères sont maximaux implique que certaines théories peuvent être reconnues scientifiques et opératoires (au sens de la normativité scientifique actuelle) tout en ne satisfaisant pas directement et/ou complètement à ces critères :

4d CRITERE D'AXIOMATISATION FORMELLE. La forme actuellement reconnue comme étant la plus rigoureuse pour énoncer une ***théorie mathématique*** consiste à présenter un système à la fois axiomatisé et formalisé.

4e CRITERE DE REPRÉSENTATION FORMELLE EFFECTIVE. La forme actuellement reconnue comme étant la plus rigoureuse pour représenter les relations et les changements au sein d'un ***système d'objets discrets*** (strictement borné de toutes parts dans le fini, et non nécessairement mathématique) consiste à énoncer une procédure formelle effective.

3c 1. Il convient de qualifier cette séparation : *officielle*, car malgré un silence normatif apparent, de nombreux témoignages montrent que les liens n'ont jamais été vraiment coupés, surtout dans les disciplines qui butent sur des difficultés relatives à leurs propres fondements. Depuis quelques décennies, la résistance de certaines questions d'origine strictement scientifique (quelques-unes proviennent de la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, en physique par exemple, d'autres proviennent de nouvelles disciplines, l'informatique et les sciences cognitives, par exemple) incitent un nombre croissant de chercheurs à faire retour sur leurs propres *a priori* et sur les postulats admis afin de les interroger plus avant, quitte à publier les résultats de tels travaux indépendamment du cadre normatif.

2. Dans ces brefs rappels relatifs à la normativité scientifique actuelle, nous nous bornons à reprendre l'interprétation courante qu'on en donne.

4f CRITERE DE CORROBORATION EXPÉRIMENTALE. Les ***théories expérimentales*** actuellement reconnues comme étant les plus valides sont des théories prédictives (et, en principe, quantitatives) associées à des modèles effectifs qu'il est possible de corroborer expérimentalement.

L'écriture intervient dans ces trois critères, car s'il est courant de mettre l'accent sur la *mathématisation* des sciences expérimentales, et sur la *formalisation*, à des degrés divers, des mathématiques, il n'en reste pas moins que les assemblages formels sont d'abord des *écritures* que le mathématicien ou le physicien met en rapport, qu'il s'agisse de dérivations formelles, de calculs, de transformations d'équations, etc. Corrélativement, la corroboration expérimentale de théories [quantitatives] prédictives implique des modèles effectifs, qui se présentent comme des calculs effectifs, c'est-à-dire comme des opérations appliquées à des écritures.

5 *La conception normative de l'écriture*

La conception normative de l'écriture reste généralement implicite, car elle admet que les écritures intervenant dans le cadre qu'elle institue sont *les mêmes* que celles quotidiennement utilisées. Si nous laissons de côté le problème de la reconnaissance d'une même lettre sous des graphismes voisins, nous pouvons énoncer l'essentiel de cette conception grâce à trois critères maximaux relatifs à la *morphologie*, au *statut* et à la *coïncidence* des écritures :

5a CRITERE RELATIF A LA MORPHOLOGIE DES ÉCRITURES. La conception normative assume que les écritures sont des assemblages obtenus par *concaténation* de ***lettres***, lesquelles sont conçues comme des *éléments irréductibles* (insécables et indécomposables), tandis que les ***rapports entre écritures*** sont réductibles à des combinaisons répétitives *d'opérations irréductibles* (insécables et indécomposables).

5b CRITERE RELATIF AU STATUT INSTRUMENTAL. La conception normative assume que les écritures ont un ***statut purement instrumental*** qui leur confère les qualités de passivité, d'adéquation et de transparence. Corrélativement, les écritures sont ***absolument disjointes du réel et de l'abstrait***, étant entendu que le sujet assume tout lien entre les écritures et ce à quoi elles sont supposées se référer.

5c CRITERE DE COINCIDENCE FORMELLE. Deux écritures ***coïncident formellement*** si et seulement si elles coïncident lettre à lettre, et ce, dans le même ordre.

Dans cette conception normative, la morphologie [5a] des écritures constitue, par excellence, l'image adéquate du *discret finitiste*. Les qualités de passivité, d'adéquation et de transparence [5b] signifient que l'usage instrumental de l'écriture n'interfère pas, ne déforme pas, ni ne voile rien, tant pour ce qui concerne le réel que pour l'abstrait[1]. La disjonction [5b] énonce qu'aucune écriture ne peut être, en tant que telle, ni un objet réel, ni une abstraction. Cette disjonction implique que le lien par lequel l'écriture est référée à des objets réels ou à des abstractions ne peut être assumé que par le sujet, lequel est supposé demeurer hors du champ de la connaissance positive [4b]. Le critère de coïncidence formelle [5c] est le plus fin et le plus discriminant actuellement reconnu pour ce qui concerne la comparaison des écritures.

6 *Quelques remarques générales*

Bien qu'on puisse être tenté de regarder la séparation entre les sciences positives et les discours réputés non positifs [3b] comme une évidence allant de soi, il s'ensuit un fait qui mérite d'être souligné, car il intéresse directement notre exposé :

6a CONSTAT RELATIF AUX FONDEMENTS GÉNÉRAUX. La normativité scientifique actuelle exclut *a priori* la ***question de ses propres fondements***, et, partant, toute question de fondements d'ordre plus général.

5d 1. La difficulté de s'accorder sur le nom de *ce au sujet de quoi une méthode non-expérimentale (en particulier mathématique) produit une connaissance scientifique* signale l'affleurement d'un problème théorique en suspens. Aucun mot ou périphrase ne recueille l'unanimité : s'agit-il d'êtres, d'objets (abstraits ? mathématiques ? formels ? idéaux ?), d'idées, de formes, etc. ? Nous avons retenu le substantif *abstraction*, tandis que l'*abstrait* nomme le « lieu » que ces abstractions sont supposées « habiter ».

En effet, de telles questions se sont toujours trouvées au coeur d'élaborations théologiques, métaphysiques ou transcendentales. De sorte que le critère minimal de positivité [4b], qui exclut en son principe toute considération de cet ordre, juge *ipso facto* irrecevable, pour ce qui concerne la normativité qu'il régit, tout discours et toute réflexion concernant de telles questions [1].

L'essor de la formalisation, qui s'est particulièrement accentué au cours des cent dernières années, prolonge un processus déjà ancien qui installe l'écriture en position d'intermédiaire essentiel, ce que soulignent les trois critères maximaux [4d] [4e] [4f] :

6c CONSTAT RELATIF A L'OMNIPRÉSENCE DE L'ÉCRITURE. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, l'ensemble du savoir [scientifique] tend à passer par l'écriture [2].

Ce rôle articulatoire de l'écriture est particulièrement crucial dans le cas de l'informatique. En effet, dès lors qu'on identifie les *états* d'un ordinateur à des *écritures*, une *transition d'état* peut être identifiée à une *opération* qui, appliquée à une écriture (associée à l'état antécédent) conduit à une autre écriture (associée à l'état suivant) :

6e CONSTAT RELATIF A L'IDENTIFICATION ÉVIDENTE. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, il est admis comme une ***évidence allant de soi*** qu'un ordinateur est identifiable à des transformations discrètes effectives concernant des écritures elles-mêmes discrètes et, en principe, finies [3].

Cette identification évidente permet de rapporter l'informatique à la conception normative de l'écriture [5] et, partant, de l'articuler avec les mathématiques. L'informatique se développe ainsi dans un contexte général [6c] qui favorise ses multiples articulations et qu'elle pénètre d'autant plus aisément que l'écriture y joue déjà un rôle crucial.

6b 1. A supposer, bien entendu, que de telles questions soient susceptibles de se poser. Car, si on admet la préséance de la connaissance scientifique (au sens de la normativité actuelle) comme une évidence allant de soi ou hors de portée de tout questionnement, ces questions ne sont pas exclues, puisqu'il n'est pas supposé qu'elles se posent. En ce sens, il convient également [3c] de qualifier cette exclusion : *officielle*.

6d 2. En employant la tournure *passer par*, nous laissons provisoirement en suspens la question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture : *pour quelle(s) raison(s) la normativité scientifique actuelle se trouve-t-elle obligée de reconnaître que l'exigence de confier à l'écriture la mise en forme du savoir [scientifique] constitue un aboutissement, c'est-à-dire une limite ?*

6f 3. Nous laissons en suspens le caractère de *finitude* des écritures, pour évident qu'il paraisse en mathématiques standard. En effet, il ne s'est dégagé aucune raison d'appliquer à l'informatique certaines limitations des formalismes et non pas d'autres, et, dès lors, conformément aux travaux de TH. SKOLEM, les concepts de *fini* et d'*infini* ne peuvent être entendus que *relativement* à des modèles explicitement construits.

CHAPITRE I-2

Remarques sur quelques concepts

•

■ *Il est inutile de débusquer des situations extraordinaires pour déceler des difficultés et des anomalies, car il suffit d'interroger ce qui nous est le plus familier et ce qui nous paraît le plus évident : les trois exemples, dont nous amorçons l'étude, ont été retenus pour leur extrême banalité ; ils suffiront cependant pour l'ensemble de l'exposé. Les premières remarques [7-11] concernent la conception normative de l'écriture : elle ne convient pas à l'informatique. Les secondes remarques [12-14] concernent le concept d'effectivité formelle, tel que proposé par les théories de la calculabilité : il implique des régressions sans fin et des contradictions. Les troisièmes remarques [15-19] concernent la méthode expérimentale : elle s'évanouit à l'endroit de l'informatique et ne permet d'approcher ni la spécificité de ce qui se manifeste comme réductible à du calculable, ni les changements de niveaux.*

I-2-1. Remarques sur l'usage de l'écriture en informatique

■ *La conception normative de l'écriture ne s'applique pas en informatique : l'irréductibilité qui est attribuée à l'écriture ne peut plus être tenue pour une évidence, mais s'avère une condition nécessaire à la détermination de certains systèmes de concepts.*

7 *Premier exemple : le codage des caractères*

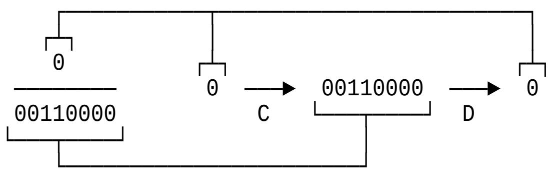
Examinons cet extrait de la table des codes ASCII qui, à chaque caractère, associe un codage sur 8 bits :

7a

caractère	A	a	0	1
code ASCII	01000001	01100001	00110000	00110001

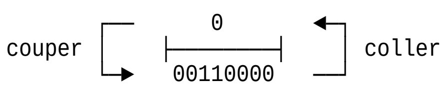
Les lettres qui figurent au-dessus de la barre *ne sont pas du même niveau* que celles qui figurent en-dessous. En particulier, les lettres 0 et 1 qui figurent au-dessus de la barre ***ne sont pas les mêmes*** que celles qui figurent en-dessous de la barre, bien qu'elles *coïncident formellement* [5c] : notre pratique de l'informatique nous *interdit* d'admettre que le franchissement de la barre puisse donner lieu à un programme informatique, puisque ne peuvent intervenir, dans un traitement informatique, que des écritures d'un *même niveau* (dans l'exemple, celles figurant en-dessous de la barre) :

7b



Ainsi, les flèches de codage C et de décodage D, bien qu'ayant toutes les apparences d'opérations discrètes et bornées dans le fini, correspondent à un *rapport entre écritures* qui, en tant que tel, ne peut pas être programmé. Sans doute peut-on tenter de *représenter* ces flèches par un *transcodage* (conversion du code EBCDIC du caractère 0 en son code ASCII, par exemple), mais le franchissement de la barre par un programme demeure impossible. En revanche, « tout se passe comme si » le fait d'appuyer sur une touche d'un clavier *découpait* un caractère en son code ASCII (ou en un code intermédiaire déjà binaire), et le fait d'éditer un code ASCII le *collait* pour en faire un caractère. Par exemple, dans le cas du caractère 0 (code ASCII hexadécimal 30), on obtient :

7c



Cette transformation pourrait s'interpréter en admettant qu'il s'agisse, au-dessus et en-dessous de la barre, d'une « même substance », mais selon deux *niveaux* ou deux *points de vue* différents. Par contre-coup, puisque, d'un point de vue formel (mathématique), rien ne s'oppose radicalement à ce que les flèches C et D du schéma [7b] correspondent à des *procédures formelles effectives*, peut-être convient-il d'interroger plus avant certaines évidences [6e] qui sous-tendent la formalisation et le concept de calcul dans leur rapport à l'informatique [1].

8 *Second exemple : les transitions d'état*

8a Relativement à la conception habituelle du *discret finitiste*, supposée s'appliquer de manière évidente à l'informatique [6e], dire qu'une *transition d'état* est *discrète*, c'est dire qu'*il n'y a rien entre ces deux états*, la place de ce *rien* étant usuellement marquée par une flèche. Par exemple, soit $E_j \rightarrow E_{j+1}$ une transition élémentaire d'un vecteur d'état *à un niveau langage-machine* :

8b langage-machine $E_j \longrightarrow E_{j+1}$

Pour un informaticien, le caractère irréductible d'une transition dite *élémentaire* est relatif. Ainsi, on peut reprendre cette transition *élémentaire* en supposant, par exemple, que les instructions de la machine sont interprétées par un micro-programme :

8c langage-machine $E_j \longrightarrow E_{j+1}$

micro-programme $E_{j()} \rightarrow E_{j(+1)} \rightarrow E_{j(+2)} \ldots \rightarrow E_{j(+k)}$

8d Il suffit de *changer de niveau* pour décomposer le *rien* entre E_j et E_{j+1} (niveau langage-machine) en une suite d'*autres riens* (niveau micro-programme), lesquels, à leur tour, seront certainement décomposables, jusqu'à ce que ces *riens* s'*évanouissent* [2] dans le continu du physicien. Ce que nous avons suggéré précédemment pour les coupures et les collages de lettres [7c], peut être transposé ici pour les *riens* du discret finitiste :

8f $$\text{couper} \quad \frac{\longrightarrow}{\rightarrow \ \rightarrow \ \ldots \ \rightarrow} \quad \text{coller}$$

De sorte que si nous sommes habitués à dire que *rien* est l'intervalle entre deux *quelque chose*, nous voyons émerger, par *dualité*, un point de vue dans lequel *quelque chose* est l'intervalle entre deux *riens*. Comme précédemment, les *riens* qui figurent au-dessus de la barre *ne sont pas les mêmes* que ceux qui figurent en-dessous, bien qu'on ne puisse pas les distinguer concrètement : on ne trouvera jamais un programme ou une procédure effective pour le codage ou la transformation de ces différents *riens*.

8g Il s'ensuit que l'usage extensif des flèches n'est nullement évident. D'une part, dans le cas de transitions irréductibles, les flèches transitionnelles se trouvent en situation de désigner des *riens* qu'il est pourtant impossible d'éliminer. D'autre part, autant le point de vue mathématique affirme que certaines flèches sont irréductibles (opérations irréductibles indécomposables), autant le point de vue informatique affirme que ces « mêmes » flèches sont *toujours déjà* des termes composés obtenus par agrégation de transitions sous-jacentes.

9 *Troisième exemple : l'interaction entre les lettres*

En posant que les écritures concrètes sont irréductibles, la conception normative [5] laisse dans l'ombre la question, pourtant essentielle, de l'*effectivité* d'un calcul. Comment expliquer, par exemple, que les lettres "1", "+" et "2" *interagissent* pour produire la lettre "3" ? Doit-on imaginer que les lettres "1" et "2" envoient chacune

1. L'étude détaillée de cet exemple et de ses incidences est menée dans la quatrième partie [147-237]. En dépit de son extrême banalité, *ce seul exemple* suffirait à justifier la présente thèse car le *problème théorique* qui affleure en cette occasion étend ses ramifications jusqu'aux fondements de la normativité scientifique actuelle.

8e 2. Le mot *évanouissement* est emprunté à G. W. LEIBNIZ. L'évanouissement (ou l'évanescence) s'articule (entre autres) avec les *petites perceptions*, les *infinitésimaux*, les *limites* et les *niveaux*. Schématiquement, ce qui s'évanouit ne disparaît pas, il est seulement non-assignable relativement au référentiel (ou au niveau) dans lequel on opère.

un *message* à la lettre "+", disant respectivement : « je suis "1" » et « je suis "2" », pour que la lettre "+", *prenant connaissance* de ces messages, et *sachant* alors qu'elle a affaire aux lettres "1" et "2", *fabrique* la lettre "3" ? Si tel est le cas, la lettre "+" n'est pas là *pour elle-même*, mais *désigne un interprète* qui assume l'interaction des messages.

9a Dans ces conditions, d'une part, les lettres ne sont ni insécables ni élémentaires ni simples, puisqu'elles peuvent émettre et/ou recevoir des messages, et, d'autre part, puisque les messages sont à leur tour composés de lettres élémentaires et insécables, la « difficulté » est seulement reportée d'un cran.

10 *Le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique*

Ces trois exemples suffisent pour nous permettre de souligner quelques traits qui participent de l'habitude de penser de l'informaticien, et dont il ne saurait se passer. S'ils nous sont si familiers, c'est parce qu'ils sont un passage obligé : on ne saurait concevoir la mise en oeuvre effective d'un calcul sur un ordinateur sans impliquer un ***codage*** [7] ; on ne saurait concevoir un ordinateur (ni même une machine mathématique) sans les concepts d'***état*** et de ***transition d'état*** [8] ; on ne saurait rendre compte des processus informatiques sans faire intervenir des ***niveaux*** d'abstraction et/ou d'observation [8a] ; et enfin, on ne saurait expliquer l'effectivité d'un calcul sans supposer une manière d'***interaction*** entre les lettres [9]. En informatique, ces concepts sont cruciaux, non seulement parce que leur usage est très courant, mais aussi parce qu'ils régissent d'autres concepts tout aussi importants, comme ceux d'interprète, de représentation, d'implémentation, etc. Bien qu'intervenant fréquemment à titre d'évidences allant de soi, ces concepts s'avèrent particulièrement rebelles à une construction rigoureuse, et restent incontestablement problématiques dans l'articulation de l'informatique avec les disciplines qui lui sont connexes :

10a CONSTAT. Un ***blocage théorique*** maintient actuellement en suspens l'élaboration rigoureuse et l'articulation globale des concepts cruciaux de l'informatique.

10b Un tel blocage n'empêche nullement la mise en oeuvre de ces concepts. Au contraire, plus ils coexistent dans
10c un savoir-faire reconnu opératoire, plus on souhaite les approcher de manière théorique. Ces trois exemples concernent directement l'usage de l'écriture en informatique, non seulement relativement à l'insécabilité des lettres [7c] et à leur individuation [9a], mais aussi à l'égard des *riens* [8f] qui y figurent et dont on marque la place par des flèches [8g]. Quand on compare l'analyse de ces exemples à la conception normative de l'écriture [5], on constate :

10d CONSTAT. En informatique, ***la conception normative de l'écriture ne convient pas*** : une lettre ne peut pas être tenue pour *évidemment insécable*, pas plus qu'il ne peut y avoir de transition d'état ou d'opération sur les écritures *évidemment indécomposable*.

Même si, à ce stade de l'exposé, nous ne sommes pas encore en mesure de définir correctement ce qu'est un *niveau d'abstraction et/ou d'observation*, nous pouvons au moins remarquer :

10e CONSTAT. En informatique, affirmer que telle écriture, telle opération ou telle transition est irréductible, c'est explicitement ***déterminer un niveau*** d'abstraction et/ou d'observation.

10f Ce que nous avons dit dans l'exemple concernant les deux niveaux langage machine et micro-programme [8], s'applique tout autant aux concepts des langages évolués, des systèmes, et, plus généralement, de toute élaboration qui admet une *implémentation informatique* : une implémentation n'a lieu que *relativement à un interprète*, et nous savons alors que tous les concepts de ce langage (de ce système, etc.) se sont évanouis dans les concepts propres de cet interprète. De sorte qu'à l'instant où les transitions discrètes s'évanouissent dans le continu du physicien [8d], *c'est aussi le concept d'interprète qui s'évanouit*, et donc avec lui la totalité de l'édifice conceptuel avec lequel l'informaticien opère. Par conséquent :

10g PREMIERE CONCLUSION. En informatique, l'*irréductibilité des écritures* ne peut plus être tenue pour une évidence allant de soi, mais bien au contraire comme une ***condition nécéssaire à la détermination de systèmes de concepts*** qui n'existent qu'à certains niveaux d'abstraction et/ou d'observation.

En particulier, la détermination d'un *objet informatique* est indissociable d'un *niveau*, et cette détermination varie quand le niveau varie (au point qu'un objet informatique peut s'évanouir ou émerger lors d'un changement de niveau), de sorte que la difficulté d'aborder théoriquement le concept de niveau s'infiltre dans la tentative de définir chaque concept et chaque objet *proprement informatiques*. Il suffit donc d'analyser brièvement quelques situations informatiques parmi les plus courantes pour conclure :

10h SECONDE CONCLUSION. Les approches actuelles de l'informatique prennent appui sur des évidences qui ne conviennent pas, et la conception normative de l'écriture [5] contribue directement à conserver le blocage théorique [10a] concernant les concepts cruciaux de l'informatique.

Nous ne disons pas que seule la conception normative de l'écriture soit en cause, mais nous laissons plutôt entendre que le fait d'aborder l'informatique depuis la question du statut qu'elle assigne à l'écriture [2a] permet de déceler d'une manière particulièrement directe et tangible l'un des affleurements d'une difficulté plus fondamentale que strictement informatique.

11 *Remarques sur le statut purement instrumental de l'écriture*

Les remarques qui précèdent nous invitent à envisager l'hypothèse que l'usage de l'écriture, au moins dans le cadre de l'informatique et de ses multiples articulations, ne se réduit pas aux évidences que la conception normative propose [5]. Mais, dès lors qu'elle se refuse à s'en tenir aux évidences courantes comme allant de soi, une telle hypothèse requiert l'élaboration d'un *savoir sur l'écriture*, ce qui présuppose au minimum la *possibilité* d'installer l'écriture en place d'*objet de savoir* : une telle éventualité est-elle concevable dans le cadre de la normativité scientifique actuelle ? Puisque [5b] les écritures ne peuvent être ni des objets réels (pour une méthode expérimentale), ni des abstractions (pour une méthode non-expérimentale) :

11a REMARQUE. A cause de leur statut purement instrumental [5b], les écritures ne peuvent pas être placées en position d'*objet de savoir* dans le cadre de la normativité scientifique actuelle.

Il s'ensuit *a fortiori* : premièrement, que le *rapport* entre écritures ne peut être l'objet d'un savoir ; deuxièmement, que le lien entre les écritures et les objets réels ou les abstractions ne peut être l'objet d'un savoir ; et enfin, troisièmement, que le lien entre, d'une part, les rapports entre écritures, et, d'autre part, les rapports entre objets réels ou entre abstractions, ne peut être l'objet d'un savoir. Par conséquent :

11b TROISIEME CONCLUSION. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, la conception purement instrumentale de l'écriture doit être admise comme une évidence allant de soi, puisqu'aucun savoir recevable *au sens de cette normativité*[1] ne peut être produit concernant l'écriture et les liens ou rapports dans lesquels elle intervient.

Cette conclusion peut sembler surprenante quand on sait que l'ensemble du savoir scientifique tend à passer par l'écriture [6c]. Toutefois, on peut remarquer que le postulat selon lequel l'écriture est passive, adéquate et transparente [5b], n'est en fait qu'une manière de signifier qu'il n'y a pas de savoir à produire concernant l'écriture. Il s'ensuit alors que l'impossibilité de produire un tel savoir n'est pas une lacune, ou seulement une lacune vide.

---

1. Nous soulignons *au sens de cette normativité* : cette conséquence ne signifie pas qu'on ne sache rien, ni qu'on ne tente pas, par divers moyens, d'approcher un tel savoir. Nous disons seulement que ce savoir reste oblitéré par des évidences qu'aucune méthode actuellement recevable n'est en mesure de questionner, car ces méthodes présupposent ces évidences, à savoir, principalement, le statut purement instrumental de l'écriture [5b], pour avérer leur propre positivité et se rendre ainsi elles-mêmes recevables. En outre, puisque l'écriture intervient en position majeure dans les critères normatifs maximaux [4d] [4e] [4f], la recevabilité d'un savoir positif sur l'écriture devrait être jugée relativement à des critères « encore plus maximaux ».

I-2-2. Remarques sur le concept d'effectivité formelle

■ *Le critère de coïncidence formelle implique une structure contradictoire régressive que le concept d'effectivité formelle recouvre grâce aux* riens *du discret finitiste. Partant, rien ne s'oppose aux glissements d'écritures dans l'ensemble du discours scientifique.*

12 *Remarques sur la coïncidence formelle*

12a Il semble plausible d'admettre que seule une raison puissante peut se charger d'assumer la conservation du blocage théorique [10a] concernant les concepts cruciaux de l'informatique. Plusieurs domaines mathématiques (théorie de la démonstration, théorie de la calculabilité, théorie des modèles, etc.) ont été amenés à référer le
12b concept d'*effectivité formelle* au fait d'être en mesure, au moins potentiellement, de tracer concrètement des écritures et de leur appliquer effectivement des opérations. Dans ce cas, le *principe d'identité*, qui ne s'applique pas au tangible, est remplacé par le *critère de coïncidence formelle des écritures* [5c].

Pourquoi énoncer, en tant que critère normatif maximal, ce qui semble si évidemment aller de soi concernant la comparaison des écritures ? Depuis une centaine d'années, toutes les recherches concernant l'effectivité formelle convergent vers la réduction des calculs à des *procédures formelles effectives* qui se comprennent comme l'énoncé d'une ou de plusieurs *règles de réécriture*. Ces procédures formelles, qui, concrètement, ne sont rien d'autre que des écritures, n'acquièrent la qualité d'effectivité que relativement à des *machines mathématiques*, lesquelles impliquent au minimum la possibilité d'effectuer et de répéter une opération réputée irréductible : l'*application d'une règle de réécriture*[1]. Or, l'applicabilité d'une règle de réécriture se décide sur la reconnaissance *préalable* d'une coïncidence formelle d'écritures, puisqu'il faut décider, pour chaque règle éventuellement applicable, si sa partie gauche a une occurrence dans le mot (ou le ruban) sur lequel s'applique la machine. Par conséquent, le critère de coïncidence formelle [5c] ne peut être *ultimement* traduit en une procédure formelle effective, puisqu'une telle procédure formelle ne deviendrait effective que relativement à une machine qui, pour l'interpréter, impliquerait *déjà* la possibilité de décider de la coïncidence formelle de deux écritures ***dans le fait même d'appliquer une règle de réécriture***[2]. Il s'ensuit :

12c CONSTAT. La tentative de traduire ultimement le critère de coïncidence formelle en une procédure formelle effective déclenche une ***régression sans fin***[3].

En outre, on remarque que le critère de coïncidence formelle portant sur les écritures [5c] se réduit à un critère de coïncidence formelle portant sur les lettres individuelles qui s'énonce : *au sens de l'effectivité formelle, deux lettres* coïncident *si et seulement si elles coïncident*. Ce critère se présente comme une sorte d'*énoncé tautologique*, ou de *proposition identique*, dont toute tentative de traduction ultime pose la même difficulté que précédemment.

13 *Remarques sur l'effectivité formelle*

De ce fait, lorsqu'on affirme que, grâce à une machine mathématique, on *passe* d'un état (ou d'une écriture) à un(e) autre, on admet implicitement que le critère de coïncidence formelle [5c] s'est nécéssairement trouvé mis en oeuvre, quoiqu'il s'avère impossible de le réduire ultimement à une procédure formelle explicitée [12c].

---

1. Pour alléger l'exposé, nous désignons par *règles de réécriture*, non seulement les règles de réécriture énoncées comme telles (dans les algorithmes de MARKOV, par exemple), mais aussi d'autres formes qui leur sont réductibles (les règles de substitution figurant en lambda-calcul, ou le fonctionnement des machines de TURING via la tête de lecture-écriture du ruban, par exemple). Nous raisonnons directement sur des *machines mathématiques universelles*, étant entendu que chaque machine mathématique particulière peut être représentée par une procédure formelle effective relative à une machine mathématique universelle.

2. Rien n'empêche de *représenter* le critère de coïncidence formelle par une procédure formelle effective (effectuant la comparaison de chaînes de caractères), mais à la condition d'admettre *préalablement* l'existence d'une machine effective pour interpréter cette procédure.

12d 3. Nous soulignons : la régression est, en son principe, *sans fin*. L'expression *régression infinie* supposerait de recourir à l'infini (cf. [6f] : lequel ? défini et construit comment ?) et ne nous semble pas recevable dans le contexte de la conception finitiste du discret. Par ailleurs, bien qu'étymologiquement *infini* signifie *non fini* ou *non borné*, plusieurs usages de ce mot se sont mêlés à l'idée de « quelque chose » qu'on parvient à atteindre *à la limite*, pour peupler le continu, ou pour achever les nombres naturels, par exemple.

Par conséquent, si on tente de *penser* le critère de coïncidence formelle [5c] dans le cadre strict de l'effectivité formelle en appliquant le critère normatif maximal de représentation formelle effective [4e], il vient :

13a REMARQUE. Dans le cadre de l'effectivité formelle au sens des mathématiques, le fait d'affirmer l'effectivité de la transition discrète irréductible d'une écriture à une autre équivaut à impliquer le ***développement achevé d'[au moins] une régression sans fin***.

En effet, non seulement la régression va se déclencher, puisque le critère de coïncidence formelle doit devenir effectif [12c] pour qu'il soit possible d'appliquer des règles de réécriture, mais, de plus, le développement de cette régression *sans fin* aura dû s'*achever* pour qu'il soit possible de *passer* et d'affirmer rétroactivement l'*effectivité* de la transition déclarée irréductible.

13b Prenons un peu de recul : depuis longtemps, les régressions sans fin sont regardées comme des raisonnements vicieux devant être exclus *a priori*. Or, dans le cas présent, la difficulté est portée à son apogée, puisqu'elle concerne l'effectivité du *rien* de transitions discrètes réputées irréductibles :

13c QUESTION. Comment admettre que l'effectivité formelle soit appendue au ***développement achevé d'une régression sans fin*** impliquée dans le *rien* d'une transition discrète, irréductible par hypothèse ?

Ou bien le concept d'*achèvement du développement d'une régression sans fin* est intrinsèquement contradictoire, auquel cas le concept d'effectivité formelle correspond à une manière d'être de l'*impossibilité de l'effectivité* ; ou bien on admet ce concept, auquel cas le concept d'effectivité formelle n'est pas compatible avec le discret finitiste irréductible tel qu'on le conçoit habituellement :

13d PREMIERE CONCLUSION. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, le concept d'***effectivité formelle*** se présente comme étant à la fois *régressif*, intrinsèquement *contradictoire*, et *incompatible* avec la conception finitiste du discret.

Comment procède-t-on *en fait* ? L'effectivité formelle est assumée par le *sujet* quand il effectue des opérations « à la main », ou par le *réel* grâce à une machine automatique. Quand le sujet assume l'effectivité, une interaction entre lettres, bien que formellement inconcevable [9] dans le cadre d'une conception discrète et finitiste de l'écriture est menée à bien. Quand le réel assume l'effectivité, au niveau macroscopique des machines habituelles, nous savons que les transitions d'états ne sont pas discrètes en soi [8], et qu'à tenter de les décomposer en transitions discrètes de plus en plus fines, tout l'édifice conceptuel de l'informaticien s'évanouit dans le continu du physicien [1] [10f].

Ce raisonnement, que nous venons d'appliquer au critère de coïncidence formelle, peut être étendu à tout concept dépendant de l'effectivité formelle. La même conclusion [13a] s'impose aussi bien, par exemple, à l'opération réputée irréductible d'*application d'une règle de réécriture*, qu'aux machines mathématiques universelles elles-mêmes : s'il y a *des* machines mathématiques *universelles*, il n'y a cependant pas *une* machine mathématique *absolue*. L'exemple du codage [7] nous avait permis de souligner l'existence de rapports entre écritures qui ne pouvaient pas donner lieu à des programmes, et le point de vue strictement informatique nous avait averti [10e] que la déclaration d'irréductibilité correspondait en fait à la détermination d'un niveau. Dans le cadre général de l'effectivité formelle mathématique, nous savons maintenant qu'il existe des opérations supposées effectives qui sont réputées irréductibles *parce qu*'elles ne peuvent donner lieu, ultimement, à aucune procédure formelle effective :

13f SECONDE CONCLUSION. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, le concept d'effectivité formelle et le critère de coïncidence formelle ne peuvent avoir d'autre statut que celui d'***évidence irréductible***, faute de quoi il s'avère de manière explicite des ***structures contradictoires régressives***.

13e 1. Cette approche par les régressions sans fin et les contradictions n'est pas sans rappeler les célèbres paradoxes de l'Antiquité concernant le mouvement, ainsi que les raisonnements liés aux infinitésimaux, en particulier dans les travaux de G. W. LEIBNIZ [8e].

13g Une telle évidence s'impose ainsi comme une manière *de ne pas trancher* un dilemme que cette normativité conserve en tension maximale, dilemme qui a pour enjeu le concept et le critère normatif maximal de *représentation formelle effective* [4e]. Car, d'un côté, à quels fondements se référer pour rendre compte du fait que la ***possibilité*** d'une représentation formelle effective, même dans le cas d'objets strictement bornés de toutes parts dans le fini, provient de *ce qui ne peut pas ultimement s'y représenter* ? Et, d'un autre côté, comment admettre que tenter d'en rendre compte n'est possible que grâce à l'intervention de contradictions et de régressions sans fin, ce qui suppose de contrevenir aux principes normatifs les plus établis ?

13h TROISIEME CONCLUSION. La nécéssité d'effacer toute trace apparente de structures contradictoires régressives contribue à la conservation du blocage théorique [10a] concernant tout concept, informatique ou non, qui implique directement ou indirectement de telles structures.

14 *Les glissements d'écritures*

Nous avons suggéré précédemment que l'informatique nous contraint à affronter une situation dans laquelle l'écriture ne joue pas seulement le rôle d'un outillage asservi à l'inscription du discours [2e]. Notre étude du critère de coïncidence formelle et du concept d'effectivité formelle montre qu'il est plausible d'admettre que la présence d'écritures en position d'objet *n'est pas spécifique à l'informatique*, et qu'il convient de proposer une hypothèse générale qui concerne toute discipline où l'écriture intervient, et qui porte sur la différence entre les *écritures purement instrumentales* et les écritures que nous nommerons provisoirement *les écritures effectives* :

14a HYPOTHESE PROVISOIRE D'HÉTÉROGÉNÉITÉ. Les écritures intervenant dans le cadre de la normativité scientifique actuelle sont *hétérogènes* : bien qu'elles coïncident formellement, les ***écritures purement instrumentales*** ne sont pas « les mêmes » que les ***écritures effectives***.

14b On peut déjà comprendre cette hypothèse comme suit : les *riens* qui figurent dans les écritures purement instrumentales *ne sont rien*, alors que les *riens* qui figurent dans les écritures effectives *ne sont pas rien*, car ils *tiennent lieu de développements achevés de régressions sans fin*. En ce sens, le critère de coïncidence formelle [5c] compare bien les les caractères concrètement tracés (la partie *en noir* des écritures), mais comme il ne dispose pas d'un « pouvoir séparateur » suffisant pour discerner les *riens* (la partie *en blanc* des écritures), tout se passe comme si les *riens* (les *blancs*) étaient tous « les mêmes », ce qui autorise le ***glissement*** entre les deux sortes d'écritures qui peuvent ainsi se mélanger et être confondues [2f].

Nous avons étudié le critère de coïncidence formelle [5c] et le concept d'effectivité formelle [13a] en liaison avec les *procédures effectives*. Mais, dans la pratique, leur application est permanente, que ce soit par le biais de machines automatiques (ordinateurs par exemple), d'organisations machiniques (systèmes d'information en un sens général), ou par le biais de toute personne (mathématicien, informaticien, etc.) qui effectue *à la main* des opérations sur des écritures effectives, ou qui met en rapport des écritures purement instrumentales et des écritures effectives. Dans toutes les circonstances, c'est le même critère de coïncidence formelle qui est appliqué. Or, dans la mesure où la conception purement instrumentale de l'écriture est impliquée dans les critères normatifs maximaux relatifs à la validité et à la mise en forme du savoir scientifique [4c] :

14c QUATRIEME CONCLUSION. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, aucun critère normatif, même strictement formel, ne peut s'opposer à l'hypothèse [14a] d'une hétérogénéité des écritures.

On conçoit en effet que l'usage normatif de l'écriture se stabilise normalement sur le critère *le plus fin* qui soit admis, c'est-à-dire sur le critère de la coïncidence formelle [5c], et, dès lors, les glissements d'écritures ne sont pas seulement possibles entre l'informatique et les disciplines avec lesquelles elle s'articule, mais aussi entre toutes les disciplines, et même à l'intérieur de chaque discipline, quelle qu'elle soit, y compris mathématique, y compris dans ses aspects les plus strictement formalisés. Le concept d'effectivité formelle ne se limite donc ni aux machines physiques, ni aux machines mathématiques, mais se trouve impliqué *dans toute circonstance où interviennent des écritures effectives* :

14d CINQUIEME CONCLUSION. De manière générale, toute intervention de procédures formelles effectives, de l'informatique comme outil, de traitements d'information réductibles à des procédures formelles effectives, etc., et, en général, d'écritures effectives, implique potentiellement des ***glissements d'écritures*** et l'intervention corrélative de ***structure contradictoires régressives***.

C'est donc sous couvert de l'évidence du statut purement instrumental de l'écriture [5b], dans lequel les écritures sont conçues comme passives, transparentes, et adéquates, que des structures contradictoires régressives [13f] peuvent se diffuser *dans l'ensemble du discours scientifique* : l'omniprésence de l'écriture [6c] fonctionne alors comme un *chemin de conduction* d'autant plus insoupçonnable qu'il est régi par des critères normatifs maximaux [4c], c'est-à-dire les plus admis :

14e SIXIEME CONCLUSION. L'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique, parce que couverte par l'évidence du statut purement instrumental de l'écriture, contribue à la conservation du blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique.

En d'autres termes : si l'informatique n'est pas la seule discipline où figurent des écritures qui ne satisfont pas à la conception normative purement instrumentale, alors l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel [6c] exclut très vraisemblablement qu'un réexamen du rôle de l'écriture puisse être maintenu à l'intérieur des frontières de l'informatique sans concerner d'autres disciplines, en particulier celles qui lui sont connexes.

I-2-3. Remarques méthodologiques

■ *Le statut indécis de l'informatique, oscillant entre le domaine expérimental et le domaine non-expérimental, met en jeu le principe de l'articulation entre ces domaines. Or, le fait d'admettre comme une évidence l'identification d'un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures finitistes revient à reconnaître l'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique.*

15 *Remarques sur le le statut oscillant de l'informatique*

15a Les glissements d'écritures [14c] participent en fait depuis longtemps au processus de mathématisation dans le cadre de la méthode expérimentale : il est incontournable qu'à un moment de ce processus, il faille déclarer être « les mêmes » des écritures obtenues par *transcription de relevés d'observations*, et des écritures *supposées dénoter ou représenter des abstractions mathématiques*, sachant que leur coïncidence dépend d'un ajustage de l'ensemble de l'édifice théorique. Dans ces disciplines, personne n'est dupe : le réel n'est évidemment pas l'abstrait, et aucune confusion n'est possible. Mais, compte-tenu du rôle essentiel de l'écriture en informatique [2b], ces glissements potentiels d'écritures entre disciplines induisent une situation singulière :

15b CONSTAT. Aucune séparation ne peut être *formellement* établie entre ce qui est informatique et ce qui ne l'est pas.

Car, d'un côté, les dispositifs physiques sont agencés de telle sorte que le réel puisse sembler se présenter *directement* sous forme d'écritures (utilisation habituelle des ordinateurs), donc toute écriture informatique a le statut d'une trace décelable relevée sur un appareil d'observation, et, d'un autre côté, les théories [mathématiques] connexes sont agencées de telle sorte qu'un choix judicieux pour les dénotants et/ou les représentants donne lieu aux « mêmes traces », c'est-à-dire à la coïncidence formelle des écritures associées.

15c Ce qui lève tout risque de confusion dans l'articulation entre les disciplines classiques, à savoir que le réel n'est évidemment pas l'abstrait, produit un effet exactement inversé dans le cas de l'informatique, où l'écriture, omniprésente, *occupe aussi la place du réel*. L'absence de séparation formelle se traduit par un statut, lui aussi singulier, qui oscille entre deux positions, selon l'approche adoptée : l'informatique est incluse, tantôt dans le domaine couvert par la méthode expérimentale, et tantôt dans le domaine couvert par les méthodes non-expérimentales (les mathématiques en particulier). Ces deux positions sont rigoureusement incompatibles,

à moins de supposer une zone de recouvrement entre l'abstrait et le réel, ce qui est exclu par chacun des deux domaines *en leur conception normative actuelle*. Vis-à-vis des domaines d'application de l'informatique, cette oscillation se transforme généralement en un statut tiers, celui d'*outil*, au même titre que les écritures, les
15d crayons, les gommes, les ciseaux, la colle ou le papier : quand on ne veut ranger l'informatique ni dans le domaine expérimental ni dans le domaine non-expérimental, on la considère comme un *outil*. Ainsi :

15e PREMIERE CONCLUSION. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, aucune articulation entre l'informatique et les autres disciplines ne peut être rigoureusement établie.

Les procédés les plus courants pour « résoudre » ce problème consistent soit à inclure l'informatique dans l'un ou l'autre des domaines expérimental et non-expérimental, tout en « oubliant » l'autre, soit à les « oublier » tous les deux, pour la regarder comme un outil.

16 *L'évanouissement de la méthode expérimentale*

Mesurons les conséquences impliquées par l'indécision liée au statut de l'informatique [15c]. Avant même d'examiner le bien-fondé de chacune des diverses approches partielles proposées actuellement, nous pouvons noter :

16a REMARQUE. Le fait qu'il soit ***seulement possible*** d'hésiter entre une méthode expérimentale et une méthode non-expérimentale pour aborder théoriquement l'informatique, est une situation sans précédent dans l'histoire des sciences modernes [1], et constitue une ***condition suffisante*** pour que la problématique des fondements de l'informatique implique un réexamen des fondements généraux qui gisent ***en-deçà de la coupure*** entre les sciences expérimentales et les sciences non-expérimentales.

Il convient d'insister : une telle hésitation est ***inconcevable*** dans le cadre de la normativité scientifique actuelle. A notre connaissance, aucune approche théorique de l'informatique ne fait explicitement intervenir, de manière nécessaire et fondamentale, la méthode expérimentale, ou même une quelconque problématique d'articulation, pour relier le réel (les ordinateurs comme systèmes physiques) et l'abstrait (les approches théoriques partielles) :

16b REMARQUE. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, la ***possibilité*** d'admettre comme une évidence l'identification d'un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures finitistes [6e] coïncide avec un ***évanouissement*** [2] de la méthode expérimentale.

16c Dans le cas où l'approche théorique de l'informatique est mathématique, une telle identification autorise l'établissement de liens directs [1d] entre le réel et l'abstrait qui contreviennent à tous les efforts déployés plus particulièrement depuis le milieu du XIX$^{\text{ème}}$ siècle pour détacher les abstractions mathématiques de toute caution concrète et tangible.

17 *Remarque sur l'évanouissement de la méthode expérimentale*

17a Nous disons que la méthode expérimentale s'*évanouit*, non parce qu'elle aurait disparu, mais au contraire parce qu'elle fonctionne *tellement bien* dans le cas de l'informatique qu'elle y passe pour une évidence, mieux : elle fonctionne en tant qu'***évidence inaperçue***. Précisons en quoi il y a évanouissement. En tant que *systèmes physiques*, principalement électroniques dans le cas des technologies actuelles, les ordinateurs sont conçus dans le cadre des sciences physiques. Ces systèmes sont compris comme *continus* [3], mais en aucun cas comme *discrets* (au sens du discret finitiste habituel). En d'autres termes, en prolongement de ce que nous avons déjà remarqué [10f] :

---

1. Les sciences telles qu'élaborées ou réélaborées depuis le XVII$^{\text{ème}}$ siècle.
2. Le mot *évanouissement*, emprunté à G. W. LEIBNIZ, a déjà été introduit [8e].
3. Le continu, au sens de la physique, est un *principe*, et non une *réalité tangible*, qui n'est plus universellement applicable depuis le début du XX$^{\text{ème}}$ siècle. Les discontinuités quantiques se conçoivent relativement à ce continu, pour des niveaux d'observation qui ne sont pas ceux correspondant aux transitions discrètes d'état telles qu'entendues (actuellement) en informatique.

17b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès qu'on tente de donner un ***fondement physique*** à la construction conceptuelle informatique recouvrant les ordinateurs, cette construction s'évanouit dans le continu du physicien ; mais dès qu'on tente de lui donner un ***fondement mathématique***, elle s'abîme dans la structure contradictoire régressive impliquée par le concept d'effectivité formelle [13f].

17c Que tout soit agencé dans un ordinateur de telle sorte que son identification à des transformations discrètes d'écritures finitistes puisse devenir évidente ne fait aucun doute. Il n'en reste pas moins :

17d REMARQUE. La discrétisation ne peut être qu'un ***effet apparent*** qui résulte de la conjonction entre une certaine manière de *regarder un système physique*, qui demeure, pour sa part, continu (ou, plus généralement *ce qu'il est*), et une certaine manière d'*interpréter cet effet apparent*.

Insistons : cet effet apparent ne résulte pas d'un *phénomène physique* au sens normatif actuel, en tant que postulé objectivement présent *dans* le système observé [1]. Donc, l'interprétation qui donne lieu à la construction
17e informatique discrète est, en quelque sorte, l'interprétation d'un effet produit par une *manière de regarder* un système physique. Or :

17f REMARQUE. Identifier un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures finitistes, en tant que relevant *directement* de la théorie de la calculabilité, c'est *identifier cet effet à :* ***se manifester comme [réductible à du] calculable***.

Nous venons de le dire [17c], la *possibilité* d'une telle identification ne va nullement de soi, et présuppose au
17g contraire une volonté délibérée, qui conduit d'une part à un agencement physique minutieux et rigoureux (la conception matérielle d'un ordinateur), et, d'autre part, à une construction conceptuelle abstraite adéquate (les concepts informatiques), de telle sorte qu'une *concordance* se produise grâce à une certaine manière de regarder le système physique observé :

17h SECONDE CONCLUSION. Le fait d'identifier un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures finitistes ne peut pas être tenu pour une évidence allant de soi.

Compte-tenu de la structure contradictoire régressive impliquée par le concept d'effectivité formelle [13f], le contraire eût été surprenant [13e]. On peut d'ailleurs remarquer que tenir une telle identification pour évidente
17i [6e] recouvre une triple faute de méthode *relativement à la normativité scientifique actuelle* [2] : en premier lieu, établissement de ***liens directs***, généralement tenus pour évidents, entre l'abstrait et le réel [16c] ; en second lieu, introduction d'une ***contradiction***, puisqu'on en vient inévitablement à identifier des *riens qui ne sont rien* et qui sont compris comme irréductibles (côté discret finitiste), à des transitions d'états qui ne peuvent pas être tenues pour rien ni pour irréductibles (côté physique) [8a] [8g] ; et enfin, en troisième lieu, tentative de produire une connaissance du réel par ***abolition*** de la méthode expérimentale [3].

---

1. Voire même *dans* l'interaction entre le système observé et un appareillage d'observation. Rien ne nous empêche en effet de continuer à travailler sur un ordinateur, que nous *regardons comme* réductible à des transformations discrètes d'écritures finitistes, pendant qu'un ingénieur de maintenance *observe* tel ou tel signal sur l'écran de son oscilloscope. La discrétisation, au niveau macroscopique où l'informaticien se situe, est un effet de son regard. On notera d'ailleurs que tout relevé de mesure destiné à intervenir dans une corroboration expérimentale [4f] requiert une discrétisation pour permettre son identification à des écritures prélevées dans le modèle effectif.

17j 2. Nous soulignons ***relativement*** *à la normativité scientifique actuelle*, car cette triple faute de méthode provient, elle aussi, du blocage théorique [10a], comme étant la manifestation déplacée d'une manière de déterminer une connaissance théorique du réel qui ne satisfait pas aux critères normatifs actuels.

3. L'articulation entre réel et théorie ne se réduit ni à la corroboration expérimentale ni à l'opérativité : dans le cas de l'informatique, abolir cette articulation, en la tenant pour évidente sous couvert de l'argument de l'opérativité, se traduit par une contradiction, laquelle donne lieu à un statut oscillant [15c] et pose une question de fondements [16a].

18 *Remarques sur : « se manifester comme [réductible à du] calculable »*

Toutefois, cette conséquence [17h] ne concerne pas seulement l'articulation de l'informatique avec les disciplines qui lui sont connexes, puisqu'elle implique l'interprétation de l'effet résultant d'une manière de regarder un système physique [17e], c'est-à-dire l'interprétation d'une *interaction entre le* ***sujet de la connaissance*** *et son objet supposé*. Cette particularité est d'autant plus intéressante qu'elle constitue actuellement un problème ouvert[1]. En prolongeant l'examen des conséquences impliquées par l'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique, nous pouvons raisonnablement supposer qu'une telle singularité est de nature à livrer quelques éléments permettant d'approcher ce problème difficile, ne serait-ce que dans un cas particulier. L'idée qui nous guide est la suivante :

18a IDÉE DIRECTRICE. En appeller à l'évidence pour identifier un ordinateur (c'est-à-dire une portion du réel), à des transformations discrètes d'écritures finitistes irréductibles (c'est-à-dire du « calculable pur »), c'est ***passer sous silence*** l'agencement (ou l'un des agencements) des conditions d'observation et d'interprétation qui régissent la ***possibilité*** qu'une portion du réel soit en mesure de se manifester comme [réductible à du] calculable.

La situation de l'informatique est favorable, puisque cernée de part et d'autre par du calculable : du côté de la physique, puisqu'il s'agit d'une physique prédictive quantitative, et, du côté de l'informatique, puisqu'un ordinateur est identifié à du « calculable pur ». Notre raisonnement s'appuie sur le concept de niveau[2], en examinant les articulations où s'établit une *concordance déterminée* entre un *niveau d'abstraction* et un *niveau d'observation*.

D'une part, il ne fait aucun doute que l'agencement physique requis pour construire un ordinateur n'est rendu possible que par une physique prédictive qui réduit déjà des portions de réel à des modèles effectifs[3]. Simplifions, et désignons par x le niveau d'observation et d'abstraction où se produit une *concordance physique*, c'est-à-dire un niveau où des portions de réel se manifestent comme réductibles à du calculable (prédiction quantitative) relativement aux concepts de la physique.

D'autre part, il ne fait aucun doute que l'identification d'un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures n'a pas lieu au même niveau. Simplifions, et désignons par x+1 un niveau d'abstraction et d'observation où se produit une *concordance informatique*, laquelle n'est certainement pas la même que la concordance physique, puisque les concepts propres de l'informatique ne sont pas ceux de la physique.

Par conséquent, si nous avons admis [17g] que l'élaboration de la concordance informatique (niveau x+1) à partir de la concordance physique (niveau x) ne peut pas être tenue pour une évidence allant de soi [17h], nous ne pouvons pas admettre non plus que la concordance physique (niveau x) puisse être elle-même tenue pour une évidence allant de soi :

18b TROISIEME CONCLUSION. On ne peut pas tenir pour une évidence (ou un postulat) allant de soi le fait qu'une portion du réel ***puisse se manifester comme [réductible à du] calculable***, c'est-à-dire, dans le cas de théories prédictives (et, en principe, quantitatives), comme réductible à des modèles effectifs.

En d'autres termes, le niveau de concordance x doit lui-même être déjà conçu, du moins au plan des principes fondamentaux, comme un agencement réussi, établi à partir d'une autre concordance sous-jacente de niveau x-1 (pour simplifier), éventuellement encore inaperçue, et cela ***quel que soit le niveau de concordance considéré***. Cette conséquence [18b] ne peut vraiment surprendre, elle non plus, puisque les modèles effectifs

1. Nous soulignons *interaction entre le sujet de la connaissance et son objet supposé* : d'une part, cette interaction est distincte de l'interaction entre un appareil d'observation et un observé supposé, et d'autre part, elle concerne l'acte de connaissance en général, et non pas seulement la connaissance du réel. Notons que l'hypothèse d'une telle interaction contrevient à l'exigence normative d'une stricte séparation du sujet et de l'objet [4b] requise pour l'accès à une connaissance positive objective.

2. Au sens intuitif qui autorise son usage extensif dans la pratique scientifique actuelle, puisque nous n'avons pas encore proposé une approche théorique de ce concept. Les considérations relatives aux concordances pourraient être reprises en raisonnant plus généralement sur des *points de vue*.

3. Ces modèles effectifs (donc calculables) sont toujours conçus comme discrets, même s'ils sont considérés comme des représentations effectives approchées de théories continues.

requis pour procéder aux corroborations expérimentales [4f] impliquent l'effectivité formelle, et, partant, des structures contradictoires régressives [13e] [13f].

19 *Remarques sur le concept de niveau*

19a En son principe, l'idée d'un tel rapport entre niveaux est déjà appliquée depuis plus d'un siècle, par exemple dans l'étude des gaz, pour articuler le point de vue statistique moléculaire et le point de vue synthétique élaboré antérieurement. De même, l'hypothèse que la prédictivité quantitative soit liée à des postulats forts qui ne peuvent pas être toujours satisfaits, figure déjà actuellement dans plusieurs disciplines. Cependant, la conséquence que nous venons d'énoncer [18b] a une portée générale.

19b En premier lieu, le concept de *niveau d'observation*, n'a aucun fondement relativement aux postulats
19c fondamentaux de la physique *en sa conception actuelle*. Ce qui n'empêche nullement de le faire intervenir de manière opératoire, quitte à constater la présence de certaines conséquences restant « difficiles » à interpréter dans le cadre des postulats actuels de la méthode expérimentale, et/ou la présence de certaines manipulations formelles restant « difficiles » à interpréter dans le cadre des mathématiques actuelles.

19d En second lieu, le concept de *niveau d'abstraction*, lui non plus, n'a aucun fondement relativement aux postulats fondamentaux des mathématiques *en leur conception actuelle*. Nous pouvons redire comme précédemment : ce qui n'empêche nullement... [19c].

19e En troisième lieu, par conséquent, le concept que nous avançons, à savoir le concept d'une *concordance réussie entre un niveau d'observation et un niveau d'abstraction* ne peut avoir, lui non plus, aucun fondement relativement aux postulats fondamentaux qui régissent le rapport entre le réel (compris comme une physique, par exemple) et son approche théorique (via une mathématisation, par exemple) *en sa conception actuelle*. Nous pouvons encore redire comme précédemment, qu'il s'agisse de la physique ou de l'informatique : ce qui n'empêche nullement... [19c].

Nous sommes donc en présence d'un mot, *niveau*, dont l'usage est largement répandu dans diverses disciplines (informatique, physique, biologie, etc.), mais qui ne renvoie à aucun fondement reconnu dans le cadre de la normativité scientifique actuelle. Rien n'exclut d'ailleurs que des glissements conceptuels lui confèrent des sens divers selon son emploi. Or, en raisonnant sur les concordances relatives à *se manifester comme [réductible à du] calculable*, nous constatons que l'intervention de niveaux implique, en son principe, une régression sans fin. Mais ces concordances ne sont elles-mêmes que des *conditions nécéssaires* à l'application du critère normatif maximal de la corroboration expérimentale [4f], et, par conséquent :

19f QUATRIEME CONCLUSION. Postuler que tout ou partie du réel se manifeste comme [réductible à du] calculable, c'est impliquer une *régression sans fin*. Affirmer que tout ou partie du réel est effectivement [réduit à du] calculable, c'est-à-dire affirmer qu'on dispose d'un modèle effectif autorisant une corroboration expérimentale, c'est impliquer le *développement achevé d'une régression sans fin*, c'est-à-dire une *structure contradictoire régressive*.

Dès lors, l'évanouissement de tous les concepts informatiques dans le continu du physicien [10f] n'est qu'un cas particulièrement net de cette conséquence. Nous avons déjà noté [15a] que les glissements d'écritures participent depuis longtemps au processus de mathématisation dans le cadre de la méthode expérimentale, cette conséquence [19f] en montre la nécéssité, et s'accorde, d'une part, au fait que les calculs numériques ne sont jamais qu'un cas particulier de l'effectivité formelle, et, d'autre part, à la diffusion potentielle des glissements d'écritures et des structures contradictoires régressives [14d] grâce à l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel [6c] [1].

19g 1. Comme nous l'avons souligné [19a], certaines idées développées dans cet exposé figurent déjà dans diverses disciplines. Par contre, l'originalité de nos remarques nous semble liée à trois aspects. En premier lieu, il est inattendu de remonter la filière de telles problématiques pour des questions de fondements concernant l'informatique, c'est-à-dire une discipline qui est considérée comme un outil, ou abordée théoriquement par le biais d'évidences admises [6e] [5], ce qui revient à laisser entendre, dans les deux cas, qu'elle ne pose aucun problème fondamental. En second lieu, nous établissons un lien entre le concept de niveau et les structures contradictoires régressives dans le cas particulier d'un *se manifester comme [réductible à du] calculable*, ce qui permet déjà d'entrevoir au moins une raison pour laquelle ce concept demeure actuellement problématique. Enfin, en troisième lieu, nous montrons que les conditions d'application d'au moins deux critères normatifs maximaux (la représentation formelle effective [4e] et la corroboration expérimentale [4f]) impliquent des structures contradictoires régressives, ce qui donne la mesure de leur diffusion potentielle. Partant, il n'est pas impossible de concevoir que le concept de niveau *en général* s'avère incompatible avec une normativité dont il met certains fondements en question, et qu'il se trouve pris dans un blocage théorique relatif à la normativité scientifique actuelle. Si tel est le cas, la problématique de fondements que nous abordons ici *depuis* l'informatique est transposable à *toute discipline* où le concept de *niveau* intervient.

CHAPITRE I-3

Questions de fondement

•

■ *Le tour d'horizon que nous venons d'effectuer met en évidence que le blocage théorique relatif à l'informatique dépend de problématiques largement ramifiées dans la normativité scientifique actuelle. Il se pose donc* deux *questions de fondement, la première [20-22] concernant l'informatique, et la seconde [23-25] concernant la normativité scientifique actuelle.*

I-3-1. La question des fondements de l'informatique

■ *Une première synthèse de nos remarques permet de souligner la stabilité du blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique.*

20 *Poser une question de fondement*

Une ***recherche de fondement***, au sens où nous l'entendons, ne relève pas d'une spéculation plus ou moins arbitraire, dont on pourrait éventuellement faire l'économie, et qui se bornerait à proposer une manière de lisser et d'ordonner l'exposé des principes et des concepts d'une discipline. A moins de s'astreindre par tous les moyens à sauver en l'état l'agencement d'évidences qui garantit la pérennité du blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique, nous pensons, pour notre part, que la confrontation directe avec ce blocage ne peut être évitée. Il paraît en effet difficilement plausible qu'une discipline, dont tant de concepts cruciaux restent problématiques [1c], ne soit pas freinée à terme dans son développement, et peut-être même dans son exigence théorique. La question des fondements de l'informatique doit être posée parce que ce blocage s'impose :

20a PROBLÉMATIQUE. Nous posons une ***question de fondement*** à l'endroit du blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique : proposer une réponse à cette question, c'est proposer une ***théorie*** permettant de surmonter ce blocage.

Quels que soient les chemins à suivre pour parvenir à le surmonter, et quelles que soient les conséquences diverses qui pourront s'ensuivre, l'enjeu premier de cette question est incontestablement scientifique, à la fois interne à l'informatique, pour ce qui concerne ses concepts propres, et externe, pour ce qui concerne ses articulations avec les autres disciplines.

21 *Des fondements de l'informatique à ceux de la normativité scientifique actuelle*

La brève étude que nous venons de mener, loin d'être exhaustive, suffit cependant pour se convaincre que ce blocage théorique est particulièrement stable et tend à se conserver. Synthétiquement, chaque évidence ou chaque concept problématique est un noeud dans un réseau sous-jacent de difficultés : tout d'abord, trois exemples simples et courants [7] [8] [9] suffisent à montrer [7-11] que la conception normative de l'écriture [5] ne s'applique pas en informatique [10d] ; ensuite, le critère de coïncidence formelle et le concept d'effectivité formelle [12-14] impliquent des structures contradictoires régressives [13f] recouverts par les *riens* du discret finitiste habituel [13c] ; et enfin, tenir pour évidente l'identification d'un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures finitistes [6e], revient à reconnaître [15-19] l'évanouissement de la méthode expérimentale [16b] à l'endroit de l'informatique.

Mais le réseau sous-jacent de difficultés ainsi mis en évidence est particulièrement étendu : en premier lieu, un éventuel réexamen de l'usage de l'écriture en informatique se heurte au statut normatif purement instrumental de l'écriture [5b] qui interdit toute possibilité de produire un savoir recevable concernant l'écriture [11b] ; en second lieu, tenter d'aborder les structures contradictoires régressives suppose de réexaminer l'exclusion des régressions sans fin et des contradictions [13b] ; en troisième lieu, ne pas tenir pour rien les *riens qui ne sont pas rien*, c'est poser l'hypothèse d'une hétérogénéité des écritures [14a] indétectable par les critères normatifs actuels [14c], et c'est alors reconnaître la diffusion potentielle de glissements d'écritures et de structures contradictoires régressives dans toute discipline où l'écriture intervient [14d] ; enfin, en quatrième lieu, l'évanouissement de la méthode expérimentale permet d'avérer que le concept de niveau et que le critère normatif maximal de corroboration expérimentale impliquent des structures contradictoires régressives [19f] :

21a PREMIERE SYNTHESE. Nos remarques montrent sans ambages que la conservation du blocage théorique résulte d'une conjonction particulièrement efficace de plusieurs dilemmes qui se renforcent les uns les autres, alors que chacun d'eux, même pris isolément, serait déjà suffisant pour assurer une bonne conservation de l'ensemble.

Ou bien on recouvre chaque difficulté par une évidence, et on peut ainsi passer outre pour développer un savoir-faire opératoire tout en renforçant la stabilité du blocage théorique ; ou bien on tente d'affronter les difficultés, et on met en évidence une avalanche d'obstacles sous-jacents qui semblent insurmontables. Dans tous les cas, le blocage théorique [10a] se trouve au coeur de questions dont la portée excède considérablement les frontières de l'informatique [19g], puisqu'elles interrogent les fondements de la normativité scientifique actuelle :

21b SECONDE SYNTHESE. Un ***agencement réussi d'évidences*** (affleurant sous la forme d'évidences insues ou allant de soi, de concepts utilisés de manière intuitive, et de postulats dont certains restent implicites) assume la ***possibilité*** d'un développement opératoire de l'informatique ***en dépit*** du blocage théorique qui s'ensuit, mais aussi ***grâce à*** lui, dans la mesure où il abrite diverses difficultés théoriques fondamentales que les critères normatifs actuels ne sauraient affronter sans se trouver eux-mêmes mis en question.

Nous disons que cet agencement est *réussi*, dans la mesure où l'informatique se développe et avère son opérativité au point de parvenir à être reconnue comme une discipline scientifique, alors qu'elle se trouve mettre en question certains fondements de la normativité qui la reconnaît telle. Notre constat [6c] selon lequel l'ensemble du savoir [scientifique] tend à passer par l'écriture prend maintenant un tout autre sens : qu'on aborde les difficultés par l'effectivité formelle [12-14] ou par la méthode expérimentale [15-19], on se heurte à des *riens* qui ne sont pas tangibles ni explicites, au sens du critère minimal de positivité [4b], et qui se voient nécessairement ignorés puisque rien de recevable ne peut être démontré ou avéré à leur sujet *en l'état actuel de la normativité scientifique*. Ce blocage théorique est donc le centre (ou l'un des centres) d'un labyrinthe ramifié qui, au minimum, a même extension potentielle que l'usage de l'écriture :

21c TROISIEME SYNTHESE. Tenter de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique [10a], c'est poser la question des fondements de la normativité scientifique actuelle.

Nous venons de rappeler plusieurs raisons qui suffisent déjà à conserver ce blocage théorique ; cette dernière, à elle seule, est « encore plus » suffisante.

22 *Une problématique scientifique*

Nous posons une ***question de fondement***, et l'acquis opératoire de l'informatique, comme de toute autre discipline, n'est pas en cause. Comme nous l'avons déjà souligné [10b], c'est exactement le contraire :

22a QUATRIEME SYNTHESE. Plus il se confirme que l'informatique est opératoire au sens de la normativité scientifique actuelle, plus la difficulté que suscite l'approche théorique de ses concepts cruciaux parvient à constituer le coeur d'une ***problématique scientifique incontournable***.

En un sens, le fait de constater que toutes les difficultés rencontrées en informatique remontent jusqu'à la question des fondements de la normativité scientifique actuelle [21c] est l'indice positif d'une forte cohérence du blocage théorique, indice qui permet de supposer raisonnablement que toutes les questions se tiennent et ne sont que les diverses manifestations d'une même problématique fondamentale. Par contre, ce blocage se conserve d'autant mieux qu'il dépend directement d'un ***autre*** blocage théorique, lui aussi très stable, concernant l'interrelation inaperçue entre des postulats, des principes et des évidences qui assurent l'assise de la normativité scientifique actuelle : la conception normative de l'écriture, la séparation entre sujet et objet, le rejet des régressions sans fin, l'exclusion des contradictions, le critère de corroboration expérimentale, et le concept de niveau, par exemple.

I-3-2. Les fondements de la normativité scientifique actuelle

■ *Une seconde synthèse de nos remarques souligne que le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique émane en fait d'un autre blocage théorique, relatif aux fondements de la normativité scientifique actuelle.*

23 *La conservation de la normativité scientifique actuelle*

En principe, l'éventualité d'un réexamen des fondements, même les plus généraux, est directement incluse dans ***la possibilité des progrès fondamentaux*** que cette normativité n'exclut nullement, puisqu'elle constitue au contraire l'un de ses repères les plus positifs. Toutefois :

23a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'éventualité d'un réexamen de fondements généraux implique un ***double effet de conservation*** : le premier, parce qu'il semble très improbable qu'un petit *rien* soit resté inaperçu au degré le plus fondamental dans ce qui fait l'objet d'un consensus aussi ancien et aussi étendu ; le second, parce qu'avant d'en venir à un tel réexamen, on préfèrera, à juste titre, chercher par tous les moyens à « sauver » ce qui a fait ses preuves depuis déjà longtemps.

Or, dans les faits, la situation est particulièrement défavorable au réexamen, puisqu'il s'agit de « sauver » ce qui a *déjà fait ses preuves* contre ce qui se présente inévitablement comme conjectural et entouré d'un trop petit nombre de preuves, pour la raison que les confirmations ne commencent à s'accumuler qu'à partir de l'instant où, les nouvelles hypothèses ayant été adoptées sans réserve, ne serait-ce qu'à titre d'hypothèses de travail, on
23b cherche délibérément à en dégager les implications. A cela s'adjoint un auxiliaire très puissant que nous avons déjà signalé [6a] : la normativité scientifique actuelle exclut *a priori* la question de ses propres fondements, de sorte que les problématiques de fondement sont *hors-champ* :

23c RAPPEL. On ne dispose actuellement d'*aucune approche théorique recevable* pour tout ce qui concerne la *question des fondements*, laquelle est généralement réduite, dans l'option courante, à la *métaphore de la solidité massive des fondations*.

Ainsi, non seulement il n'y a pas de *théorie de fondement*, et les concepts de *progrès fondamental* ou de *réexamen des fondements* restent plutôt flous ; mais, de plus, il est communément reçu qu'une telle question ne peut même pas constituer une *problématique scientifique*. En outre :

23d RAPPEL. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle prévaut une conception granulaire et cumulative de la connaissance qui autorise, au moins dans une certaine mesure, le découpage et l'indépendance des disciplines.

Les liens transversaux synthétiques entre disciplines sont, le plus souvent, réputés très difficiles à atteindre, voire inaccessibles ou même inconcevables. Or, nos remarques [dé]montrent au contraire :

23e IDÉE DIRECTRICE. Tout se tient quant aux fondements généraux.

Ce que nous avions initialement remarqué dans le contexte de l'informatique, à savoir [1c] que les difficultés que chaque discipline ne peut affronter se trouvent progressivement recueillies dans ce qui les articule *et qui n'est accessible d'aucune d'elles*, se transpose très probablement au degré le plus fondamental d'une normativité qui cautionne, *en tant qu'évidence*, l'émiettement du discours scientifique. Or, nos remarques soulignent que le blocage théorique relatif à l'informatique est lié, d'une part, à l'usage de l'écriture, et, d'autre part, à l'évidence *se manifester comme [réductible à du] calculable*, c'est-à-dire, précisément, à ce qui autorise de larges articulations dans le discours scientifique actuel :

23f PREMIERE SYNTHESE. Pour notre part, nous pensons qu'aucune étude menée dans un strict cadre informatique, ni aucun réexamen local ou partiel des fondements généraux, ne peuvent aboutir aussi longtemps que toutes les ramifications ne sont pas prises en compte et reliées au sein d'un agencement cohérent et fortement lié.

La problématique des fondements de l'informatique est donc, en quelque sorte, *à l'aplomb* de la *coupure* qui sépare les sciences « exactes », régies par la seule nécessité logique, et les sciences expérimentales, assujetties à la contingence des phénomènes.

24 *Le silence d'une question*

Certes, l'hypothèse que des blocages théoriques puissent résulter d'un couplage fort entre des problématiques de fondements présentes dans différentes disciplines n'est pas nouvelle, en physique théorique principalement, mais elle reste encore actuellement ouverte. Le cas de l'informatique est toutefois singulier, puisque ni les évidences concernant l'écriture, ni le concept d'effectivité formelle, ni la méthode expérimentale, ne sont apparus *avec* et *depuis* l'informatique :

24a REMARQUE. Parmi les questions fondamentales soulevées par les difficultés rencontrées en informatique, ***aucune n'est spécifiquement informatique***.

En apparence, l'informatique n'a provoqué aucune expérience cruciale ni suscité aucun théorème fondamental apportant un bouleversement tangible dans les principes antérieurement admis. Au contraire, elle se développe dans un contexte qui lui préexiste, et qui semble d'autant mieux lui convenir que les articulations majeures la concernant sont couvertes par les évidences les plus insoupçonnables. Alors qu'il suffit d'appliquer les évidences usuelles pour pouvoir la regarder comme une technique ou comme un outil, et conclure que la question de ses fondements ne se pose même pas, l'informatique pose des questions de fondements *à distance* [16a] :

24b SECONDE SYNTHESE. Le bouleversement fondamental apporté par l'informatique se manifeste par ***le fait*** que la question de ses fondements ne parvient pas à s'imposer, dans l'exacte mesure où cette question se trouve couverte par des évidences les plus admises.

24c Mais il faudrait *déjà* disposer d'une *théorie des fondements* [23b] pour savoir qu'une telle question ***devrait se poser***, et recueillir ainsi ***en tant que fait tangible*** *le constat qu'elle ne parvient pas à s'imposer*. Ce sont les *mêmes évidences* qui, d'un côté, autorisent le développement opératoire de l'informatique au prix d'un blocage théorique, et qui, d'un autre côté, couvrent la présence de structures contradictoires régressives incompatibles avec les critères normatifs actuels :

24d TROISIEME SYNTHESE. La problématique du blocage théorique concernant l'informatique, à ce point contraire à plusieurs critères normatifs parmi les plus admis, est à peine énonçable dans le cadre d'une normativité qui, faute d'une théorie de fondement, réduit la *fondamentalité [scientifique]* à la *métaphore de la solidité massive des fondations*.

Pour notre part, nous pensons que seule une approche théorique de ces questions permet d'affronter de tels blocages pour les reconnaître comme la manifestation *normale* de la maturité d'une *problématique de fondements*.

Dans une certaine mesure, les fondements ne doivent leur réputation de solidité qu'au caractère insoupçonnable des évidences qui les couvrent et à la pérennité des blocages théoriques qu'ils conservent.

25 *Des fondements de la normativité scientifique actuelle à l'idée de fondement*

Ces remarques convergent vers l'idée que l'informatique joue le rôle d'une *singularité* à l'égard de la normativité scientifique actuelle :

25a QUATRIEME SYNTHESE. L'informatique ne relève ni d'une méthode expérimentale, ni d'une méthode non-expérimentale, telles que conçues et appliquées *dans le cadre de la normativité scientifique actuelle*.

Nous soulignons *dans le cadre de la normativité scientifique actuelle*, car nous ne disposons encore d'aucun élément permettant de décider de quelle méthode relève l'informatique [1]. Puisque nous avons montré que des évidences particulièrement insoupçonnables pouvaient recouvrir des structures conjuguant des contradictions et des régressions sans fin, nous devons adopter une position méthodologique prudente :

25b POSITION MÉTHODOLOGIQUE. On ne peut plus tenir pour évident et/ou hors de portée d'un éventuel réexamen ***aucune évidence ni aucun critère normatif***, même assujetti au consensus le plus large dans le cadre de la normativité scientifique actuelle.

Nous ne disons pas que toute évidence doive être éliminée, ni que toute évidence soit éliminable, et l'éventualité d'un réexamen ne signifie pas que les critères normatifs comportent peut-être des erreurs. Nous nous bornons à prendre acte d'une éventualité : des évidences et des critères normatifs *peuvent* se trouver en situation de contribuer, directement ou indirectement, à la conservation de blocages théoriques. Mentionnons en particulier :

25c CINQUIEME SYNTHESE. Les principes relatifs à l'exclusion de *toute* contradiction et de *toute* régression sans fin doivent être réexaminés.

Une telle position n'est pas déraisonnable, dès lors que la logique normative est actuellement comprise depuis sa formalisation, laquelle implique le concept d'effectivité formelle, et, partant, des glissements d'écriture et des structures contradictoires régressives [2]. Nos remarques concernant les *riens qui ne sont pas rien* atteignent l'articulation et l'interdépendance de trois principes fondamentaux : le principe d'identité, le principe du tiers exclu, et le principe de contradiction :

25e REMARQUE. Relativement au critère de coïncidence formelle (les *riens* ne sont rien), l'hypothèse de l'hétérogénéité de l'écriture [14a] s'avère contradictoire (les *riens*, qui ne sont rien, ne sont pas rien). Mais relativement à l'hypothèse de l'hétérogénéité de l'écriture (les *riens* ne sont pas rien), c'est le critère de coïncidence formelle qui s'avère contradictoire (les *riens*, qui ne sont pas rien, sont rien).

De sorte que la différence que nous introduisons entre *coïncidence* et *identité* dépend du statut de ces *riens*, lequel à son tour dépend de la façon de manoeuvrer la géométrie variable qui règle l'interdépendance entre l'exclusion du tiers, l'identité et la contradiction. Nous sommes au coeur de la thèse générale que nous soutenons [2b] : la question théorique fondamentale consiste à ***penser le rapport entre les écritures* depuis *et* grâce à *ces riens qui ne sont pas rien*** :

25f SIXIEME SYNTHESE. La question des fondements de l'informatique présuppose au minimum d'aborder théoriquement la question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture.

---

1. Nous nous bornons ici à synthétiser nos remarques pour le cas de l'informatique. Il se peut que ces mêmes remarques, éventuellement complétées et transposées, s'appliquent par ailleurs à des blocages théoriques présents dans d'autres disciplines [19g].

25d 2. Pusieurs remarques permettent d'ailleurs de supposer que toutes les régressions et que toutes les contradictions ne pas de « même nature », et/ou qu'elles ne doivent pas être exclues de la « même manière », surtout quand elles concernent des principes et des concepts fondamentaux. Une telle idée n'est pas neuve, bien au contraire. Elle court explicitement ou en filigrane dans maints exposés de fondement, qu'ils soient logiques, mathématiques, physiques, philosophiques, juridiques, etc.

Mais une telle question [6d] se trouve déjà proche des *fondements de la connaissance [scientifique]*. En outre, si le blocage théorique concernant l'informatique ne peut être surmonté qu'en posant la question des fondements de la normativité scientifique actuelle [21c], nous nous trouvons doublement dans une impasse, puisque cette normativité exclut *a priori* la question de ses propres fondements [6a] [23b]. Partant :

25g SEPTIEME SYNTHESE. C'est l'idée même de ***fondement*** qui doit être reprise de manière théorique[1] pour qu'il soit seulement possible d'aborder la question des fondements de l'informatique.

En d'autres termes, tout ce que nous disons au sujet des fondements est presque dénué de sens dans le cadre d'une normativité qui s'interdit d'élaborer une *théorie de fondement*, et qui réduit la fondamentalité à l'exigence métaphorique de la solidité massive des fondations. C'est en grande partie une telle réduction qui rend très difficile l'accès au blocage théorique concernant l'informatique, puisque l'approcher requiert de concevoir l'opérativité des disciplines actuelles tout en décelant la diffusion de structures contradictoires régressives et de glissements d'écritures, tandis que le surmonter exige de conserver l'acquis opératoire tout en procédant à un réexamen des fondements généraux.

25h 1. On peut entendre cette reprise en un sens général, bien au-delà et en-dehors du discours scientifique. Mais nous ne pensons pas qu'il soit judicieux de reproduire l'exclusion de la question des fondements [6a]. Nous pensons que cette reprise est [aussi] à effectuer *depuis* le discours scientifique, ce qui ne signifie certainement pas qu'il faille chercher à énoncer scientifiquement « ce qu'est un fondement ». Il s'agit au contraire de reprendre l'examen de ce que le discours scientifique *peut voir* de la question générale des fondements, en tant que discours [supposé] fondé, de manière à établir, *depuis* le discours scientifique, ce qui, *pour* le discours scientifique, peut être actuellement reçu comme *fondement d'une théorie scientifique*.

II

PREMIERS ÉLÉMENTS D'UNE RÉPONSE A LA PROBLÉMATIQUE DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE

PARTIE II

PREMIERS ÉLÉMENTS D'UNE RÉPONSE A LA PROBLÉMATIQUE DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE

•

■ *Relier la problématique des fondements de l'informatique à ceux de la normativité scientifique actuelle nous conduit à mener une recherche de fondement à un degré de généralité peu habituel ; par ailleurs, la présence insistante de structures contradictoires et régressives, dès qu'il est question d'effectivité formelle, de transitions d'état et de transitions de niveaux, nous invite à [re]comprendre ces structures de manière qu'il devienne concevable d'*utiliser positivement *certaines contradictions et certaines régressions sans fin dans l'élaboration des théories, au lieu de les rejeter. Or, dans le cadre d'une normativité scientifique qui exclut la question de ses propres fondements, on sait peu de choses sur les méthodes afférentes au réexamen des principes fondamentaux et au dépassement des théories. Nous présentons un condensé de quelques repères essentiels relatifs à notre* théorie de fondement*, ce qui nous permet de rappeler certains traits déjà connus des fondements des théories [scientifiques], et d'esquisser certains aspects de la structure sous-jacente aux thèses que nous avançons. L'idée centrale consiste à prendre appui sur le principe qu'aucune théorie n'est « absolue », afin d'étendre la* possibilité de dépasser les théories *(possibilité jusqu'à présent « réservée » aux théories expérimentales)* à toute théorie fondée*, sachant qu'une théorie dépassante conserve une sorte de* filiation *à l'égard de la théorie dépassée. Dans cette présentation, qui ne doit pas être considérée comme définitive ni complète, nous avons voulu souligner l'incidence méthodologique de la structure contradictoire et régressive des* questions de fondement*, structure dont l'approche théorique requiert une méthode d'analyse capable de résister à sa « corrosion intense », ce qui nous conduit à adopter une méthode elle-même contradictoire et régressive. Nous proposons ainsi le dépassement du principe de l'exclusion de toute contradiction, du rejet de toute régression sans fin, et de la conception normative actuelle de l'écriture.*

Le premier chapitre [26-33] ébauche les premiers traits caractéristiques d'une recherche de fondement, et propose d'aborder la normativité scientifique actuelle comme une théorie dépassable.

Le second chapitre [34-48] est une introduction à notre théorie de fondement. La structure contradictoire et régressive des questions de fondements conduit à une méthode d'analyse par les régressions sans fin qui permet très rapidement d'apercevoir la présence de telles structures, au degré le plus fondamental, dans un cadre normatif qui les rejette pourtant officiellement.

Le troisième chapitre [49-65] étudie la plausibilité des thèses précédemment avancées à travers le dépassement de la conception normative de l'écriture et le dépassement du principe de contradiction.

Le quatrième chapitre [66-73] propose une synthèse partielle montrant le lien direct qui s'établit entre les problématiques initialement rencontrées en informatique et le dépassement de la normativité scientifique actuelle.

CHAPITRE II-1

Pour une recherche de fondement

•

■ *Affirmer que le blocage théorique relatif à l'informatique ne peut se dénouer dans le cadre normatif actuel doit être entendu comme une conjecture, en ce sens que les problématiques abordées bloquent l'applicabilité des protocoles normatifs de démonstration et de corroboration [26-29]. Une recherche de fondement se comprend alors comme une méthode particulière, adaptée à de telles problématiques, et destinée à ouvrir des champs théoriques. En prenant soin de distinguer* la science *et* la normativité scientifique actuelle*, il devient possible de considérer chaque normativité comme une théorie, donc d'interroger ses principes et ses critères les plus fondamentaux quant à leur applicabilité afin de leur appliquer une procédure de dépassement [30-33].*

II-1-1. Une conjecture relative aux fondements de l'informatique

■ *Reconnaître que la problématique des fondements de l'informatique est indissociable d'un réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle, c'est notifier la présence d'un conflit de fondements. Nous commentons brièvement ce qu'une telle expression signifie et implique.*

26 *Une conjecture relative aux fondements de l'informatique*

L'enchaînement d'arguments que nous venons de présenter [1-25] pour situer la problématique des fondements de l'informatique a été reconstitué après-coup, et ne reflète nullement la chronologie d'une recherche dont la problématique initiale est étrangère à de telles préoccupations. Mais, à moins de procéder au recensement fastidieux des raisons pour lesquelles les autres hypothèses envisagées ont mené à une impasse technique ou théorique, et ont été abandonnées, nous sommes obligé de prendre appui sur les résultats les plus récents et les plus généraux pour composer un chemin raccourci, un enchaînement d'arguments reliant, sans trop de détours, ce qu'on admet habituellement à ce que nous avançons.

26a Résumons brièvement la chronologie de nos travaux. Dans une première étape, après avoir vainement tenté de surmonter « classiquement » les difficultés théoriques auxquelles nous nous heurtions [1], nous avons développé intuitivement des considérations relatives à l'écriture [2], grâce auxquelles nous avons acquis un premier ensemble de résultats répondant partiellement à notre problématique initiale.

26c Dans une seconde étape, après avoir vainement tenté de forcer la formulation de ces résultats déjà acquis dans le moule des postulats admis, nous avons peu à peu pressenti la présence de difficultés plus profondes, pressentiment qui a attiré notre attention sur la *question des fondements* : les théories, les disciplines, et la connaissance [scientifiques] doivent-elles être fondées ? Si oui, pourquoi et comment ? Qu'est-ce que fonder ? Les fondements sont-ils immuables ? Si non, comment les réexaminer ? Etc. L'étude théorique de cette question nous a non seulement permis de généraliser les résultats déjà acquis et de mettre en évidence les raisons pour lesquelles nous ne pouvions les réduire aux postulats « classiques », mais elle nous a aussi donné

26b 1. Nos premiers travaux concernent l'approche théorique de la conceptualisation, de la spécification, de la représentation, de la description et de l'implémentation dans un contexte de logiciels de grande taille, les systèmes de conduite d'ordinateurs, en particulier. Ces travaux se sont très tôt orientés vers des transformations générales d'algorithmes, de spécifications, et de programmes, jusqu'à heurter le problème théorique de la représentation, comme rapport entre des abstractions (mathématiques, par exemple) et des écritures (informatiques, par exemple), ou, plus généralement, comme rapport entre des niveaux (d'abstraction, de définition, de spécification, de description, ou d'implémentation).

2. Par exemple, les opérations de *découpage et de collage* déjà esquissées, qui portent aussi bien sur les *lettres* [7c] que sur les *intervalles* [8f].

accès à de nouveaux résultats, tout en nous indiquant la marche à suivre pour situer la *problématique des fondements de l'informatique*.

26d C'est ce ***résultat*** de nos travaux, au demeurant secondaire relativement à notre problématique initiale, mais essentiel quant à la cohérence théorique de nos résultats, l'un des plus récents quant à sa présentation théorique, que nous résumons dans la conjecture :

26e CONJECTURE RELATIVE A L'INFORMATIQUE. Il est ***impossible*** de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique ***dans*** le cadre de la normativité scientifique actuelle.

26f Nous suivons l'idée que ce blocage [10] [21] se conserve parce qu'il questionne des évidences servant d'assise à la normativité scientifique actuelle. Ces évidences se sont trouvées peu à peu installées à cette place fondamentale, en raison de la confiance qu'on leur a progressivement accordée, au point qu'elles sont généralement considérées comme étant désormais hors de portée d'un éventuel réexamen [1].

27 *Le statut de conjecture*

Notre conjecture [26e] est moins une réponse que le résumé condensé d'un faisceau de questions étroitement nouées les unes aux autres, appellant une *recherche de fondement*. Avant de parcourir les délinéaments des résultats de cette recherche, synthétisons brièvement le sens général de notre conjecture [26e]. Pour l'essentiel, elle notifie la reconnaissance d'un *conflit de fondements* qu'on peut esquisser comme suit :

27a INTERPRÉTATION. L'opérativité de l'informatique dépend d'un *quelque chose* dont l'approche théorique s'avère incompatible avec les postulats fondamentaux qui régissent la normativité scientifique actuelle.

27b Le statut de *conjecture* assigné à cet énoncé [26e] n'est pas une clause de style destinée à en émousser le tranchant, mais la notification qu'on ne peut tenter de rendre compte du *quelque chose* en question, d'un point de vue théorique, sans violer certains postulats fondamentaux qui régissent actuellement les protocoles de démonstration et de corroboration. Autrement dit :

27c INTERPRÉTATION. Si on s'en tient aux postulats fondamentaux qui régissent les protocoles normatifs de démonstration et de corroboration actuellement en vigueur, rien ne peut être directement démontré ou corroboré au sujet de ce *quelque chose* dans le cadre de ces protocoles ; si on tente de forcer l'approche théorique de ce *quelque chose*, ces protocoles s'avèrent inapplicables ou aberrants, et rien ne peut être directement démontré ou corroboré au sujet de ce *quelque chose* dans le cadre de ces protocoles.

L'accent particulier que nous donnons ici au mot *conjecture* renvoie donc à l'exercice des protocoles normatifs
27d de démonstration et de corroboration. Notre conjecture reprend en outre une différence déjà suggérée [3] entre *science* et *normativité scientifique*, différence qui rappelle, si besoin était, que les sciences sont en *devenir* (ce qu'implique l'idée de progrès), que certains postulats admis aujourd'hui, même parmi les plus fondamentaux, ne l'étaient pas hier, et qu'à moins de supposer *la* science parvenue à son terme définitif en cette seconde moitié du XX$^{\text{ème}}$ siècle, certaines hypothèses, parmi celles qui sont rejetées ou ignorées aujourd'hui, figureront nécessairement parmi les postulats fondamentaux de demain.

1. A cet égard, la simplicité, toute apparente, des trois exemples choisis pour appuyer l'exposé [7] [8] [9], ne doit pas faire illusion : elle manifeste au contraire l'omniprésence de la problématique, même dans les circonstances les plus courantes et les plus anodines. La mise en évidence de la problématique dans ces « petits » exemples résulte aussi de nos travaux, car jusqu'à ce que nous posions la problématique des fondements de l'informatique comme nous le faisons maintenant, nous ne *voyions* rien, frôlant sans cesse la difficulté sans jamais soupçonner sa présence.

28 *Blocage, réexamen, réfutation*

Il convient d'insister sur le fait que l'opérativité du savoir-faire lié à un blocage théorique est *déjà reconnue*, tandis que sa contrepartie théorique fait défaut, non parce qu'on ne l'aurait pas *encore* trouvée (sous-entendu : *ça ne tardera pas*), mais parce qu'elle est *introuvable* dans le cadre normatif en vigueur, parce qu'elle dépend de postulats incompatibles avec les postulats fondamentaux qui régissent ce cadre normatif. Or, aucun scientifique ne saurait récuser ou renoncer à un savoir-faire opératoire dûment reconnu pour la seule raison qu'il est impossible d'en rendre compte dans le cadre normatif en vigueur :

28a IDÉE DIRECTRICE. Dans un conflit de fondements irréductible entre un savoir-faire opératoire et des postulats fondamentaux, ce sont les postulats fondamentaux qui *sautent*.

Contrairement à l'image reçue d'une solidité massive des fondations [23b] [25g], les fondements des théories [scientifiques] sont à comprendre comme des sortes de *fusibles*. S'il le faut, on mettra sens dessus dessous les principes fondamentaux et on chamboulera de fond en comble les interprétations qu'ils légitiment, mais on sauvera coûte que coûte un acquis tangible reconnu opératoire. Cependant [23a], de multiples raisons s'opposent aux remaniements fréquents des fondements, surtout s'ils sont généraux ; d'où la nécessaire *maturité* des disciplines qui parviennent à avérer un conflit de fondements :

28b REPERE. C'est l'***impossibilité*** de rendre compte d'un savoir-faire opératoire dans le cadre normatif en vigueur, qui est longue et délicate à établir.

L'intuition d'une telle impossibilité peut être précoce, et pressentie pendant longtemps par de nombreux chercheurs. Mais il reste un long chemin à parcourir, car établir une telle impossibilité revient le plus souvent à *faire le tour* des postulats fondamentaux concernés pour en trouver la *limite*, au point que les arguments décisifs ne s'accumulent qu'une fois la limite trouvée, ce qui revient à dire, schématiquement, qu'un conflit de fondement n'est rigoureusement avéré que déjà surmonté.

Notre conjecture [26e] affronte directement ces difficultés, puisque les fondements concernés sont ceux de la normativité scientifique actuelle ; ce sont les plus généraux, et ce sont aussi, par conséquent, les plus largement admis. A cet égard, la tournure *il est impossible* qui l'inaugure, ne doit son tranchant qu'à la fragilité qui la porte :

28c REMARQUE. L'éventuelle validité de notre conjecture [26e] relative à l'informatique cesserait dès qu'on pourrait lui opposer un seul contre-exemple.

Il va de soi qu'aucune approche théorique de l'informatique dont nous ayions pu avoir connaissance ne constitue, selon nous, un contre-exemple à notre conjecture. A notre connaissance, également, aucune approche théorique actuelle n'est en mesure d'avancer des postulats fondamentaux permettant d'approcher les structures contradictoires régressives impliquées par l'effectivité formelle, aussi bien que les concepts de niveau et de représentation tels qu'ils sont mis en oeuvre en informatique ; par ailleurs il ne s'est encore dégagé aucune méthode qui légitime ou remplace le court-circuit [17i] (entre abstractions [mathématiques] et systèmes physiques) lié à l'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique [16b]. Bien entendu, l'absence de contre-exemple, qui, peut-être, n'est que temporaire ou dûe à une insuffisance de nos connaissances, n'implique pas la validité de notre conjecture. Cela étant précisé, nous adoptons désormais cette conjecture comme hypothèse de travail, de manière à développer les arguments qui l'étayent.

29 *Trois pôles principaux d'argumentation*

De ce que le conflit de fondements qu'il convient de résoudre porte atteinte aux conditions d'applicabilité des protocoles normatifs de corroboration et de démonstration actuellement en vigueur [27c], il suit :

29a REMARQUE. Il ne peut être question, dans le cadre des protocoles normatifs actuellement en vigueur, de démonstration ou de corroboration *directe* des thèses que nous avançons.

Nous proposons donc une convergence d'arguments destinée à accréditer la validité de notre conjecture [26e], et à exposer la réponse que nous apportons, tout en soulignant son intérêt théorique et pratique. Ces arguments peuvent être répartis autour de trois pôles principaux :

29b REPERE. Le premier pôle d'argumentation concerne des ***études de cas*** : il convient d'exposer des faits qui puissent être admis de tous, et de montrer en quoi la tentative d'en rendre compte dans le cadre normatif actuel aboutit à un conflit de fondements.

C'est que nous avons fait en étudiant les structures contradictoires régressives impliquées par l'effectivité formelle [12-14] ; nous exposerons utérieurement d'autres cas. Ces études sont destinées à recueillir des éléments décisifs en vue d'une interprétation :

29c REPERE. Le second pôle d'argumentation concerne l'***interprétation*** : il convient de proposer un réexamen des agencements fondamentaux actuellement en vigueur qui permette de rendre compte des difficultés constatées et de résorber les conflits de fondements dégagés dans les études de cas.

En clair, il s'agit de formuler des postulats satisfaisants et de préciser les modalités de leur application. Le troisième pôle, qui est peut-être logiquement premier, est aussi le plus délicat à argumenter dans le détail, car il présuppose, pour l'essentiel, que l'interprétation (second pôle) soit déjà acquise, au moins dans ses grandes lignes :

29d REPERE. Le troisième pôle concerne la ***possibilité*** : il convient de préciser les hypothèses dans lesquelles il est possible d'énoncer et de résoudre la conjecture [26e] elle-même.

Ce pôle d'argumentation couvre en particulier la reconstitution ou le rappel de certains postulats fondamentaux de la normativité scientifique actuelle, dont beaucoup sont implicites ou oubliés, ainsi que l'exposé des postulats qui autorisent des *recherches de fondement* pour les théories scientifiques. Ce classement des argumentations ne constitue cependant pas le plan séquentiel d'un exposé, car les arguments se prêtent main-forte les uns les autres ; nous progressons par « approximations successives », en regroupant les arguments qui s'entr'expliquent et donnent lieu à des paliers de compréhension de plus en plus généraux et de plus en plus fondamentaux.

II-1-2. Pour une recherche de fondement

■ *Nous précisons quelques traits caractéristiques d'une recherche de fondement, et nous proposons de concevoir le réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle comme un dépassement.*

30 *Quelques repères concernant les recherches de fondement*

Notre conjecture [26e] amorce une recherche qui doit être menée à un degré de généralité inaccoutumé, et dont il convient peut-être de [re]préciser certains traits : qu'est-ce qu'une *recherche de fondement* ? que peut-on en attendre ? comment procède-t-on ? quelles en sont les conséquences ? Laissons en suspens certaines réponses qui requièrent les préalables théoriques que nous exposons dans ce qui suit, et bornons-nous dans l'immédiat à quelques repères généraux :

30a OBJECTION QUANT A L'ORIENTATION. Est-il *seulement possible* qu'une ***recherche de fondement***, surtout concernant ceux de la normativité scientifique actuelle, constitue une ***recherche scientifique*** ?

S'il est indéniable que, par leur fonction de limite, certains fondements relatifs au discours scientifique déterminent des recherches qui ne peuvent ignorer ce qui est dit et pensé dans d'autres discours, et vice-versa, la cause et l'incidence de telles recherches à l'égard du discours scientifique est sans équivoque possible :

30b REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] une recherche de fondement est une ***méthode pour [poser et] résoudre des problèmes***.

Que cette méthode présente certaines spécificités qui la distinguent des autres, qu'on l'applique d'autant plus rarement que les fondements concernés sont plus généraux, qu'elle soit généralement longue à mener et qu'elle concerne des questions d'un abord réputé difficile, tout cela ne fait aucun doute, aussi convient-on de lui donner un nom particulier.

30c Notre conjecture [26e] relative à l'informatique est nette : la recherche de fondement que nous proposons n'est qu'un passage obligé pour surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique. Rappelons [26c] que nous ne nous sommes finalement résigné à ce détour qu'après avoir vainement tenté de trouver un chemin direct ; au demeurant, ce sont toutes ces impasses, explorées une à une, qui nous ont permis d'entrevoir la présence régulière de certains traits singuliers, comme autant de pièces d'un puzzle qu'il suffisait de reconstituer. Il n'y a là qu'*une seule* recherche, qui a lentement modelé et conforté notre conviction qu'un chemin plus direct que celui que nous proposons maintenant n'existe pas [1], dans le même temps qu'elle traçait point à point l'itinéraire que nous avons suivi. Nous avions des résultats opératoires, mais la contrepartie théorique faisait défaut :

30e REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] on ne pose pas une question de fondement à l'endroit de ce qui n'est pas, d'abord, ***opératoire***.

A proprement parler, une recherche de fondement ne se décide pas ; elle s'installe et s'impose au coeur d'une recherche déjà en cours, et on ne s'y soumet *qu'en dernier recours*, lorsqu'on a acquis la double conviction qu'il est *possible* de proposer une solution théorique à des problèmes qui résistent, mais qu'*aucun* cadre existant connu ne convient :

30f REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] une recherche de fondement prend appui sur la conviction ou le constat d'une impossibilité pour engendrer une possibilité qui, autrement, demeurerait hors d'atteinte : l'***ouverture d'un champ théorique***.

Une recherche de fondement est *indirecte*, car elle ne vise pas, en tant que telle, à résoudre *un* problème particulier, même si le chercheur garde présents à l'esprit les objectifs qui ont motivé son entreprise ; elle est ensuite *globale*, car elle opère sur les champs théoriques *dans leur ensemble* et sur leurs articulations ; et elle est enfin *générale*, car elle donne lieu à des énoncés synthétiques qui s'appliquent à un grand nombre de situations, et qui, par conséquent, doivent être ultérieurement adaptés, précisés, et développés pour chaque cas, grâce à des *recherches de développement* et à des *recherches appliquées* :

30g REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] une recherche de fondement est une méthode ***indirecte, globale et générale*** pour [poser et] résoudre des problèmes.

Pour un chercheur, l'amorce d'une recherche de fondements est souvent *étrange*, liée à des *détails*, généralement négligés ou tenus pour allant de soi, qui attirent son attention et provoquent son intuition :

30h REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] c'est fréquemment l'***intuition*** qui déclenche une recherche de fondement dont l'objet, bien souvent, n'est définitivement (?) acquis que grâce à un résultat tardif ; l'***évidence*** est le terrain privilégié de ces recherches.

30i Les recherches de fondement sont longues parce qu'elles sont globales [30g] et qu'elles se heurtent aux évidences, lesquelles sont des singularités particulièrement riches qui recueillent un savoir condensé sur les ressorts voilés des théories. Et, dans beaucoup de cas, ce n'est qu'au terme du chemin parcouru que le point de

---

30d 1. Ce qui n'exclut pas qu'il en existe peut-être d'autres, que nous ne connaissons pas, issus d'autres manières de résoudre le conflit de fondements en question. Mais, en l'état actuel de nos travaux, nous n'avons trouvé aucune possibilité d'éviter, et donc de résoudre, ce conflit de fondements, sauf à convoquer d'autres évidences, et d'autres encore, pour parvenir à « éliminer » la difficulté fondamentale sous un amoncellement d'hypothèses *ad hoc*.

départ s'éclaire soudain. Opérant sur les champs théoriques *dans leur ensemble* et sur leurs articulations, ces recherches tendent à une compréhension synthétique et globale destinée à se déployer dans le temps :

30j REPERE. [Dans le cadre du discours scientifique,] les recherches de fondement sont appelées à ***prévoir***, c'est-à-dire à ménager dès aujourd'hui la place de ce qu'on ne *verra* que demain [1] : elles sont donc naturellement ***conjecturales***.

Tandis qu'une *recherche de développement* vise surtout le résultat nouveau, corroboré ou démontré ***dans*** le cadre fondamental existant, et qu'une *recherche appliquée* vise surtout une mise en oeuvre des résultats connus ***dans*** le cadre fondamental existant, une recherche de fondement se propose de réagencer ce cadre pour l'ouvrir [30g].
30l Les résultats qu'elle avance s'organisent en trois aspects : ils proposent tout d'abord une ***réinterprétation*** de *tout* l'acquis tangible concerné afin de le conserver dans le nouveau cadre, cherchant moins le fait nouveau qu'une *reformulation* de ce qu'on savait déjà pour proposer une nouvelle manière d'en *rendre compte* ; ils avancent
30m ensuite une ***ouverture***, c'est-à-dire une manière de préciser, de reformuler et de résoudre des problèmes en suspens, d'atteindre et de résoudre de nouveaux problèmes encore inaperçus, et peut-être d'étendre, de
30n généraliser et d'unifier des champs théoriques déjà connus mais encore épars ; ils apportent enfin, ce qu'on *oublie* bien souvent, les moyens de leur propre ***dépassement***.

31 *Science et normativités scientifiques*

En énonçant qu'il est impossible de surmonter le blocage théorique concernant l'informatique ***dans*** le cadre normatif actuel, notre conjecture [26e] se réfère à une différence déjà esquissée [3] [27d] entre *la* science et *les* normativités scientifiques, différence qui implique une *limite* de la normativité scientifique actuelle, c'est-à-dire l'éventualité d'un ***en-dehors*** de cette normativité qui soit néanmoins ***dans*** la science :

31a OBJECTION QUANT A LA DIFFÉRENCE. Est-il *seulement possible* qu'il existe un ***en-dehors*** de la normativité scientifique actuelle qui soit cependant ***dans*** la science ?

Notre première définition des normativités scientifiques [3a] souligne surtout les caractères *juridique* et *institutionnel* de leur exercice, dans le principe même d'un *clivage normatif* entre ce qui est recevable et ce qui ne l'est pas. Dans la majeure partie des cas, c'est-à-dire lorsqu'on demeure *dans* le cadre normatif en vigueur, il est suffisant d'imaginer que la normativité en vigueur est une sorte de *consensus* plus ou moins implicite, tandis que les critères de cette normativité sont, dans la pratique, les critères de la scientificité. Mais une telle définition est insuffisante dans le cas d'un conflit de fondements : comment établir l'existence d'une *limite* entre un *dans* et un *hors* quand on admet déjà qu'une normativité demeure partiellement implicite ?

Un *raisonnement [2] *quant à la possibilité* permet de procéder directement en prenant appui sur l'**hypothèse d'un énoncé qui fait défaut*. Rappelons d'abord ce que nous avions déjà souligné [3] :

30k 1. C'est bien une manière de *prédictivité*, quoique distincte de la prédictivité quantitative qui dépend d'énoncés explicites appelant d'emblée une corroboration factuelle. La prédictivité liée aux énoncés fondamentaux relève d'un *déploiement dans le temps*. Elle se présente, dans l'instant, sous la forme de ***germes indécelables*** destinés à se ***déployer*** ultérieurement *demain*, encore inaperçus *aujourd'hui* parce que figurant *en creux* dans les énoncés fondamentaux. En effet, bien que relatifs aux connaissances d'une époque déterminée, celle de leur élaboration, les énoncés fondamentaux ne se bornent pas à résumer les connaissances alors disponibles, mais confirment d'autant mieux leur bien-fondé qu'ils s'appliquent aussi à ce qui ne pouvait en aucun cas être pré*dit* lors de leur élaboration. Rappelons ce qui tombe sous le sens : la prédictivité est une qualité qui ne se juge que *rétroactivement* ; doit être posé *aujourd'hui*, comme conjecture, ce qui ne sera, peut-être, avéré ou corroboré que *demain*. A cet égard, le paysage fondamental de la normativité scientifique actuelle n'est devenu « naturel » qu'à force de corroborations successives, car c'est en arasant peu à peu l'abrupte audace des fondements, que l'habitude a lentement sculpté le lissé apparent des évidences maintenant admises.

31b 2. Nous préfixons par une étoile (*raisonnement, *hypothèse, *lemme, *théorème, *corollaire, etc.) les éléments qui dépendent de « raisonnements » qui ne sont pas conformes aux protocoles normatifs actuellement en vigueur. En particulier, ces *raisonnements ne sont pas *formels*, au sens normatif actuel, puisqu'ils concernent aussi bien certains fondements des raisonnements formels et le problème de leur interprétation, que l'existence de preuves formelles ou d'énoncés formels qui font défaut. Il convient de regarder ces *raisonnements comme une tentative de relier entre elles, de manière aussi serrée que possible, des propositions concernant *ce qui n'accède pas à la forme* au sens de la (ou des) logique(s) normative(s) actuellement en vigueur. Peut-être serons-nous ultérieurement amené à corriger l'étiquetage s'il devait s'avérer qu'il ne s'agit vraiment pas de raisonnements.

31c RAPPEL. Il est impossible de produire un énoncé qui permettrait de décider, sans qu'aucune équivoque ne subsiste, du clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas.

Ce qui n'empêche personne de se référer couramment à ce clivage, explicitement ou implicitement, à commencer par le fait que l'adjectif *scientifique* figure dans l'expression *normativité scientifique actuelle*[1]. Ce qu'on pourrait dire autrement, en poussant à l'extrême : *il n'existe pas de procédure effective de décision associée au clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas*. Posons :

31d *HYPOTHESE DU DÉFAUT D'ÉNONCÉ. Aucun énoncé ne convient, ***en tant qu'énoncé***, pour caractériser ultimement le clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas.

L'argument fonctionne alors comme suit : plus une normativité tend à fixer explicitement ses critères, plus elle énonce la caractérisation du clivage entre ce qui est recevable et ce qui ne l'est pas, et plus s'accroît la certitude que cette caractérisation n'est pas celle du clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas, puisque [31d] aucun énoncé ne convient *du seul fait que c'est un énoncé*. Si on laisse de côté le cas d'une normativité qui n'énoncerait rien (elle aurait très vraisemblablement un effet normatif nul), il reste :

31e *THÉOREME DES DEUX CLIVAGES. Ou bien une normativité ne se réfère pas au clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas, auquel cas ce n'est pas une normativité *scientifique* ; ou bien une normativité s'y réfère, alors c'est une *normativité scientifique*, et ***il existe nécessairement une différence*** entre le clivage normatif qu'elle institue et le clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas.

Distinguer *la* science et *les* normativités scientifiques, c'est poser une *différence*[2] entre deux clivages, celui qui tranche entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas, et celui qui tranche, au regard d'*une* normativité scientifique donnée, entre ce qui est recevable et ce qui ne l'est pas. Puisque [31e] les deux clivages ne coïncident pas, les « régions » déterminées par chacun des deux clivages ne coïncident pas, elles non plus. *Raisonnons sur la situation relative de ces « régions » :

31g *THÉOREME DU REJET. Pour une normativité scientifique donnée, il existe un ***en-dehors*** de cette normativité qui est aussi ***dans*** la science si et seulement si ce qui est rejeté comme non recevable n'est pas strictement « inclus » dans ce qui n'est pas scientifique.

Prenons l'énoncé inverse : si tout ce que rejette une normativité est déjà « inclus » dans ce qui n'est pas scientifique, tout ce qui est *en-dehors* de cette normativité est aussi *en-dehors* de ce qui est scientifique. Le *théorème [31g] signifie que les normativités qui comportent un *en-dehors* cependant situé *dans* la science sont celles qui se montrent parfois, sinon toujours, « un peu trop » restrictives. De manière imagée, une « bonne » normativité est une « approximation prudente »[3] du clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas. Cette condition, qui n'est pas déraisonnable, convient à nos thèses, puisque nous supposons [27a] que l'informatique dépend d'un *quelque chose*, dont il ne peut être rendu compte ***dans*** le cadre normatif actuel, bien que sa mise en oeuvre soit reconnue ***opératoire*** (à entendre : relève de ce qui est scientifique). Le *théorème [31g] admet un *corollaire qu'il conviendra de garder à l'esprit :

31h *THÉOREME DU DÉJA-LA. S'il est ***possible*** de réexaminer les fondements de la normativité scientifique actuelle, grâce à un *en-dehors* de cette normativité qui soit cependant *dans* la science, alors ce réexamen procède de ce qui gît *déjà actuellement dans cet en-dehors*, en tant qu'énoncés [explicitement] jugés non-recevables ou [implicitement] ignorés par cette normativité.

---

1. Citons un exemple de référence implicite à ce clivage. Le jugement « ce qu'écrit VAUDENE est de la philosophie » ne signifie pas, le plus souvent : « ce qu'écrit VAUDENE est de la philosophie », mais plutôt : « ce qu'écrit VAUDENE n'est pas scientifique ».

31f 2. L'enjeu théorique de cette *différence* n'est autre que le *devenir* des sciences [27d], qui correspond, dans le contexte normatif actuel, à la possibilité des *progrès fondamentaux* [30f].

3. Notre *raisonnement est à rapprocher des raisonnements sur les incertitudes des mesures en sciences expérimentales, et l'énoncé qui fait défaut [31c] [31d] tient le rôle d'une valeur, dont on suppose l'existence et qu'on n'obtiendra jamais comme telle, mais qui figure quelque part dans un intervalle d'incertitude soigneusement choisi.

En effet, si ces énoncés (évidences, hypothèses, postulats, méthodes, etc.) étaient seulement « en sommeil » *dans* la normativité scientifique actuelle, il suffirait de les « réveiller » et de les ajouter aux postulats existants *sans devoir réexaminer ces derniers*. Mais notre conjecture [26e] ne signifie pas cela : elle signifie [27a] qu'il y a conflit de fondements, c'est-à-dire incompatibilité entre les énoncés qu'il faudrait admettre pour surmonter le blocage théorique concernant l'informatique, et les fondements de la normativité scientifique actuelle. Il ne faut donc pas s'attendre qu'un éventuel réexamen des fondements de cette normativité se réduise à l'installation de quelques énoncés supplémentaires venant compléter une lacune mineure dans le paysage normatif auquel nous sommes accoutumés.

32 *Réexamen et dépassement*

En un sens positif, notre conjecture [26e] sous-entend qu'on peut surmonter le blocage théorique concernant l'informatique dans une normativité *autre* que la normativité scientifique actuelle :

32a OBJECTION QUANT AU PASSAGE. Est-il *seulement possible* d'approcher de manière théorique le ***passage*** de la normativité scientifique actuelle à une autre normativité scientifique ?

Jusqu'à présent, nous avons utilisé l'expression assez vague de *réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle*. Compte-tenu de ce que nous venons de préciser [31] concernant la différence entre science et normativités scientifiques, un tel réexamen revient à modifier le clivage normatif en vigueur de telle sorte que des postulats, des principes, des évidences, des énoncés, etc., jusque-là jugés irrecevables, quoiqu'à situer *dans* la science, soient désormais jugés recevables. De manière imagée, réexaminer les fondements, c'est modifier les « paramètres caractéristiques » du « filtre normatif », et, en ce sens, c'est une opération *globale* qui concerne, directement ou indirectement, *tout* l'édifice normatif.

C'est dans le domaine des sciences expérimentales que de tels réexamens fondamentaux sont le plus nettement attestés, et c'est incontestablement sous la contrainte de la corroboration expérimentale que ce domaine scientifique s'est [finalement] accoutumé à l'idée que les fondements des théories expérimentales, même les mieux établies, n'étaient pas immuables, et qu'ils étaient, par conséquent, sujets à réexamen. Laissons de côté le cas où une théorie est rejetée en bloc, parce que nettement insuffisante, car le contexte du présent exposé s'apparente au *réexamen par dépassement* :

32b *DÉFINITION. Le réexamen des fondements d'une théorie dont l'acquis tangible n'a pas à être remis en cause, se comprend comme un ***dépassement*** de cette théorie.

En ce sens, nous concevons le réexamen de la normativité scientifique actuelle comme un *dépassement* de cette normativité conçu de telle sorte que *tout* l'acquis tangible opératoire dont elle a hérité ou qu'elle a déjà produit (et qu'elle pourra, d'ailleurs, continuer à produire), puisse être « récupéré » dans une nouvelle normativité. De sorte que notre conjecture [26e] n'appelle pas un processus extraordinaire, si on admet que la possibilité d'un dépassement des théories n'est pas dû, comme on l'affirme le plus souvent, au caractère expérimental des théories qui y ont été, jusqu'à présent, notoirement sujettes :

32c PREMIERE GÉNÉRALISATION. [Dans le cadre du discours scientifique,] la possibilité d'un ***dépassement*** des théories est à comprendre comme un ***trait structural*** de ces théories, qui est indépendant de leur caractère expérimental ou non-expérimental.

En ce sens, la possibilité de dépasser une théorie expérimentale ne provient pas d'une particularité dûe à l'emploi de la méthode expérimentale ; tout au contraire, dans les sciences expérimentales, on met à profit ce trait structural des théories scientifiques pour récupérer l'acquis tangible opératoire produit par une théorie qui s'avère inadéquate (non opératoire) *en-dehors de certaines conditions d'applicabilité*. Cette première généralisation, que nous développons plus loin, est importante, puisqu'elle concerne *toutes* les théories scientifiques, y compris celles qui sont actuellement réputées non-expérimentales. Intuitivement, la différence [31e] entre science et normativité scientifique signifie que les critères normatifs peuvent être opératoires, bien qu'ils ne soient pas

« absolus », et la possibilité d'un réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle est une manière de résoudre cette tension :

32d SECONDE GÉNÉRALISATION. Dans la suite de l'exposé, nous regardons les normativités scientifiques, parmi lesquelles figure la normativité scientifique actuelle, comme des ***théories [scientifiques]***, partiellement implicites, et sujettes au dépassement comme les autres théories [scientifiques].

Cette seconde généralisation, qui prolonge notre *raisonnement [31] concernant la différence entre science et normativité scientifique, est tout aussi importante, car elle récuse la possibilité, pour une normativité scientifique, d'exclure la question de ses propres fondements [6a] [23b], question qui doit donc être reconnue comme une problématique scientifique [30a] :

32e INTERPRÉTATION. L'exclusion, par la normativité scientifique actuelle, de la question de ses propres fondements, a autant pour effet de tenter d'***apurer*** le discours normatif de toute référence aux discours réputés non-positifs (donc irrecevables en son sens), que de ***soustraire*** la question de ses propres fondements à tout examen théorique.

32f Soustrayant la question de ses propres fondements à tout examen théorique, cette normativité se trouve contrainte de se présenter [implicitement] comme non dépassable, et, puisqu'elle est opératoire et qu'elle ne saurait reconnaître d'autre scientificité que celle qu'elle institue, elle tend [implicitement] à s'identifier à *la* science. Par suite, envisager un réexamen de tels fondements a toutes les chances de passer pour une incongruïté évidente, puisque toute approche théorique d'une telle question est bloquée.

33 *Les conditions d'applicabilité*

En sciences expérimentales, cet écart entre « absolu » et opératoire correspond au fait que les théories peuvent être opératoires ***dans*** un domaine d'applicabilité, et ne plus l'être, de manière satisfaisante, ***en-dehors*** de ce domaine. C'est exactement notre idée :

33a INTERPRÉTATION. les critères normatifs actuels sont satisfaisants, mais à la condition de ne pas forcer leur application ***en-dehors*** de leur domaine d'applicabilité.

Dans ce cas, notre conjecture [26e] signifie simplement que l'informatique est une discipline qui oblige (ou obligerait) les critères normatifs actuels à devoir être appliqués ***en-dehors*** de leur domaine d'applicabilité, et les contraint (ou les contraindrait) à produire des « aberrations ». On peut en effet admettre que ces critères normatifs, qui s'inscrivent dans une tradition plus que bi-millénaire, ont été progressivement inventés, forgés, remaniés, ajustés, et adaptés aux diverses circonstances de leur emploi :

33b REMARQUE. Exclure toute référence aux savoirs non-positifs dans les sciences, c'est aussi exclure que les critères normatifs actuellement en vigueur soient un don des dieux, et qu'on les crédite à ce titre d'une immutabilité provenant de leur origine surnaturelle.

Comment situer, ou essayer de situer, cet *en-dehors* du domaine de validité des critères normatifs actuels, *en-dehors* que partagent au moins l'informatique et l'effectivité formelle ? En sciences expérimentales, on a pu constater que les réexamens pouvaient concerner des principes fondamentaux *explicités*[1], mais aussi des *évidences implicites*, qui s'imposent à ce point comme évidentes qu'elles ne figurent même pas parmi les énoncés fondamentaux, et ne sont nulle part mentionnées dans les théories qui les mettent en oeuvre[2] :

33c 1. Par exemple : l'universalité du principe scolastique *non datur saltus* (la nature ne procède pas par sauts), réaffirmée au XVIIème siècle, est récusée par M. PLANCK vers 1900. Ou encore : l'universalité de la loi d'addition des vitesses (mécanique newtonienne) est récusée au début du XXème siècle à cause de son incompatibilité avec l'isotropie de la propagation des ondes électro-magnétiques.

2. Par exemple : l'indépendance de l'espace et du temps dans la physique classique. Dans le domaine mathématique, on notera que l'invention des géométries non-euclidiennes conduit à une séparation entre théorie et modèle qui, à certains égards, peut se comprendre comme un dépassement de la géométrie euclidienne grâce à l'éclatement d'une évidence (cf. la première généralisation [32c]).

33d REPERE. Les ***conditions d'applicabilité*** des évidences implicites ne sont pas connues aussi longtemps que ces évidences donnent satisfaction *à l'insu de ceux qui les mettent en oeuvre*.

Ce n'est donc pas une lapalissade de dire : les évidences insues demeurent insues aussi longtemps qu'elles donnent satisfaction. Ce qui n'empêche nullement ces évidences d'être *effectives*, et d'importer discrètement leurs propres limites au coeur des théories qui les mobilisent. Il s'ensuit :

33e REPERE. Les évidences implicites et les limites insues qu'elles impliquent ne deviennent ***décelables*** que lorsqu'on interprète des aberrations apparentes incontournables comme un effet normal de leur fonctionnement *en-dehors* des conditions d'applicabilité requises par la théorie qui les héberge.

Autrement dit, l'interprétation standard de la théorie avait simplement « oublié » d'incorporer la contribution des évidences implicites à la compréhension et aux conditions d'applicabilité de la théorie. La récupération de l'acquis tangible au cours d'un dépassement se comprend alors très bien :

33f REPERE. Les évidences implicites d'une théorie, qui ne sont généralement décelées que tardivement, *étaient* ***effectives*** *depuis le premier jour*, et ont toujours contribué, quoique de manière insue et indécelable, à l'opérativité de l'acquis tangible.

La seule variation concerne un *quelque chose* qui, jusque-là indécelable ou négligeable, ne l'est plus ; mais il était déjà-là depuis toujours, et ce n'est donc pas l'acquis tangible qui est à reprendre, mais bien l'*interprétation de cet acquis* [28a] [30l], aussi cherchons-nous *du côté des évidences* [30h]. Dans l'éventualité d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle, il vient :

33g REMARQUE. Si, comme nous le soutenons, la normativité scientifique actuelle est dépassable *dans son ensemble*, alors ce dépassement ***doit dépendre*** d'évidences et de principes *qui ont* **au moins** *la même extension que cette normativité*.

33h Ce qui signifie : ce sont les évidences les plus évidentes, les plus admises, les plus solidement établies, celles qui réunissent le consensus le plus large, qui sont à mettre en cause pour surmonter un blocage théorique grâce à un dépassement [26f] [31h]. Toute l'attention que nous portons à l'écriture et à son omniprésence [6c] dans le discours scientifique actuel, va dans ce sens, et nous conduit à reconstituer l'existence d'un *critère normatif implicite* qui ne figure nulle part :

33i CRITERE D'APPLICABILITÉ. Les critères normatifs actuels (postulats, principes, méthodes, etc.) ***ne s'appliquent pas***, ou ne s'appliquent pas de manière satisfaisante, aux situations dans lesquelles les écritures sont installées en position d'objet.

La conception normative *purement instrumentale* de l'écriture [5] dit exactement cela : on peut *utiliser* les écritures (statut *instrumental*), mais il est exclu [11b] de *produire un savoir* à leur sujet (statut *purement* instrumental) dans le cadre normatif actuel. Ce dont notre étude de l'effectivité formelle témoigne : dès qu'on veut approcher théoriquement la simple question du rapport entre deux écritures, on décèle la présence de contradictions et de régressions sans fin. Au demeurant, si l'informatique est vraisemblablement la discipline où ces difficultés relatives à l'écriture se manifestent le plus nettement, il s'en faut de beaucoup qu'elle soit la seule concernée.

CHAPITRE II-2

Vers une théorie de fondement

•

■ *Dès lors qu'aucune théorie [scientifique] n'est « absolue », c'est-à-dire à l'abri d'un conflit de fondements, il devient possible de saisir l'acte de fondement comme une manière d'arrêter la régression sans fin impliquée par une question de fondement, d'articuler directement les fondements et les limites, et de surmonter les blocages théoriques [34-37]. Dans le même temps, la structure contradictoire et régressive des questions de fondement procure l'appui suffisant pour préciser une méthode d'analyse par les régressions sans fin [38-43]. Nous constatons alors que notre problématique bascule : l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel couvre la mise en oeuvre de structures contradictoires et régressives [44-48].*

II-2-1. Premiers éléments d'une théorie de fondement

■ *Nous présentons la structure contradictoire et régressive des fondements et nous établissons le lien entre les blocages théoriques et cette structure.*

34 *L'*hypothèse*

34a L'idée que les fondements des théories expérimentales ne sont pas immuables ne s'est définitivement imposée qu'au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle, lorsqu'il s'est avéré *possible* de réinterpréter les fondements bi-séculaires de la mécanique newtonienne, qui, à cette époque, était la science expérimentale dont les corroborations étaient sans doute les plus étendues. Dans le domaine mathématique, l'invention des géométries non euclidiennes est liée à l'éclatement d'une évidence restée inaperçue pendant plus de deux mille ans. Ces fissures, gravées dans la confiance monolithique qu'un idéal positiviste fraîchement affirmé [1] n'avait sans doute pas prédit, se sont, depuis lors, confirmées, creusées, et ramifiées. Les deux généralisations [32c] [32d] que nous venons d'avancer ne sont qu'un palier intermédiaire :

34b *HYPOTHESE. Aucune théorie [scientifique] n'est « absolue ».

Le *raisonnement [2] [31] concernant la différence entre un hypothétique clivage « absolu », qui séparerait sans défaut ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas, et le clivage normatif, est, à cet égard, archétypique : l'inaccessibilité de cet hypothétique clivage absolu est sans appel, puisque [31c] cette inaccessibilité provient d'un énoncé qui fait défaut *en tant qu'énoncé* [31d]. Aucun énoncé ne convient, non pas quant à son sens, *mais quant au fait préalable qu'il est un énoncé* (parole ou écriture). Sans doute ne pourrons-nous jamais démontrer ou corroborer notre énoncé [34b], aussi lui donnons-nous le statut d'une *hypothèse ; gageons qu'il y a peu de chances qu'une théorie parvienne à la réfuter, sauf à se supposer par avance, elle-même, déjà « absolue » : dans les deux cas, il s'agit encore d'une *preuve qui fait défaut* :

34d QUESTION/RÉPONSE. Que signifie l'expression *une théorie [scientifique] « absolue »* ? Nous savons seulement que nous ne savons pas.

Que faire, alors, de cette *hypothèse [34b] ? Comment l'appliquer ? Ne cherchons pas à définir que ce que pourrait *absolument* signifier « être absolue » pour une théorie [scientifique] :

---

1. Ce qu'un discours normatif *au quotidien* a retenu de ces idéaux est une chose ; autre chose est le rôle de ces idéaux dans la géométrie complexe de l'oeuvre d'A. COMTE. Nous devons à F. DE GRUSON d'avoir attiré notre attention sur ce point.

34c 2. Concernant la signification des termes pourvus d'une étoile, cf. [31b].

34e *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Nous posons l'**équivalence théorique* entre l'expression ***aucune théorie [scientifique] n'est absolue*** et l'expression ***les fondements de toute théorie [scientifique] sont potentiellement sujets à réexamen***.

Dès lors, poser [34b] qu'aucune théorie [scientifique] n'est « absolue », c'est impliquer qu'aucune théorie [scientifique] n'est à l'abri d'un *conflit de fondements* :

34f *THÉOREME. A quelque degré de généralité que ce soit, les fondements des théories [scientifiques] ne sont pas « absolus » et sont sujets à réexamen.

Il s'ensuit que tous les arguments, déjà présentés ou à venir, qui convergent vers la possibilité d'un réexamen des fondements, à quelque degré de généralité que ce soit, sont arrimés à une sorte de bouée en dérive proprement hypothétique[1], que nous identifions à un énoncé qui fait défaut [31c], et dont aucune preuve d'existence ne saurait être jamais rapportée[2]. Développons brièvement, en liaison avec le dépassement des théories [32b], ce que nous avons suggéré [28a] grâce à l'image du caractère *fusible* des fondements :

34i REPERE. Contrairement aux idées reçues, les fondements ne doivent pas être compris comme les lieux de la solidité maximale, mais comme des attaches spécialement calibrées pour présenter une ***fragilité maximale*** relativement à l'édifice fondé.

Les fondements, pourrait-on dire, sont arrimés à l'inaccessible, et négocient, le temps de leur validité, le lien des théories fondées à l'inaccessible. Réexaminer les fondements d'une théorie, c'est reconsidérer le lien de cette théorie à l'inaccessible. L'effet *fusible* des fondements [28a] est alors essentiel, puisqu'il permet, lors d'un dépassement, de récupérer tout l'acquis tangible obtenu dans le cadre des anciens fondements [32b]. Réciproquement, quand les fondements (les fusibles) sont trop solides, ils ne *sautent* pas lors d'un conflit de fondements : le réexamen devient catastrophique, car il se propage dans l'ensemble de la théorie, de sorte que rien de son acquis tangible n'est récupérable, et le dépassement est impossible ; la théorie concernée doit être partiellement ou totalement abandonnée. On comprend alors l'intérêt structural du dépassement, et la raison pour laquelle ce trait est très recherché, quelles que soient les théories, éventuellement à l'insu de leurs inventeurs :

34j INTERPRÉTATION. Si aucune théorie n'est absolue, alors aucune théorie n'est définitivement à l'abri d'un conflit de fondements ; en attendant, autant produire un acquis tangible qui puisse être récupérable, en concevant les fondements de telle manière qu'ils s'avèrent constituer la pièce la plus ***fragile*** de la construction théorique.

La *solidité massive* (image habituelle) est confondue avec la *résistance* (trait structural du dépassement) : les fondements doivent être résistants, mais pas au-delà d'une certaine *limite*. Paradoxalement, c'est grâce à cette fragilité maximale des fondements que l'acquis tangible d'une théorie a les chances maximales de perdurer le plus longtemps à travers une chaîne de dépassements successifs.

35 *Conditions de possibilité d'un blocage théorique*

Précisons ce que nous avons succinctement amorcé concernant les blocages théoriques [28]. Un *blocage théorique* ne s'impose pas, *en tant que tel*, de manière évidente ; bien au contraire. En prenant appui sur les évidences les plus reçues et en arguant de sa propre opérativité [21b], un savoir-faire opératoire lié à un blocage contribue d'autant plus à la conservation de ce blocage qu'il est déjà transmissible à autrui et qu'il se prête déjà

34g 1. Ce procédé de construction nous est familier, en mathématiques, par exemple : affirmer que l'abstrait est *ailleurs*, c'est affirmer qu'aucune abstraction ne saurait consister en un énoncé (parole ou écriture), de sorte qu'aucune preuve formelle d'adéquation ultime entre un univers d'abstractions et un univers d'énoncés (paroles ou écritures) ne sera jamais rapportée.

34h 2. Notons cependant, sans insister outre mesure, que cet ***acte***, par quoi est ***institué*** ce qui, *de quelque manière que ce soit*, n'est tel que n'accédant pas à la forme, *de quelque manière qu'on la conçoive*, est sans doute à comprendre dans sa *fonction anthropologique*, c'est-à-dire comme participant de l'*humain en tant que tel*.

à des approches théoriques partielles [1-2]. Bien avant qu'on parvienne à avérer son *existence*, et, partant, à le surmonter, un blocage théorique doit être *possible* :

35a REPERE. Un ***blocage théorique*** n'est *seulement possible* que si les quatre conditions suivantes, au minimum, sont réunies simultanément :

La *reconnaissance* [de l'acquis d'un savoir-faire opératoire] est essentielle : *on ne pose pas une question de fondements à l'endroit de ce qui n'est pas, d'abord, opératoire* [30e]. Mais le *constat* [qu'on ne dispose pas encore d'une théorie satisfaisante], même s'il présuppose très vraisemblablement que certaines évidences soient déjà questionnées, ne suffit pas [1]. Les deux dernières conditions, qui dépendent de l'intuition et/ou d'un savoir autre [que conforme à la normativité en vigueur], conjuguent un *jugement* et une *supposition* qui recueillent, en tant que ***fait tangible*** [24c], l'***absence*** d'une théorie jugée satisfaisante [2].

A ce stade, tout s'oppose à ce que le blocage théorique soit identifié et surmonté, puisque l'opérativité du savoir-faire doit être confirmée (condition 1), tandis que le découpage des disciplines et leur fragmentation en spécialités autorisent des approches théoriques partielles qui peuvent être *localement* approfondies et satisfaisantes [1b]. Il n'y a donc aucune erreur ou faute à incriminer de manière tangible, puisque les difficultés théoriques qui ne sont pas affrontées directement [1c] peuvent d'autant mieux rester de côté et passer inaperçues, qu'elles sont couvertes par des évidences que les critères normatifs en vigueur impliquent et assument dans leur exercice normal. C'est donc le *pressentiment* du blocage théorique qui amorce une recherche de fondement [30h] ; mais ce pressentiment est initialement fragile, et ne se confirme que lentement [28b], à mesure que des résultats fragmentaires s'accumulent pour reconstituer l'ensemble du puzzle : *un blocage théorique n'est vraiment avéré que surmonté* [3].

36 *La structure régressive et contradictoire des fondements*

Approcher théoriquement la structure des fondements [des théories scientifiques] n'est pas sans poser quelques difficultés méthodologiques. Nous avons déjà suffisamment cerné certaines limitations qui pèsent sur la normativité scientifique actuelle, pour savoir qu'une telle problématique ne peut être abordée, de manière théorique, dans le cadre qu'elle institue, lequel exclut déjà la question de ses propres fondements [6a] [32e]. Il ne faut donc pas s'attendre à dégager une structure conforme à cette normativité et, d'un point de vue méthodologique, l'étude de cette structure présuppose le dépassement déjà accompli de cette normativité. Formulons cependant une objection destinée à donner prise à un *raisonnement *quant au fondement* :

36a OBJECTION QUANT A LA PROBLÉMATIQUE. Est-il *seulement possible* que la problématique relative à la structure des fondements [des théories scientifiques] constitue une ***problématique scientifique*** ?

Retournons simplement l'objection contre elle-même. Puisque l'objection porte le débat sur le terrain de la séparation entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas, séparation dont chacun sait qu'elle n'est ni immuable ni énonçable sans qu'aucune équivoque ne subsiste [3] [31], il s'ensuit :

---

1. Un blocage théorique, même régional, c'est-à-dire relatif aux fondements de telle discipline ou de tel domaine scientifique, ne se réduit pas simplement à une hypothèse ou à une idée qui a temporairement échappé, *pourquoi n'y avais-je pas pensé plus tôt ?*, et qui, une fois trouvée, conduit à une théorie jugée satisfaisante *dans le cadre normatif en vigueur*. Le concept de blocage théorique, au sens où nous l'entendons, dépend d'une ***limitation interne*** du cadre normatif en vigueur, qu'il soit régional ou général.

2. C'est l'***attente*** d'une théorie possible (conditions 1 et 4) qui détermine une ***place***, tandis que le ***constat*** que cette place est vacante (condition 2) et le ***jugement*** qu'elle restera telle dans le cadre normatif en vigueur (condition 3), déterminent, *en tant que fait tangible*, l'***absence*** de théorie qui « occupe » cette place.

35b 3. Surmonter un blocage théorique peut ainsi tendre à devenir une recherche *en tout ou rien*, car la normativité en vigueur, prenant argument d'une opérativité qu'elle reconnaît et des évidences qu'elle admet, favorise implicitement, voire quelquefois explicitement, l'assimilation d'un tel problème, *qu'on ne peut correctement énoncer ou avérer tant qu'il n'est pas résolu*, à un faux-problème ou à un problème inexistant. Tandis qu'elle s'étonne : *où est le problème,* ***puisque*** *ça marche ?*, la question s'énonce : *comment rendre compte que ça marche,* ***puisqu****'il y a problème ?*

36b *LEMME. Aucun argument, sauf à se récuser lui-même, ne saurait se prévaloir d'un fondement, quel qu'il soit, scientifique en particulier, afin de récuser la question du fondement [1].

Remarquons alors que la situation est symétrique, et qu'elle s'applique autant aux arguments favorables que défavorables, pour apercevoir que l'objection fonctionne comme un miroir pour la question qu'elle réfléchit, et *entendre* ainsi la question du fondement dans l'objection qui tente de la récuser. De sorte que si chaque argument quant à l'établissement des fondements doit apporter la preuve de son bien-fondé, c'est que cette preuve dépend d'un fondement sous-jacent, lequel, à son tour... :

36d *THÉOREME. Une question de fondement est, en son principe, régressive.

36e Dans un premier temps, le suspens de cette régression *sans fin* conduit à une situation symétrique en miroir, où aucun argument ne peut prendre le pas sur l'autre, et *où aucun énoncé ne peut être avancé sans se trouver récusé du fait même d'être avancé*. Ce pourquoi nous dirons qu'*une question de fondement appelle le silence*. Il faudra donc, dans un second temps, faire pencher la balance, c'est-à-dire *briser la symétrie de la situation en miroir* :

36f *THÉOREME. L'***acte*** par lequel est institué l'*ipso facto* « bien-fondé » d'un agencement d'énoncés fondamentaux qui, dès lors, prend le pas sur les autres et les rejette comme « non fondés », équivaut à ***forcer l'arrêt de la régression sans fin*** impliquée par la *question de fondement* ainsi dénouée.

Agencement d'énoncés bien *singulier*, au demeurant :

36g *COROLLAIRE. L'agencement d'énoncés fondamentaux qui dénoue une question de fondement se voit contraint d'***assumer la contradiction*** qui, indissociablement, le ***légitime*** à remplir l'office qu'il assume depuis lors, et le ***récuse*** pour avoir été avancé à cette place.

36h Quoique cet agencement ne soit tel que la manifestant, le discours qu'il institue n'aura de cesse [2] de tendre à effacer toute trace apparente de ce qui pourrait la rappeler *en tant que telle*, non sans la déplacer pour en conserver coûte que coûte la mémoire sous des traits méconnaissables, car, même proscrite, elle demeure malgré tout le *gage* de sa propre légitimité qui est aussi sa dette à l'égard de l'impossible, et dont l'échéance surviendra à son heure comme *limite* :

36i *THÉOREME. Enoncer les limites et reconstituer les fondements s'*équivalent d'un point de vue théorique.

36j Le *raisonnement est comparable à celui qui régit la différence entre science et normativité scientifique [31] : seule une théorie « absolue » pourrait se passer de fondements et serait définitivement à l'abri de tout conflit de fondements [34f]. Dans le contexte de l'*hypothèse [34b] où aucune théorie [scientifique] n'est « absolue », il y a nécessité de fonder *parce que* les théories ne sont pas « absolues », et, dès lors, les théories comportent des limites ***exactement pour la même raison*** [3]. Le dépassement des théories a donc une valeur positive considérable :

36k *THÉOREME. Dépasser une théorie [scientifique] a la valeur d'une ***preuve rétroactive de fondement***.

36c 1. On peut transposer ce *raisonnement sur le terrain, plus habituel, des évidences : si un argument tente de récuser la question du fondement, comme problématique scientifique, au nom d'évidences, quelles qu'elles soient, même les plus unanimement reçues dans la communauté scientifique, alors cet argument tombe sous le coup de l'irrecevabilité qu'il tente d'établir, puisque la question du fondement n'est requise que pour parvenir à questionner de telles évidences. On comprend alors l'*effet de conservation* qui se produit lorsqu'on incline en faveur des évidences : leur bien-fondé n'est accrédité qu'à la condition que soient conservées en l'état toutes les évidences interrogeables par la question dès lors jugée irrecevable. A l'inverse, si on incline en faveur de la question du fondement, c'est le bien-fondé des évidences *en tant qu'évidences* qui se trouve *ipso facto* récusé, ce qui n'établit pas, notons-le, que ces évidences soient dénuées de fondement.

2. Surtout dans le cadre normatif actuel où l'exclusion de *toute* contradiction est une condition *sine qua non* de recevabilité.

3. D'où l'enjeu crucial [32e] [32f], pour la normativité scientifique actuelle, d'exclure la question de ses propres fondements.

Dépasser une théorie, c'est récupérer tout l'acquis tangible antérieurement produit par cette théorie [32b], ce qu'on peut dire de manière imagée : cette théorie était déjà une « bonne approximation » de l'inaccessible
36l qu'elle se proposait d'approcher. Dans un tel contexte, le dépassement successif des théories constitue peu à peu des *filiations* de théories qui se confirment rétroactivement *à partir de la dernière théorie produite et non encore confirmée* [34j] :

36m *THÉOREME. Le fondement des sciences demeure à venir.

Ce qui explique qu'à chaque instant du devenir des sciences, on soit contraint de choisir, comme bouée d'arrimage, la dérive d'un énoncé qui fait défaut [31d], et qui « représente », en quelque sorte, ce fondement à venir qui n'adviendra jamais, parce que sans cesse différé. Il s'ensuit que ces preuves rétroactives de fondement sont, en quelque sorte, les fragments épars d'une « théorie de la science » dont, malheureusement, l'« axiome » fait défaut. D'où la nécessité de recourir à des ***raisonnements sans fin***, qui mobilisent la rationnalité des régressions sans fin, et dont les preuves rétroactives de fondement sont l'***arrêt toujours provisoire***.

37 *Mener une recherche de fondements*

37a A quelque degré que ce soit, nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises[1], ces blocages sont *théoriques*, et non pas *opératoires*, dans la mesure où ils ne proviennent d'aucune défaillance ou erreur dûment constatée dans l'acquis tangible, ni en informatique, ni, *a fortiori*, dans aucune autre discipline, ni même dans la normativité scientifique actuelle. Il s'agit donc moins d'un défaut, que d'un *quelque chose* qu'un savoir-faire opératoire mobilise *à son insu* [27a], grâce aux évidences [33d], par exemple, mais qu'on ne parvient pas à *voir* avec les « yeux » de la normativité en vigueur, et dont, par conséquent, on ne parvient pas à *rendre compte*. Nous situons le lien entre les blocages théoriques et les fondements comme un *rejet* :

37b *DÉFINITION. [Dans le cadre du discours scientifique,] un ***blocage théorique*** est la ***manifestation du rejet*** d'un agencement (d'hypothèses, de principes, de concepts, etc.), rejet effectué implicitement ou explicitement lors de l'élaboration des fondements de la théorie concernée, alors que certains aspects de l'agencement rejeté se sont trouvés depuis lors installés en position cruciale dans un savoir-faire reconnu opératoire.

Résumons à grands traits : pour parvenir à établir les fondements de la théorie concernée, on a cru devoir écarter certaines éventualités ; sur la base de ces fondements, la théorie se développe ; puis, ultérieurement, et peut-être au-delà, se constitue un savoir-faire opératoire dont les évidences couvrent la mise en oeuvre d'un *quelque chose* dont il ne peut être rendu compte qu'en faisant appel à un agencement, quelquefois ramifié et étendu, *qui se trouve pris dans l'aire des éventualités écartées par ces fondements* :

37c INTERPRÉTATION. [Dans le cadre du discours scientifique,] mener une recherche de fondement, c'est réexaminer ce qu'on avait cru devoir rejeter pour fonder une théorie : un blocage théorique se constitue et se conserve parce qu'on attend comme une ***nouveauté*** ce qui demeure depuis toujours dans un ***déjà rejeté***.

Les circonstances précises et les raisons apparentes de tels rejets sont diverses ; on en trouvera maint exemple dans l'histoire des sciences. Mais nous retenons, pour notre part, qu'il s'agit avant tout d'un *fait de structure* [36f]. Et si les fondements donnent satisfaction pendant une première période, et permettent aux théories de se développer conformément aux critères édictés :

37d *THÉOREME. Ce sont les fondements eux-mêmes qui, à terme, s'avèrent générateurs de blocages théoriques.

C'est une autre manière d'énoncer l'*équivalence théorique entre fondements et limites [36i]. A ce stade, tout devient difficile, car il faut réexaminer des fondements qui ont fait leurs preuves depuis longtemps, et en

1. [10b] [21b] [22a] [26d] et, en particulier, [35a] condition 1.

lesquels on a toutes raisons d'avoir confiance. Et pourtant, c'est dans la mesure même où ils auront donné jusque-là satisfaction, qu'ils auront scellé le rejet qui est la cause du blocage théorique [26f] [27d] [30j] [31h] [32c] [33d].

En ce sens, les recherches de fondement procèdent *à l'envers* des autres recherches : il ne s'agit pas, en effet, de réduire des faits nouveaux aux fondements établis et aux évidences admises de tous (schématiquement : réduire l'inconnu au connu), mais de rapporter l'opérativité des fondements établis et des évidences admises de tous à ce qui est le plus unanimement rejeté et/ou ignoré (schématiquement : réduire le connu à l'inconnu). Les recherches de fondements ne se prévoient pas, ne se décident pas, ne se planifient pas ; on « tombe » accidentellement « dans » une recherche de fondement, quand on reconnaît incidemment, sans l'avoir jamais vraiment cherchée, une première entrée du labyrinthe. Nous voulons dire : la solution est, en quelque sorte, antérieure au problème. On *trouve* d'abord une solution, puis on *reconstitue* le problème dont cette solution est une solution possible. Dans le cadre du présent exposé, cela se traduit :

37e REPERE. Surmonter un blocage théorique se comprend comme une manière de ***déplacer*** l'arrêt de la régression sans fin impliquée par une question de fondements reconstituée.

Mener une recherche de fondements pour surmonter un blocage théorique, c'est donc d'abord reconstituer une *question*, de nature régressive [36d], à laquelle l'agencement d'évidences et de postulats fondamentaux auquel on se heurte apporte *une* (et non pas *la*) réponse[1], en tant que cette réponse est *une* manière d'arrêter la régression sans fin impliquée par cette question [36f]. C'est ensuite trouver *une autre* réponse, c'est-à-dire *une autre* manière d'arrêter cette régression sans fin, où le *quelque chose* mis en oeuvre par l'opérativité du savoir-faire associé au blocage théorique n'est plus rejeté.

Dans le cadre normatif actuel, les structures de fondements, qui relèvent de la conjonction entre des contradictions et des régressions sans fin, demeurent en principe effacées, hors d'atteinte ou exclues, et recouvertes, en cas de nécessité, par des évidences ou des principes insoupçonnables. L'approche théorique des structures de fondements et des dépassements de théories est donc *elle-même* l'objet d'un blocage théorique. Plus généralement :

37f REMARQUE. Si les fondements des théories sont, de par leur structure, à la fois régressifs et contradictoires, il serait bien surprenant que les théories [scientifiques] fondées, y compris la normativité scientifique actuelle elle-même, puissent s'exempter d'assumer et de conserver la structure de ce au nom de quoi elles affirment le bien-fondé de leur universalité, et qui, au demeurant, la leur confère.

Que toute trace apparente de ces structures soit effacée [36h] n'oblitère en rien leur *effectivité*, effectivité que signale à notre attention l'opérativité d'un savoir-faire lié à un blocage théorique. Les *raisonnements se recoupent : c'est bien dans ce qui est le plus unanimement rejeté et/ou ignoré [31h] qu'il convient de rechercher la possibilité de surmonter un blocage théorique, ce qui fait des évidences le terrain privilégié des recherches de fondements [30h] [33h] et le ressort des dépassements [33d].

II-2-2. Vers une théorie des structures contradictoires et régressives

■ *Est-il seulement concevable que des contradictions et des régressions sans fin puissent intervenir dans des théories [rationnelles et scientifiques] ? Nous rappelons que plusieurs concepts scientifiques fondamentaux les font intervenir, et nous remarquons que les évidences normatives peuvent couvrir leur mise en oeuvre effective. Mais l'essentiel consiste à articuler les contradictions et les régressions sans fin au sein d'une méthode d'analyse.*

1. Il va de soi que cette remarque s'applique au présent exposé qui, en tant que théorie, ne saurait être lui-même « absolu » [34b].

38 *Une objection de principe*

Depuis quelques pages, et même déjà dans certaines de celles qui situent la problématique des fondements de l'informatique, nous avons *raisonné *comme si* la présence de régressions sans fin et de contradictions dans les élaborations théoriques, en particulier scientifiques, était un fait acquis, ou, tout au moins, une éventualité qu'il conviendrait seulement d'avérer au moyen d'une argumentation « classique » pour qu'elle puisse être reconnue et acceptée par chacun. Certes, le procédé qui consiste à avancer une hypothèse, puis à déduire des conséquences dont on vérifie qu'elles ne sont pas incompatibles avec celles qu'on a déjà posées, est des plus courants. Mais il s'inscrit dans la juridiction du principe de l'exclusion de *toute* contradiction, le présuppose, et ne peut donc servir à justifier l'importation de contradictions (ni de régressions sans fin) dans les constructions théoriques qui se conforment à ce principe. Aussi, malgré les arguments déjà avancés, avons-nous conservée intacte une objection de principe :

38a OBJECTION DE PRINCIPE. Est-il *seulement possible* que des ***régressions sans fin*** et des ***contradictions*** puissent intervenir dans des élaborations théoriques [rationnelles], en particulier scientifiques ?

39 *Premier argument : dont acte*

En informatique, plusieurs concepts présentent un caractère régressif manifeste, et reconnaître la nécessité d'affirmer l'irréductibilité de certaines opérations et de certaines structures peut s'interpréter comme une manière de prendre acte de la présence d'une régression sans fin[1]. Plus généralement, la présence de traits contradictoires et régressifs dans l'ombre des sciences est avérée depuis longtemps. Plus récemment, les régressions sans fin sont introduites, au degré le plus fondamental, dans plusieurs disciplines, aussi bien, par exemple, en mathématiques et en logique, qu'en informatique, en sciences cognitives et en intelligence artificielle, par l'effet du préfixage *meta* :

39a REMARQUE. Le préfixage de nombreux termes au moyen de la préposition grecque ***meta*** (méta-mathématiques, méta-théorie, méta-connaissances, méta-classe, méta-représentation, etc.) présente le double inconvénient, premièrement, d'impliquer des ***niveaux***, alors que ce concept n'a aucun fondement dans le cadre normatif actuel, et, deuxièmement, d'impliquer des ***régressions sans fin***, sous le couvert éventuel de l'appellation *hiérarchie [transfinie]*.

Nous avons déjà souligné [19] que le concept de niveau n'avait *aucun fondement théorique* dans le cadre normatif actuel, aussi bien dans le domaine des sciences expérimentales, que dans celui des sciences non expérimentales, ce qui suffirait déjà à disqualifier son intervention dans des élaborations théoriques. Or, on pourra observer que chaque *méta-quelque-chose* dont on pose l'existence provient de la nécessité d'arrêter une régression sans fin (ou une hiérarchie [transfinie] de niveaux). Autrement dit, à partir de toute occurrence pressentie comme nécessaire d'un préfixage *méta-*, on peut reconstituer une structure régressive sous-jacente, déjà plus ou moins explicitée :

39b REMARQUE. De manière générale, le caractère actuellement incontournable des préfixages ***méta-*** associés à des ***hiérarchies de niveaux*** provient de ce qu'ils passent pour une évidence allant de soi, alors qu'ils couvrent, jusqu'au degré le plus fondamental, la mise en oeuvre opératoire de structures régressives au sein d'un cadre normatif qui les rejette *a priori*.

Nous ne discutons certes pas l'opérativité d'une telle mise en oeuvre, puisque nous cherchons au contraire à dégager l'intérêt théorique de telles structures. Nous voulons seulement souligner que la structure impliquée par les appellations formées à l'aide des mots rassurants et admis comme *niveau* et *hiérarchie*, couvrent en fait la mise en oeuvre implicite de ***raisonnements sans fin***, alors que de tels *raisonnements sont ***totalement exclus*** par les fondements de la (ou des) logique(s) normatives actuellement en vigueur.

1. Citons, par exemple : les concepts d'*indivisibilité*, de *protection*, de *boot-strap*, et d'*interprète*. Souligner le caractère régressif de l'effectivité formelle n'est peut-être pas une nouveauté.

39c Etudions un autre cas, beaucoup plus ancien, sans doute le plus net, à savoir le *principe de causalité*. On peut le tordre dans tous les sens, rien n'y fait, c'est un principe régressif : *tout effet procède d'[au moins] une cause*. D'où le dilemme :

39d DILEMME. Ou bien on admet que le ***principe de causalité*** a la structure d'une *régression sans fin*, et tout raisonnement causal a la structure d'un ****raisonnement sans fin*** ; ou bien on admet que la régression causale peut être arrêtée, et chaque arrêt implique un *quelque chose* qui est ***soustrait*** à cette *instance locale* du principe de causalité.

La dérive du *sans fin* ne s'arrête qu'avec une *cause première*, qui ne procède de rien d'autre que d'elle-même, et qui se situe à l'achèvement du *sans fin* : c'est donc un concept intrinsèquement contradictoire. Ce n'est pas grave, au demeurant, car une régression causale *sans fin* est inapplicable et inutilisable. D'où la seconde alternative : pour que le principe de causalité soit *seulement applicable*, il faut d'*abord* arrêter la régression causale. Par conséquent :

39e REMARQUE. Ou bien on affirme que le principe de causalité est ***universel*** (ie. s'applique partout), mais il est inapplicable ; ou bien on affirme qu'il est ***applicable***, mais il n'est pas universel, puisque chaque instance *locale* du principe de causalité implique *localement* un *quelque chose* qui est soustrait à cette *causalité locale*.

N'insistons pas ici sur cet exemple, car il constitue, à lui seul, un problème de fondement. Mais ce que nous avons dit suffit : il n'est pas outre mesure surprenant de retrouver des structures contradictoires et régressives aussi bien en informatique et dans le domaine de l'effectivité formelle, qu'impliquées par le concept de niveau et le critère de corroboration expérimentale :

39f REPERE. Loin d'imposer artificiellement des aberrations de la raison à proscrire coûte que coûte, nous nous bornons à ***prendre acte*** de la mise en oeuvre opératoire de contradictions et de régressions sans fin *au sein de la normativité scientifique actuelle elle-même*, jusqu'au degré le plus fondamental, sachant qu'elle se doit cependant de les renier puisqu'elle les exclut officiellement.

Une première réponse à l'objection de principe [38a] se résume très simplement :

39g PREMIER ARGUMENT. Rien ne saurait s'opposer à la mise en oeuvre opératoire de régressions sans fin et de contradictions dans des élaborations théoriques [rationnelles], en particulier scientifiques, parce que la normativité scientifique actuelle implique déjà leur mise en oeuvre opératoire.

Et, à cet égard, nos remarques sur le concept de niveau, le préfixage *méta-* et la causalité nous assurent déjà qu'il ne s'agit nullement d'accidents, d'exceptions, ou de singularités rares.

40 *Second argument : une preuve qui fait défaut*

Le second argument est un *raisonnement *quant à la possibilité*, qui reprend certains traits des *raisonnements déjà présentés. Formulons à cet effet la question suivante :

40a QUESTION. Est-il *toujours possible*, pour une élaboration théorique, d'éviter ***toute*** contradiction et/ou ***toute*** régression sans fin ?

Nous ne doutons pas que certaines régressions et que certaines contradictions doivent être évitées, car notre question porte sur le fait de déterminer si l'évitement de *toute* contradiction et de *toute* régression sans fin est *toujours* possible. Pour tout le champ du formel explicité, nous n'avons aucune raison de revenir sur des critères normatifs qui ont fait leurs preuves : les contradictions et les régressions doivent en rester exclues. Par contre :

40b SECOND ARGUMENT. Dans le cadre des protocoles de démonstration assujettis à ce qui est *formellement explicité*, la ***preuve*** que l'évitement de *toute* contradiction et/ou de *toute* régression sans fin est *toujours* possible ***fait défaut***, car rien ne saurait prouver, dans le cadre de tels protocoles, que « tout » relève du formel explicité.

Pour l'instant, nous ne savons pas encore ce que pourrait être une contradiction ne relevant pas du formel explicité. Mais nous savons déjà, grâce à l'étude de l'effectivité formelle, qu'il y a des *quelque chose* qui ne donnent lieu, en tant que tels, à aucune trace formellement décelable, quoiqu'ils soient effectifs et qu'ils se présentent, d'un point de vue théorique, comme des structures contradictoires régressives : ce sont les opérations « irréductibles » du discret finitiste. Dans l'exemple du principe de causalité [39e], la conjonction entre contradiction et régression sans fin est également présente, et on constate que la contradiction est toujours hors d'atteinte, soit comme cause première, soit comme condition d'applicabilité du principe lui-même. Esquissons [1] provisoirement ceci :

40c IDÉE DIRECTRICE. Les contradictions *non formelles* n'***adviennent pas à la forme*** parce qu'elles s'accomplissent en s'effectuant *au cours du chemin qui mène à la forme*, comme ***condition de la venue à la forme***.

Le second argument [40b] est maintenant prêt à fonctionner. Intuitivement, on peut comprendre que la *possibilité* « contient » l'*existence*, en ce sens que l'existence doit d'abord être possible. Par conséquent, questionner un principe fondamental *quant à sa propre possibilité*, c'est restituer le domaine des *possibles* dans lequel ce principe et l'étendue de sa juridiction se trouvent inclus. Questionner un principe fondamental *quant à sa propre possibilité*, c'est s'engager sur la voie d'une reconstitution des fondements de ce principe. Or, si cette voie aboutit, c'est aussi celle qui conduit aux limites [36i], à l'étude des conditions d'applicabilité [33d], et aux dépassements [32b].

41 *Troisième argument : la venue à la forme*

L'idée que nous venons d'esquisser nous conduit au troisième argument, qui est, finalement, le plus décisif :

41a TROISIEME ARGUMENT. Les protocoles normatifs de démonstration et de corroboration, en tant que protocoles formels, ne sont pas habilités à opérer sur les conditions de leur propre applicabilité, c'est-à-dire sur tout ce qui concerne la ***venue à la forme***.

Autrement dit, ils ne sont applicables qu'à un *matériau formel déjà recueilli*. Que pourraient énoncer ou légitimer ces protocoles formels au sujet de ce qu'il y a *avant la forme*, si *avant la forme n'est pas encore la forme* ?

41b REPERE. Dans le cadre normatif actuel, la question de la ***venue à la forme*** est élidée, parce qu'il est tenu pour une évidence allant de soi que les chose adviennent naturellement à la forme.

Bref, ce serait une propriété des choses, tant de la nature que de l'abstrait, que les choses se plient à la forme, au sens de ces protocoles formels, c'est-à-dire, d'abord, à l'écriture. La conception normative de l'écriture, à la fois *transparente* et purement instrumentale, est donc cruciale pour l'élision de cette question. Ebauchons en raccourci ce qu'implique la conjonction entre l'idée [40c] que les contradictions non formelles n'adviennent pas à la forme, et l'argument [41a] que les protocoles normatifs actuels ne sont pas habilités à opérer sur ce qui concerne la venue à la forme. Cette conjonction satisfait à la condition de possibilité [33g] d'un éventuel dépassement de la normativité scientifique actuelle, premièrement, parce que l'évidence [41b] a au moins la même extension que la normativité scientifique actuelle [2], deuxièmement, parce qu'elle articule trois réexamens éventuels (celui du statut de l'écriture [33i], celui de l'exclusion de *toute* contradiction, et celui du rejet *a priori* de

1. Cette question des contradictions non formelles constitue un problème théorique difficile, qui n'est pas complètement élucidé dans le présent exposé. La première esquisse ci-après est complétée à deux reprises, lors de l'étude du dépassement du principe de contradiction [60-65], et lors de l'étude du concept théorique de contradiction [359-365].

2. Les trois critères normatifs maximaux [4c] (de la représentation formelle effective, de l'axiomatisation formelle, et de la corroboration expérimentale) dépendent de cette évidence.

toute régression sans fin [37f]), et enfin, troisièmement, parce qu'en situant les contradictions et les régressions sans fin *à ne pas rejeter* dans la *venue à la forme*, nous pouvons récupérer tout l'acquis tangible concernant ce qui est déjà advenu à la forme, et produit grâce aux protocoles formels de démonstration et de corroboration. Synthétiquement, il vient :

41c REPERE. Les contradictions non formelles et les régressions sans fin liées à la *venue à la forme* ***n'ont jamais été exclues ni rejetées*** par aucun principe ou protocole formel, simplement parce qu'ils ne les ont jamais « vues ».

Tout cela se résout en un problème de conditions d'applicabilité [33] des principes et des protocoles formels [41a], applicabilité actuellement supposée universelle grâce à l'évidence [41b] de la venue naturelle des choses à la forme, alors que cette applicabilité a pour limite la limite de l'évidence qui l'autorise [33e]. Résumons cela :

41d *THÉOREME. S'il y a des contradictions et des régressions sans fin incontournables, alors l'exclusion par principe de ***toute*** contradiction et le rejet *a priori* de ***toute*** régression sans fin s'avèrent générateurs de blocages théoriques.

Sont donc alors réunies toutes les conditions d'un blocage théorique [35a] lié à un rejet [37b], de sorte que l'élaboration théorique de tout ce qui lui est lié se trouve *ipso facto* bloquée, à commencer par l'effectivité formelle, le dépassement des théories, et, plus généralement, les structures de fondements. Blocage théorique auquel l'exclusion, par la normativité scientifique actuelle, de la question de ses propres fondements [32e], apporte sans aucun doute une contribution particulièrement efficace.

42 *Le recours aux évidences comme technique de discours*

En étudiant l'effectivité formelle, nous avons déjà remarqué que l'efficacité des évidences est suprenante, bien que leur ressort demeure énigmatique : elles sont essentielles à l'articulation entre savoir-faire opératoire, blocage théorique et questions de fondements. Comme chacun peut en faire l'expérience, une évidence se présente comme un *blanc* dans le discours qui en fait usage. Or, une évidence n'est convoquée que pour être appliquée, car elle permet de passer outre à une difficulté, alors que le discours devrait s'y heurter :

42a REPERE. Un agencement réussi d'évidences peut donner lieu à une ***exclusion apparente*** conjuguée à une ***conservation de fait***.

Tandis que se trouvent ***satisfaits pour la forme*** les deux critères normatifs de l'exclusion de toute contradiction et du rejet de toute régression sans fin, il s'avère qu'un discours peut faire intervenir des structures contradictoires et régressives, même au degré le plus fondamental, par le truchement d'évidences que nul ne saurait soupçonner, puisqu'elles figurent parmi les critères normatifs eux-mêmes. Ainsi, tandis qu'une *contradiction formelle*, c'est-à-dire une contradiction au sens de la logique normative habituelle, relie deux termes qui sont explicitement et formellement coprésents, une évidence peut se trouver relier deux termes dont l'un est ***effacé quant à la forme explicite***, et dont l'autre est un ***accomplissement effectif***, conjuguant donc, dans leur exacte corrélation, une *exclusion* (effacement quant à la forme explicite) et une *conservation* (accomplissement effectif). Et, de même qu'on se voit contraint d'*effectuer* des opérations (les opérations « irréductibles » du discret finitiste) en lieu et place de la régression sans fin qu'il faudrait développer pour les *représenter*, on peut se voir contraint d'*effectuer*, si c'est possible, une contradiction incontournable en lieu et place de sa *formalisation*, laquelle aurait pour effet de frapper d'irrecevabilité la totalité de l'édifice théorique auquel elle appartient.

On comprend alors qu'un blocage théorique puisse conduire un discours à affronter un dilemme délicat, partagé entre l'opérativité d'un savoir-faire, dont il n'a nulle raison de douter, et l'irrecevabilité, aux yeux des critères normatifs en vigueur, des principes et des concepts qui permettraient d'en rendre compte de manière théorique :

42b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. On ne peut exclure qu'un discours confronté avec une difficulté à la fois incontournable et irrecevable ait éventuellement recours à un agencement d'évidences en tant que ***technique de discours***, grâce auquel il puisse se développer tout en « sauvant » sa *recevabilité apparente* au regard des critères normatifs en vigueur.

Partant, on comprend que des évidences apparemment disparates s'avèrent fortement liées les unes aux autres tandis qu'elles s'articulent rigoureusement pour donner lieu à un agencement dont la réussite se mesure précisément à l'effacement méticuleux de tout affleurement détectable des difficultés qu'il contribue à conserver effectivement :

42c REMARQUE. Le fait de conserver une difficulté à l'abri d'un agencement d'évidences n'implique pas pour autant que cette difficulté disparaisse et cesse de se manifester ; au contraire, ses manifestations sont d'autant plus importantes qu'elles se ***déplacent*** sur des termes où elle ne risque pas d'être reconnue en tant que telle.

De telles manifestations, qui demeurent inexplicables et étrangères les unes aux autres puisque la cause fédérative doit demeurer voilée, constituent autant de particularités auxquelles chaque approche théorique partielle associe des évidences, des hypothèses et des concepts *ad hoc* légitimés par l'opérativité du savoir-faire obtenu [30d].

43 *Pour une théorie des régressions sans fin*

La réponse à l'objection de principe [38a] quant à la mise en oeuvre de contradictions et de régressions sans fin [38a] doit d'abord être *théorique*, et dès qu'on sait ***forcer l'arrêt d'une régression sans fin***, on n'est plus contraint de l'exclure *a priori* ; elle est ensuite *méthodologique*, car ce forçage que constitue l'arrêt d'une régression détermine une *singularité* dont on peut utiliser les propriétés. Or, dans les faits, le problème est inversé, puisque nous ne connaissons les régressions sans fin que ***déjà arrêtées***. Par conséquent :

43a IDÉE DIRECTRICE. Reconstituer la présence d'une régression sans fin est une ***méthode*** pour saisir théoriquement *quelque chose* en l'identifiant à la ***singularité*** déterminée par l'***arrêt*** de la régression reconstituée.

Autrement dit, ce qui est intéressant est moins la régression sans fin elle-même, dont, en fait, on ne peut rien faire, que la manière de l'arrêter pour saisir *quelque chose* d'un point de vue théorique :

43b REPERE. L'étude théorique de l'arrêt des régressions sans fin débouche sur une ***méthode d'analyse***.

Dès lors qu'on aborde le problème *à l'envers*, c'est-à-dire dès lors qu'on pose que la régression sans fin n'est qu'une reconstitution, c'est-à-dire un *tout se passe comme si* destiné à envelopper et donner corps à la singularité de son arrêt, nous pouvons poser une **équivalence théorique* qui ouvre la voie au réexamen du principe de contradiction, et qui précise une méthode d'analyse de *certaines* contradictions :

43c *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Parmi les contradictions qui ne tombent pas sous le coup de l'exclusion par principe de *toute* contradiction, figurent au moins celles qui peuvent être comprises comme ***théoriquement *équivalentes*** à la singularité déterminée par l'arrêt d'une régression sans fin.

Nous avons déjà appliqué trois fois cette méthode de manière directe : une première fois [13d], quand nous avons associé la contradiction liée aux opérations discrètes dites « irréductibles » à l'arrêt de la régression sans fin impliquée par l'effectivité formelle ; une seconde fois [36f], pour comprendre que la contradiction assumée par un agencement d'énoncés fondamentaux provient de l'arrêt d'une régression sans fin, celle qu'implique la question de fondements que cet agencement dénoue ; et une troisième fois [39d] pour esquisser la condition d'applicabilité du principe de causalité. C'est cette méthode d'analyse que nous allons préciser, perfectionner, et appliquer, non seulement pour surmonter le blocage théorique concernant l'informatique, mais aussi pour amorcer une *théorie de l'écriture*, et pour aborder, d'un point de vue théorique, le concept de *fondement d'une théorie*. L'effet du rejet « hâtif » est donc lourd de conséquences :

43d INTERPRÉTATION. Le rejet [hâtif] de *toute* contradiction et de *toute* régression sans fin emporte avec lui le rejet de la ***méthode*** qui ouvre l'accès à l'étude théorique de la mise en oeuvre opératoire de *certaines* contradictions et de *certaines* régressions sans fin ***à des fins d'élaboration théorique***.

Nul doute, dans ces conditions, que la conservation des évidences normatives qui couvrent ce rejet
43e s'entretienne d'elle-même. Accordons-nous une image : la clé de l'énigme est peut-être bien gardée, mais l'essentiel est de savoir qu'elle est conservée ***dans*** la normativité scientifique actuelle elle-même, et qu'il suffit de la lui demander pour qu'***elle*** nous la livre. Une conservation si singulière, apte à se dérober d'elle-même à l'investigation non avertie, laisse supposer qu'elle ouvre bien des portes dans l'édifice qui prend tant de soin à la serrer dans une telle réserve. Où peut-elle se trouver ? Il n'y a, pour elle, qu'une seule place possible : exactement là où elle peut se dérober au regard. Et quel est ce lieu ? Nulle part, car la cachette est un effet du regard lui-même, comme étant son point aveugle, nous voulons dire : son *point-de-vue*. Trouver la cachette, c'est donc reconstituer le « lieu géométrique » d'un point-de-vue depuis lequel la clé demeure *indécelable*. Trouver la clé, c'est seulement *changer de point-de-vue*.

II-2-3. Le basculement de la problématique

■ *Après avoir souligné ou rappelé certains aspects de l'usage de l'écriture en informatique, nous constatons que notre problématique bascule : la mise en oeuvre de contradictions non formelles et de régressions sans fin est ce qu'il y a de plus commun dans le cadre normatif actuel.*

44 *Vers une approche théorique de l'effectivité*

44a Jusqu'à présent, nous avons utilisé le mot *effectivité* en un sens imagé qui, pour l'essentiel, prend appui sur notre expérience de l'informatique : l'effectivité semble devoir être référée à *ce qui se produit objectivement*, ou à *ce dont on peut constater les effets*, dans une réalité déterminée, une machine informatique (donc un système physique), par exemple. Au contraire, l'usage de ce mot dans les mathématiques formelles, dans les théories de la calculabilité tout particulièrement, semble devoir être référée à l'*activité d'un sujet*, relativement à la possibilité matérielle d'inscrire ou de lire des écritures, et surtout d'*effectuer* des opérations sur de telles écritures. Cependant, une étude théorique de l'effectivité formelle et de la structure contradictoire régressive qu'elle implique, étude qui oblige à procéder au réexamen de certains principes particulièrement bien établis depuis longtemps, ne peut se satisfaire d'une définition aussi fuyante et insaisissable de l'effectivité :

44b QUESTION. Comment concevoir l'***effectivité*** d'un point de vue théorique ?

L'articulation actuelle entre l'informatique et les approches théoriques qui la concernent n'est guère dissociable de l'opposition entre *statique* (les états discrets) et *dynamique* (les transitions entre ces états) : dans ce contexte, l'effectivité correspond, en quelque sorte, à [la possibilité de] l'accomplissement d'un processus compris comme dynamique. D'un point de vue informatique (partie inférieure du schéma [44c]), dès lors que nous identifions les états à des écritures (statiques), nous identifions corrélativement les transitions d'état à des opérations (dynamiques) effectuées sur ces écritures :

44c
```
ni espace   ni temps   │      abstractions
                       │     ┌─────┴─────┐        représentation
ni espace   ni temps   │  éléments    fonctions
– – – – – – – – – – –  │  – – – – – – – – – – – –
   ?     /     ?       ↓  écritures   opérations
─────────────────────     ─────────────────────    articulation
 statique / dynamique  ↑  écritures   opérations
– – – – – – – – – – –  │  – – – – – – – – – – – –
 statique / dynamique  │    états     transitions
                       │    └──────┬──────┘         discrétisation
   espace / temps      │   systèmes physiques
```

D'un point de vue mathématique (partie supérieure du schéma), les abstractions choisies, quelles qu'elles soient, finissent par donner lieu à des écritures et à des opérations effectuées sur ces écritures. Toutefois, d'un point de vue théorique (du moins en informatique), nous éprouvons quelque difficulté à expliquer que, d'évidence en évidence, de discrétisation en représentation, ce soit finalement par le truchement de jeux d'écritures que s'effectue la médiation entre les systèmes physiques (situés dans l'espace et le temps) et les abstractions (généralement réputées immuables, intemporelles, et inétendues) : les opérations, au sens mathématique, doivent-elles être comprises comme des processus dynamiques ? Dans cette hypothèse, doit-on concevoir que les fonctions, toujours au sens mathématique, soient également des processus dynamiques pour qu'il soit possible de continuer à les identifier à des opérations [1] ? Or, le schéma [44c] montre nettement que, d'un point de vue théorique, les deux extrêmes s'articulent *dans* l'écriture :

44e QUESTION. Comment le rapport entre le savoir et l'écriture intervient-il pour autoriser l'articulation, grâce à des jeux d'écritures, entre, d'un côté, l'opposition entre le statique et le dynamique, et, d'un autre côté, la conjonction entre l'immuable, l'intemporel, et l'inétendu ?

44f De manière imagée, l'effectivité formelle ne renvoie pas plus au dynamisme fébrile de certaines abstractions, que le statisme des états ne scande l'arrêt intempestif de l'évolution des systèmes physiques. Le statique est tout aussi problématique à l'égard du *devenir*, que le dynamique peut l'être à l'égard de l'*immuable* [2].

45 *L'omniprésence de l'écriture*

45a La pratique courante de l'informatique, au moins dans ses aspects logiciels, partage avec les diverses approches théoriques partielles de l'informatique un caractère remarquable : l'*oubli* des systèmes physiques sous-jacents. Combien d'entre nous soutiendraient qu'ils ne peuvent programmer, ou même seulement se servir d'un ordinateur, qu'à la condition de connaître le détail électronique des composants matériels (jusque et y compris les théories physiques les plus avancées concernant la matière) qui, pourtant, assument les transitions d'état de la machine ? Même lorsque nous représentons le fonctionnement d'une machine, selon un point de vue binaire proche du matériel, en termes d'*opérations logiques*, il s'agit encore, avant tout, d'opérations appliquées à des écritures [3]. Au demeurant, chacun sait également que rien ne requiert qu'une machine existe réellement pour qu'on puisse en simuler le fonctionnement sur papier, et rédiger des programmes qu'elle serait en mesure d'interpréter. Plus généralement, que sont les opérations irréductibles des langages évolués, si ce n'est une manière d'*oublier* les implémentations possibles de ce langage sur telle ou telle machine ? Un utilisateur d'un logiciel n'apprend-il pas l'interface d'utilisation dans une brochure de référence où ne figurent ni l'énoncé du programme correspondant, ni le plan de câblage de la machine ? Cela nous paraît peut-être tellement évident à force d'habitude, que nous avons seulement oublié la *possibilité* de cette évidence :

45c REPERE. [En informatique,] sous couvert de la référence à une soi-disant réalité [des machines], en fait toute imaginaire sauf pour le très petit nombre de personnes qui en connaît le détail, nous ne nous référons à rien d'autre qu'à des ***[rapports entre] écritures*** [4] dont nous sommes en mesure d'assumer l'effectivité (ne serait-ce qu'au plan des principes).

Dans le même temps, nous ne saurions concevoir ce qui se nomme actuellement *informatique théorique*, *informatique fondamentale* ou encore *sciences du calcul*, sans la médiation des [rapports entre] écritures :

44d 1. Dans le schéma [44c], nous prenons l'exemple de l'opposition entre éléments d'ensembles et fonctions, sachant par ailleurs que les fonctions peuvent être comprises comme des éléments d'ensembles de fonctions, et que d'autres concepts mathématiques peuvent conduire aux même difficultés. Signalons au passage que la distinction entre *opération* et *fonction* est loin d'être claire en mathématiques, et qu'elle semble n'avoir aucun fondement théorique avéré, de même, par ailleurs, que la distinction entre *fonction* et *transformation*, ce dernier mot étant à entendre comme une manière de parler de certaines fonctions.

44g 2. Cette difficulté théorique n'est pas sans rappeler la problématique du mouvement, que l'Antiquité grecque avait déjà située grâce à des paradoxes fameux, de sorte que la problématique de l'effectivité, telle que nous la situons, n'est qu'une manière de revenir sur une ancienne question. Cette idée est progressivement développée au cours de l'exposé.

45b 3. On peut rester perplexe devant l'usage du mot *logique* pour qualifier ces opérations auxquelles on semble habituellement réduire l'informatique, lesquelles portent en fait uniquement sur des écritures.

4. Rappelons que le syntagme *[rapports entre] écritures* abrège *écritures et rapports entre écritures*.

45d REPERE. Les approches théoriques partielles de l'informatique ne sont concevables que depuis l'***oubli*** de la réalité [physique] dans les [rapports entre] écritures auxquels on la réduit.

Dans le cas de l'informatique, cet oubli est l'effet d'une *discrétisation* grâce à laquelle on voit un système, non
45e nécessairement physique, comme un système de traitement d'information. Mais il ne s'agit là que d'un cas particulier, car le critère maximal de la corroboration expérimentale [4f] implique, *en son principe même*, qu'il n'y a de corroboration expérimentale concevable que pour une réalité [dite] physique réductible à des [rapports entre] écritures, quel que soit le procédé utilisé pour cette réduction. En effet, la corroboration expérimentale concerne — *et ne concerne que* — l'opérativité qui résulte de la *coïncidence* entre, d'une part, des [rapports entre] écritures provenant de cette réalité [dite] physique, grâce à des mesures, par exemple, et, d'autre part, des [rapports entre] écritures prélevés dans un modèle [supposé] prédictif. Le principe d'un tel *oubli* dépasse donc largement les discrétisations que nous connaissons en informatique :

45f REPERE. Les trois critères normatifs maximaux [4c] (de l'axiomatisation formelle, de la corroboration expérimentale, et de la représentation formelle effective) ne sont pas concevables sans la ***médiation*** des [rapports entre] écritures.

Dans ces conditions, on comprend qu'une approche intuitive de l'effectivité demeure floue et insaisissable [44a] : si toute réalité doit être préalablement *oubliée* dans des [rapports entre] écritures pour qu'un savoir théorique[1] concernant cette réalité soit possible, l'effectivité est emportée dans cet oubli, et une approche théorique de l'effectivité paraît bien compromise.

46 *Remarques sur la conception normative de l'écriture*

46a Certes, la conception normative [5] selon laquelle l'écriture est un pur instrument, à la fois transparent et adéquat, rend plausible son omniprésence [6c]. Mais ce que nous venons de dire [45d] reconnaît à l'écriture une place beaucoup plus importante, puisqu'elle occupe, en quelque sorte, le rôle médiateur [45f] d'un *passage obligé* entre les choses et les approches théoriques concernant ces choses. On peut alors la comparer à une sorte d'instrument d'observation qui permet de recueillir les choses sous la forme de [rapports entre] écritures en vue d'élaborer un savoir théorique concernant ces choses, et, dès lors que *toute* élaboration théorique qui passe par l'écriture présuppose la médiation préalable des [rapports entre] écritures, cette médiation mérite d'être examinée avec d'autres arguments que les évidences normatives actuellement en vigueur.

46b Or, tandis qu'on tient l'usage de l'écriture pour transparent et évident [5], et que l'ensemble du savoir scientifique tend à passer par l'écriture [6c], on constate ce fait, pour le moins surprenant, que la tentative d'aborder théoriquement ***la simple question du rapport entre deux écritures*** (grâce à l'effectivité formelle) révèle [13f] la présence d'une structure à la fois contradictoire et régressive, puisque les opérations irréductibles du discret finitiste ne sont pas irréductibles, tandis que leur effectivité implique le développement achevé d'une régression sans fin [13a]. Autrement dit, l'étude théorique de ce qui paraît être le plus simple et le plus évident, à savoir les opérations « irréductibles » du discret finitiste, se heurte immédiatement à une muraille infranchissable dans le cadre normatif actuel. Qu'il faille tenir pour évident qu'il existe des opérations discrètes irréductibles est un minimum :

46c *THÉOREME. Sous couvert d'être tenue pour évidente, la conception normative de l'écriture, qui voit en celle-ci un pur instrument transparent, conduit inévitablement ***toute*** théorie qui passe par des [rapports entre] écritures à mettre en oeuvre des ***structures contradictoires et régressives***.

Dans le même temps, l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel nous interdit de regarder l'usage de l'écriture comme un accessoire facultatif et occasionnel, et, puisque [45f] les critères normatifs maximaux requièrent la médiation des [rapports entre] écritures :

1. Sous-entendu : *qui passe par l'écriture*. Mais le problème se transpose au cas des élaborations théoriques *qui passent par la parole*.

46d *COROLLAIRE. Si ramener une chose, quelle qu'elle soit, tant physique qu'abstraite, à des [rapports entre] écritures, c'est déjà reconnaître qu'il est opératoire d'admettre que cette chose est structurée comme des [rapports entre] écritures, alors c'est aussi reconnaître qu'il est ***opératoire*** d'admettre que cette chose est structurée comme une ***structure contradictoire et régressive***.

Compte-tenu du fait que *tous* les protocoles normatifs actuels de démonstration et de corroboration se réclament de l'exclusion de *toute* contradiction et du rejet de *toute* régression sans fin, il est pour le moins nécessaire que la conception normative actuelle de l'écriture, à la fois purement instrumentale, transparente et adéquate, soit tenue pour une évidence.

47 *Le bouclage des problématiques*

Tout ce que nous avons dit précédemment, concernant la structure des fondements et le dépassement éventuel de la normativité scientifique actuelle, était avant tout destiné à rendre le *corollaire [46d] intelligible. Car il signifie :

47a CONCLUSION. Sous le double couvert de la conception normative de l'écriture et de l'omniprésence de l'écriture, la mise en oeuvre ***effective*** de contradictions [non formelles] et de régressions sans fin ***est ce qu'il y a de plus commun*** dans le cadre normatif actuel.

Certes, dans le cadre normatif actuel, il n'est peut-être pas immédiat d'intégrer l'énoncé d'une telle conclusion, quoique tous les arguments accumulés jusqu'à présent y contribuent sans équivoque. Au demeurant, nous n'en sommes qu'au stade d'une étude préliminaire ; ces thèses méritent d'être confortées par d'autres arguments, et, surtout, par des études de cas. Cependant, et, peut-être, paradoxalement, cette conclusion est tout-à-fait rassurante quand on a décelé la présence de contradictions [non formelles] et de régressions sans fin aussi bien dans le contexte de l'effectivité formelle, des structures de fondements, des niveaux, du préfixage *méta-*, et du principe de causalité. Et ce, pour deux raisons :

47b INTERPRÉTATION. La conclusion [47a] doit être entendue deux fois de manière positive : une première fois, parce qu'elle signifie la présence d'un agencement sous-jacent particulièrement ***cohérent*** ; et une seconde fois, parce qu'en touchant les principes les plus fondamentaux et les évidences les plus reçues, elle notifie par avance le caractère ***opératoire*** de cet agencement.

Rappelons, au risque de nous répéter, que nous menons une recherche de fondement consécutive à un conflit de fondements, et qu'une telle recherche, qui vise un dépassement de la normativité scientifique actuelle, n'est seulement concevable que dans la mesure où l'opérativité liée à cette normativité est reconnue comme un point stable : [dans le cadre du discours scientifique,] *on ne pose pas une question de fondement à l'endroit de ce qui n'est pas, d'abord, opératoire* [30e]. Cela étant rappelé, il est toutefois difficile d'imaginer un blocage théorique plus *résistant*, plus *étendu* et plus *fondamental*. La question initialement posée dans une note en bas de page [6d] quant au rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture mérite maintenant d'être reprise :

47c QUESTION. Pour quelle(s) raison(s) la normativité scientifique actuelle se trouve-t-elle obligée de reconnaître que l'exigence de confier à l'écriture la mise en forme du savoir [scientifique] constitue un aboutissement, c'est-à-dire une ***limite*** ?

La conception normative de l'écriture [5], à la fois transparente et purement instrumentale, qui implique [33i] l'*interdit de produire un savoir sur l'écriture*, prend maintenant un sens tout autre, et, au demeurant, bien compréhensible dans le cadre d'une normativité scientifique où l'exclusion de *toute* contradiction et où le rejet *a priori* de *toute* régression sans fin constituent des conditions *sine qua non* de recevabilité. Qui plus est, de ce que nous venons de remarquer en général [46c] [46d] [47a], il suit en particulier :

47d *COROLLAIRE. Les logiques formelles ne sont ***seulement possibles*** que grâce à la mise en oeuvre effective de contradictions non formelles et de régressions sans fin.

Si nous en sommes venu à reconstituer le critère d'applicabilité [33i], qui stipule que les critères normatifs ne s'appliquent pas [de manière satisfaisante], c'est-à-dire sans engendrer des conflits de fondements, aux situations dans lesquelles les écritures sont placées en position d'objet, et si nous avons souligné [39a] que l'intervention de préfixages *méta-* impliquait le concept non fondé de niveau et la mise en oeuvre de régressions sans fin par hiérarchies [transfinies] interposées, c'est pour commencer à rendre compte de cette difficulté proprement méthodologique. Les raisons pour lesquelles la question des fondements de l'informatique ne
47e parvient pas à s'imposer [24b] ont quelque raison d'être. Ce qui nous conduit, on le comprend, à *raisonner sur des preuves formelles qui font défaut dans le cadre des protocoles normatifs en vigueur. Et ce n'est pas une exagération, croyons-nous, d'affirmer [26e] que le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique est indissociable d'un réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle, et que cette affirmation demeure nécessairement une conjecture *au regard du cadre normatif actuel*, parce que [27b] le conflit de fondements concerne l'applicabilité des protocoles normatifs de démonstration et de corroboration. Et ce n'est pas non plus une faiblesse de notre exposé, croyons-nous, qui nous contraint à souligner [29a] qu'il ne peut être question de démonstration ou de corroboration *directe* des thèses que nous avançons dans le cadre des protocoles normatifs actuellement en vigueur.

48 *Le basculement de la problématique*

L'objection [38a] *quant à la possibilité* [d'une mise en oeuvre de contradictions et de régressions sans fin] vient de basculer du côté d'une *nécessité* [46c] qui ne nous paraît guère intelligible, ni même concevable, en-dehors d'une conception à la fois régressive [36d] et contradictoire [36g] des fondements des théories [scientifiques], associée à un processus de *dépassement* compris comme une *preuve rétroactive de fondement* [36k]. Nous recueillons en effet pas à pas le dessin d'un agencement cohérent d'évidences, de principes et de concepts fondamentaux qui établit sa propre conservation sur la mise en oeuvre effective, quoique discrète, de ce dont il affirme par ailleurs, de la manière la plus officielle qui soit, la nécessaire exclusion et le rejet sans appel :

48a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Loin de regarder cette conjonction contradictoire comme un défaut dont il conviendrait d'apurer la normativité scientifique actuelle, nous préférons prendre acte d'une stabilité remarquable, d'une filiation plus que bi-millénaire non démentie, et d'une opérativité qui a fait ses preuves, pour y déchiffrer une mise en oeuvre opératoire des thèses que, précisément, nous avançons, et, peut-être, apprendre d'elle le ressort voilé qui produit de tels effets.

Cette position méthodologique est cohérente avec la perspective d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle *dans son ensemble*. Ce qu'il ne faut surtout pas faire, selon nous, c'est tenter de nettoyer cette normativité des contradictions et des régressions qu'elle met en oeuvre, ce qui impliquerait catastrophiquement l'obligation de récuser son opérativité. Au contraire, il nous faut d'abord comprendre pour quelles raisons tout cet acquis considérable a pu se développer à l'ombre d'une telle conjonction contradictoire, et, partant, mener de front un triple réexamen : celui de la conception normative de l'écriture, celui l'exclusion par principe de *toute* contradiction, et celui du rejet *a priori* de *toute* régression sans fin. Mais ces trois réexamens sont tellement fondamentaux pour la normativité scientifique actuelle, qu'ils impliquent ou bien son rejet, ou bien son dépassement :

48b REPERE. Puisque nous n'avons aucune raison de remettre en cause l'acquis tangible déjà produit par la normativité scientifique actuelle, le triple réexamen (de la conception normative de l'écriture, de l'exclusion par principe de *toute* contradiction, et du rejet *a priori* de *toute* régression sans fin) ***doit*** conduire à un ***dépassement*** de cette normativité.

On remonte ainsi aisément le fil d'Ariane du labyrinthe dont nous avons parcouru sommairement quelques galeries : pour aboutir à cette conclusion, qui amorce la méthode permettant de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique, il fallait préalablement disposer du concept de dépassement pour *toute* théorie [32c] (y compris les logiques formelles), et l'étendre à la normativité scientifique actuelle elle-même [32d]. D'où la nécessité de distinguer préalablement *la* science et *les* normativités scientifiques [31] grâce à une étude théorique de la question des fondements [34], au degré le plus général, qui montre la structure à la fois contradictoire et régressive des fondements eux-mêmes [36], et nous permet d'apercevoir au passage que tous ces problèmes n'en sont, fondamentalement, qu'un seul :

48c REPERE. Etablir à quelles conditions et selon quelles méthodes la mise en oeuvre de contradictions non formelles et de régressions sans fin autorise des élaborations théoriques opératoires, revient à énoncer tout ou partie des fondements relatifs à une ***théorie de la connaissance*** applicable aux élaborations théoriques qui passent par des [rapports entre] écritures.

C'est ce que nous avons nommé jusqu'à présent la question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture. Nous venons de préciser [48b] la contrainte que nous imposons à une telle élaboration : cette théorie de la connaissance doit autoriser un dépassement de la normativité scientifique actuelle. Considérer qu'une normativité scientifique a la structure d'une théorie [32d] trouve ainsi une nouvelle justification :

48d REPERE. Une normativité [scientifique] « contient » une ***théorie de la connaissance*** plus ou moins explicitée et plus ou moins oubliée.

Nous disons qu'elle est plus ou moins explicitée, en ce sens qu'elle est surtout *effective* et mise en oeuvre dans la pratique par le biais de critères normatifs apparents. Nous ne prenons pas un grand risque en supposant que peu d'entre nous sont en mesure d'énoncer les principes fondamentaux qui régissent la théorie de la connaissance sous-jacente à une normativité qui exclut *par principe* la question de ses propres fondements. Nous disons qu'elle est plus ou moins oubliée, car elle fut énoncée (à partir du remaniement et/ou du dépassement de théories antérieures), certes de façon éparse, principalement au XVII$^{\text{ème}}$ siècle : mais les ouvrages qui en traitent, quoiqu'ils exposent les fondements généraux des sciences modernes, ont été depuis lors classés, pour la plupart, dans des rubriques comme : « philosophie », « métaphysique », « histoire des idées », etc., voire recouverts et épurés sous des générations de traités à vocation pédagogique conformes au positivisme du moment. Nous appliquons nos thèses : c'est bien dans le *déjà rejeté* [37c] des fondements de la normativité scientifique actuelle, autant que dans ce qu'elle rejette comme non recevable en son sens [31h], que gît depuis toujours la possibilité de son propre dépassement. La séparation officielle de la normativité scientifique et de la question des fondements du discours scientifique n'est peut-être, finalement, qu'un *moment* du devenir des sciences.

CHAPITRE II-3

Trois études de plausibilité

•

■ *Il convient d'apprécier la plausibilité des premiers éléments de notre théorie de fondement : ce qu'elle affirme être possible* en général *peut-il être appliqué* en particulier *? Nous précisons, à travers la* question du lien*, que le fondement d'une théorie peut être conçu comme un lien qui, indissociablement,* sépare et relie *cette théorie et le « savoir absolu » [49-52]. Partant, nous examinons le détail d'une procédure de dépassement tout en proposant, via l'*hypothèse des indécelables, un dépassement de la conception normative de l'écriture [53-59], puis nous réappliquons cette procédure pour étudier un dépassement du principe de contradiction [60-65].*

II-3-1. La question du lien

■ *Nous abordons la question du lien entre une élaboration théorique et ce à quoi elle est supposée se référer, et nous articulons cette question à notre conception de l'écriture comme structure médiatrice de référence.*

49 *L'oubli des choses dans les [rapports entre] écritures*

Envisager un réexamen de la conception normative de l'écriture, à la fois transparente et purement instrumentale, c'est s'acheminer vers une conception où l'écriture n'est pas transparente, ce qui lui confère *ipso facto* des propriétés de structure. Jusqu'à présent, nous avons exprimé l'idée d'une non transparence de l'écriture par le détour d'une expression imagée [45d] : les choses sont *oubliées* ***dans*** *les [rapports entre] écritures auxquels on les ramène*. Comment comprendre et approcher cet *oubli* ?

49a *HYPOTHESE DE L'OUBLI. L'***oubli*** signifie [au moins] que les choses [1] oubliées ***dans*** les [rapports entre] écritures ***ne sont pas***, en tant que telles, des [rapports entre] écritures.

49c Le rappel de cet oubli, qui passe peut-être pour une banalité, est aussi le rappel d'un autre oubli, à savoir l'oubli de cet oubli, comme oubli de la question des fondements, posée au degré le plus fondamental. Car, sans cet oubli [2], nous aurions un accès *immédiat* (ultime, absolu, fusionnel, etc.) à la chose *en soi* [3], ou à la chose *elle-même*, accès au regard duquel une théorie, fût-elle la plus parfaite qu'on puisse jamais espérer, ne saurait excéder le stade d'un bricolage, certes ingénieux, mais, au mieux, plus ou moins bien réussi :

49e *LEMME D'INACCESSIBILITÉ. Si nous pouvions savoir absolument ce que nous devons oublier pour ramener une chose à des [rapports entre] écritures, et, partant, élaborer une théorie concernant cette chose, nous n'aurions nul besoin d'élaborer des théories.

Il s'agit là d'une banalité, car chacun la connaît, peut la constater quand il veut, et l'expérimenter jusque dans les moindres détails de sa pratique quotidienne : aucun scientifique ne saurait en effet soutenir que, dans un premier temps, il dispose d'une connaissance ultime des choses dont il s'occupe, et que, dans un second temps,

---

49b 1. Nous abordons la question du lien au degré le plus fondamental, aussi convient-il de comprendre que les *choses* dont il est question sont les choses qui interviennent *en général* dans les élaboration théoriques [qui passent par l'écriture]. Aussi bien, par exemple, les « choses de la réalité physique », que les « choses de l'abstrait ».

49d 2. Nous raisonnons avec l'écriture, parce que notre exposé concerne plus spécialement les élaborations théoriques qui s'inscrivent dans le cadre normatif actuel où le rôle articulatoire de l'écriture est incontournable. Mais les mêmes *raisonnements peuvent être repris, appliqués, et transposés, en tant que de besoin, à la *parole*.

3. Cf. E. KANT, *Critique de la raison pure*.

il utilise la transparence des écritures purement instrumentales pour inscrire une représentation (modélisation, formalisation, description, etc.) absolument adéquate de cette connaissance ultime préalable. Car :

49f *LEMME. Si l'hypothétique connaissance ultime du premier temps *ne consiste en aucune écriture* (ou trace tangible), alors aucune preuve formelle ne sera jamais rapportée de l'adéquation de cette connaissance à la représentation (ou à l'inscription) qui n'intervient qu'au second temps.

En effet, il faudrait faire figurer cette connaissance ultime dans la preuve, alors que, par hypothèse, cette connaissance ultime ne consiste en aucune écriture. Ou alors :

49g *LEMME. Si l'hypothétique connaissance ultime du premier temps *consiste déjà en des écritures* (ou des traces tangibles), alors, d'une part, les choses ***sont*** des écritures, et, d'autre part, le second temps de la représentation est superfétatoire.

En effet, dire qu'une connaissance qui consiste déjà en des écritures est ultime, c'est dire qu'il n'y a *absolument rien* au-delà de ces écritures, pas le moindre écart ni la moindre différence, faute de quoi, contrairement à l'hypothèse, cette connaissance ne serait pas ultime. Il s'ensuit :

49h *LEMME. Si l'hypothétique connaissance ultime du premier temps *consiste déjà en des écritures* (ou des traces tangibles), alors cette connaissance, en tant qu'ultime, *ne peut être **référée** à rien qui ne soit de l'écriture*.

Ce cas est d'emblée exclu dans le cadre d'une conception où l'écriture est à la fois transparente et purement instrumentale, car prendre les écritures comme objet d'une élaboration théorique, c'est précisément leur reconnaître une structure propre, et récuser leur transparence. Dans le cadre normatif actuel, seule la première éventualité [49f] peut être retenue. Or, puisque ce *lemme [49f] a été obtenu dans l'hypothèse maximale d'une connaissance ultime préalable :

49i *THÉOREME DU DÉFAUT DE PREUVE. Aucun acquis tangible obtenu conformément aux critères normatifs maximaux [4c] (de la représentation formelle effective, de l'axiomatisation formelle, et de la corroboration expérimentale) actuellement en vigueur, ne dépend, à quelque degré que ce soit, d'une hypothétique transparence ou adéquation de l'écriture qui, par construction, n'a jamais été, ni ne sera jamais, formellement prouvée.

Ce *théorème est évidemment important pour un réexamen de la conception normative de l'écriture, puisqu'il ouvre la voie à un dépassement de cette conception qui permette de conserver en l'état tout l'acquis tangible qu'elle a permis de produire. En contrepartie, puisqu'on ne saurait dépasser ce qui n'a pas de limite :

49j *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Si c'est *grâce à l'oubli* des choses *dans* les [rapports entre] écritures que les élaborations théoriques [qui passent par l'écriture] sont *seulement possibles*, c'est aussi grâce à cet oubli que ces élaborations théoriques sont soumises à l'*interdit d'un accès ultime aux choses*, c'est-à-dire à l'*interdit d'un « savoir absolu »*.

Nous recoupons donc, par le biais d'un questionnement de l'écriture, l'*hypothèse [34b] qu'il n'y a pas de théorie « absolue ». L'évidence attribuée à la conception transparente de l'écriture a donc pour corrélat
49k l'*effacement* d'une limite. Ce que nous avons dit sous une autre forme [36i] : *une théorie ne peut revendiquer d'autre fondement que l'oblitération de sa propre limite*.

50
L'effectivité

Dans le discours scientifique actuel où l'écriture est omniprésente, la conception de l'écriture régit, au degré le plus fondamental, la possibilité de *référer* des [rapports entre] écritures à des choses *en tant que ces choses ne sont pas des [rapports entre] écritures* :

50a REPERE. L'enjeu théorique de l'oubli des choses dans les [rapports entre] écritures n'est autre que ***la question du lien*** (ou encore : ***la question de la référence***) qui porte sur le lien entre une élaboration théorique [qui passe par l'écriture] et ce à quoi elle se réfère, ou est supposée se référer [1].

Sans doute, dans beaucoup de cas, la chose oubliée nous est-elle initialement donnée dans l'intuition, repliée et celée dans la plus extrême condensation ; mais, *d'un strict point de vue théorique*, cette chose ne peut advenir à l'existence [2] que *depuis* l'oubli qui *nous* la livre *dans* des [rapports entre] écritures :

50c REPERE. L'oubli d'une chose dans des [rapports entre] écritures est d'abord ce qui ***sépare*** une chose et une élaboration théorique qui s'y réfère ou est supposée s'y référer.

50d Il y a donc, en quelque sorte, un tout premier moment de l'aller, qui se comprend comme une sorte d'*oubli primordial*, et ce n'est qu'au second moment, comme retour, que nous élaborons une *reconstitution hypothétique*, c'est-à-dire une *interprétation des [rapports entre] écritures* qui nous ont livré la chose *en tant qu'oubliée*, pour tenter d'imaginer ce qui pourrait bien avoir été oublié, à savoir la chose elle-même :

50e DÉFINITION PROVISOIRE. Si l'*oubli primordial* nous livre une chose, quelle qu'elle soit, dans des [rapports entre] écritures, l'***effectivité*** attribuée à cette chose est ce qui permettrait de *revenir* des [rapports entre] écritures à la chose elle-même [3].

Appliquons cela, de manière intuitive, au cas particulier de l'effectivité formelle : quand on réduit une machine informatique à l'opposition entre statique (les états) et dynamique (les transitions), on recueille les états sous la forme d'écritures, et les transitions sous la forme de rapports *entre* écritures, c'est-à-dire sous la forme d'intervalles compris comme des *riens* qui ne sont rien. Les transitions, en tant que telles, ont « disparu », elles ont été *oubliées* dans les rapports *entre* les écritures. Par conséquent, l'effectivité de ces transitions *n'est pas de l'écriture*, et doit être « rajoutée » pour que les transitions se produisent, soit par le biais d'une machine informatique choisie à cet effet, soit par le fait qu'un sujet *effectue*, sur les écritures associées aux états, des opérations qui modélisent les transitions originales. Mais un mathématicien peut apporter une effectivité tout autre, et référer les *mêmes* [rapports entre] écritures à des abstractions conçues *par lui* immuables, intemporelles et inétendues ; ces choses abstraites sont dites effectives en ce sens que le mathématicien doit *effectivement lire et interpréter* ces écritures pour les référer à des choses abstraites *qui sont supposées, elles aussi, ne pas être de l'écriture*.

Reprenons maintenant le fil de notre *raisonnement. Puisque nous sommes dans le cadre de l'*hypothèse [49a] où les choses ne sont pas des écritures, ce qui implique [49j] que les élaborations théoriques sont soumises à l'interdit d'un accès ultime aux choses :

50g *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Si une chose n'est pas ultimement accessible à une élaboration théorique qui s'y réfère, ou est supposée s'y référer, alors l'***effectivité attribuée à cette chose*** n'est pas, elle non plus, ultimement accessible à cette élaboration théorique.

Faute de quoi, on pourrait exactement reconstituer la chose elle-même, malgré l'oubli primordial qui la livre dans des [rapports entre] écritures, et les élaborations théoriques pourraient être « absolues » [34b].

---

1. Rappelons [49b] qu'à ce degré de fondements, la *question du lien* concerne autant le lien aux « choses de la réalité », celle dite *physique*, par exemple, que le lien aux « choses de l'abstrait », en mathématiques, par exemple.

50b 2. Il s'agit de l'existence *théorique*, comme les *forces* en physique, et les abstractions, en mathématiques, et non pas d'un constat factuel afférent à une « chose concrète » de la réalité quotidienne.

50f 3. De manière imagée, on pourrait dire que l'effectivité est, en quelque sorte, ce qu'il faudrait « ajouter » aux [rapports entre] écritures pour reconstituer la chose elle-même. Mais le retour est moins l'inverse de l'aller que son *dual* : si, à l'aller, on oublie la chose dans les [rapports entre] écritures, au retour, il faut *oublier* les [rapports entre] écritures *dans* la chose.

51 *Le lien : la structure contradictoire*

Nous concevons donc [50c] que l'oubli primordial, grâce auquel une chose nous est livrée dans des [rapports entre] écritures, sépare cette chose et une élaboration théorique qui s'y réfère, ou est supposée s'y référer ; nous concevons également [50e] l'effectivité comme une interprétation de ces [rapports entre] écritures, lesquels sont donc installés, d'un point de vue théorique, en position première. Par conséquent, si nous admettons que de telles élaborations théoriques ne sont pas dénuées de sens, nous devons concevoir corrélativement que la séparation entre choses et [rapports entre] écritures n'est pas totale, et que les [rapports entre] écritures qui résultent d'un l'oubli primordial gardent quelque empreinte ou quelque mémoire de la chose oubliée, de manière qu'il soit concevable, par interprétation, de « repartir » de ces [rapports entre] écritures pour « aller » *en direction de la chose primordialement oubliée* :

51a *HYPOTHESE DU LIEN. L'***oubli primordial***, indissociablement, ***sépare et relie*** la chose oubliée et les [rapports entre] écritures qui nous la livrent.

51b L'oubli primordial ne peut donc pas être une sorte de malin génie facétieux ayant pour objectif d'égarer les élaborations théoriques sur de fausses pistes [1] :

51c *DÉFINITION. D'un point de vue théorique, un ***lien*** assume la structure contradictoire de ce qui, indissociablement, ***sépare et relie***.

Cette structure contradictoire peut se présenter sous diverses formes, mais le principe sous-jacent reste stable, comme *condition de possibilité* d'une élaboration théorique non dénuée de sens. Ce que nous venons de dire de l'oubli primordial, nous devons également le dire de l'effectivité :

51d *THÉOREME. Si l'***effectivité*** qu'une élaboration théorique attribue à une chose ne relève pas d'une interprétation dénuée de sens, alors cette effectivité est, elle aussi, un lien, et assume par conséquent la structure contradictoire de ce qui, indissociablement, ***sépare et relie***.

De fil en aiguille, tandis que notre *hypothèse initiale [49a] pose la *disjonction* des choses et des [rapports entre] écritures, nous posons maintenant l'*hypothèse du lien [51a] qui est manifestement contradictoire avec la disjonction initialement posée. Autrement dit, notre construction repose sur l'articulation de deux concepts qui sont aussi incompatibles l'un avec l'autre, et indissociables l'un de l'autre, que peuvent l'être le vrai et le faux. De sorte qu'un lien assume une seconde structure contradictoire quant à sa « nature » :

51e *THÉOREME. Un lien n'est effectif que s'il n'est, proprement, ***ni*** chose ***ni*** [rapports entre] écritures, tout en étant, à la fois, ***et*** chose ***et*** [rapports entre] écritures.

Car il doit à la fois « sauver » la disjonction entre les choses et les [rapports entre] écritures, faute de quoi le concept de lien tomberait de lui-même, tout en participant à la fois des deux « natures » disjointes de manière à les relier, pour *se* « sauver » et « s'accomplir » en tant que lien. Cette question du lien, au demeurant, nous est familière :

51f *INTERPRÉTATION. Dans le cadre normatif actuel, l'une des facettes de la question du lien est abordée à travers le concept d'***opérativité***, lequel assume les deux structures contradictoires associées à un tel concept.

Etre opératoire, pour une théorie, c'est se trouver liée à un *quelque chose* inaccessible, qui, par définition, n'est pas ultimement connu de la théorie qui se propose de l'atteindre. Le montage associé au cadre normatif actuel est donc simplement légèrement décalé par rapport à celui que nous proposons : car la transparence et le statut purement instrumental attribués aux écritures signifie une absence de distance (ou une absence de disjonction), alors que la revendication d'opérativité implique une distance (ou une disjonction). Dans le cas des

1. Cf. R. DESCARTES, *Méditations métaphysiques* (méditation quatrième).

mathématiques, la disjonction entre abstrait et concret, qui devrait être irrémédiable, doit être pourtant franchie, faute de quoi les mathématiques ne seraient pas *possibles* : il revient au mathématicien lui-même d'assumer l'effectivité du lien [1].

52 *Le lien : aperçu de la structure régressive*

De ce que les choses ne sont pas des [rapports entre] écritures [49a], et de ce qu'un lien (oubli primordial ou effectivité) n'est pas, à proprement parler, [rapports entre] écritures [51e], il suit :

52a *THÉOREME DU DÉFAUT D'ÉCRITURE. Il n'y a pas de [rapports entre] écritures (et, plus généralement, d'énoncés) qui conviennent pour énoncer ultimement un lien.

Ce qui est une autre manière de dire [50g] qu'un lien est ultimement inaccessible à une élaboration théorique. Nous retrouvons le schéma [31d] déjà rencontré lors de notre étude de la différence entre science et normativité scientifique, concernant l'existence d'un énoncé qui fait défaut *en tant qu'énoncé*. Ce qui n'empêche pas qu'on puisse s'en approcher et qu'on tente de l'énoncer. C'est ce que nous avons proposé dans l'étude de l'effectivité formelle, par le biais d'un découpage des transitions qui améliore la précision de l'approche théorique de cette effectivité, quoique cette amélioration soit inachevable et que le processus de découpage soit *sans fin*. Bornons-nous ici à cet exemple pour esquisser intuitivement la structure régressive d'un lien :

52b REMARQUE. La structure régressive d'un lien permet de comprendre qu'il soit possible d'approcher un lien au moyen d'une élaboration théorique, sans qu'il soit cependant ultimement accessible ou énonçable.

En ce sens, ou bien le lien est tout d'une pièce, et il est complètement inaccessible (c'est le cas en mathématiques où le lien entre abstrait et concret est inaccessible), ou bien il est stratifié *sans fin*, et on peut l'approcher par un processus régressif sans fin (c'est le principe sous-jacent à l'approximation des mesures en physique). C'est la même idée que nous avons déjà appliquée pour comprendre la structure contradictoire et régressive de l'effectivité formelle associée aux opérations discrètes, finies et « irréductibles » du discret normatif habituel.

II-3-2. Le dépassement de la conception actuelle de l'écriture

■ *Si l'écriture joue un rôle médiateur essentiel entre les choses et les théories [qui passent par l'écriture], alors l'écriture ne peut être conçue comme un instrument à la fois transparent et adéquat. Nous proposons de dépasser la conception normative de l'écriture grâce à l'*hypothèse des indécelables.*

53 *L'inversion du rôle de l'écriture*

Nous avions déjà indiqué [46a] que l'écriture devait être comprise comme une sorte de *passage obligé* entre les choses et les élaborations théoriques. Notre approche de la question du lien vient d'amorcer le réexamen de la conception normative de l'écriture, car cette approche récuse la possibilité de concevoir l'écriture comme purement instrumentale, transparente et adéquate :

53a IDÉE DIRECTRICE. D'un point de vue théorique, nous concevons que l'écriture n'est pas reléguée au rôle secondaire d'un instrument, mais qu'elle occupe la place première d'une ***structure médiatrice de référence***.

Nous soulignons qu'il s'agit d'*un point de vue théorique*, et non pas [nécessairement] de l'usage quotidien des
53b écritures habituelles. La *place première* que nous assignons aux écritures est liée à l'*oubli primordial* [50e] qui livre les

1. C'est donc lui qui assume également les contradictions y afférent, autrement dit : ces contradictions ne sont pas formelles. C'est la structure du lien qui surgit aussi bien dans les tentatives de relier *forme* et *contenu*, que dans celles visant à énoncer les *interprétations* des systèmes formels.

choses dans des [rapports entre] écritures ; nous concevons [46d] que les écritures ont une *structure* qui leur est propre, ce qui exclut *ipso facto* qu'elles soient transparentes ; nous disons que cette structure est *médiatrice* au sens où, d'un côté, elle « voit » les choses et recueille leur « empreinte » lors de l'oubli primordial, tandis que, de l'autre côté, cette structure est « tournée vers » les théories ; nous disons enfin que cette structure sert de *référence*, en ce sens que les théories [qui passent par l'écriture] ne « voient » pas les choses, puisqu'elles en sont séparées [50c], mais seulement les [rapports entre] écritures qui donnent accès aux choses [49j].

Puisque les trois critères normatifs maximaux [4c] requièrent déjà la médiation de l'écriture [45f], on peut comprendre que l'écriture ne soit conçue comme un pur instrument transparent que dans la mesure où un savoir théorique qui passe par l'écriture ***s'astreint par avance*** à ne « voir » les choses[1] que dans la mesure [46d] où il est opératoire d'admettre qu'elles sont *structurées comme* des [rapports entre] écritures. Et, dès lors, quoi de plus adéquat et transparent que l'écriture pour livrer accès à de telles choses ? Corrélativement, on comprend qu'aucune théorie *qui passe par l'écriture* ne soit en mesure de réfuter formellement la conception d'une écriture purement instrumentale et transparente [49i], absence de réfutation de laquelle il serait erroné de conclure à la corroboration ou à la confirmation d'une telle conception, car, dans le contexte normatif actuel, où l'usage de l'écriture n'est nulle part questionné d'un point de vue théorique, l'hypothèse opposée, c'est-à-dire la nôtre [53a], serait, elle aussi, corroborée ou confirmée.

54 *L'*hypothèse des indécelables*

Cette brève esquisse montre que le réexamen de l'hypothèse de transparence [des écritures] est lié à un *raisonnement qui dépend de *preuves et de réfutations qui font simultanément défaut* dans le cadre des protocoles normatifs actuels de corroboration et de démonstration. L'enjeu théorique d'un tel réexamen est particulièrement fondamental, puisqu'il concerne la question de la *venue des choses à la forme* [41b], question qui est liée aussi bien [41c] à la présence de contradictions non formelles et de régressions sans fin dans la normativité scientifique actuelle, qu'à la structure [deux fois] contradictoire [51c] [51e] et régressive [52b] du lien[2]. Approchons cela par le biais d'une image extrêmement simple :

54b IMAGE. Il y a *quelque chose* des choses qui ne « passe » pas dans l'écriture.

Autrement dit, nous supposons que l'écriture n'est ni transparente ni adéquate, parce qu'elle est précédée d'une sorte de filtre qui déforme, bruite, parasite, etc., la venue des choses à la forme, tant les « choses de la réalité physique » (discrétisation, mesures, corroboration expérimentale, etc.), que les « choses abstraites » (formalisation, représentation formelle effective, etc.). En un mot, l'oubli des choses dans les [rapports entre] écritures [50c] signifie, de façon très approximative et exagérément schématique, que *quelque chose* des choses se trouve *gommé* quand les choses adviennent enfin à la forme, en l'occurence, sont ramenées à des [rapports entre] écritures.

54c Cette idée nous permet de comparer une élaboration théorique qui passe par l'écriture à une sorte de laboratoire aveugle, sans portes ni fenêtres, qui symbolise la *séparation* entre les choses (situées à l'extérieur) et les élaborations théoriques (produites depuis l'intérieur du laboratoire). Depuis ce laboratoire, on ne « voit » les

1. Rappelons [49b] que ces « choses » sont aussi bien les « choses de la réalité physique » que les « choses de l'abstrait ».

54a 2. Nous soulignons ainsi que l'enjeu théorique de ce réexamen, sans aucun doute, n'est pas indépendant de la problématique de l'*indécidabilité* au sens mathématique ; cependant, ce réexamen est plus étendu et plus fondamental pour au moins trois raisons : premièrement, parce que [49b] les choses concernées sont aussi bien « les choses de la réalité physique » que les « choses de l'abstrait » ; deuxièmement, parce que les protocoles concernés sont aussi bien les protocoles de démonstration (logico mathématiques) que les protocoles de corroboration (méthode expérimentale) ; et, surtout, troisièmement, parce que ce réexamen concerne les conditions d'applicabilité de ces protocoles au dégré le plus fondamental de la *venue des choses à la forme*. De sorte que, par exemple, pour être légitimés comme *théorèmes*, les théorèmes méta-mathématiques concernant l'indécidabilité sont contraints d'appliquer les protocoles normatifs de démonstration (et de formalisation) actuellement en vigueur, et de supposer [implicitement] réunies les conditions de leur applicabilité. Certes, dans le cadre normatif actuel, l'applicabilité de ces protocoles est *évidente*. Mais, précisément, l'un des enjeux théoriques du réexamen de l'hypothèse de transparence, c'est de parvenir à provoquer l'éclatement de cette évidence pour en dégager le ressort, ce qu'amorcent déjà le critère d'applicabilité [33i] et les remarques [39a] concernant le préfixage *méta-*.

choses que par l'intermédiaire d'appareils, par exemple, une caméra vidéo (placée à l'extérieur) reliée à un moniteur (placé à l'intérieur). On suppose que le « regard théorique » n'est jamais sorti, ni ne sortira jamais de ce laboratoire, et qu'il n'a, par conséquent, aucun autre accès aux choses situées à l'extérieur que ce qu'il peut en recueillir sur l'écran du moniteur, de sorte que, pour les choses, venir à la forme, c'est donner lieu à une trace sur le moniteur vidéo. Cette fiction permet de comprendre que toute élaboration théorique produite dans ces conditions s'en remet aux traces recueillies sur le moniteur, ce qui est, en l'occurrence, la transposition de la remarque [45f] selon laquelle les trois critères normatifs maximaux [4c] (de la représentation formelle effective, de l'axiomatisation formelle, et de la corroboration expérimentale) requièrent la médiation des [rapports entre] écritures.

La conception normative de l'écriture, à la fois transparente et purement instrumentale, signifie que la médiation des [rapports entre] écritures n'interfère pas, et qu'on peut raisonner sur les [rapports entre] écritures en lieu et place des choses elles-mêmes. Notre conception reconnaît qu'il y a bien un *lien* entre les choses et les [rapports entre] écritures auxquels on les ramène [51c], mais ce lien a une structure propre, et ce qu'on recueille des choses dans les [rapports entre] écritures résulte du « passage » ou du « filtrage » à travers la structure propre du lien [53a]. La structure contradictoire du lien [51] qui, indissociablement, sépare ***et*** relie [51a], provient de la supposition [51b] que le lien n'est pas un malin génie facétieux ayant pour objectif d'égarer les élaborations théoriques, supposition qui revient à dire que le « filtrage » (ou le « gommage ») est lui-même soumis à une *loi*. Certes, le « filtrage » n'est pas transparent, et la « loi de filtrage » demeure sans doute ultimement hors d'atteinte [50g] ; mais l'essentiel est [de supposer] que ce « filtrage » n'est pas « n'importe quoi ». Le « filtrage » est donc une sorte de « transformation des choses » qui, à la fois, ne « perd rien » (*toute* la chose est transformée), mais « ne montre pas tout » (une « partie » de la chose est repliée ou celée *dans* ce qui résulte de la transformation). Par conséquent, pour un « regard théorique » qui n'est jamais sorti du laboratoire sans portes ni fenêtres, et qui ne voit que le moniteur vidéo, « tout » se passe comme si :

54d *HYPOTHESE DES INDÉCELABLES. Du point de vue d'une théorie [qui passe par l'écriture], la venue à la forme d'une chose donne lieu, indissociablement, à des ***traces décelables*** et à des ***traces indécelables***.

Intuitivement, on comprend que les traces indécelables gardent mémoire des *gommages* et que rien de la chose n'a été perdu, même si on ne voit plus ce qui a été gommé. Puisque la question de la venue des choses à la forme, autant que la question du lien, concernent [49b] les choses quelles qu'elles soient :

54e *THÉOREME. L'*hypothèse des indécelables concerne ***toute*** théorie [qui passe par l'écriture], indépendamment de son caractère expérimental ou non expérimental.

Elle ne concerne d'ailleurs pas seulement les théories scientifiques, car la problématique de la *trace*[1] atteint directement la théorie de la connaissance.

55 *L'absence simultanée de preuve et de réfutation*

Au plan des principes, aussi longtemps qu'on ne cherche pas à connaître les propriétés de la structure du lien, on obtient deux hypothèses exactement opposées :

55a REPERE. La conception normative actuelle suppose que les écritures sont transparentes ; nous supposons au contraire que les écritures ne sont pas transparentes.

Cependant, bien que ces deux hypothèses soient aussi opposées l'une à l'autre que peuvent l'être le vrai et le faux, il convient de noter :

54f 1. Le mot *trace* est emprunté à Jacques DERRIDA, dont les travaux ont joué, directement ou indirectement, un rôle déterminant sur notre approche de la problématique du rapport entre le savoir et l'écriture. Cf, en particulier : *La voix et le phénomène* (Puf, Paris, 1967), *L'écriture et la différence* (Le Seuil, Paris, 1967), *De la grammatologie* (Minuit, Paris, 1967). Cf. également [364n] sur le rapport entre la question de l'être et la question de la trace.

55b *THÉOREME. Les deux hypothèses, quoiqu'étant la *négation* l'une de l'autre, sont ***indiscernables*** pour tout ce qui concerne l'acquis tangible conforme aux critères normatifs maximaux.

En effet, aussi longtemps qu'on reste confiné *dans* le cadre de ce qui est déjà advenu à la forme, pas un iota ne disparaît ni n'apparaît quand on passe d'une hypothèse à l'autre. Dans notre fiction [54c], cela revient à dire que les deux hypothèses sont énoncées depuis l'intérieur du laboratoire aveugle, de sorte que le fait de passer d'une hypothèse à l'autre ne modifie pas ce qui apparaît sur l'écran, et que le matériau tangible de l'élaboration théorique (les traces recueillies sur l'écran du moniteur vidéo) reste invariant. On peut donc trouver un énoncé tiers qui convient simultanément aux deux hypothèses opposées :

55c *THÉOREME. Dans le cadre des protocoles normatifs actuellement en vigueur, les deux hypothèses opposées [de la transparence et de la non-transparence] sont liées à l'***impossibilité structurale*** de rapporter aussi bien une preuve (ou une corroboration) de leur validité qu'une réfutation de l'hypothèse opposée.

55d Pour qui s'en remet à l'hypothèse normative de transparence, cette impossibilité provient de ce que les choses viennent naturellement à la forme et que rien n'est gommé [1]. Pour qui adopte l'hypothèse opposée, cette impossibilité provient du fait qu'on tente d'approcher le phénomène du gommage avec la gomme elle-même. Notre laboratoire aveugle [54c] permet de comprendre cela très bien : une telle preuve supposerait la comparaison directe entre ce qui apparaît sur l'écran du moniteur et les choses elles-mêmes. Rien n'empêche que les deux hypothèses conduisent à des *interprétations différentes* pour les mêmes traces vues sur l'écran, mais la différence de ces interprétations, qui ne modifie rien quant à ce qui apparaît sur l'écran, dépend précisément des hypothèses formulées quant à la source des images recueillies sur l'écran, et c'est encore le même problème [2]. Plus fondamentalement :

55e INTERPRÉTATION. L'impossibilité structurale [55c] provient du fait que, dans le cadre des trois critères normatifs maximaux [4c], les protocoles de corroboration et de démonstration n'ont aucun privilège, et requièrent eux aussi la ***médiation préalable*** de l'écriture.

Ce qui exclut toute possibilité de faire intervenir, en tant que tel, ce qui n'est pas, déjà, advenu à la forme, c'est-à-dire, dans le cadre du présent exposé, *ce qui n'est pas [rapports entre] écritures* [3] [49e] [49f].

56 *La concordance sur l'acquis tangible*

Procéder à un dépassement de la conception normative de l'écriture constitue une situation théorique particulièrement intéressante, car on peut étudier *à la loupe* certains traits caractéristiques des dépassements. L'établissement [55c] d'une absence de preuve ou de réfutation, pour les *deux* hypothèses opposées, *relativement* aux protocoles qui légitiment l'acquis tangible qu'on se propose de récupérer, est un préalable :

---

1. Dans le contexte de notre fiction [54c] du laboratoire aveugle, cela se comprend comme suit : sans doute le champ de la caméra vidéo ne permet pas de voir toutes les choses à la fois, aussi n'a-t-on pas encore vu toutes les choses ; mais rien ne s'y oppose *par principe*, et il suffit de déplacer la caméra pour que toute chose puisse advenir à la forme, et devienne accessible à une élaboration théorique.

2. D'où la structure régressive qui se développe lorsqu'on tente d'aborder le lien de manière théorique [52]. A cet égard, notre fiction [54c] en dit déjà trop, puisque nous avons déjà posé une hypothèse quant au lien entre l'extérieur et l'intérieur. La véritable situation serait celle d'un « regard théorique » qui ne saurait pas, d'avance, ce qu'est un moniteur ou une caméra vidéo, et qui devrait déjà forger l'hypothèse (qui ne va nullement de soi [34h]) qu'il y a un en-dehors du laboratoire aveugle, pour que la question d'un lien éventuel entre cet en-dehors et ce qui apparaît sur l'écran ait un sens. C'est ce que signifient la *séparation* et l'*oubli primordiaux* [50c].

3. Rappelons [45e] que la corroboration expérimentale est tout aussi autant à la question de la venue de choses à la forme que les protocoles logico-mathématiques formels. Dans cet exposé, nous *raisonnons sur l'écriture, à cause de l'ominprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel, mais le *raisonnement se transpose, quant à son principe, au langage : s'il faut d'abord recueillir les choses dans des mots et dans des phrases, il n'en reste pas moins que les choses (parmi lesquelles se trouve le *sens* des mots et des phrases) ne sont ni des mots ni des phrases.

56a *THÉOREME. S'il existait, pour l'une ou l'autre des deux hypothèses, une preuve ou une réfutation obtenue conformément aux critères normatifs qui légitiment l'acquis tangible qu'on se propose de récupérer, le ***dépassement*** [de l'hypothèse de transparence] ***serait impossible***.

En effet, ou bien la nouvelle hypothèse proposée serait réfutée, et on ne l'adopterait pas ; ou bien l'ancienne hypothèse serait réfutée, et on corrigerait simplement une élaboration théorique insuffisante. Il s'ensuit un trait caractéristique [55b], à savoir la concordance des *deux* hypothèses opposées pour *tout l'acquis tangible qu'on cherche à récupérer* :

56b *COROLLAIRE. Lors d'un dépassement, l'acquis tangible récupérable correspond au domaine dans lequel les ***deux*** hypothèses opposées ***concordent*** *relativement aux critères normatifs qui légitiment cet acquis*.

Que les *interprétations* de cet acquis soient différentes selon les deux hypothèses n'intervient pas, car le dépassement ne vise pas la récupération des interprétations antérieures, mais seulement la récupération de l'acquis tangible :

56c INTERPRÉTATION. Un dépassement ne récupère un acquis tangible que ***réinterprété*** de fond en comble.

Nous sommes au coeur de la problématique du dépassement et du rôle médiateur de l'écriture : que signifie la conjonction entre une récupération de l'acquis tangible et sa *réinterprétation* de fond en comble ? L'étude des conditions d'applicabilité [33] permet déjà de comprendre que la réinterprétation consiste à inclure un *quelque chose* qui demeure indécelable dans l'acquis tangible récupéré et que l'interprétation dépassée avait « oublié », bien que ce *quelque chose* se trouve *effectivement présent* depuis le premier jour [33f]. Il convient donc de *raisonner à l'envers, comme le notifie le *corollaire [56b], et de comprendre que c'est le *domaine de concordance* des deux hypothèses qui *détermine* l'acquis tangible récupérable, domaine qui n'est autre [55c] [56a] que l'aire théorique couverte par l'absence simultanée de preuve et de réfutation des deux hypothèses. Ainsi, qu'on prenne acte ou non de ce *quelque chose* dans l'interprétation, il demeure indécelable ***dans*** l'acquis tangible limité par le domaine de concordance. Notre *hypothèse des indécelables [54d] permet de préciser cela :

56d *THÉOREME. Lors d'un dépassement, récupérer l'acquis tangible d'une théorie dépassée consiste à ***remplacer*** les traces indécelables qui y figuraient par d'autres traces indécelables.

La réinterprétation porte donc sur une variation de l'interprétation associée aux traces indécelables figurant dans l'acquis tangible, mais la partie décelable de l'acquis tangible, en apparence, reste « la même ». L'*indiscernabilité* [55b] des deux hypothèses dans le domaine de concordance s'explique ainsi :

56e *COROLLAIRE. L'indiscernabilité des deux hypothèses opposées dans le domaine de concordance correspond à une ***différence*** entre des traces indécelables, c'est-à-dire à une ***différence elle-même indécelable***.

Ainsi, d'un côté, ces hypothèses sont *opposées* quant à l'interprétation, et, de l'autre, leur *différence* est indécelable quant au domaine de concordance, sachant, par ailleurs, que le *quelque chose* en jeu est *effectif* :

56f *THÉOREME. La ***possibilité*** d'un dépassement repose sur la mise en oeuvre effective d'une contradiction non formelle.

Intuitivement, on comprend que la *négation* qui oppose les interprétations s'***évanouit***, lorsqu'elle advient à la forme dans les limites du domaine de concordance, pour y devenir à la fois indécelable et effective [1]. Dans le

---

56g 1. La *logique de la forme* ne s'applique donc pas, puisque, lors de la venue à la forme des *énoncés d'interprétation* (les contenus), la négation qui les oppose donne lieu à une trace indécelable, de sorte que les *formes d'énoncés* obtenues à partir de ces *contenus d'énoncés opposés* se trouvent coïncider formellement. Ce point est particulièrement délicat et fondamental, car il trouble l'exercice du lien normatif entre les *formes d'énoncés* et les *contenus d'énoncés*, par le biais de l'évanouissement d'une négation qui donne lieu à une contradiction non formelle. Nous apportons plus loin un premier éclaircissement [63f].

cas des élaborations théoriques qui passent par l'écriture, la partie décelable consiste en des écritures, et, par conséquent :

56h INTERPRÉTATION. L'une des applications les plus fondamentales de la technique des ***glissements d'écritures*** concerne le dépassement des théories [qui passent par l'écriture].

Remplacer des traces indécelables par d'autres traces indécelables, c'est très précisément procéder à un glissement d'écritures [14]. Notre fiction du laboratoire aveugle et du gommage permet déjà de comprendre cela intuitivement.

57 *Le point crucial d'un dépassement*

L'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses [56a] nous conduit à revenir sur le caractère *fusible* des fondements [28a], qui sont appelés à *sauter* dans le cas d'un conflit de fondements irréductible, et sur la *fragilité* des fondements [34i] relativement à l'édifice fondé :

57a REPERE. Le point crucial d'un dépassement est une sorte de pivot qui constitue un *point de fragilité maximal des* **deux** *hypothèses en présence*, relativement aux critères normatifs qui légitiment l'acquis tangible qu'on cherche à récupérer.

Vis-à-vis de l'élaboration théorique à dépasser, ce point de fragilité maximal est une hypothèse, une évidence, un principe, etc., qui se trouve *juste au bord* des protocoles de démonstration ou de corroboration légitimant l'acquis tangible de cette élaboration. Il n'a donc *jamais* été prouvé ou corroboré, de quelque manière que ce soit, *dans* le cadre strict de ces protocoles, et, à proprement parler, il est *soustrait* à leur juridiction. Vis-à-vis de l'élaboration théorique dépassante, ce point de fragilité correspond au fait que, pour récupérer l'acquis tangible de la théorie dépassée, cette théorie dépassante doit *localement* se démunir, ou provoquer l'évanouissement, des arguments (preuves, corroborations, etc.) qui la légitiment, faute de quoi l'acquis tangible de la théorie dépassée devrait être récusé comme irrecevable, et ne pourrait pas être récupéré.

C'est ce qu'énonce le *théorème [56a] sous la forme d'une condition nécessaire pour un dépassement. Il n'énonce pas qu'un dépassement n'est possible que s'il n'existe *absolument aucune* preuve ou réfutation concernant les deux hypothèses, mais seulement que cette absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses concerne — *et ne concerne que* — les critères et protocoles normatifs qui légitiment l'acquis tangible qu'on cherche à récupérer :

57b *THÉOREME. Un dépassement prend appui sur l'existence d'une ***corrélation forte***, en principe jusque-là inaperçue, entre des *limites* relatives à l'acquis tangible qu'on cherche à récupérer, et des *limites* relatives aux critères (postulats, protocoles, principes, évidences, etc.) normatifs qui légitiment cet acquis.

Autrement dit, la validité (preuves, corroborations, etc.) de la théorie dépassante ne s'établit que relativement à des critères et à des protocoles normatifs autres que ceux de la théorie dépassée [1]. Cette corrélation forte des limites nous renvoie aux limites importées par des évidences insues [33f] *au sein des critères et des protocoles normatifs eux-mêmes*, évidences sur lesquelles repose l'opérativité de ces critères et de ces protocoles, mais qui limitent leurs conditions d'applicabilité [33a] :

57d *THÉOREME. Le point crucial d'un dépassement est lié aux ***conditions de possibilité et d'applicabilité*** des critères et des protocoles normatifs qui légitiment l'acquis tangible qu'on cherche à récupérer.

57c 1. D'où, par exemple [29a] [47e], le fait qu'il ne peut être question de démonstration et de corroboration *directe* des thèses que nous avançons dans le cadre normatif actuellement en vigueur. De manière imagée, *entre* deux fondements se trouve une sorte de *zone franche*, *apatride*, *déterritorialisée*, et *turbulente*, où on ne peut se réclamer d'aucun fondement encore établi, et où il convient de tenir fermement la barre.

En *raisonnant sur les conditions d'applicabilité, nous contournons un problème bien délicat à affronter directement, celui de l'*universalité* des critères (des protocoles, des postulats, etc.) :

57e *THÉOREME. En tant que limite, le point crucial d'un dépassement ne concerne pas le fait de débattre pour déterminer si les critères normatifs concernés s'appliquent ou non à « tout », car il concerne le fait que la *possibilité et l'applicabilité* de ces critères implique structuralement un ***quelque chose qui soit soustrait à leur juridiction***.

Un débat direct sur l'universalité des critères (déterminer s'ils s'appliquent à « tout ») n'aboutit pas : car ce « tout », déjà bien difficile à caractériser, ne sera jamais caractérisé que *depuis* les critères eux-mêmes supposés possibles et applicables. Nous avons suivi cette idée au cours de la brève étude du principe de causalité [39c], mais nous la suivons surtout pour mener l'approche théorique de la venue des choses à la forme. Cette étude du point crucial d'un dépassement achève de justifier l'importance de l'approche théorique des dépassements :

57f *THÉOREME. La présence de limites est donc un ***fait de structure*** des élaborations théoriques, qui ne procède d'aucune considération relative à la méthode expérimentale, mais du seul fait que les théories [scientifiques] ne sauraient être « absolues », ce qui implique qu'il faille les fonder, et, partant, énoncer des critères (protocoles, postulats, etc.) normatifs qui sont nécessairement limités, puisqu'ils ne sauraient être, eux non plus, « absolus ».

Les deux généralisations précédemment avancées [32c] [32d], qui étendent la possibilité des dépassements à *toute* élaboration théorique, y compris aux normativités scientifiques elles-mêmes, se trouvent ainsi confortées, puisque le trait structural majeur est [56a] l'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses en présence, relativement à des critères et à des protocoles normatifs déterminés.

58 *L'instant d'un dépassement*

Du point de vue des structures de fondements, nous reconnaissons, dans l'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses en présence [56a], une situation symétrique en miroir [36e] provoquée par la reconstitution d'une *question de fondement*. Cette situation se dénoue dans un *acte de fondement* [36f], qui conduit à *rejeter* l'une des éventualités, non pas parce qu'on serait parvenu à réfuter sa pertinence (ou prouver celle de l'autre) de manière décisive, mais parce que, précisément, c'est impossible, ***et qu'il faut trancher*** :

58a *THÉOREME. Une question de fondement ***oblige***, c'est-à-dire qu'il est impossible de ne pas trancher.

Qu'il faille trancher ne signifie pas que la situation qui oblige soit actualisée en tant que telle. On tranche à chaque fois qu'on réaffirme les postulats fondamentaux auxquels on s'en remet, même si on a depuis longtemps *oublié* quels sont les postulats dont le rejet se trouve ainsi, à chaque fois, renouvelé. Mais on tranchera aussi, par exemple, du seul fait de *choisir de ne pas trancher* pour s'en tenir prudemment au cadre normatif en vigueur :

58b *THÉOREME. L'acte de fondement, c'est-à-dire le dénouement d'une question de fondements, est sans cesse ***répété*** et ***réaccompli***.

Autrement dit, un acte de fondement n'est pas à ranger dans une chronologie linéaire, qui le situerait tel jour, à telle heure, en tel lieu, et effectué par telle personne. Bien plutôt convient-il de comprendre que le développement et l'application d'une élaboration théorique ne cessent de repasser par l'acte de fondement et de le réaccomplir, afin de rattacher tous les énoncés légitimés par ces fondements à ce point crucial de fragilité maximale. Qu'il s'agisse, par exemple, de référer un théorème à des axiomes, d'appliquer un principe fondamental pour établir la loi d'un phénomène, ou de procéder à une corroboration expérimentale.

Nous reconstituons ainsi la connexion entre les questions de fondements et les blocages théoriques compris comme la manifestation d'un rejet *pour cause de fondement* [37b]. La situation en miroir, qui porte une question de fondement au paroxysme, survient à l'*« instant » du dépassement* et tend à rendre explicites les fondements en jeu :

58c INTERPRÉTATION. D'un point de vue théorique, *tout se passe comme si* la situation paroxystique du dépassement n'était que l'***ultime accomplissement*** de la situation fondatrice et inaugurale pour la théorie qui est *sur le point d'être dépassée et de devenir caduque*, situation qu'elle n'a cessé de répéter et de réaccomplir au cours de son propre développement.

Accomplissement ultime, car, jusqu'à cet « instant », la situation maintes fois répétée s'était toujours réaccomplie de la même manière, à chaque fois dénouée en faveur de la même hypothèse grâce au rejet de toutes les autres. De sorte que l'hypothèse qui va, à cet « instant », prendre le pas, et rendre caduque la théorie dépassée, se trouvait déjà présente, *depuis toujours*, quoique le plus souvent inaperçue et indécelable, parmi les hypothèses que la théorie, maintenant dépassée, avait cru devoir rejeter pour établir ses fondements. Aussi pouvons-nous redire [36h] [49k], mais, maintenant, comme résultat théorique :

58d *THÉOREME. Une théorie ne peut revendiquer d'autre ***fondement*** que l'***oblitération de sa propre limite***, le gage de sa propre légitimité, qui est aussi sa dette à l'égard de l'impossible, et dont l'échéance survient à son heure comme limite.

La différence entre science et normativité scientifique [31] n'est qu'un cas particulier de ce trait structural : lors du dénouement d'une situation de fondements, on ne peut rejeter « exactement » ce qu'il conviendrait de rejeter [31e], faute de quoi il pourrait exister des théories *définitivement fondées*, c'est-à-dire « absolues » [34b]. Et, de manière imagée et approximative, c'est parce qu'on préfère prudemment rejeter « un peu trop » [31g], que le dépassement peut avoir la valeur d'une preuve rétroactive de fondement [36k]. Enoncer les limites et reconstituer les fondements s'équivalent d'un point de vue théorique, disions-nous [36i], aussi pouvons-nous généraliser [37d] :

58e *COROLLAIRE. C'est un ***trait structural*** des théories fondées que les fondements deviennent, à terme, générateurs de blocages théoriques.

C'est donc bien dans ce qui est le plus unanimement rejeté et ignoré par une élaboration théorique [31h], que gît depuis toujours sa preuve rétroactive de fondement [36k], qui est aussi ce qui causera son dépassement et la rendra caduque [58c]. Singulière coïncidence ; singulier dilemme !

59 *Le dépassement de l'hypothèse de transparence*

Pour tout l'acquis tangible conforme aux critères normatifs maximaux [4c] et aux protocoles de démonstration et de corroboration actuellement en vigueur, nous avons établi, au sujet des deux hypothèses opposées de la transparence et de la non-transparence de l'écriture : premièrement [49i], que rien de cet acquis ne dépend, à quelque degré que ce soit, d'une hypothétique transparence ou adéquation de l'écriture ; deuxièmement [55b], que ces deux hypothèses étaient indiscernables ; et enfin, troisièmement [55c], qu'aucune de ces deux hypothèses ne pouvait être ni prouvée ni réfutée. Par conséquent :

59a *THÉOREME. Les conditions requises pour un dépassement de l'hypothèse normative de la transparence de l'écriture, grâce à une hypothèse de non-transparence, sont réunies.

Dépasser l'hypothèse de transparence grâce à une hypothèse de non transparence, c'est conférer à l'écriture une structure propre, et c'est, par conséquent, récuser son statut *purement* instrumental [53a]. Parmi les multiples manières éventuelles de concevoir une hypothèse de non-transparence de l'écriture, nous choisissons l'*hypothèse des indécelables [54d] qui permet également une conception de la *venue à la forme* autorisant une approche théorique de la *question du lien* [50a] grâce à la mise en oeuvre de contradiction non formelles [51] et de régressions sans fin [52] :

59b RÉPERE. Compte-tenu des thèses que nous avançons, nous adoptons l'*hypothèse des indécelables comme hypothèse de non transparence, ce qui confère à l'écriture une structure propre conjuguant des contradictions [non formelles] et des régressions sans fin.

Tenons-nous en, pour l'instant, au principe de cette structure, sachant que son étude théorique relève d'une *théorie de l'écriture* [1]. Notons cependant que, puisque nous concevons l'écriture comme une structure médiatrice de référence [53a], il devient « normal » [47a] que la mise en oeuvre de contradictions non formelles et de régresssions sans fin soit ce qu'il y a de plus commun dans le cadre d'un discours scientifique où l'écriture est omniprésente.

De ce que les deux hypothèses opposées de la transparence et de la non transparence concordent sur tout l'acquis tangible obtenu dans le cadre des critères et protocoles normatifs actuels [55b], il ne suit pas que ces deux hypothèses soient substituables ou équivalentes quant aux *interprétations* de cet acquis, quant à leurs *implications* théoriques et fondamentales, et quant à leur éventuelle *application* en-dehors de ces protocoles et critères normatifs. Situons brièvement et partiellement ces deux hypothèses l'une par rapport à l'autre. Sans doute peut-on trivialement réinterpréter l'hypothèse de transparence « dans » l'hypothèse de non-transparence :

59c RÉINTERPRÉTATION TRIVIALE. Dans le cadre de l'hypothèse de non-transparence de l'écriture, on peut trivialement réinterpréter l'hypothèse de transparence comme le cas singulier où le *quelque chose* qui ne « passe » pas dans l'écriture ne serait *rien*.

Ce qui peut s'entendre de deux manières : ou bien on incline en faveur de l'hypothèse de transparence, en ce sens qu'il n'est jamais vrai qu'il y a *quelque chose* des choses qui ne « passe » pas dans l'écriture, et l'hypothèse de non-transparence ouvre seulement une *possibilité qui n'est jamais actualisée* ; ou bien on suppose que l'hypothèse de transparence n'est valide que dans le cas où il n'est pas vrai qu'il y a *quelque chose* des choses qui ne « passe » pas dans l'écriture, et l'hypothèse de transparence est une sorte de cas dégénéré de l'hypothèse, plus générale, de non transparence.

Mais cette réinterprétation triviale [59c] n'intéresse pas le présent exposé, à cause de la double question du lien et de la venue des choses à la forme. Nous préférons, pour notre part, articuler les deux hypothèses opposées par le biais d'une *singularité* liée à l'*hypothèse des indécelables [54d] :

59d RÉINTERPRÉTATION. Dans le cadre de l'hypothèse de non-transparence, l'hypothèse de transparence, sur laquelle repose la conception normative purement instrumentale de l'écriture, peut être réinterprétée comme une singularité qui doit sa cohérence interne et sa pérennité au fait que les protocoles normatifs de corroboration et de démonstration, associés à cette conception, ***rendent indécelable*** toute trace de ce qui permettrait [de la prouver et] de la réfuter *au sens de ces protocoles*.

Intuitivement, on comprend aisément que le critère de coïncidence formelle [5c], sur lequel s'appuient *tous* les protocoles normatifs actuels de corroboration et de démonstration, coïncide exactement avec l'*impossibilité* d'avérer formellement toute trace et toute différence indécelables dans les écritures. Il y a donc *corrélation forte* [57b] entre les *limites* de la conception normative de l'écriture et les *limites* des protocoles normatifs de corroboration et de démonstration [2], par le truchement du critère de coïncidence formelle, lequel occupe

1. Non développée dans le présent exposé.

59e 2. Résumons synthétiquement *en admettant nos thèses* : il y a *limite* de la conception normative de l'écriture, parce que cette conception est prise en tenaille entre les *riens* du discret finitiste qui ne sont rien, et les *riens* de l'effectivité formelle qu'il est impossible de tenir pour rien. Il y a *limite* des protocoles normatifs de corroboration et de démonstration, parce que les résultats (théorèmes, preuves, corroborations, etc.) délivrés par ces protocoles ne peuvent être obtenus qu'à l'issue de l'effectuation de rapports entre écritures (règles d'inférence et de substitution, calculs effectifs pour les modèles prédictifs, etc.), effectuation qui implique les *riens* qui ne sont pas rien de l'effectivité formelle. De sorte que les indécelables sont présents aussi bien du côté des *objets de savoir* (étude théorique de l'effectivité formelle, par exemple) que du côté des *conditions de possibilité et d'applicabilité* des protocoles de démonstration et de corroboration (effectivité des opérations requises par ces protocoles). Oublions maintenant nos thèses et replaçons-nous dans le cadre normatif actuel, où *tout* l'usage de l'écriture, en particulier pour les protocoles de démonstration *formels*, se règle sur le critère de actuellement le rang d'une évidence hors de portée de tout réexamen. Grâce à cette interpétation, la conception normative de l'écriture abandonne brutalement son statut d'évidence hors de portée de tout réexamen :

59f INTERPRÉTATION. Globalement, la conception normative, qui attribue à l'écriture un rôle purement instrumental, transparent et adéquat, assume l'office d'un ***principe de conservation***.

Que les indécelables soient conservés hors de portée d'une élaboration théorique conforme aux critères normatifs en vigueur ne signifie nullement qu'il soient exclus ***hors*** de la normativité scientifique actuelle, mais, bien au contraire, qu'ils sont, en quelque sorte, exclus ***dans*** cette normativité, puisque même les protocoles et les critères normatifs les plus fondamentaux ne sont seulement concevables et applicables qu'à la condition de les impliquer. Ils sont donc peut-être *hors* de la normativité scientifique actuelle, mais il est *hors de doute* qu'ils soient cependant ***dans*** la science [31a] (sauf à récuser *en bloc* l'acquis légitimé par cette normativité). A cet égard, on ne saurait imaginer un abri plus sûr, espérer une garantie plus pérenne, et obtenir une conservation plus efficace. Du point de vue des présentes thèses, l'évidence attachée à la conception normative de l'écriture occulte un champ théorique conjectural concernant ce au sujet de quoi rien ne peut être affirmé dans le cadre des critères normatifs maximaux et des protocoles de démonstration et de corroboration actuellement en vigueur :

59g INTERPRÉTATION. La présente recherche de fondement, qui conduit au dépassement de l'hypothèse de transparence grâce à l'*hypothèse des indécelables, ***ouvre un champ théorique***, jusque-là inaccessible dans le cadre normatif actuel : ***les indécelables effectifs***.

Qu'est-ce qu'un indécelable effectif ? C'est *quelque chose* qui s'effectue et s'accomplit au cours de la venue à la forme. Intuitivement, ce *quelque chose* est ce qui, des choses, est *oublié* lors de leur venue à la forme, et c'est donc aussi, par conséquent, ce qui rend *seulement possible* qu'une chose vienne à la forme. Dans un contexte normatif où les choses viennent naturellement à la forme, les indécelables effectifs ne peuvent avoir aucune existence, d'où la nécessité d'ouvrir un champ théorique [30f] pour les rendre *seulement concevables*.

II-3-3. Le dépassement du principe de contradiction

■ *Puisque le dépassement de l'hypothèse de transparence implique la mise en oeuvre de contradictions non formelles, nous proposons corrélativement une manière de dépasser le principe normatif de l'exclusion de toute contradiction.*

60 *Contradiction et dépassement*

Un agencement d'énoncés fondamentaux qui dénoue une question de fondements, avons-nous dit [36g], se voit globalement contraint d'assumer une contradiction. Un dépassement, compris comme une preuve rétroactive de fondement [36k], a donc pour effet d'avérer une structure contradictoire fondatrice. Mais, alors que les contradictions formelles, c'est-à-dire les contradictions au sens de la logique normative, provoquent l'écroulement catastrophique de la théorie qui les héberge :

---

coïncidence formelle [5c], lequel implique [implicitement] l'hypothèse qu'il ne saurait exister de traces indécelables dans les écritures (les *riens* du discret ne sont rien) ni de différences indécelables entre des lettres qui coïncident formellement. Cette hypothèse ne saurait être touchée par le souci d'une démonstration, car elle est requise pour l'applicabilité des protocoles auxquels il faudrait faire appel pour y parvenir. Reste la réfutation : un énoncé comme « il existe des traces indécelables » ne saurait avoir rang de théorème (au sens normatif habituel), parce qu'il récuserait l'applicabilité du critère de coïncidence formelle, lequel est requis pour les démonstrations [formelles], ce qui récuserait du même coup la « démonstration » du théorème en tant que démonstration fondée, et ce « théorème » ne serait pas un théorème. De sorte que même si la « démonstration » d'un tel « théorème » était concevable, cela ne signifierait toujours pas « il existe des traces indécelables », mais seulement « ce "théorème" n'est pas un théorème ».

60a INTERPRÉTATION. Le dépassement d'une théorie se comprend comme une manière de ***surmonter une structure contradictoire fondatrice***, sachant que les contradictions qu'elle comporte se sont trouvées soustraites depuis toujours à la juridiction des protocoles de démonstration ou de corroboration relatifs à l'acquis tangible de la théorie dépassée.

Avérer une structure contradictoire fondatrice a donc toujours, dans le cadre de nos thèses, une sorte de *parfum catastrophique*, puisque l'« instant » [58c] où une telle contradiction est avérée est aussi celui où la théorie devient caduque par l'effet du dépassement. Mais cette catastrophe est *relative*, et non pas *irrémédiable*, dès lors que l'acquis tangible antérieurement produit peut être récupéré dans la théorie dépassante. D'un point de vue méthodologique [43c], cette structure contradictoire fondatrice est à comprendre comme une singularité liée à l'arrêt de la régression sans fin dûe à la question de fondement que cette structure dénoue [36f]. Le dépassement, qui commence par reconstituer cette régression sans fin, se voit à son tour obligé de l'arrêter, mais « un peu plus loin » [37e], pour que la théorie dépassante soit à son tour fondée :

60b *THÉOREME. Au cours d'un dépassement, la structure contradictoire fondatrice de la théorie dépassée est avérée et surmontée grâce à l'appui d'une autre structure contradictoire, qui est fondatrice pour la théorie dépassante.

Bref, la structure contradictoire et régressive des fondements se reproduit, en se déplaçant, au cours d'un dépassement. Partant, l'analyse contradictoire et régressive des fondements permet d'obtenir avec précision l'**équivalent théorique* d'une théorie « absolue » précédemment suggéré [34e] :

60c *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Dans le cadre de l'analyse contradictoire et régressive des fondements, nous posons l'**équivalence théorique* entre les ***fondements*** d'une théorie « absolue », et le ***dernier terme*** *de la régression* ***sans fin*** impliquée par la question de fondement que cette théorie dénoue « absolument ».

Les fondements d'une telle théorie satisfont à la structure générale [36g] en ce sens qu'ils assument une structure contradictoire, en l'occurrence celle impliquée par le concept de *dernier terme d'une régression sans fin*. Mais cette structure contradictoire, en tant qu'associée au *dernier terme* d'une régression *sans fin*, est ***insurmontable***, puisqu'il n'y a aucun terme après, de sorte que la théorie correspondante est *indépassable* :

60d *THÉOREME. Il y a **équivalence théorique* entre, d'une part, l'impossibilité de produire une théorie « absolue », et, d'autre part, la conjonction entre le caractère ***insurmontable*** de la structure contradictoire fondatrice d'une telle théorie, et le caractère ***indépassable*** de la théorie qui s'ensuit.

Nous recoupons nos propres thèses : seule une théorie « absolue » serait définitivement à l'abri de tout conflit de fondement et de tout dépassement [34j], mais les fondements d'une telle théorie sont *introuvables dans la forme*, car aucun énoncé ni aucune écriture ne saurait être, en tant que tel, le dernier terme d'une régression sans fin. Corrélativement, les fondements d'une *théorie fondée*, c'est-à-dire non « absolue », se trouvent « quelque part » dans la régression sans fin de la question de fondement qu'ils dénouent. Ils sont *un* arrêt possible de cette régression, mais cet arrêt peut être repris et déplacé, grâce à un dépassement, par exemple.

61 *Le réexamen du principe de contradiction*

Nous sommes en train de nous acheminer vers le dépassement du principe de l'exclusion de *toute* contradiction. L'idée consiste à articuler les *régressions sans fin* comme structure ou comme trame sous-jacente, les *dépassements* comme procédé de développement des régressions, et les *contradictions* comme singularités liées à l'arrêt de ces développements. Préciser cette articulation, c'est préciser la méthode d'analyse par les régressions sans fin dont nous avons précédemment [43] esquissé le principe :

61a REPERE. Dans le cadre normatif actuel, les trois composantes cruciales de la ***méthode d'analyse par les régressions sans fin*** se trouvent : rejetées *a priori* (les régressions sans fin), prises dans un blocage théorique (les dépassements), ou exclues par principe (les contradictions).

Tout se tient, de nouveau, et le dépassement de la normativité scientifique actuelle dépend d'une manière de surmonter simultanément ces trois difficultés, lesquelles sont, chacune pour leur part, prises dans l'aire de ce que cette normativité a cru devoir rejeter *pour cause de fondement* [37b] : les régressions sans fin sont rejetées dans le même temps que sont rejetés officiellement les *raisonnements sans fin, alors que, par exemple, l'effectivité formelle et le principe de causalité impliquent la mise en oeuvre de tels *raisonnements ; l'étude théorique des dépassements est rejetée dans le même temps que cette normativité exclut la question de ses propres fondements ; et, enfin, les contradictions liées à l'arrêt des régressions sans fin sont exclues par l'effet du principe de l'exclusion de *toute* contradiction.

Jusqu'à présent, nous avons amorcé intuitivement le dépassement du principe de l'exclusion de *toute* contradiction en proposant [40c] de distinguer les *contradictions formelles*, c'est-à-dire les contradictions au sens de la logique normative actuelle, et les *contradictions non formelles*, qui présentent le caractère de l'effectivité [42], et qui n'adviennent pas à la forme (au sens normatif actuel), parce qu'effectuées au cours du chemin qui y mène. Certes, nous convenons volontiers qu'une telle distinction est encore bien obscure, mais il faut d'abord retenir l'idée qu'elle s'inscrit déjà dans la perspective d'un dépassement de la logique normative : pour que l'acquis tangible produit par une telle logique soit récupérable, il est nécessaire que ces contradictions non formelles, qu'il ne faut pas exclure par principe, se soient trouvées soustraites *depuis toujours* à la juridiction des protocoles formels de démonstration et de corroboration fondés sur le principe de l'exclusion de *toute* contradiction [41c]. Ce que nous venons de préciser [60] quant à la corrélation entre les contradictions fondatrices et les dépassements nous met sur la voie :

61b INTERPRÉTATION. Contrairement à ce que laisse entendre le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction, le couperet ne passe pas entre l'absence et la présence de contradictions au sein d'une théorie, mais entre les contradictions qui sont surmontables et celles qui ne le sont pas.

Dans le cadre d'une méthode d'analyse des fondements par les régressions sans fin, cette interprétation fonctionne comme suit : si une théorie parvient à se fonder, elle n'est pas « absolue » [34b], et elle dénoue une question de fondement régressive en assumant une contradiction [36g] qui est surmontable par le fait même que la régression est arrêtée [36f] ; si une théorie « tente l'absolu », ou bien elle ne parvient pas à s'accrocher « quelque part », et elle s'anéantit en tombant dans l'abîme régressif de la question de ses propres fondements ; ou bien elle « atteint » le dernier terme du développement régressif de la question de ses propres fondements, et elle se « fonde » sur une contradiction insurmontable. Puisque nous excluons, par *hypothèse [34b], la possibilité de théories « absolument fondées », donc indépassables, le couperet [61b] est maintenant correctement ajusté, et le dépassement du principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction s'énonce :

61c *PRINCIPE DE CONTRADICTION. Doivent être exclues par principe *toutes* les contradictions insurmontables.

En excluant par principe *toutes* les contradictions insurmontables, nous ne manquons pas de laisser la porte ouverte à l'éventualité que notre *principe de contradiction reproduise une « erreur » analogue à celle qui nous a permis de dépasser le principe normatif actuellement en vigueur. Ce *principe doit être accompagné d'un second *principe qui donne sens au clivage entre les contradictions surmontables et celles qui ne le sont pas. Puisque [60c] nous avons associé les contradictions insurmontables aux contradictions qui sont théoriquement *équivalentes au dernier terme d'une régression sans fin, il vient :

61d *PRINCIPE DE DÉMONSTRATION. Reconstituer une régression sans fin, pour saisir théoriquement *quelque chose* en l'identifiant à la singularité déterminée par un arrêt de cette régression, constitue une ****démonstration*** que ce *quelque chose* a la structure d'une ****contradiction surmontable***.

Autrement dit, la méthode d'analyse par les régressions sans fin précédemment esquissée [43] constitue le *principe général du protocole normatif de *démonstration associé au *principe de contradiction. Dans ces conditions :

61e *COROLLAIRE. Le ***dépassement*** d'une théorie implique une *démonstration, c'est-à-dire une instance particulière du *principe de démonstration.

Le dépassement d'une théorie implique en effet que soit reconstituée une régression sans fin, et que la structure contradictoire des fondements de la théorie dépassée soit associée à un arrêt de cette régression. Ce qui recoupe les *théorèmes [36i] relatif à l'*équivalence théorique entre fondements et limites, et [36k] relatif aux dépassements compris comme des preuves rétroactives de fondement. Toutefois, un dépassement est *plus* qu'une *démonstration, non seulement parce que la contradiction est surmontée (grâce à la structure contradictoire associée aux fondements de la théorie dépassante), mais aussi parce qu'il y a réinterprétation. Le gage de légitimité d'une théorie se présente bien, comme nous le disions [36h], sous les traits d'une contradiction ; nous pouvons maintenant préciser : *sous les traits d'une contradiction surmontable*. Il s'ensuit :

61f *PRINCIPE DE CALAGE. Dans le cadre du *principe de contradiction, une *__*logique*__* est un ***montage théorique*** dans lequel, d'une part, les ***contradictions insurmontables*** sont calées sur le ***« savoir absolu »***, et dans lequel, d'autre part, puisque, par *hypothèse, aucune théorie ne peut être « absolue », le fait d'avérer une telle contradiction au sein d'une théorie est calé sur l'***irrecevabilité*** des énoncés produits par une telle théorie.

Ainsi l'horreur suprême de la logique n'est-elle que l'assujettissement à l'interdit d'un « savoir absolu ». Le *principe [61f] ne détermine pas *une* *logique unique, mais plutôt une sorte d'*invariant*, ou de *principe de conservation*, pouvant donner lieu à une multiplicité d'instanciations, c'est-à-dire à une multiplicité de *logiques.

62 *Un malentendu fondamental*

Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, le rejet [hâtif] [37b] [43d] de *toute* contradiction induit une mésinterprétation des contradictions et des régressions sans fin qui régit un blocage théorique aussi étendu que cette normativité elle-même. En effet, alors que toutes les disciplines cherchent à éviter coûte que coûte *toute* contradiction pour sauver leur recevabilité au regard de cette normativité, il s'avère que les preuves rétroactives de fondement et les dépassements, qui régissent les progrès fondamentaux, passent par une contradiction avérée et surmontée, dans le même temps que cette normativité, en se présentant [implicitement] comme non dépassable, introduit au coeur de l'édifice normatif l'éventualité de son caractère « absolu » [32f] :

62a *THÉOREME. Dans le cadre du *principe de contradiction, s'il devait s'avérer que la normativité scientifique actuelle n'était pas dépassable, alors elle devrait être récusée, ainsi que tout l'acquis tangible qu'elle légitime, comme non fondés.

Parmi les raisons qui contribueraient à rendre la normativité scientifique actuelle non dépassable figurerait l'éventualité que le principe de l'exclusion de *toute* contradiction s'avère, lui-même, non dépassable :

62b *COROLLAIRE. Dans le cadre du *principe de contradiction, s'il devait s'avérer que le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction n'était pas dépassable, alors ce principe serait « fondé » sur une contradiction insurmontable, et devrait être récusé, ainsi que tout l'acquis tangible qu'il légitime, comme non fondés.

Il y a donc, selon nous, un malentendu fondamental concernant l'annexion supposée, depuis la seconde moitié du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, de « la » logique comme discipline scientifique. Le *raisonnement est le suivant : dès lors que « la » logique devient une discipline scientifique produisant autant de théories que d'instanciations distinctes de « la » logique, en tant que logiques formalisées, par exemple, aucune de ces théories ne peut se soustraire à l'interdit d'un « savoir absolu » [34b] et, par conséquent [36j], à l'exigence d'être fondée. Le point délicat du *raisonnement est maintenant atteint :

62c *THÉOREME. Si une logique, quelle qu'elle soit, formalisée ou non, est comprise comme une théorie [scientifique], alors : ou bien cette logique *se* présente comme ***indépassable***, auquel cas elle héberge (ou se

« fonde » sur) une ***contradiction insurmontable*** ; ou bien cette logique est ***fondée***, auquel cas elle est ***dépassable***, et elle se fonde sur une ****contradiction surmontable***.

Nous avions déjà attiré l'attention [47] sur le fait que la mise en oeuvre de contradictions et de régressions sans fin était ce qu'il y avait de plus commun dans le cadre normatif actuel [47a], et que cette mise en oeuvre concernait également les logiques formelles [47d]. Le *théorème [62c] permet de retrouver ce dernier résultat par une autre voie, tout en le généralisant. Bref, dès lors que « la » logique est devenue une discipline scientifique, il devient corrélativement exclu que « la » logique, en tant que théorie scientifique, soit « absolue ».

62d Sans doute, le *théorème [62c] est-il inattendu quand on s'en tient aux évidences normatives actuelles. Mais on voudra prendre acte, souhaitons-nous, de la contribution potentielle de ce *théorème au remembrement d'une cohérence théorique quelque peu oblitérée par la gêne inévitable qui s'installe quand il faut expliquer, par exemple, que le principe régressif et contradictoire de la causalité [39c] coexiste depuis plus de trois siècles [1], de la manière la plus officielle qui soit, avec l'exclusion par principe de *toute* contradiction et avec le rejet *a priori* de *toute* régression sans fin.

62e A tenter de sauver les évidences normatives en vigueur, on pourrait encore argumenter en invoquant, par exemple, que le principe de causalité procède d'un *je-ne-sais-quoi* qui le relie à l'expérience et à la contingence, ce qui, de toute évidence (dans le cadre normatif actuel), le rend certainement quelque peu étranger à la nécessité qui régit la conjonction entre l'immuable, l'inétendu et l'intemporel. Cet argument n'est convainquant qu'à une seule condition : celle d'*oublier* que le savoir concernant la conjonction entre l'immuable, l'inétendu et l'intemporel implique préalablement que les choses assujetties à cette conjonction adviennent à la forme, comme [rapports entre] écritures, par exemple. C'est sans doute à cet oubli que tient, pour une large part, l'appellation *sciences exactes* relative aux disciplines concernées par de telles choses. Et c'est aussi cet oubli qui se manifeste par le fait que les *méta-théories* (mathématiques ou logiques) et les *interprétations des théories formalisées* se voient contraintes de raisonner sur les [rapports entre] écritures résultant d'une formalisation initiale, c'est-à-dire d'une première venue de ces choses à la forme. On prendra donc également acte, souhaitons-nous, de la contribution potentielle de notre *théorème [62c] au dénouement du blocage relatif à l'interprétation théorique de certains ***méta***-théorèmes obtenus à partir des années trente.

63 *Universalité et applicabilité du principe de contradiction*

Le *théorème [62c] nous conduit à souligner une nuance qui va dans le sens de notre propos, à savoir celle qui sépare l'*absolu* et l'*universel*. Du principe de l'exclusion de toute contradiction, on ne dit pas qu'il est absolu, mais qu'il est universel. Nous avons déjà effleuré cette question de l'universalité, lorsque nous avons remarqué [57e] qu'un débat *direct* pour déterminer si un principe s'applique à « tout » se heurte à la caractérisation d'un tel « tout ». S'engager sur une telle voie a toutes chances de mener à une impasse (la caractérisation du « tout » fait défaut) ou à un raisonnement vicieux (le « tout » est déjà donné dans les hypothèses à partir desquelles on se propose de le caractériser). Puisque la venue des choses à la forme est préalable à toute théorie concernant ces choses, nous déplaçons la difficulté théorique sur l'étude des *conditions de possibilité et d'applicabilité*. D'où, dans le cadre de nos thèses, l'interprétation du *théorème [62c] :

63a INTERPRÉTATION. L'universalité du principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction ne peut être ***appliquée*** qu'à la condition d'assumer la contradiction qui résulte de l'impossibilité, pour une théorie fondée, d'exclure *toute* contradiction.

63b En clair : c'est le *fait* d'affirmer et d'appliquer le principe de l'exclusion de *toute* contradiction, en tant que principe universel, qui implique une contradiction. Le *raisonnement appliqué au principe de causalité [39e] peut être repris ici : ou bien le principe de causalité est universel, *mais il est inapplicable*, ou bien le principe de causalité est applicable, mais il implique un *quelque chose* qui est soustrait à la juridiction de cette instance

1. Trois siècles, quand on se limite à la période récente des sciences modernes. Mais, quand on remonte la tradition occidentale en direction de l'Antiquité grecque, force est d'apercevoir que l'articulation entre les régressions sans fin et les contradictions est, du moins chez ARISTOTE, indissociable de l'affirmation du *principe de contradiction* [361b].

particulière du principe de causalité, et, en tant qu'applicable, il n'est pas universel. C'est la même structure qui est en oeuvre dans le cas du principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction :

63c *THÉOREME. Ou bien le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction est universel, ***mais il n'est pas applicable***, ou bien il est applicable, mais il s'instancie à chaque fois de manière particulière, et il y a des *quelque chose* (des contradictions surmontables) qui sont soustraits à la juridiction de chaque instance particulière du principe, de sorte que, en tant qu'il est appliqué, ***le principe n'est pas universel***.

Pourquoi, en tant qu'universel, ce principe ne serait-il pas applicable ? Pour la raison que nul n'a jamais « vu » une contradiction *en tant que telle*, ni ne sait ce que c'est. La première partie du *principe [61f] qui stipule le calage entre « savoir absolu » et contradiction insurmontable, permet de comprendre cela très bien : nul n'a jamais eu accès à un « savoir absolu », car c'est un horizon régressif et inaccessible qui se dérobe dès qu'on l'approche. Par conséquent, « dans l'absolu », on ne sait même pas à quoi peut bien ressembler ce qu'il faut exclure, et, d'ailleurs, on ne le saura jamais. En revanche :

63d INTERPRÉTATION. La seconde partie du *principe [61f], qui stipule le calage entre les contradictions insurmontables et l'irrecevabilité des énoncés qui leur sont associés, ouvre la possibilité d'une multiplicité de montages théoriques qui reposent sur la corrélation entre une ***forme*** associée aux contradictions devant être exclues, et des ***règles opératoires*** permettant de déceler et d'éliminer ces formes.

Le principe universel inapplicable devient alors un principe applicable, mais il devient « localement universel », c'est-à-dire universel mais seulement *à l'intérieur de la juridiction de son applicabilité*. En clair, on provoque une venue à la forme simultanée et corrélative des contradictions *en soi* et du principe universel de l'exclusion de toute contradiction. Appliquons cette interprétation aux logiques normatives :

63e *THÉOREME. Aucune des logiques normatives actuelles, en tant qu'elles sont des ***logiques formelles*** ou des ***logiques formalisées***[1], n'est « la » logique ; aucune de ces logiques, en tant que théories fondées, n'est proprement universelle, et encore moins « absolue ».

Il y a donc une sorte de distance entre « la » logique universelle mais inapplicable [361b], et chaque manière d'instancier « la » logique pour donner lieu à *une* logique, non universelle mais applicable. Chacune « voit » les contradictions à sa façon, et leur *donne forme*, de manière qu'il soit possible de les exclure au sein d'un montage théorique effectif conçu à cet effet. Cette distance, nous la connaissons déjà :

63g INTERPRÉTATION. Entre « la » logique et les logiques s'interpose la ***question de la venue à la forme*** [des contradictions].

Ce qui signifie, en clair : les contradictions formelles telles que présentées par les logiques formelles et les logiques formalisées ne sont qu'une manière particulière d'instancier les contradictions *en soi* visées par le principe universel et inapplicable de l'exclusion de *toute* contradiction. Il s'ensuit :

63h *COROLLAIRE. Dans le cadre normatif actuel, ou bien le principe de l'exclusion de *toute* contradiction est universel, mais il est inapplicable, et aucune logique ou théorie conforme aux critères normatifs actuels ne

---

63f 1. Nous recoupons la note [56g] concernant la problématique de la *forme*, car ces deux expressions ne sont vraisemblablement pas synonymes : les *logiques formelles* sont des logiques *de la forme des énoncés de discours*, et présupposent nécessairement qu'un sujet assume ces énoncés et le sens qu'il leur attribue ; en ce sens, ces logiques proviennent du montage théorique lié au *logos* de l'Antiquité grecque. En revanche, les *logiques formalisées*, qui ne se sont vraiment développées que depuis la seconde moitié du XIX[ème] siècle, quoique déjà évoquées au XVII[ème] siècle grâce, en particulier, à la Caractéristique leibnizienne, sont, du moins certaines, des *logiques de l'écriture*, comme en témoigne, si besoin était, l'usage du mot *logique* en informatique. Bien entendu, en l'absence d'une *théorie de l'écriture*, tout se mélange, puisque les *formes d'énoncés* (en provenance des logiques de la forme des énoncés de discours) se trouvent inscrites grâces à des écritures, lesquelles sont formellement indiscernables des écritures qui sont en jeu dans les logiques formalisées. De sorte que l'élimination des glissements de sens visée par l'entreprise de la formalisation de la logique (et, plus généralement, des mathématiques) aboutit... à la mise en oeuvre opératoire et systématique de glissements d'écritures. Cette problématique de la forme, que nous ne pouvons pas développer dans l'immédiat, est située, d'un point de vue théorique, grâce au *corollaire [64e].

peut s'en réclamer ; ou bien ce principe n'est pas universel mais il est applicable, et il ne concerne que les contradictions déjà advenues à la forme.

Nous recoupons ainsi nos propres thèses, puisque nous retrouvons, par cette voie, la nécessité d'articuler la question des conditions de possibilité et d'applicabilité des agencements fondamentaux, la question de la venue à la forme, la question du lien, la question des fondements, l'équivalence théorique entre fondement et limite, la question de la transparence des écritures, etc. Bref, il s'agit toujours d'une même problématique fondamentale abordée sous différents aspects.

64 *Le dépassement du principe de contradiction*

64a On s'est un peu trop hâté, selon nous, d'identifier la logique formelle à « la » logique. Cette hâte, qui est à entendre comme une reconstitution théorique fictive et hypothétique, est peut-être aussi la condition de l'invention simultanée de « la » logique et d'*une* logique particulière [361b]. Tenons-nous en pour simplifier [63f], dans l'immédiat, au collectif désigné par l'expression *la logique normative*. En excluant *toute* contradiction, la logique normative rejette « un peu trop » de contradictions, et c'est dans ce trop rejeté [37b] que gît à la fois le gage de sa légitimité, mais aussi le ressort de son propre dépassement [58d] par le biais d'un réexamen de l'exclusion de *toute* contradiction. Nous avons énoncé [61c] le *principe grâce auquel nous souhaitons dépasser le principe normatif actuel ; il reste à préciser les modalités techniques de la récupération de tout l'acquis tangible produit dans la juridiction du principe normatif actuel, acquis dont nous n'avons, pour notre part, aucune raison de récuser l'opérativité.

Procédons selon un *raisonnement analogue à celui que nous avons suivi pour dépasser l'hypothèse de transparence [53-59]. Puisque nous visons une récupération de *tout* l'acquis qui a été produit dans le cadre de cette normativité, ou dont elle a déjà, elle-même, hérité, nous recherchons un calage entre notre *principe de contradiction [61c] et le principe normatif actuellement en vigueur, de telle manière que ces deux principes soient *indiscernables* à l'intérieur de la juridiction du principe normatif [55b], et qu'il soit impossible de rapporter une preuve ou une réfutation de l'un ou l'autre des deux principes à l'intérieur de cette même juridiction [56a]. Commençons par l'indiscernabilité :

64b *THÉOREME DE CALAGE. Pour que notre *principe de contradiction [61c] dépasse le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction, il faut, d'une part, que les contradictions insurmontables, si elles adviennent à la forme, y adviennent en tant que *contradictions formelles* (au sens normatif actuel), et, d'autre part, que les contradictions surmontables, si elles adviennent à la forme (au sens normatif actuel), y adviennent en tant que *traces indécelables*.

Si ces conditions nécessaires sont réunies simultanément, on constate que, dans la juridiction de tout ce qui est déjà advenu à la forme (au sens normatif) — *et seulement dans cette juridiction* —, le principe normatif de l'exclusion de *toute contradiction formelle* (noter la restriction) a le même *effet apparent* que le *principe de l'exclusion de *toute contradiction insurmontable*, dans le même temps que ce principe normatif laisse passer et tolère, comme il l'a *toujours fait*, dans *tous* les édifices qui se réclament de sa légitimité, à commencer par *toutes* les logiques normatives, les contradictions surmontables qu'il ne saurait en aucun cas exclure ou déceler, puisque figurant en tant que traces indécelables dans sa juridiction [41c] [47a].

L'appellation intuitive provisoire *contradictions non formelles* concernant les contradictions surmontables n'était donc qu'une anticipation du dépassement. On notera d'ailleurs que cette condition nécéssaire d'indiscernabilité [64b] n'est pas dissociable de l'*hypothèse des indécelables [54d] et du dépassement de la conception normative actuelle de l'écriture. Corrélativement, la cohérence de notre propre exposé s'en trouve confortée, puisque nous avons souligné précédemment [25e] que les contradictions impliquées par l'effectivité formelles se comprenaient comme la différence entre des *riens* tenus pour rien (les intervalles du discret finitiste) et des *riens* qui ne sont pas rien (le rapport effectif entre deux écritures). On peut également souligner que, dans le cadre de nos thèses, les contradictions surmontables ne sont accessibles que grâce aux développements régressifs, de sorte que nous interpéterons le *théorème de calage [64b] dans l'univers des régressions sans fin :

64c INTERPRÉTATION. Si on pose l'*équivalence théorique [43c] entre une contradiction surmontable et la singularité déterminée par l'arrêt d'une régression sans fin, le rejet *a priori* de *toute* régression sans fin exclut corrélativement l'accès théorique aux contradictions surmontables.

Cette équivalence théorique est au coeur de la méthode d'analyse par les régressions sans fin [43] et du *principe de démonstration [61d] associé à notre *principe de contradiction [61c]. Réciproquement, dans le cadre normatif actuel, l'exclusion de *toute* contradiction s'avère indissociable du rejet de *toute* régression sans fin.

64d Cependant, il convient d'apporter le plus grand soin à bien articuler ce que nous nommons *la question de la venue à la forme*, et les évidences plus ou moins obscures qui régissent, dans le cadre normatif actuel, le concept de *forme* [56g] [63e] [63f] [63g] [64a]. Bornons-nous, dans l'immédiat, à situer cette problématique par rapport au *théorème de calage [64b] :

64e *THÉOREME DE CALAGE. Pour que notre *principe de contradiction [61c] dépasse le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction, il faudra s'assurer que l'approche théorique rigoureuse du concept de *forme* (au sens normatif actuel) implique bien que la venue à la forme (au sens du présent exposé) des contradictions surmontables donne lieu à des *traces indécelables en tant que formes* (au sens normatif actuel).

64f Autrement dit, il se peut que la venue à la forme (au sens du présent exposé) de ces contradictions surmontables donnent lieu à des traces décelables qui, n'ayant pas le statut d'une *forme* (au sens normatif), seraient, en tant que formes au sens normatif, indécelables. Il est d'ailleurs évident que cette possibilité est actualisée, faute de quoi il nous serait bien difficile de parler de ces contradictions et de ces traces ; en ce sens, l'expression *trace indécelable* elle-même, en tant qu'expression énoncée, constitue indiscutablement une trace décelable, quoique son « contenu » (ou son « référent » ?) soit, précisément, une trace indécelable. Il s'ensuit que nos thèses impliquent à terme un dépassement du concept de *forme* au sens normatif actuel.

65 *La réinterprétation*

Procédons maintenant au calage relatif à l'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux points de vue. Le *raisonnement est analogue à celui que nous avons mené pour le dépassement de l'hypothèse de transparence [59]. Commençons par la réinterprétation triviale :

65a RÉINTERPRÉTATION TRIVIALE. La réinterprétation triviale du principe normatif de contradiction dans le cadre de notre *principe de contradiction consiste à poser l'hypothèse que les contradictions surmontables n'existent pas.

Dans ce cas, le principe normatif de contradiction est un cas dégénéré de notre *principe, lequel ouvre une sorte de possibilité non actualisée.

Cette réinterprétation n'est guère intéressante pour le présent exposé, aussi proposons-nous de procéder à une réinterprétation reposant sur une *singularité* des protocoles de démonstration ou de corroboration :

65b RÉINTERPRÉTATION. La possibilité de tenir pour universel le principe normatif de l'exclusion de *toute* contradiction est liée à une ***corrélation forte*** qui relie ce principe aux protocoles normatifs de démonstration (et de corroboration) qu'il légitime : l'application effective de ces protocoles a pour effet de rendre formellement indécelable (au sens du mot *forme* impliqué par ces protocoles) toute trace de ce qui, de quelque manière que ce soit, porterait témoignage de la présence ou de la mise en oeuvre de contradictions non formelles.

Cette réinterprétation recoupe notre *théorème de calage [64e] concernant le concept normatif de *forme*, et se trouve directement liée à l'évidence normative selon laquelle les choses viennent naturellement à la forme. En effet :

65c REMARQUE. Dès lors que l'évidence normative selon laquelle les choses viennent naturellement à la forme n'est pas admise, il est difficile, sans se contredire, de soutenir simultanément que *toute* contradiction est *nécessairement* formelle.

D'où la réinterprétation [65b] que nous proposons pour qu'il soit seulement possible de dépasser le principe normatif de contradiction, et, par suite, de récupérer tout l'acquis tangible qui lui est lié. Ce que nous pouvons redire autrement :

65d RÉINTERPRÉTATION (2ÈME FORME). Le glissement du principe universel et inapplicable de l'exclusion de toute contradiction vers le principe « localement universel » et applicable de l'exclusion de toute contradiction *formelle*, est corrélatif au glissement de l'idée universelle et inapplicable de ***preuve*** vers des protocoles de démonstration et de corroboration « localement universels » et applicables, dont la possibilité et l'applicabilité reposent sur des ***preuves qui font défaut***, lesquelles sont liées à la mise en oeuvre effective de contradictions dont il est impossible de démontrer ou de corroborer, au sens de ces protocoles, l'existence.

Nous connaissons déjà [47a] [47d] [59e] l'une des raisons majeures qui nous conduisent à cette interprétation : les règles opératoires que les *logiques formelles* et les *logiques formalisées* utilisent (règles de substitution, règle de coupure, par exemple), sont *effectives* au sens le plus direct du mot, et impliquent, à ce titre, des structures contradictoires régressives qui, en tant que liées à l'effectivité de rapports ***entre*** écritures, se présentent comme des intervalles tenus pour rien dans le cadre de la conception normative actuelle de l'écriture.

65e Synthétiquement, les *théorèmes de calage [64b] [64e] et l'interprétation [65b] constituent les ancrages essentiels qui rendent possible un dépassement du principe normatif de contradiction. Nous avons ainsi dégagé des *conditions de possibilité*, étant entendu qu'il ne saurait être question, en la matière, de démonstration ou de corroboration *relativement au cadre normatif actuel*, et que ces conditions sont à préciser et à développer *pour autant qu'on adopte nos thèses*, ne serait-ce qu'à titre d'*hypothèse de travail. Comme nous l'avons signalé, un tel dépassement, qui a la valeur d'une *preuve rétroactive de fondement [36k] [61e], ne peut être mené et légitimé que depuis une élaboration théorique dont on escompte qu'elle est fondée, mais dont la preuve rétroactive de fondement, si tel devait être le cas, ne sera obtenue qu'à l'issue de son dépassement [36l]. Dans la perspective du présent exposé, le principe normatif de contradiction, autant que celui que nous avançons, ne sauraient être tenus pour « absolus », et constituent seulement des *conjectures* [27], certes particulièrement fondamentales, mais néanmoins sujettes à réexamen [1].

1. Concernant le caractère conjectural du principe de contradiction, cf. [361b].

CHAPITRE II-4

Un premier palier de synthèse

•

■ *L'approche de la question des fondements de l'informatique par l'intermédiaire d'une théorie de fondement est une reconstitution après-coup. Nous reparcourons quelques fragments de notre itinéraire de recherche pour montrer quelques ramifications relatives au rôle de l'écriture dans l'articulation entre l'informatique et les mathématiques. L'informatique se présente comme une singularité, puisque le conflit de fondement qui l'oppose à la normativité scientifique actuelle, et qui bloque l'élaboration théorique de ses concepts cruciaux, est couvert par des évidences insoupçonnables [66-70]. Nous attirons l'attention sur le rôle des évidences normatives et leur incidence dans les crises de fondements [71-73].*

II-4-1. Pour surmonter le blocage théorique

■ *Nous montrons de manière synthétique que toutes les questions qui viennent d'être abordées sont directement impliquées par la tentative de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique.*

66 *Un premier palier de synthèse*

Ce que nous venons de présenter n'est encore qu'une ébauche intuitive et approximative. Il ne s'agit pas de l'exposé définitif du dépassement de la normativité scientifique actuelle, mais seulement d'un premier palier de synthèse partielle visant à établir la *plausibilité* d'un tel dépassement. Nous avons abordé deux facettes principales de cette plausibilité : d'une part, la *possibilité théorique*, grâce à la première esquisse d'un *discours des fondements* et d'une *théorie des dépassements*, et, d'autre part, les *implications* et la *cohérence* d'un tel dépassement, grâce à l'esquisse d'un réexamen de la conception normative de l'écriture, de l'exclusion par principe de *toute* contradiction et du rejet *a priori* de *toute* régression sans fin. Au passage, nous avons pu constater la présence de nouvelles difficultés, la problématique de la forme dans le cadre normatif actuel, par exemple [1], ce qui rend difficile l'approche théorique des dépassements, lesquels reposent sur la dissociation entre l'acquis tangible (dans le rôle d'une forme) et l'interprétation de cet acquis.

Gardons à l'esprit [26c] [30c] que ce détour par le dépassement de la normativité scientifique actuelle n'est qu'une visée secondaire et un passage intermédiaire, au regard de l'objectif premier du présent exposé, qui est de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique. Il s'ensuit que la *plausibilité* d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle contribue seulement à établir qu'il est *plausible* de surmonter ce blocage théorique. Si nous revenons à l'un des blocages théoriques initialement posés, à savoir le raccordement entre les opérations « irréductibles » du discret finitiste et les structures contradictoires régressives de l'effectivité formelle [13c] [46b], nous pouvons résumer synthétiquement une première cascade de problématiques parmi celles que nous venons d'aborder :

66a PREMIERE CONCLUSION. Ne serait-ce que pour aborder de manière théorique l'étude du rapport entre deux écritures grâce au concept d'effectivité formelle, il faut *au minimum* proposer préalablement un réexamen de la conception normative de l'écriture, de l'exclusion par principe de *toute* contradiction et du rejet *a priori* de *toute* régression sans fin ; et c'est déjà proposer un dépassement de la normativité scientifique actuelle.

---

1. Cf. [56g] [63f] [63g] [64a] [64d].

C'est ce que signifie le critère d'applicabilité [33i] que nous avons reconstitué, selon lequel il est interdit, dans le cadre la conception normative actuelle, de placer les écritures en position d'objet, et donc de produire un savoir sur l'écriture, sauf à avérer immédiatement la présence de contradictions non formelles et de régressions sans fin. Aussi, dans ce qui précède, loin d'avoir exagéré les problématiques liées à l'objectif premier du présent exposé, nous en sommes-nous tenu au *strict minimum* pour que le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique puisse être, éventuellement, surmonté. Cependant, les repères qui viennent d'être présentés ne sont pas encore suffisants, et nous n'avons pas encore dégagé toutes les pièces du puzzle apportant une réponse théorique rigoureuse et satisfaisante au problème que nous cherchons à résoudre.

67 *Fragments d'un itinéraire de recherche*

Nous avons souligné [26] que le présent exposé reflétait moins la chronologie de notre recherche, que les possibilités de synthèse apportées par ses résultats les plus récents. Et, en fait, les premiers points d'appui que nous avons très tôt dégagés sont aussi les plus difficiles à aborder théoriquement. Nous avons cité, en particulier, les opérations de *découpage* et de *collage* concernant les lettres elles-mêmes et les intervalles [7] [8]. Au regard de la conception normative purement instrumentale de l'écriture [5], l'idée que le découpage des lettres, et pire encore, des intervalles, doive être compris, d'un point de vue théorique, comme une opération fondamentale sur les écritures, est non seulement énigmatique (quel sens lui accorder ?) mais aussi très délicate à exposer. L'une des raisons majeure de cette difficulté concerne le fait que, dans toute l'étendue de la formalisation mathématique, l'unité de la lettre est une sorte de modèle évident de l'unité et de l'identité d'un objet abstrait. Corrélativement, récuser l'insécabilité des lettres et admettre les glissements d'écritures, c'est aussi porter indirectement atteinte à cette évidence.

Par le biais de l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes [6e], l'informatique se trouve dans une situation singulière, puisque son articulation avec les mathématiques n'est concevable qu'à la condition de récuser l'insécabilité des lettres et des intervalles qui composent les écritures formelles intervenant en mathématiques. Cela se montre aisément, en reprenant le raisonnement relatif à l'effectivité formelle [12-14] :

67a
```
formel mathématique |       informatique
                    |
     /   \     |    |
    /     \    ↓    |
 – –/– – – –\– – – ◄|► – – – – – – – – – – – discret irréductible
                    |  |    /       \
     rien           |  |   /         \
                    |  ↓  /           \
                    | régressions sans fin
```

Lorsqu'on considère l'effectivité formelle du point de vue de la formalisation mathématique, on finit toujours par aboutir (partie gauche du schéma [67a]) aux écritures discrètes irréductibles et aux opération elles-mêmes discrètes et irréductibles sur ces écritures :

67b RAPPEL. D'un point de vue mathématique, l'éventualité d'un « en-deçà » des écritures et des opérations discrètes irréductibles est dénuée de sens : *en deçà, il n'y a rien*.

Or, ce sont très précisément ces écritures et ces opérations qui sont en jeu dans l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes. Ce sont bien *ces* écritures et *ces* opérations irréductibles qui sont identifiables (partie droite du schéma [67a]) à des états et à des transitions d'états de machines informatiques. Mais :

67c CONSTAT. Dès qu'on « sort » du formel mathématique et qu'on « entre » dans le domaine informatique, *ces* écritures discrètes et *ces* opérations discrètes ne sont nullement irréductibles, et peuvent être *découpées sans fin*.

C'est donc cette identification évidente qui nous a guidé sur la voie d'un éventuel découpage (ou, à l'inverse d'un éventuel collage) des lettres et des intervalles. Notons préalablement :

67d REMARQUE. L'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes ne porte pas sur des abstractions discrètes et finitistes (des lettres et des mots abstraits, par exemple), mais bien sur les écritures et les opérations elles-mêmes.

De sorte que du côté du formel mathématique, il n'y a rien en-deçà du discret irréductible, alors que du côté informatique se trouve le *sans fin* des structures contradictoires régressives. D'où le dilemme :

67e DILEMME. Ou bien l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes doit être récusée, et on peut continuer d'admettre qu'il n'y a rien en-deçà du discret finitiste habituel ; ou bien, prenant acte de l'opérativité de cette identification, on se voit contraint de récuser l'affirmation selon laquelle il n'y a rien en-deçà du discret finitiste habituel.

On peut essayer de tordre le problème dans tous les sens, rien n'y fait : si on admet que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est opératoire, on admet du même coup qu'il est opératoire d'identifier le *rien*, figurant en-deçà du discret finitiste, à des structures contradictoires régressives.

68 *L'amorce d'une recherche de fondement*

Or, ces structures contradictoires régressives s'obtiennent, comme nous l'avons montré [8], en *découpant* les lettres ***et*** les intervalles qui composent les écritures du discret irréductible habituel. Par conséquent :

68a SECONDE CONCLUSION. Si on admet que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est opératoire, on admet du même coup qu'il est à la fois concevable et opératoire de découper *sans fin* les lettres et les intervalles qui composent les écritures du discret irréductible habituel.

Aussi longtemps que cette éventualité est confinée à l'informatique, on pourrait envisager d'admettre que cette singularité est seulement une propriété locale des écritures liées à l'informatique [14a]. Mais, quand on articule l'informatique et les mathématiques, il faut cependant que les écritures soient les écritures formelles habituelles, discrètes et irréductibles, pour les référer aux abstractions utilisées (fonctions, ensembles, etc.). Il est alors bien difficile d'introduire une *différence inévitablement indécelable* entre des écritures qui *coïncident formellement*, tout en continuant d'affirmer que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est *évidente*. Il s'ensuit :

68b TROISIEME CONCLUSION. Si on admet qu'il est à la fois concevable et opératoire de découper *sans fin* les lettres et les intervalles qui composent les écritures du discret irréductible habituel, on admet du même coup qu'il est à la fois concevable et opératoire de découper *sans fin* les lettres et les intervalles qui composent *toute* écriture au sens de la conception normative purement instrumentale de l'écriture.

Or, par l'effet de l'omniprésence de l'écriture dans le discours scientifique actuel [6c], et des trois critères normatifs maximaux [4c] (de la représentation formelle effective, de l'axiomatisation formelle, et de la corroboration expérimentale), il s'ensuit :

68c QUATRIEME CONCLUSION. Si on admet qu'il est à la fois concevable et opératoire de découper *sans fin* les lettres et les intervalles qui composent *toute* écriture au sens de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, on admet du même coup que l'ensemble de l'édifice normatif actuel est construit sur des structures contradictoires régressives, c'est-à-dire sur une structure qui conjugue des contradictions non formelles et des régressions sans fin.

Nous retrouvons, par ce *raisonnement rapide qui se borne à *prendre acte* de l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes, les conclusions [46d] [47a] obtenues dans le cadre général de la normativité scientifique actuelle. Si, une fois parvenu à cette conclusion, on tente de revenir en arrière, tout en continuant d'admettre l'identification évidente, il vient :

68d CINQUIEME CONCLUSION. A supposer qu'on n'admette pas qu'il est à la fois concevable et opératoire de découper *sans fin* les lettres et les intervalles qui composent *toute* écriture au sens de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, et à supposer qu'on continue cependant d'admettre que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est opératoire, alors on admet qu'il est concevable et opératoire d'effectuer des *glissements d'écritures*, ce qui récuse du même coup l'applicabilité du critère de coïncidence formelle *dans la totalité de l'édifice normatif actuel*.

D'où la seconde cascade de problématiques, relative au dépassement de la normativité scientifique actuelle. Certes, il reste l'éventualité de récuser l'opérativité de l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes, mais il s'agit d'une position qui paraît bien difficile à soutenir, et qui, au demeurant, n'évite pas le conflit de fondements, puisque cette opérativité est unanimement reconnue dans le cadre de la normativité scientifique actuelle.

Et pourtant, le dilemme [67e] trouve une « issue » ***dans*** le cadre normatif actuel, puisque, d'une part, l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes n'est pas récusée, dans la mesure où elle est au contraire le passage obligé pour que des approches théoriques partielles de l'informatique, en particulier mathématiques, soient *seulement possibles* en l'état actuel des critères normatifs, et puisque, d'autre part, ces *mêmes* approches théoriques partielles reposent sur la conception normative du discret, à la fois finitiste et irréductible, appliquée aux [rapports entre] écritures :

68e SIXIEME CONCLUSION. L'issue du dilemme [67e] ***dans*** le cadre normatif actuel consiste à mobiliser l'***évidence*** pour couvrir la mise en oeuvre effective de la contradiction qui permet de faire coexister les deux éventualités exclusives du dilemme [67e], au prix, il est vrai, d'un blocage théorique particulièrement étendu.

D'où la troisième cascade de problématiques, qui permet d'accéder à l'approche théorique de la conjonction entre une opérativité reconnue et la mise en oeuvre effective de contradictions, sous le couvert éventuel d'évidences figurant parmi celles qui sont unanimement admises. Dire que l'évidence est le terrain privilégié des recherches de fondement [30h], et que les évidences sont des singularités particulièrement riches qui recueillent un savoir condensé sur les ressorts voilés des théories [30i], n'est pas excessif.

69 *L'enjeu du dénouement : la relativisation de la normativité scientifique actuelle*

Dans les conceptions normatives actuelles, s'il n'y a pas de *sans fin*, il y a tout au moins de l'*infini*. Mais cette infinitude, qui est attribuée aux abstractions, épargne toute l'instrumentation théorique concrète, en particulier l'écriture et les opérations sur les écritures, dont l'usage est couvert par les évidences actuellement en vigueur :

69a INTERPRÉTATION. Pour aborder l'effectivité des opérations (transitions, interprètes, etc.) discrètes « irréductibles » comme une problématique théorique, il convient de « plonger » l'instrumentation théorique concrète habituelle dans l'univers des régressions *sans fin*, de manière à reconstituer le discret finitiste habituel comme ***une manière d'arrêter*** les régressions sans fin impliquées.

Nous nous apprêtons donc à remplacer l'« absolu apparent » de la conception normative du discret finitiste « irréductible » par une sorte de *relativisation* de cette conception et de tous les édifices théoriques qui en dépendent :

69b INTERPRÉTATION. Chaque édifice théorique élaboré sur la base de la conception normative actuelle du discret finitiste habituel est une sorte d'« univers flottant », qui demeure ***localement valide***, mais qui doit être situé « quelque part » dans le *sans fin*, sans qu'il soit possible de déterminer ultimement « où » il se trouve.

De manière imagée, chaque édifice théorique élaboré sur la base de la conception normative actuelle du discret finitiste habituel constitue une sorte de système galiléen (un « univers flottant ») animé d'une sorte de mouvement rectiligne uniforme demeurant *indécelable* dans ce système.

Notre esquisse d'une théorie des dépassements, ainsi que son application au dépassement de l'hypothèse de transparence et au dépassement du principe normatif de contradiction, permettent de comprendre que la conservation d'une *validité locale* n'est autre que la récupération de l'acquis tangible de la normativité scientifique actuelle, c'est-à-dire une condition nécessaire pour procéder à son dépassement. Intuitivement, on peut également comprendre que ces « univers flottants », plongés dans l'univers du *sans fin*, amorcent une approche théorique du concept de *niveau*, ce qui confirme que ce concept est pris dans le blocage théorique relatif aux fondements de la normativité scientifique actuelle [19g]. Toutes les thèses que nous avançons sont directement reliées les unes aux autres, et si nous remontons à la source du problème, nous constatons [68e] que tout se joue dans l'évidence d'une identification :

69c INTERPRÉTATION. Contrairement à ce que laisse entendre l'évidence de l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes, cette identification n'est pas opératoire *parce qu'elle serait évidente*, mais elle est opératoire *parce que* la difficulté théorique qu'elle implique est ***déjà présente*** dans l'effectivité formelle, et dans l'ensemble de la normativité scientifique actuelle.

Autrement dit, cette évidence fonctionne *à l'envers*, et, loin de garantir *qu'il n'y a aucun problème*, elle témoigne au contraire de la *diffusion* d'un blocage théorique : cette identification n'est opératoire que parce que les blocages théoriques sont les mêmes de part et d'autre. C'est la raison pour laquelle nous traitons *en général* de la question de la venue à la forme, tant pour ce qui concerne les « choses de l'abstrait » que pour ce qui concerne les « choses de la réalité physique » :

69d INTERPRÉTATION. L'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique [16b] provient de ce que l'écriture, en tant que structure médiatrice de référence, articule la venue à la forme des « choses de la réalité physique » et la venue à la forme des « choses de l'abstrait ».

A partir d'un degré de fondements suffisamment général, ***les structures sont les mêmes*** de part et d'autre, et elles sont donc ***soumises aux mêmes lois***, à commencer par l'interdit du savoir « absolu ». Bref :

69e INTERPRÉTATION. Les sciences expérimentales et les sciences non expérimentales sont deux déploiements distincts d'une ***même singularité*** où se trouvent nouées trois questions : la question de la venue à la forme, la question du lien, et la question de l'effectivité.

Dans le cadre normatif actuel où l'ensemble du savoir [scientifique] tend à passer par l'écriture, cette singularité n'est autre que la question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture. D'où la quatrième cascade de problématiques, encore peu développée à ce stade de l'exposé, concernant la *théorie de l'écriture*.

70 *L'informatique est un « prototype » opératoire*

Comment l'informatique a-t-elle pu se développer et être reconnue opératoire au sein d'une normativité dont elle interroge les fondements ? Cette question, qui appartient aussi à la recherche de fondement que nous avons menée, nous a conduit, d'une part, à souligner le caractère opératoire d'un savoir-faire associé à un blocage théorique [35] [37], et, d'autre part, à aborder les évidences depuis l'effectivité, de manière à rapporter leur structure à des contradictions non formelles [42]. Mais le point essentiel [69c] concerne les fondements de la normativité scientifique actuelle dans son ensemble :

70a INTERPRÉTATION. Le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique n'est lui-même qu'une ***région*** du blocage théorique concernant les fondements de la normativité scientifique actuelle.

C'est ce que signifie notre conjecture [26e] relative à l'informatique. Il s'ensuit que la reconnaissance de l'opérativité de l'informatique est directement liée à l'opérativité de la normativité scientifique actuelle :

70b REMARQUE. Récuser l'opérativité de l'informatique reviendrait simplement à récuser l'opérativité de cette normativité.

Puisque les évidences qui autorisent cette opérativité sont déjà assumées par l'exercice habituel des critères normatifs, les difficultés qu'elles couvrent, et que nous avons rencontrées en informatique, sont déjà des difficultés intrinsèques à cette normativité. Mais, tandis que ces difficultés restent insaisissables au regard des sciences conformes à cette normativité, l'informatique les mobilise pour les concrétiser dans un savoir-faire opératoire. Or, les évidences qui couvrent ces difficultés s'avèrent à ce point insoupçonnables et ramifiées, que, grâce au blocage théorique qui s'ensuit, l'informatique a pu se développer sans heurter de front les postulats établis et sans provoquer le moindre bouleversement théorique apparent [24a], tandis qu'aucune argumentation recevable, au sens de la normativité scientifique actuelle, n'est en mesure d'expliciter la problématique théorique soulevée par un tel développement, *puisque les critères normatifs en vigueur contribuent eux-mêmes à couvrir cette problématique* :

70c INTERPRÉTATION. Le savoir-faire de l'informatique relève d'une normativité qui n'est *déjà plus* la normativité scientifique actuelle.

Le dilemme qui s'ensuit donne lieu à notre conjecture [26e] : ou bien on surmonte le blocage théorique concernant l'informatique, grâce à un réexamen des fondements de la normativité scientifique actuelle, ou bien on « sauve » cette normativité en son état actuel, et on conserve le blocage théorique. Briser l'oscillation du statut de l'informatique [15c] revient à donner consistance à ce blocage, donc à avérer l'en-deçà des postulats de la normativité scientifique actuelle. Sous réserve de maintenir la question de ses propres fondements hors de portée, l'informatique a pu outrepasser les évidences irréductibles et intangibles de cette normativité, disposant ainsi du temps nécessaire pour accumuler un matériau de référence considérable et élaborer un savoir-faire opératoire et étendu, se constituant en une discipline suffisamment établie [28b] pour affronter l'épreuve d'une étude théorique de ses fondements qui entraîne dans son sillage le réexamen des fondements de la normativité actuelle :

70d INTERPRÉTATION. L'informatique est un « prototype » opératoire des disciplines scientifiques qui ne relèvent *déjà plus* de la normativité scientifique actuelle.

On aura beau chercher les fondements de l'informatique dans la normativité scientifique actuelle, on ne les trouvera pas, simplement parce qu'ils n'y sont pas. En revanche, il « suffit » de mener une étude rigoureuse des concepts proprement informatiques, *dans la perspective d'une réélaboration des critères normatifs généraux*, pour décrypter les postulats fondamentaux qui régissent déjà en sous-main leur articulation opératoire.

Nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, notre recherche ne procède pas d'une erreur à corriger dans l'acquis tangible conforme à la normativité scientifique actuelle. Ni les évidences appliquées à l'informatique, ni les fautes de méthode qu'elles impliquent ne constituent une erreur. Elles manifestent seulement la tentative d'appliquer des évidences, des postulats ou des critères qui ne conviennent pas à des élaborations qui, simplement, n'en relèvent pas. C'est ce décalage quant aux conditions d'applicabilité [33] qui constitue une ***déhiscence***[1], dont la résorption passe par un réexamen des fondements destiné à proposer un dépassement au cours duquel les limites d'applicabilité se trouvent explicitées [33i] :

70f INTERPRÉTATION. L'informatique se trouve dans une double situation : vis-à-vis de la normativité scientifique actuelle, elle se présente comme un *savoir-faire opératoire* dont on ne sait rendre compte ; vis-à-vis du dépassement de cette normativité, elle constitue un *savoir-faire particulier* dont il doit être rendu compte.

L'informatique est une *singularité* de la normativité scientifique actuelle où certains critères normatifs, s'évanouissant pour être assumés comme évidents, révèlent le passage jusque-là inaperçu qui permet à un savoir-faire de les outrepasser[2]. Parmi divers réexamens possibles de la normativité scientifique actuelle, il conviendra de ne retenir que ceux qui permettent de surmonter le blocage théorique concernant l'informatique : en tant que prototype déjà opératoire, elle apporte un matériau de référence et un savoir-faire opératoire qui autorisent une *mise à l'épreuve* permettant de juger quels réexamens permettent d'en rendre compte, quitte à les ajuster, les transposer et les généraliser, pour établir le lien avec d'autres disciplines présentant des difficultés analogues[3]. A cet égard, l'informatique s'impose comme *un* — et non pas *le* — critère de choix.

II-4-2. Quelques remarques de synthèse

■ *Nous esquissons synthétiquement l'enjeu global du dénouement de la problématique relative au dépassement de la normativité scientifique actuelle.*

71 *Le voile normatif*

Peut-être jugera-t-on qu'au regard de certaines évidences lumineuses et simples que propose la normativité scientifique à laquelle nous sommes accoutumés, notre exposé embrouille tout, mélange des questions sans rapport, érige en question de fondements ce qui n'est qu'un faux-problème, et complique à loisir ce qui s'impose à tous, alors que certains éléments en sont acquis dès l'école primaire. Qu'on nous permette, à cet égard, trois remarques. Chacun peut, si ce n'est déjà fait, expérimenter la première quand bon lui semble :

71a REMARQUE. Le savoir qui suffit pour *comprendre et assimiler* une connaissance *déjà là* est de bien moindre étendue que le savoir qui fut requis de son inventeur pour son *invention*.

Plus quotidiennement, ce qui est *entendu* par un élève, un étudiant ou un disciple, est bien moindre que le *vouloir-dire* qui conduit le professeur ou le maître à choisir tel mot ou telle phrase plutôt que tels autres. Et c'est

---

70e 1. Une remarque pertinente de Y. DE POSSEL à l'endroit du mot *déhiscence* nous invite à préciser le sens figuré dans lequel nous l'entendons ici. Le dictionnaire P. ROBERT donne, de l'adjectif *déhiscent*, qui est un terme de botanique, la définition : « se dit des organes clos (anthères, fruits) qui s'ouvrent d'eux-mêmes pour livrer passage à leur contenu. » ; suit une citation de G. DUHAMEL, extraite de *Chronique des Pasquier* : « C'est l'époque de la déhiscence, comme dirait M. Bonnier : le fruit s'ouvre et les graines sautent. ». Pour notre part, nous retenons trois idées : celle d'une *brisure* (fracture, fissure, éclatement, etc.) liée à une ouverture ; celle d'un *livrer passage* concernant ce qui était antérieurement enveloppé (replié, celé, etc.) ; et enfin celle d'un *déploiement* de ce qui, maintenant, apparaît (germe, singularité, etc.). *Déhiscent* provient du latin *[de]hiscere* (s'ouvrir, s'entrouvrir, se fendre), de même racine que *hiare* : s'entrouvrir, se fendre, être béant (en particulier, avoir la bouche ouverte), présenter un hiatus (même racine que *hiare*) ou des trous. Ainsi, au lieu de contribuer à l'usure déjà bien avancée de l'expression ***crise*** *des fondements* [73], qui évoque on ne sait quelle tétanie crispée de mauvais augure et assurément catastrophique appelant à la défiance, jugement sans autre procès que le choix malheureux d'un vocable inadapté, nous préférons la *déhiscence*, qui, non sans faire écho à quelque déhanchement dans le progrès des sciences (*déh-science*), rappelle que celles-ci sont en *devenir* [27d], et que, sauf à rompre le *lien* qui assure leur filiation [71b], ce qui doit *maintenant advenir* ne saurait être que retrouvé dans le déchiffrement anagrammatique d'un *toujours déjà-là* [33f] [58c], comme une *preuve rétroactive* de fondement [36k] dont l'axiome silencieux doit demeurer sans cesse *à venir* [36m].

2. En ce sens, l'informatique force le regard à *voir rien* là où on posait jusqu'alors comme une évidence qu'il *n'y avait rien à voir*.

3. Il va de soi que nous raisonnons ici par rapport à l'informatique *en premier lieu* : la problématique du dépassement de la normativité scientifique actuelle est générale, et concerne au même degré toutes les disciplines. Raison pour laquelle, au niveau des fondements, *tout se tient* [23e].

toujours, pour notre part, une source de perplexité de constater qu'on peut enseigner ou montrer, au détour d'un enseignement, ce qui aura peut-être exigé plusieurs années de la vie d'un grand esprit pour venir à la forme d'un énoncé désormais « simple ». N'est-ce pas, en contrepartie, parce que *quelque chose* de cet énoncé demeure voilé *dans* l'énoncé lui-même, comme une lettre repliée dans une enveloppe qu'on n'aurait pas encore décachetée, ou qu'on ne décachèterait, de temps à autres, qu'en de rares occasions ? C'est notre conviction :

71b REMARQUE. La normativité scientifique actuelle *apparente*, c'est-à-dire ce qui s'en énonce comme postulats fondamentaux et comme critères normatifs, n'est qu'un résumé condensé et opératoire permettant, dans la très grande majorité des cas, d'ignorer l'extraordinaire enchevêtrement de raisons majeures et d'infimes détails, d'arguments retenus et d'hypothèses rejetées, d'avancées insignifiantes ou essentielles, d'oeuvres prestigieuses et de traités définitivement perdus, etc., qu'un effort plus que bi-millénaire a tissé fil à fil.

Pas un fil, pas un noeud de ce tissage serré qui n'ait été inventé ou placé là *par quelqu'un*, éventuellement à son propre insu, car il s'en faut de beaucoup que les inventeurs soient entièrement maîtres de leurs inventions.
71c C'est ce qui permet de comprendre, croyons-nous, que certaines évidences, dont la maîtrise opératoire peut être acquise par un enfant de six ans, résultent cependant d'un ajointement d'orfèvre qui, tel un coeur obligeant le sang à sans cesse revenir à la scansion qui l'anime, diffusent encore, dès qu'on les sollicite, dans l'ensemble de l'édifice qu'elles permettent d'ignorer, la scintillation cristalline d'un savoir lointain depuis longtemps oublié. Aussi les classifications et les cloisonnements que la normativité scientifique actuelle propose satisfont sans doute à l'exigence de fonctionnement d'administrations et d'institutions complexes, autant qu'à la spécialisation inévitable des recherches de développement et des recherches appliquées ; elles ne sauraient cependant refléter fidèlement l'articulation sous-jacente fondamentale qu'elles contribuent, peut-être malgré elles, à occulter :

71d REMARQUE. Si « nouvelles sciences » il doit y avoir, ou bien ces nouvelles sciences sont de nouvelles disciplines qui prolongent, complètent et développent d'« anciennes sciences », auquel cas elles héritent, sans les remettre en cause, de leurs méthodes, concepts, et principes fondamentaux ; ou bien ces nouvelles sciences sont irréductibles aux méthodes et principes fondamentaux des anciennes sciences, et nous ne croyons pas qu'il soit possible de faire l'économie d'un réexamen portant sur les fondements les plus généraux du discours scientifique actuel.

Et, compte-tenu de ce que nous venons d'esquisser concernant notre *théorie des dépassements*, si telle nouveauté technologique ou tel incident spectaculaire venant troubler les évidences admises peut être de nature à alerter l'intuition, nous ne croyons cependant pas que les fondements de ces éventuelles nouvelles sciences soient à rechercher dans ces nouveautés ou dans ces incidents. A cet égard, notre exposé suggère plutôt qu'une recherche de fondement requiert d'abord un *retour*, pour parvenir à retrouver le point de bifurcation qui a scellé la pérennité de ce qui doit être, maintenant, dépassé ; c'est la reconstitution archéologique d'une question dont, bien souvent, il ne reste qu'une réponse fragmentaire, partiellement enfouie sous l'évidence ou emportée dans
71e l'amnésie d'un progrès cumulatif. Or, de la reconstitution de la question dépend qu'on puisse apporter *une autre* réponse : comment pourrait-on mettre une réponse en cause, et imaginer d'en trouver une autre, si la question elle-même demeure voilée ?

71f REMARQUE. Aussi convient-il, selon nous, de déceler l'étrangeté radicale et signifiante au sein de notre pratique quotidienne, et de regarder comme particulièrement singulières les évidences d'apparence anodine qui la rendent seulement possible [1].

72

La forge

Nous avons souligné [58b] que l'acte de fondement était sans cesse réaccompli, et qu'il ne devait être situé nulle part au sein d'une chronologie linéaire, localisée et individualisée : « Rome ne cesse d'être fondée [...]. Ab urbe condita. *J'admire le titre de Tite-Live, je désire ne pas le traduire. Ce qui est ici dit est la fondation de la ville, et désigne le livre qui suit la fondation. Or la ville n'est jamais complètement fondée, la chose n'est jamais assurée. Il en est de même pour nous,*

1. Ainsi, par exemple, les universaux du *vrai* et du *faux* n'ont jamais été, ni ne seront jamais, des *valeurs* à prélever dans quelque ensemble discret à deux éléments (ou plus).

je veux dire pour le savoir. Toute chose ici dite y est dite à distance de la ville fondée, toute chose n'a d'existence que par cette distance, par la longueur de cet éloignement. L'essentiel est le ab*, ou le* de*, qui sont en fait un* à partir de. *Point de référence, point de départ, lieu d'éclatement.*[1] ». Les fondements ne sont, à proprement parler, jamais élaborés en tant que tels, car ils sont déjà-là quand on les énonce à demi-mots, et ils étaient déjà-là depuis toujours quand on s'y heurte comme limite. Alors, d'où et comment viennent-ils ? Notre approche théorique des fondements des théories [scientifiques] est, sans aucun doute, incompatible avec une rationalité qui s'identifierait à une conscience exerçant la plénitude de son pouvoir jusqu'aux plus obscurs recoins du savoir. A moins que cette conscience ne doive s'endormir de temps à autre, et que, dormant, elle dorme *sans la conscience de dormir, quoiqu'elle dorme effectivement*.

Au demeurant, il ne s'agit pas, dans le cas des fondements, de personnes individuelles, mais de *discours* qui tissent des liens entre ceux qui les partagent et s'en réclament. Aussi revenons-nous une fois encore sur les évidences, car elles sont précisément l'un des effets les plus singuliers qu'un discours produit sur ceux qui y adhèrent, comme si l'évidence partagée était un enjeu essentiel, et peut-être une condition nécessaire, de la mise en oeuvre d'un discours. Cette remarque n'est pas dénuée de sens dans la perspective d'une analyse contradictoire et régressive des structures de fondements : l'effectivité de l'évidence participe sans aucun doute de l'arrêt des régressions. Ainsi pourrions-nous imaginer que la situation inaugurale et fondatrice d'une théorie puisse se répéter et se dénouer sans cesse de la même manière, de même qu'une évidence opératoire peut se trouver mobilisée et réeffectuée en de multiples occasions. C'est, peut-être, une façon d'imaginer l'élaboration souterraine des fondements, lentement et progressivement, sans qu'il soit pour autant requis que quiconque n'y ait jamais eu accès *en tant que tels*. L'évidence est aussi une mémoire ; elle *se* montre et *se* manifeste, mais elle ne se démontre ni ne se réfute pas, car elle *a lieu* :

72b IMAGE. L'évidence est la forge des fondements.

En ce sens, nombre d'évidences, d'hypothèses, de principes et de concepts, même parmi les plus fondamentaux et les plus admis, demeurent à la fois évidents et énigmatiques, dans la mesure même où ils contribuent à « éponger » des contradictions et/ou des régressions sans fin incontournables. Le principe de causalité et le concept d'effectivité formelle, par exemple, qui semblent pourtant si évidents, ne sont pas épargnés ; mais l'éponge qui nous paraît actuellement la plus efficace reste la conception normative purement instrumentale de l'écriture. Il est vrai que nul n'a jamais « vu » une cause (et encore moins une *cause première*), ni une abstraction (même bornée de toutes parts dans le fini), ni même une contradiction (*avant* sa venue à la forme). Les recherches de fondement sont toujours un *pari*.

73 *L'enjeu*

Depuis un peu plus d'un siècle, on a vu s'accumuler des « faits singuliers », aussi bien du côté des fondements de la physique, que du côté de ceux des mathématiques et de la logique. Mais l'évidence normative du cloisonnement des disciplines et, surtout, des méthodes, s'oppose à la reconstitution des liens sous-jacents. Sans doute, certains chercheurs, principalement en physique, ont-ils approché et même évoqué l'hypothèse qu'il fallait changer *quelque chose* des deux côtés. Mais les physiciens tendront à croire qu'il s'agit d'abord d'un problème relatif à la « nature », et que l'outillage logique et mathématique doit être simplement perfectionné pour s'adapter à ces singularités ; tandis que les mathématiciens et les logiciens tendront à croire qu'il s'agit d'un problème propre à la logique et/ou aux mathématiques, espérant qu'un éventuel remaniement servira aux physiciens. Au demeurant, il est fréquemment admis, parmi les mathématiciens, que la fébrilité du premier tiers du XX$^{\text{ème}}$ siècle n'est pas une *crise de fondements* au regard des mathématiques, puisque celles-ci n'ont,

---

72a 1. M. SERRES, *Rome, le livre des fondations*, Grasset, Paris, 1983, p. 119. L'infléchissement de notre recherche vers les *questions de fondements*, et, plus essentiellement, l'attention que nous portons maintenant à l'*idée de fondement*, prend sans doute sa source dans cet ouvrage de M. SERRES (*dans le passage cité, les italiques appartiennent au texte original*).

semble-t-il, pas bougé, mais simplement adjoint des résultats (dont beaucoup sont négatifs) et de nouvelles branches aux mathématiques « classiques ». Notre point de vue n'est pas celui-là :

73a REPERE. Il y a bien une crise de fondements qui se développe depuis plus d'un siècle, mais cette crise n'a pas encore été dénouée.

Elle n'a pas été dénouée pour au moins deux raisons : la première, parce qu'elle ne concerne, proprement, aucune discipline en particulier, même si de nombreuses disciplines, sinon toutes, sont concernées à maints égards, de sorte qu'aucun réexamen local à telle discipline ou à tel domaine, voire à telle méthode, ne peut aboutir ; la seconde, parce que la clé de la clé du dénouement n'a encore jamais été l'objet d'une quelconque attention dans le cadre normatif actuel, à savoir : la question du rapport entre le savoir et l'écriture, question qui régit, d'un côté, le rapport de la physique à son « objet » par le biais des mesures et de la corroboration expérimentale, et, de l'autre, *toutes* les constructions logiques et mathématiques formalisées :

73b REPERE. Tout l'édifice de la normativité scientifique actuelle, quant à son acquis tangible, repose sur l'identification entre l'écriture et la conception normative du discret finitiste irréductible.

Laquelle identification est tenue pour une évidence. Corrélativement, porter l'attention sur cette évidence, dégager la structure régressive et contradictoire qu'elle voile, c'est bloquer, à l'instant même, l'applicabilité de *tous* les protocoles normatifs de corroboration et de démonstration, de validation, etc., de sorte que :

73c REPERE. Poser une question de fondements concernant la conception normative de l'écriture, c'est poser la question des fondements de la normativité scientifique actuelle, et c'est, par conséquent, faire *sauter* le dernier garde-fou qui dispense le discours scientifique d'affronter directement, depuis environ trois siècles, l'abîme que constitue pour lui la question de ce qui le fonde.

Abîme bien compréhensible, puisqu'il s'agit alors d'affronter la question : si le débat *quant à ce fondement* ne prend pas place *dans* la scientificité, où est-il pour être habilité à traiter du fondement de la connaissance scientifique ? Ou encore : depuis que la logique est devenue une discipline scientifique, quelle logique mobiliser pour traiter des fondements de la connaissance scientifique, et, par conséquent, de la logique en tant que discipline scientifique ? Depuis plus d'un siècle, le discours scientifique parcourt l'effritement du positivisme, effritement inauguré alors que le positivisme était à peine né. Mais, le positivisme n'est qu'une théorie comme les autres, et ce sont donc ses fondements qui sont maintenant destinés à faire office de *fusible* pour que l'acquis tangible considérable qu'il a permis de produire, ou dont il a lui-même déjà hérité, soit récupérable lors de son dépassement. Et c'est dans ce que le positivisme rejette au titre des connaissances non positives et non scientifiques *en son sens*, que gît la clé de son propre dépassement, autant que la preuve rétroactive de son bien-fondé. Singulière coïncidence [58e] ! Les recherches de fondement, disions-nous [30j], sont naturellement conjecturales, et, ce qu'on *oublie* bien souvent [30n], n'oublient pas de ménager, au coeur de l'édifice, la place
73d *discrète* qui abrite peut-être la lettre encore scellée de leur destin, le germe de leur *propre dépassement* : « C'est le plus beau destin d'une théorie physique, que de montrer elle-même le chemin pour la mise en place d'une théorie qui la contient, et au sein de laquelle elle survit comme cas limite [1]. »

---

1. A. EINSTEIN, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Brunswick, F. Vieweg & Sohn, 1956 [première éd. 1917]. Cité par G. HOLTON, *L'imagination scientifique*, Paris, NRF, 1981, p. 221.

III

ETUDES DE CAS : ÉTATS ET TRANSITIONS D'ÉTAT

PARTIE III

ETUDES DE CAS : ÉTATS ET TRANSITIONS D'ÉTAT

•

■ *La plausibilité des thèses déjà avancées ne suffit pas, encore faut-il vérifier que ces thèses s'appliquent, et qu'elles permettent de « voir » ce que le contexte normatif actuel « ne peut pas voir ». L'étude attentive de ce qui passe pour être le plus banal (états discrets et transitions entre ces états) nous sert de prétexte pour appliquer et préciser notre méthode d'analyse par les régressions sans fin, tout en installant la charpente du* montage théorique *qui, par l'articulation des indécelables, de l'effectivité et des régressions sans fin, permet d'approcher l'interconnexion des points de vue physique, informatique et mathématique sur les systèmes discrets et sur les traitements d'information. Nous montrons que le glissement du discret sur le fini constitue une singularité qui, dans le cadre normatif actuel, éponge la structure contradictoire et régressive de l'effectivité, mais en bloque la mathématisation. Nous mettons en évidence que ce blocage peut être surmonté par le dépassement du principe d'identité, et nous examinons quelques applications possibles d'un tel dépassement dans le contexte de l'informatique.*

Le premier chapitre [74-78] tire les enseignements de l'étude de plausibilité pour orienter les études de cas.

Le second chapitre [79-99] examine le détail de la discrétisation d'un système physique pour dégager la problématique théorique des traitements d'information discrète.

Le troisième chapitre [100-112] prend appui sur l'étude du découpage des transitions d'état pour introduire les premiers principes du montage théorique permettant d'articuler les indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin.

Le quatrième chapitre [113-121] applique ce montage théorique à l'effectivité des transitions d'état et le complète par l'étude de la double concordance concernant le décelable et l'indécelable.

Le cinquième chapitre [122-139] prend acte du blocage théorique relatif à la mathématisation de l'effectivité formelle pour proposer un dépassement du principe d'identité qui permet aussi bien de retrouver le problème classique des indiscernables, que d'aborder la problématique des niveaux, et de préciser certains effets de glissement dans l'articulation entre les mathématiques habituelles, l'effectivité formelle et les traitements d'information.

Le sixième chapitre [140-146] applique le dépassement du principe d'identité pour réexaminer certaines propriétés des écritures ayant statut de représentation, et, partant, pour préciser certains traits du concept de représentation.

CHAPITRE III-1

Les études de cas : objectifs, orientation, méthode

•

■ *L'étude de plausibilité qui vient d'être menée est riche d'enseignements, car elle permet de savoir quelle sorte de difficultés les évidences normatives ont pour mission de couvrir. En synthétisant cette étude* à l'envers*, nous dégageons quelques repères méthodologiques en vue de mener des études de cas [74-76] : la difficulté majeure est de détecter les évidences afin d'analyser les singularités qu'elles couvrent [77-78].*

III-1-1. Quelques repères méthodologiques

■ *Après avoir rappelé que les premiers éléments de réponse précédemment exposés ne constituent qu'un échafaudage hypothétique provisoire, nous précisons l'orientation des études de cas.*

74 *Un échafaudage provisoire*

La situation de la problématique des fondements de l'informatique [1-25] nous a permis, grâce à une argumentation brève qui repose principalement sur l'étude de l'effectivité formelle, de montrer que cette problématique interrogeait les fondements de la normativité scientifique actuelle, ce que nous avons résumé dans la conjecture [26e] qu'il est impossible de surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique *dans* le cadre de cette normativité. Avec les premiers éléments d'une réponse à cette problématique [26-73], nous avons pu avancer plusieurs arguments et *raisonnements [1] qui rendent *plausible* un dépassement [30-33] de la normativité scientifique actuelle, et partant, qui rendent *plausible* de surmonter le blocage théorique concernant l'informatique. Nous avons ainsi dégagé plusieurs *conditions nécessaires*, qui dépendent principalement de trois dépassements : celui du rejet *a priori* de *toute* régression sans fin [38-43] (via une *méthode d'analyse [43] par les régressions sans fin), celui de la conception normative actuelle de l'écriture [53-59] (via l'*hypothèse [54d] des indécelables), et enfin celui du principe de l'exclusion de *toute* contradiction [60-65] (via le *principe [61c] de l'exclusion de toute contradiction insurmontable).

D'un point de vue méthodologique, la difficulté majeure concerne le questionnement d'évidences et de présupposés parmi ceux qui nous sont les plus habituels, ce qui nous oblige à mener plusieurs développements théoriques dont la place est habituellement occupée par ces évidences et ces présupposés. Ces développements relatifs aux fondements des théories [scientifiques] ne sont pas particulièrement compliqués ; mais ils sont inhabituels car ils requièrent des *raisonnements synthétiques sur de larges édifices théoriques.

L'étude de la plausibilité d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle, indépendamment des conditions nécessaires qu'elle permet de dégager, présente un autre intérêt essentiel pour la conduite du présent exposé. En effet, les thèses que nous avançons conduisent à des résultats théoriques qui sont suffisamment généraux pour qu'il soit possible, si ces thèses sont correctes, de mettre en évidence leur incidence dans des *études de cas* rigoureusement menées :

74b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'étude de plausibilité précédemment exposée est à comprendre comme une sorte d'*échafaudage hypothétique provisoire* qui permet d'esquisser à grands traits quelles difficultés théoriques sont à rechercher sous les évidences admises.

74a 1. Rappelons [31b] que nous préfixons par une étoile (*raisonnement, *hypothèse, *lemme, *théorème, *corollaire, etc.) les éléments qui dépendent de « raisonnements » qui ne sont pas conformes aux protocoles normatifs actuellement en vigueur.

Cette étude de plausibilité n'est donc qu'un premier moment destiné à guider la recherche. Le second moment consiste à reprendre cet échafaudage provisoire par le biais d'*études de cas*, de façon à dégager un matériau théorique suffisamment net et convainquant. Le troisième moment consistera à prendre appui sur ce matériau théorique pour exposer tout ou partie d'une théorie qui permette de rendre compte des difficultés rencontrées, non sans préciser et compléter l'étude de plausibilité.

75 *Le choix des cas étudiés*

Les thèses que nous avançons indiquent sans ambage que le blocage théorique porte sur des structures fondamentales qui imposent leur empreinte aux théories et à leurs objets. Par conséquent, ce n'est pas l'infime détail résultant d'une particularité rare qu'il convient d'examiner, mais, tout au contraire, l'évidence la plus anodine et l'articulation la plus indispensable [71f]. Ainsi, plus le cas étudié est commun, plus la difficulté mise en évidence s'avère fondamentale et incontournable :

75a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Pour être pertinente, une étude de cas doit correspondre à une situation qui conjugue quatre caractères : 1. elle est connue de tous et appliquée couramment ; 2. elle est couverte par des évidence admises et/ou elle est indissociable de critères normatifs reconnus ; 3. sa mise en oeuvre contrevient à des critères ou à des protocoles normatifs reconnus, et/ou contredit les hypothèses qui semblent la légitimer ; 4. on peut l'interpréter comme la mise en oeuvre d'une structure contradictoire et régressive.

La condition 1 conduit à un exposé qui ne requiert pas une spécialisation préalable trop poussée pour la compréhension du cas étudié, tout en concentrant l'attention sur le blocage théorique et non sur la complexité intrinsèque de la situation. La condition 2 signifie que le problème théorique sous-jacent est *couvert* par la normativité scientifique actuelle, mais non affronté : on ne peut en rendre compte dans ce cadre normatif. La condition 3 est une « condition de déclenchement » : nous ne prétendons pas rendre compte de « tout », mais seulement de certaines difficultés théoriques liées aux fondements de la normativité scientifique actuelle ; cette condition signifie que la situation concernée implique la mise en oeuvre d'un *quelque chose* qui est rejeté, du moins officiellement, par cette normativité. Enfin, la condition 4 prolonge la condition 3, en ce sens que, parmi « toutes » les difficultés relatives à la question des fondements de la normativité scientifique actuelle, nous n'approchons, dans le présent exposé, que celles qui dépendent d'une structure contradictoire et régressive.

Lorsque nous avons synthétisé l'étude de plausibilité [66-70], nous avons avancé l'interprétation [69c] que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes fonctionne *à l'envers*, en ce sens que l'évidence qui lui est attribuée notifie la présence des mêmes blocages théoriques, aussi bien du côté informatique que du côté de l'effectivité formelle. Par conséquent :

75b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans la mesure du possible, nous chercherons à mettre en évidence le corrélat mathématique des difficultés théoriques décelées en informatique.

Ainsi, par exemple, les structures contradictoires régressives ne sont pas seulement liées à l'effectivité des transitions d'état des machines informatiques, en tant que systèmes physiques, puisque l'effectivité formelle, par le biais des opérations irréductibles du discret finitiste, implique également cette difficulté. On peut donc supposer corrélativement que l'articulation entre les mathématiques « classiques » et les mathématiques qui relèvent de l'effectivité formelle se trouve, à son tour, confrontée avec cette même difficulté :

75c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans la mesure du possible, nous chercherons à établir si, dans le domaine mathématique, la présence de structures contradictoires et régressives est, ou n'est pas, une particularité des mathématiques qui relèvent de l'effectivité formelle.

76 *Incidences méthodologiques de l'étude de plausibilité*

L'incidence méthodologique de l'étude de plausibilité est précieuse, car elle apporte plusieurs guides pour mener les études de cas, et, ultérieurement, pour procéder à la construction de tout ou partie d'une théorie répondant aux objectifs premiers du présent exposé. En premier lieu, il va de soi, qu'une théorie qui repose sur l'*hypothèse [34b] qu'aucune théorie n'est « absolue », laquelle implique [34f] qu'aucune théorie n'est à l'abri d'un conflit de fondements, ne saurait elle-même se soustraire à une telle *hypothèse :

76a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous ne visons pas une élaboration qui soit — ou qui ressemble à — une construction « absolue » et immuable.

Ce que nous exposons est à comprendre comme un *acheminement*, en ce sens que nous concevons le dépassement comme une preuve rétroactive de fondement [36k] [61e], ce qui implique que, d'une théorie non encore dépassée, on se borne à *escompter* qu'elle est fondée [36l] ; mais, surtout, la généralité des problématiques en jeu excède de beaucoup le cadre du présent exposé, lequel se propose seulement de cerner une construction partielle relative au blocage théorique concernant l'informatique.

En second lieu, l'application de cette même *hypothèse [34b] nous enjoint de ne pas attendre d'avoir atteint une théorie définitive pour la publier, faute de quoi nous risquerions de rester définitivement silencieux : *il faut trancher* [58a]. Par conséquent, *le fait même d'exposer notre construction* implique que cette construction soit sujette à la critique, au réexamen et au remaniement. Reste la question : *quand décider en faveur de la publication ?* Nous avons abordé le dépassement à travers quelques exemples attestés qui impliquent des théories particulièrement bien établies [33] [34a]. Ces exemples ont un intérêt didactique incontestable, et c'est la raison pour laquelle nous les avons choisis. Mais ces « grands dépassements » ne sont pas les seuls, et, à maints égards, l'élaboration d'une construction théorique complexe et ramifiée passe par une suite de « petites théories », les unes rejetées et les autres développées, reprises et remaniées de nombreuses fois, comme autant de « petits dépassements » dont il ne reste d'autres traces que des ratures sur des brouillons, des ébauches abandonnées en cours de route, et des glissements de terminologie :

76b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous n'exposons pas une construction définitive, mais l'état provisoire d'une recherche de fondement qui nous paraît apte à soutenir l'***épreuve du dépassement*** comme ***méthode d'élaboration***.

76c L'essentiel, croyons-nous, est d'abord de reconstituer les *questions* [71e], car les réponses sont plus fragiles et plus mobiles. Aussi nous attacherons-nous, comme nous venons de l'indiquer [75a], à choisir des études de cas qui permettent de présenter des *questions incontournables*, comme autant de *repères* balisant le champ théorique dans lequel les concepts cruciaux de l'informatique ne sont plus l'objet d'un blocage. Et, même si les réponses ou les interprétations que nous avançons devaient être ultérieurement rejetées ou dépassées, notre recherche de fondement et notre échafaudage hypothétique provisoire auraient au moins permis de *poser* ces questions [30b] :

76d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous aborderons les études de cas en prenant soin de dégager les ***questions incontournables***, de manière à les séparer, autant que possible, des réponses et des interprétations que nous avançons.

C'est déjà, comme on le voit, tenter d'ouvrir la possibilité d'un dépassement éventuel. Il s'ensuit que nous aborderons chaque cas en « oubliant » les thèses que l'étude de plausibilité a avancées, et surtout, sans prendre appui sur ces thèses, de manière à dégager les questions *dans le cadre strict de la normativité scientifique actuelle*.

En troisième lieu, dès lors que notre étude porte sur les fondements des protocoles normatifs de démonstration et de corroboration [27] [60-65] et sur le statut de l'écriture [53-59], nous devons prendre soin d'adopter le discours qui convient :

76e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre de la présente recherche de fondement, la rigueur théorique ne saurait être identifiée à la rigueur des formalismes *au sens des critères et des protocoles normatifs actuellement en vigueur*.

A elle seule, la présence de glissements d'écritures, même hypothétique [14] [68d], nous oblige à ne pas tenter d'exposer nos thèses à travers une théorie formalisée. Devons-nous, pour autant, revenir aux raisonnements discursifs comparables à ceux qui figuraient dans les exposés mathématiques avant l'extension de la formalisation ? Nous ne le pensons pas, car nous avons souligné à plusieurs reprises [64d], au cours de l'étude de plausibilité, qu'une difficulté théorique encore à peine esquissée, nous guette, à savoir le concept de *forme* dans le cadre normatif actuel (au sens de ce mot dans l'expression *logique de la forme*, par exemple). Jusqu'à ce qu'une structure suffisamment stable, peut-être, s'impose, il faut se résigner à tâtonner [74a]. Toutefois, de manière à garantir une fragilité souhaitable et suffisante au présent exposé :

76f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans la mesure du possible, nous dégagerons nos repères théoriques grâce à des énoncés ***aisément réfutables*** au moyen d'un ***contre-exemple***.

Nous avons déjà appliqué ce principe plusieurs fois au cours de notre étude de plausibilité, par exemple, dans notre conjecture [26e] relative à l'informatique, en l'inaugurant par la tournure *il est impossible de*, ou dans l'*hypothèse [31d] qu'il n'existe pas d'énoncé permettant de caractériser ultimement le clivage entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas. Nous nous efforcerons donc, dans les études de cas, à formuler les *questions incontournables* en utilisant de telles tournures, de manière à pallier partiellement la difficulté méthodologique relative à la rigueur théorique [76e], et permettre ainsi à *un seul* contre-exemple de réfuter tout ou partie de notre contruction, sans le secours d'arguments et de contre-arguments difficilement décisifs.

Enfin, en quatrième lieu, l'étude de plausibilité nous conduit à reconnaître [72] qu'il ne convient pas de chasser les évidences du discours normatif actuel, mais seulement de les *déplacer*. Par conséquent :

76g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous n'étudions pas les évidences admises comme un défaut dont il conviendrait d'apurer le discours qui l'héberge, mais comme une singularité qu'il convient de déplier pour en dégager le ressort opératoire, quitte à devoir admettre, pour ce faire, l'appui d'autres évidences installées à cet effet.

Loin d'imaginer que l'opérativité d'une théorie [scientifique] requiert que « toute » la lumière soit faite, nous pensons au contraire qu'elle dépend d'un calage judicieux pour que soit recueillie son ombre portée comme il convient, c'est-à-dire, selon nos thèses [69e], *au lieu de* la conjonction entre les trois questions du lien, de l'effectivité, et des fondements comme limite. Il s'ensuit que notre exposé se trouvera naturellement confronté avec des situations symétriques en miroir [36e], qui obligeront à trancher *évidence contre évidence* et *principe contre *principe*. Nos thèses, rappelons-le [27] [47e], *ne peuvent être, à proprement parler, ni démontrées ni corroborées dans le cadre de la normativité scientifique actuelle*.

III-1-2. Evidences et singularités

■ *Nous précisons brièvement le fonctionnement de notre « détecteur d'évidences » et son application potentielle au concept de nombre.*

77 *L'analyse des singularités*

Nous avons proposé [70] une interprétation du blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique qui situe l'informatique comme un prototype opératoire des disciplines scientifiques ne relevant déjà plus de la normativité scientifique actuelle [70d]. Une telle position s'oppose à l'opinion répandue selon laquelle l'informatique n'est qu'un outil ou une technique [15d], opinion qui procède d'une indécision quant au statut de l'informatique [15c]. Le fait de remarquer que la méthode expérimentale s'évanouit à l'endroit de l'informatique [16b] pour fonctionner comme une évidence insue [17a], laisse supposer que cet évanouissement est lié au principe même de la *mathématisation* d'une théorie physique, et, réciproquement, à la possibilité d'*appliquer* les mathématiques à des domaines *qui ne sont pas mathématiques*.

Reconnaître l'informatique comme étant globalement une singularité vis-à-vis de la normativité scientifique actuelle [70f], est donc avant tout une position méthodologique, qui s'inscrit dans le cadre de la caractérisation des blocages théoriques [35], et qui repose sur une interprétation [69c] *à double sens* de l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes. Nous concevons en effet que cette identification n'est opératoire que dans la mesure où chaque approche théorique partielle de l'informatique se voit contrainte de mobiliser *ses propres singularités* pour livrer un accès forcé, spécifique, et restreint à ce qui devrait demeurer inaccessible *dans le cadre normatif actuellement en vigueur* :

77a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. C'est le fait de reconnaître à la fois l'*opérativité* et l'*irrecevabilité*, dans le strict cadre de la normativité scientifique actuelle, de certaines articulations requises pour que les approches théoriques partielles de l'informatique soient *seulement possibles*, qui permet, en retour, d'interpréter cette opérativité, comme un *effet* de la mise en oeuvre effective de singularités propres à l'approche concernée.

Corrélativement, seuls les aspects de l'informatique qui peuvent être mis en résonnance avec de bonnes singularités, c'est-à-dire avec des singularités que des évidences admises sont aptes à couvrir, peuvent être approchés, sachant que les autres aspects restent, du moins provisoirement, de côté. Réciproquement, il devient compréhensible et normal que l'analyse de ces articulations soit en mesure de mettre en évidence des singularités propres aux approches théoriques concernées.

Dans le même temps, plus les sciences laissent certains postulats fondamentaux s'émousser et glisser parfois dans l'oubli [71], plus l'irrecevabilité théorique de certains savoirs-faire actuels passe inaperçue et se dissout dans le *cela va de soi* des opinions reçues et des évidences admises jamais critiquées :

77b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si nous tentons de restituer le tranchant de certains postulats fondamentaux de la normativité scientifique actuelle, c'est pour avérer, d'une part, que ces postulats peuvent être violés par des approches théoriques partielles d'ores et déjà reconnues opératoires, et, d'autre part, pour saisir chaque violation comme une *condition nécéssaire* à la reconnaissance de singularités, et, partant, à leur étude théorique.

C'est l'établissement de telles conjonctions paradoxales entre *irrecevabilité* et *opérativité* qui va constituer l'essentiel de nos études de cas, et ce sont ces conjonctions qui vont nous servir de repères théoriques, en tant que questions incontournables, pour l'élaboration de notre propre construction. Ce principe [77b] est ainsi, en quelque sorte, notre « détecteur d'évidences », puisque ces conjonctions paradoxales sont inévitablement couvertes par des évidences :

77c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. C'est ***sur le point de s'évanouir*** qu'un postulat, qu'un concept, qu'une méthode, etc., se met en lumière le plus distinctement et se prête le mieux à l'analyse de ses déterminations sous-jacentes.

Les singularités [1] sont de tels points d'évanouissements, qu'il convient de saisir juste avant qu'ils ne basculent dans l'évidence qui les recouvre de son opacité caractéristique, les dérobant ainsi à toute tentative d'analyse. D'où l'insistance de nos remarques [25b] à déceler les évidences qui ne doivent pas — ou qui ne doivent plus — être reçues commes des évidences, mais comme autant de singularités, donc d'évanouissements, qui ouvrent la voie à la résorption du blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique.

77d 1. Nous employons le mot *singularité* en une acception générale, dont le sens mathématique habituel est un cas particulier, et qui doit être mis en rapport avec l'usage du mot *évanouissement*, ces mots étant empruntés à G. W. LEIBNIZ [8e].

78 *Remarque sur le concept de nombre*

Nous concevons que la problématique des fondements de l'informatique n'est que l'un des affleurements d'une déhiscence [70e] beaucoup plus générale dans les fondements de la normativité scientifique actuelle. Cette déhiscence, pouvons-nous penser, se ramifie dans l'ensemble de la normativité scientifique actuelle à travers les chemins de conduction omniprésents frayés depuis longtemps par l'usage purement instrumental de l'écriture :

78a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous concevons que le labyrinthe associé au blocage théorique concernant les fondements de la normativité scientifique actuelle est unique, et qu'il assure une jonction directe entre les questions de fondements qui sont apparues depuis environ un siècle dans des domaines habituellement réputés n'avoir aucun rapport entre eux.

78b Quoi qu'il en soit, nous ne pensons pas, pour notre part, qu'une *théorie de l'informatique* puisse se dispenser de préciser à quelles conditions il lui paraît concevable, au minimum, que l'informatique et les concepts qui lui sont propres, et, plus généralement, que les concepts d'information et de traitement d'information, soient en mesure de nouer un lien *qui n'est plus celui des nombres* entre « les choses de l'abstrait » (mathématiques en particulier) et les « choses de la réalité physique ». Comme nous l'avons déjà suggéré [15a], les glissements d'écritures ne sont pas apparus avec l'informatique : le fait d'identifier la trace détectée sur le cadran d'un appareil d'observation au dénotant d'un nombre, ou le fait d'identifier un dénotant d'un nombre à une représentation de ce nombre pour effectuer des opérations de calcul numérique, ne datent pas de ce siècle !

78c Par contre, il nous semble remarquable que ces glissements concernent une sorte de *concept régulateur* grâce auquel les sciences issues du XVII$^{\text{ème}}$ siècle s'articulent, à savoir le concept de nombre. On peut donc supposer que, dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, ces glissements sont couverts par l'ensemble des agencements théoriques liés aux nombres, aussi bien dans le domaine mathématique que dans le domaine expérimental, agencements dont la rationalité est elle-même assurée par des postulats fondamentaux, dont beaucoup sont aujourd'hui oubliés, quoique leur effectivité ne s'en trouve pas, pour autant, amoindrie.

Mais la convergence récente (moins d'un siècle) entre le développement des procédures formelles effectives portant sur des écritures non-numériques, et le développement de machines automatiques comprises comme réductibles à de telles procédures, conduit à une prolifération d'écritures dont les glissements, qui débordent largement la couverture théorique assurée jusque là par le concept de nombre, se manifestent au grand jour, car n'ayant pas encore été (re)couverts par un concept régulateur adéquat. Dans le même temps, l'approche concrète des transformations d'écritures est à même d'autoriser le développement d'un *savoir-faire* effectif et opératoire bien avant que la couverture théorique de ces pratiques n'ait été élaborée. Ainsi, dans l'Antiquité, plusieurs civilisations procédaient déjà depuis longtemps à des calculs effectifs complexes (rapports entre écritures) avant que n'apparaissent en Grèce les premiers théorèmes d'arithmétique :

78d IDÉE DIRECTRICE. Pour notre part, nous mettons l'accent sur l'articulation entre un monde qui se livrerait comme [rapports entre] écritures, et un univers d'abstractions qui emprunterait sa structure à la trace qui le livre.

A cet égard, le remplacement progressif du terme déjà désuet de *calculateur* par celui d'*interprète*, loin d'être fortuit ou l'effet d'une mode, aurait déjà devancé dans l'intuition et dans la parole ce que nous décelons maintenant dans l'écriture.

CHAPITRE III-2

Discrétisation et information discrète

•

■ *Il ne fait aucun doute que le blocage théorique relatif à l'informatique est lié à ce qui demeure indécelable* dans *l'écriture. Au lieu de regarder la discrétisation comme une évidence allant de soi, nous appliquons notre méthode d'analyse par les régressions sans fin [79-84] : le glissement du discret sur le fini devient net, ce qui permet de recomprendre la discrétisation depuis un* principe de coupure *lié à la conjonction entre une condensation et une conservation [85-91]. Il devient alors possible d'envisager les traitements d'information discrète d'un point de vue théorique [92-99].*

III-2-1. Etude de cas : la discrétisation d'un système physique

■ *Nous prenons appui sur notre expérience de l'informatique pour mener l'étude simplifiée de la discrétisation qui permet à un système physique d'être regardé comme une machine informatique.*

79 *Aperçu général de la triple discrétisation*

Plaçons-nous dans le cadre normatif actuel pour dégager certains traits caractéristiques de la discrétisation telle que nous la comprenons en informatique. Même si nous simplifions à l'extrême, nous constatons que la possibilité de ***regarder*** un système physique ***comme*** un système de traitement d'information[1] résulte de l'interrelation entre *plusieurs discrétisations*. « Tout » se passe comme si ces discrétisations pouvaient être regroupées en trois classes :

79a PREMIERE DISCRÉTISATION. On discrétise une première fois quand on *choisit* des ***points de mesure*** dans le système physique ; l'appareil de mesure *choisi* en chaque point détermine la ***grandeur physique*** mesurée.

Au plan des principes, il s'agit de *mesures* au sens habituel de la physique. Le mot *discrétisation* n'est peut-être pas approprié, mais nous n'en avons pas trouvé d'autre, dans le vocabulaire habituel de la physique, pour signifier qu'un point de mesure détermine une sorte de *vue en coupe* d'un système physique. A partir de ces points de mesure :

79b SECONDE DISCRÉTISATION. On discrétise une seconde fois quand on *choisit* des ***seuils*** pour réduire à des ***valeurs discrètes*** les variations de la *grandeur physique* associée à chaque point de mesure.

79c Grâce à la première discrétisation, chaque *vue en coupe* permet de recueillir l'*évolution dans le temps* d'une grandeur physique. Ce sont les variations de cette grandeur, variations en principe continues (au sens du physicien, pour le niveau macrophysique que nous considérons), que la seconde discrétisation réduit à des valeurs discrètes et à des transitions entre ces valeurs. De là :

79d TROISIEME DISCRÉTISATION. On discrétise une troisième fois quand on *choisit* des ***intervalles d'observation*** pour effectuer le relevé des valeurs, intervalles choisis de telle sorte que la *valeur discrète* relevée en chaque point de mesure puisse être considérée comme stable.

---

1. Nous menons cette étude simplifiée de la discrétisation sur des *systèmes physiques*, sachant que les principes que nous suivons sont transposables à d'autres sortes de systèmes. Par ailleurs, certaines remarques conviennent aussi bien aux machines informatiques qu'à des systèmes d'information plus généraux.

79e Ces intervalles d'observation[1] sont, en principe, de courte durée. Quand on a associé chaque point de mesure à une *place* dans un *vecteur*, on reporte, pour chaque intervalle d'observation choisi, chaque valeur discrète à sa place, et on obtient une *valeur du vecteur d'état*, c'est-à-dire un *état du système*[2] :

79f
```
 valeurs        ┌─ {a,b}
                ↓
   places  └┘└┘ ... └┘└┘   └┘└┘ ... └┘└┘
vecteurs  └─────────────┘  └─────────────┘  ...
```

Ces trois discrétisations ne sont certainement pas indépendantes les unes des autres, et le système physique doit être convenablement agencé ou conçu pour que l'interrelation des discrétisations choisies soit opératoire :

79g CONSTAT. La discrétisation, qui permet de regarder un système physique comme un système de traitement d'information, résulte de l'***interrelation*** entre [au moins] ***trois*** discrétisations.

79h Ces trois discrétisations se *recoupent*, en ce sens que chacune concerne une sorte de *dimension de continuité* : la première discrétisation fragmente la continuité de l'*espace*, la seconde fragmente la continuité de la *variation* des grandeurs physiques, et la troisième fragmente la continuité du *temps*. Il s'ensuit :

79i CONSTAT. A l'issue de ces trois discrétisations, et pour autant que leur corrélation soit opératoire, il ne reste que des éléments discrets : les valeurs, les places, et les vecteurs.

Sous réserve que ces discrétisations soient effectives, c'est-à-dire qu'elles conduisent effectivement à des relevés d'observation ne mettant en jeu qu'un nombre strictement fini de points de mesures, de valeurs discrètes et d'instants d'observation, il devient possible d'utiliser directement les écritures habituelles, discrètes et finitistes, pour *transcrire* l'évolution du système après discrétisation :

79j CONSTAT. La triple discrétisation a pour effet de ramener un système physique à des [rapports entre] écritures, sachant que les écritures valent pour les états, et que les rapports entre ces écritures valent pour les transitions d'état.

Dans la pratique, ces rapports entre écritures sont ordinairement compris comme des opérations appliquées aux écritures qui valent pour les états. Discrétiser n'est donc pas simplement *échantillonner* pour prélever de temps à autre le résultat d'une mesure :

79k
```
                                 E
┌─► états          ─────────────►: écritures
├─► transitions    ─────────────►: rapports entre écritures
│ D ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─:
└─  système [physique]           :
                                 E′
```

La triple discrétisation D ramène le système physique à des états et à des transitions d'état ; mais quand on franchit la ligne EE' pour obtenir une inscription, on remplace en même temps les états par des écritures, et les transitions d'état par des rapports *entre* ces écritures :

79l CONSTAT. La triple discrétisation, qui permet de *ramener* un système physique à des [rapports entre] écritures, revient à ***éliminer*** le système physique *en tant que tel*.

On ne retient globalement du système physique qu'une sorte d'*effet apparent* (en E), les transitions d'état, qui se trouve, en quelque sorte, *recueilli* par les rapports entre écritures qui valent pour ces transitions. Reprenons maintenant cette esquisse générale un peu plus en détail.

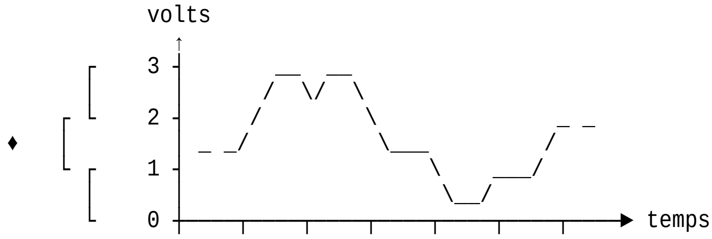
1. Nous raisonnons sur le principe que « tout se passe comme si » on pouvait effectuer ce relevé à chaque intervalle d'observation choisi, dans le cas simplifié où nous supposons la présence d'un synchronisme qui régit tous les éléments intervenant dans les vecteurs d'état. C'est cette simplification qui nous conduit à indiquer la nécessité de procéder à *au moins* trois discrétisations.

2. Pour alléger l'exposé, nous utilisons le mot *état* (sans qualification) au lieu de *valeur d'un vecteur d'état* (au sens de l'informatique). Les autres usages du mot *état* (état physique, état d'une place, etc.) seront explicitement précisés.

80 *La séparation des valeurs discrètes*

Commençons par étudier la seconde discrétisation [79b] relative à la discrétisation d'une grandeur physique. Supposons que nous ayions choisi un point de mesure et un appareil de mesure selon la première discrétisation [79a]. Nous obtenons un *signal* qui est continu (au sens du physicien). Supposons, pour fixer les idées, que ce signal correspond à des différences de potentiel. En reportant le temps en abscisses, et la valeur mesurée en ordonnées, on reconstitue une courbe continue (au sens du mathématicien) :

80a



A gauche du schéma, les *clavettes* correspondent aux *seuils* qui fragmentent l'aire de la variation [continue] de la grandeur physique. Mais :

80b *HYPOTHESE. D'un point de vue physique, les seuils souhaités ne peuvent être des « seuils parfaits ».

Force est donc de considérer que le seuil (noté ♦ dans le schéma) a une « épaisseur », et qu'il y a *quelque chose entre* les plages de valeurs retenues (de 0 à 1 volt, et de 2 à 3 volts), pour que la *séparation* de ces valeurs discrètes, qui sont, à ce stade, des plages de valeurs physiques, soit suffisante :

80c *THÉOREME. Si la séparation des *valeurs physiques discrètes* ne peut reposer sur des « seuils parfaits », alors il y a nécessairement *quelque chose* ***entre*** ces valeurs physiques discrètes.

Chacun sait cela. Par conséquent, le problème relatif à la séparation satisfaisante des valeurs physiques discrètes se reproduit inévitablement sur le problème de la séparation entre ces valeurs et le *quelque chose* (noté ♦) qui les sépare :

80d *THÉOREME. D'un point de vue théorique, la séparation des valeurs physiques discrètes associées à une grandeur physique, est un ***problème régressif***.

Notre schéma [80a] est donc inexact, car il laisse supposer que le *quelque chose* (noté ♦) qui sépare les deux valeurs est lui-même séparé de ces deux valeurs au moyen d'un « seuil parfait ». Ce qui reviendrait à dire que ce *quelque chose* est lui-même discret, ce qui est contraire à l'*hypothèse [80b] :

80e *COROLLAIRE. D'un point de vue théorique, ou bien on affirme que le *quelque chose* qui assure la séparation des valeurs physiques discrètes est lui-même discret, auquel cas on ***déclenche*** *une régression sans fin* ; ou bien on reconnaît que ce *quelque chose* n'est pas discret, et la *régression sans fin est* ***arrêtée***.

Notre expérience de l'informatique ne laisse subsister aucun doute : c'est la seconde alternative qui est adoptée dans la pratique. Par conséquent :

80f PREMIERE CONCLUSION. Si on admet l'*hypothèse [80b] qu'il n'y pas de « seuils parfaits » d'un point de vue physique, alors : 1. le *quelque chose* qui assure la séparation des valeurs physiques discrètes n'est pas *rien* ; 2. ce *quelque chose* n'est pas, lui-même, de « nature » discrète ; et 3. la séparation entre ce *quelque chose* et les valeurs physiques discrètes qu'il sépare n'est pas « parfaite ».

Nous avons appliqué un **raisonnement sans fin* pour l'élégance de l'exposé ; mais nous aurions pu le taire, car l'*hypothèse initiale [80b] est communément admise, tandis que les évidences habituelles couvrent ses implications.

81 *Du point de vue physique au point de vue informatique*

A ce stade, nous n'avons pas encore quitté le domaine de la physique. Pour atteindre un point de vue informatique, il convient d'aller au-delà de ce premier temps de la discrétisation, afin d'*éliminer* [79l] le système physique lui-même :

81a CONSTAT. Lors de la discrétisation d'un système physique, le point de vue informatique vient se ***greffer*** sur une discrétisation physique ***déjà effectuée***.

Alors que, d'un point de vue physique, la discrétisation est achevée, il ne s'agit, pour un point de vue informatique, que d'une étape intermédiaire qui *prépare* l'élimination de toute référence apparente au système physique. Cette élimination comporte trois facettes indissociables :

81b CONSTAT. Le passage d'un point de vue physique discret au point de vue informatique procède : 1. de l'élimination des ***grandeurs physiques*** associées ; 2. de l'élimination des ***valeurs physiques*** associées ; et 3. d'un ***choix arbitraire*** quant aux lettres retenues.

Dans le point de vue physique, la variation de la grandeur physique (axe des ordonnées) est recueillie en termes de *nombres*, indissociables d'*unités physiques*. En informatique, tout cela disparaît, car il n'y a ni nombres ni unités physiques :

81c
```
              volts
                ↑
     ┌      3 ┤       __ __
a    [        |      /  \/  \
     └  ┌   2 ┤     /        \          _ _
♦       [     |  _ _/          \___     /
     ┌  └   1 ┤                    \ ___/
b    [        |                     \__/
     └      0 ┼───┬───┬───┬───┬───┬───┬──► temps
```

La transcription informatique (à gauche du schéma) est réduite aux *lettres* a et b : la grandeur physique (en l'occurrence, des volts) a été éliminée, les valeurs (en l'occurrence, les intervalles [0,1] et [2,3]) ont été éliminées, et, par ailleurs, on aurait pu choisir J et K, ou 0 et 1, à la place de a et b :

81d CONSTAT. D'un point de vue informatique, les lettres qui résultent de la seconde discrétisation sont détachées de toute référence apparente au point de vue physique : ce sont des ***lettres pures***, sans dimensions (au sens de la physique), et sans rapport avec les valeurs physiques dont elles proviennent.

Pour autant, ces lettres ne sont pas *libres*, car, dans le même temps que les lettres sont *détachées* du point de vue physique d'où elles proviennent, elles se trouvent *reliées* les unes aux autres :

81e CONSTAT. D'un point de vue informatique, les lettres qui proviennent de la discrétisation d'***une*** grandeur physique mesurée en ***un*** point déterminé d'***un*** système physique n'ont d'autre valeur que celle d'être ***mutuellement distinctes***.

On élimine la grandeur physique, on élimine les valeurs physiques, et on choisit arbitrairement les lettres [81b], mais on *garde mémoire* du fait que ces lettres proviennent d'***une même*** discrétisation d'***une même*** grandeur physique. Toute référence *apparente* à la grandeur physique disparaît, mais on garde mémoire de cette grandeur physique *en tant qu'oubliée*, et c'est cet oubli qui *relie* les lettres les unes aux autres. Donnons-nous une image :

81f IMAGE. Dire que ces lettres sont *mutuellement* distinctes, c'est dire que chacune d'elles est l'un des *éclats* [1] de l'aire de variation d'***une même*** grandeur physique.

81g 1. Cette image des *éclats*, qui nous permet d'approcher aisément le concept de *distinctivité mutuelle*, est empruntée à la présentation de l'*objet* que F. BAUDRY propose dans son séminaire *Le noeud, l'objet et l'acte* du Collège international de philosophie.

81h Ainsi, dans notre schéma, [81c], les lettres a et b n'ont d'autre valeur, en tant qu'elles résultent de la discrétisation qui sert d'exemple, que celle d'être *mutuellement distinctes*. Insistons :

81i CONSTAT. La *distinctivité mutuelle* des lettres obtenues à l'issue d'*une* discrétisation d'*une* grandeur physique en *un* point de mesure donné est, en son principe, ***strictement locale*** à ***cette*** discrétisation.

Or, puisque chaque point de mesure est associé à *une* place déterminée du vecteur d'état [79e] [79f], il vient :

81j CONSTAT. En tant qu'elles proviennent d'une ***même*** discrétisation, seules des lettres ***mutuellement distinctes*** peuvent occuper ***une*** place donnée d'un vecteur d'état.

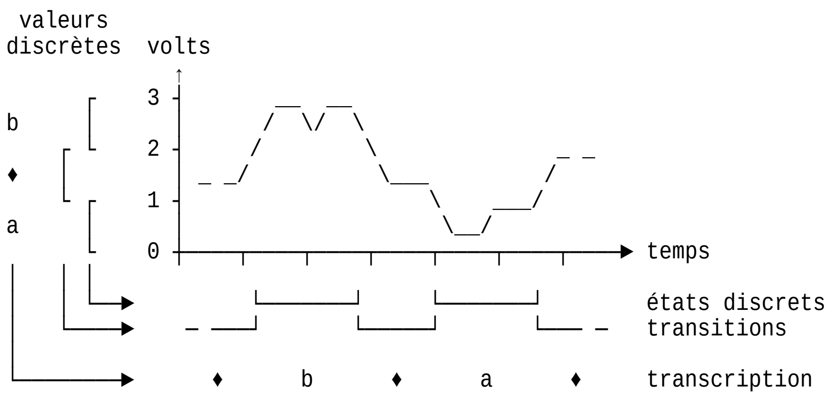
Par conséquent, les lettres associées à des places distinctes ne peuvent se mélanger les unes avec les autres :

81k CONSTAT. En tant qu'elles proviennent de discrétisations distinctes, les lettres liées à des places distinctes [d'un même vecteur d'état] ne sont pas ***comparables***, en ce sens qu'elles ne peuvent être ***ni les mêmes ni différentes***, qu'elles coïncident ou non formellement.

Que, dans notre schéma [80a], la forme apparente des lettres a et b mutuellement distinctes « ressemble » aux lettres a et b qui figurent parmi les 26 lettres minuscules de l'alphabet latin, doit être regardé comme purement fortuit, et, sans jouer sur les mots, comme l'effet d'une *coïncidence*. Rien n'empêche que des discrétisations associées à des places distinctes [d'un même vecteur d'état] se trouvent, de manière fortuite, utiliser un même jeu de lettres apparentes, au sens d'une coïncidence formelle des lettres ; il n'en reste pas moins que le constat [81k] s'applique, et qu'il ne faut y voir, là aussi, que l'effet d'une *coïncidence*.

82 *Les transitions de l'état d'une place*

Nous avons détaillé le *raisonnement sur la seconde discrétisation parce que les deux autres *dimensions de continuité* [79h] n'en sont que des transpositions. Poursuivons l'examen d'*une* place d'un vecteur d'état, et complétons notre schéma [81c] pour faire apparaître les *transitions de l'état d'une place* au cours du temps :

82a


La partie inférieure du schéma correspond à la discrétisation de l'évolution temporelle continue du signal. Cette discrétisation implique le choix d'intervalles d'observation provenant de la troisième discrétisation [79d]. Pendant ces intervalles, le signal reste stable selon la discrétisation des valeurs physiques (partie gauche du schéma), ce qui donne lieu aux *états discrets* de la place. Les *lettres mutuellement distinctes* (a et b) servent à noter les *états discrets* (a et b) au cours du temps. Remarquons cependant :

Nous lui devons surtout, grâce à ce séminaire et à des entretiens privés, de nous avoir frayé le chemin vers l'élaboration des rapports entre *sujet* et *objet* dans le montage théorique que nous proposons un peu plus loin [106-109], enrichissant et précisant à maints égards la lecture que nous avions jusque-là des travaux de J. LACAN. Notons que les ramifications étonnantes d'une image aussi simple que celle des *éclats*, autant dans la question du sujet et de l'objet telle que l'aborde F. BAUDRY, que dans le présent exposé (comme la suite le montrera), souligne à quel point l'*idée de coupure*, qui se déploie en multiples *concepts de coupure*, est directement liée aux questions et aux actes les plus fondamentaux [34h] [49-52] [91f]. Cette idée est également très présente dans les travaux de P. LEGENDRE sur les fondements du droit [106d].

82b CONSTAT. A proprement parler, les ***lettres mutuellement distinctes*** ne sont pas « la même chose » que les ***états discrets***.

Aussi longtemps qu'on garde la référence au système physique, le glissement des *valeurs* (les lettres mutuellement distinctes) sur les *états* (le déploiement temporel des valeurs), passe difficilement inaperçu. Mais, dans le point de vue informatique, qui ne retient que des *lettres pures sans dimensions*, c'est le critère de coïncidence formelle [5c] qui, dans le cadre normatif actuel, est seul juge des différences, et le glissement devient possible. Complétons l'image [81f] des éclats :

82c IMAGE. Si les lettres mutuellement distinctes sont associées aux éclats de l'*aire de variation* de la grandeur physique, alors les états discrets doivent être associés aux éclats du ***déploiement dans le temps*** *de cette aire de variation*.

Ce qui nous assure que des *valeurs* ne peuvent être confondues avec des *états*, c'est que les seconds sont le déploiement temporel des premières, de sorte que leur *différence* consiste en ce déploiement lui-même.

La distinction et le glissement valeurs/états nous invitent à revenir corrélativement sur les *quelque chose* (notés ♦). Le schéma [82a] montre que la partie du signal (notée ♦, en bas du schéma) qui permet de passer de l'état b à l'état a correspond au déploiement temporel du *quelque chose* (noté ♦ à gauche du schéma) qui assure la séparation des valeurs mutuellement distinctes a et b. Aussi le *quelque chose* qui assure la séparation des valeurs se trouve-t-il associé au *quelque chose* qui assure la séparation des états, ce qu'on appelle habituellement une transition ***d***'état, mais qu'il convient plutôt de nommer une *transition* ***entre*** *états* :

82d CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, si les lettres mutuellement distinctes (seconde discrétisation) sont glissées sur leur déploiement temporel comme ***états discrets*** (troisième discrétisation), alors le *quelque chose* qui assure la séparation de ces lettres mutuellement distinctes (seconde discrétisation) se déploie dans le temps comme *transition* ***entre*** *les états discrets* (troisième discrétisation).

Le *raisonnement régressif [80e] concernant les seuils de séparation *entre* les valeurs se transpose à la séparation *entre* les états, c'est-à-dire aux transitions *entre* états, et nous retrouvons les structures contradictoires régressives de l'effectivité formelle [8] [13a] :

82e *THÉOREME. Dans le cadre normatif actuel, si les valeurs (lettres) mutuellement distinctes sont glissées sur leur déploiement temporel comme états discrets, alors le problème régressif impliqué par la séparation entre les valeurs discrètes est glissé sur le problème régressif impliqué par la séparation entre les états.

L'image des *éclats* [82c] se complète : tandis que le *quelque chose* qui assure la séparation *entre* les valeurs mutuellement distinctes est une *miette* de l'aire de variation de la grandeur physique, le *quelque chose* qui assure la séparation *entre* les états discrets *en tant que transition*, est une *miette* du déploiement temporel de cette aire de variation :

82f IMAGE. La ***miette transitionnelle***, c'est-à-dire le *quelque chose* qui assure la transition *entre* les états discrets, est le ***déploiement temporel*** de la ***miette séparatrice***, c'est-à-dire du *quelque chose* qui assure la séparation entre les valeurs mutuellement distinctes.

Bref, les éclats (valeurs) se déploient en éclats (états), tandis que les miettes (séparation entre les valeurs) se déploient en miettes (transitions entre les états). Dans le cadre normatif actuel, le *quelque chose* qui assure la séparation des valeurs discrètes est identifié à un *rien* du discret finitiste, tandis que le *quelque chose* qui assure la séparation ***et*** la transition des états discrets est, ***lui aussi***, assimilé à un *rien* du discret finitiste, en tant que *transition irréductible*, et, sans jouer sur les mots, on ne comprend plus [ce] *rien* :

82g *COROLLAIRE. Dans le cadre normatif actuel, si les lettres mutuellement distinctes sont glissées sur leur déploiement temporel comme états discrets, alors les *riens* qui séparent les valeurs discrètes sont glissés sur les *riens* qui séparent les états discrets.

Autant le fait de comprendre comme *rien* ce qui assure la séparation des valeurs discrètes peut, à la rigueur, passer pour une évidence, autant il y a quelque difficulté théorique à affirmer, d'un côté, que les transitions ne sont rien, et, d'un autre, qu'elles sont effectives. En ce sens :

82h CONSTAT. Il y a « autant de différence » entre les valeurs discrètes et les états discrets, qu'il y en a entre le *rien* qui assure la séparation *entre* les valeurs discrètes et le *rien* qui assure les transitions *entre* les états discrets.

Or, ces *riens* ne sont autres que des singularités liées à des arrêts de régressions sans fin :

82i SECONDE CONCLUSION. Non seulement les structures contradictoires régressives décelées dans l'effectivité formelle ne sont pas un cas isolé, car la séparation *entre* des valeurs mutuellement distinctes en implique également, mais, de plus, les évidences normatives actuellement en vigueur ont pour effet de mettre ces structures en correspondance les unes avec les autres, tout en les faisant disparaître dans les *riens* du discret finitiste.

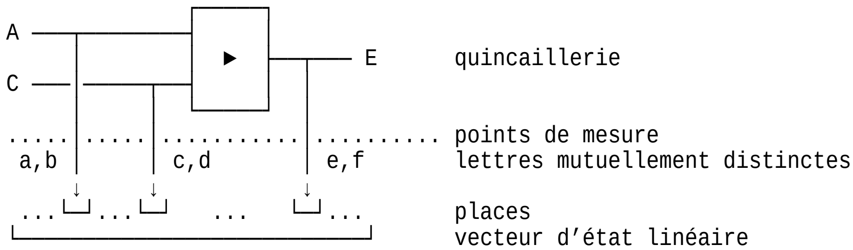
On aurait donc pu supposer, jusqu'à présent, que les structures contradictoires régressives étaient liées au caratère *dynamique* des transitions d'état [44] ; nous savons maintenant qu'il n'en est rien, puisque même la distinctivité mutuelle *statique* associée aux valeurs discrètes en implique également.

83 *La quincaillerie et son fonctionnement*

L'étude de la discrétisation d'un signal articule deux dimensions de discrétisation : la seconde discrétisation [79b], associée à l'aire de variation d'une grandeur physique, et la troisième discrétisation [79d], associée au déploiement temporel de cette aire. Il nous reste maintenant à étudier la première discrétisation [79a] qui permet d'obtenir les places [d'un vecteur d'état] et d'aborder théoriquement les transitions [du vecteur] d'état en articulant les trois dimensions de discrétisation.

Raisonnons sur un extrait très simple d'un système physique, en nous bornant à examiner un circuit « logique », sans aller jusqu'au point de vue physique (électronique, par exemple). Supposons [83a] un circuit « logique » ► muni de deux entrées A et C, et d'une sortie E. Le schéma [83a] précise que chacune des trois « pattes » est associée à un point de mesure, et que chaque point de mesure est associé à une *place* dans le vecteur d'état :

83a



Puisque nous supposons que le circuit ► est « logique », la grandeur physique associée à chaque point de mesure est discrétisée en deux valeurs mutuellement distinctes. Nous avons arbitrairement choisi trois jeux distincts de lettres (a et b, c et d, e et f). Notre schéma est tout-à-fait conforme à notre pratique habituelle de l'informatique. Commençons par souligner ce qui saute aux yeux :

83b CONSTAT. La première discrétisation [79a] (associée aux points de mesure) condense les ***trois*** dimensions de l'espace, où se situent les systèmes physiques, en ***une seule*** dimension, qui constitue la ***linéarité*** du vecteur d'état.

En effet, d'un point de vue informatique, nous imaginons toujours que les vecteurs d'état des machines sont *linéaires*. Cette linéarité est sans aucun doute à mettre en rapport avec la *linéarité des écritures*, qui se retrouve aussi bien en théorie de la calculabilité que, bien plus généralement, dans toute la formalisation mathématique[1]. Ce premier constat, qui amorce déjà l'élimination du système physique, se complète :

83d CONSTAT. La première discrétisation [79a] (associée aux points de mesure), qui détermine les ***places*** d'un vecteur d'état, provoque l'élimination de *tous* les circuits et de *toutes* les connexions qui établissent les relations ***entre*** les points de mesure, et, partant, ***entre*** les places.

On constate que cette discrétisation des points de mesure provoque l'élimination de toute la *matérialité* et de toute la « réalité physique » du système physique sous-jacent. Le concept de *place*, si difficile à aborder théoriquement dans le cadre normatif actuel, s'avère, lui aussi, dépendant d'un *quelque chose* qui assure la *séparation* ***et*** *la relation* des places au sein d'*un même* vecteur d'état. Nul n'hésitera à affirmer que les places sont discrètes, et, par conséquent :

83e CONSTAT. La première discrétisation [79a] (associée aux points de mesure) consiste à faire jouer au système physique lui-même, *en tant que* ***structure statique***, le rôle du *quelque chose* qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* les places d'un même vecteur d'état.

Alors que la juxtaposition des places dans un vecteur d'état ressemble à une collection finie mais éparse, les *liens structurels* entre ces places, c'est-à-dire la quincaillerie, l'architecture ou la plomberie des circuits « logiques », se trouve recueillie dans les *riens* qui séparent ces places. Nous déplions une troisième fois le même schéma de *raisonnement. Bornons-nous à l'essentiel :

83f *THÉOREME. Le problème de la séparation « parfaite » des places (ou des points de mesure) est un ***problème régressif***.

En effet, deux places qui seraient « parfaitement » séparées *n'auraient absolument aucun lien*, c'est-à-dire — ce qui est moins banal — qu'elles ne présenteraient même pas le premier de tous les liens, à savoir la co-présence (ou la co-existence[2]). Par conséquent :

83g *COROLLAIRE. L'émergence [des places] d'un vecteur d'état résulte de l'***arrêt*** *d'une régression sans fin*.

La régression sans fin en question n'est autre que celle, déjà soulignée [19], des *niveaux d'observation*, ce qui prolonge ce que nous avions esquissé [10e], à savoir que le fait d'affirmer l'irréductibilité d'opérations (ou de transitions) discrètes implique la détermination d'un vecteur d'état, détermination qui implique le choix d'un *niveau d'observation*. C'est une raison supplémentaire pour que le concept de *niveau* n'ait aucun fondement dans le cadre normatif actuel [19b], bien qu'il s'avère incontournable[3]. L'image des éclats se transpose aisément :

83h IMAGE. Tandis que les ***places*** d'un même vecteur d'état sont des *éclats* du système physique, les *miettes* qui tombent en reste sont la ***structure statique*** de ce système physique.

Le schéma de *raisonnement se poursuit en passant aux déploiements temporels. En effet, les places sont, en quelque sorte, « statiques », tout autant que la structure du système physique (ou l'architecture de la machine) recueillie dans le *quelque chose* qui sépare et relie les places d'un même vecteur d'état. Reprenons l'exemple du schéma [83a] pour obtenir le schéma [83i] qui montre une transition d'état X ─► X', en supposant que la sortie E passe à l'état f quand les entrées A et C sont à l'état a et c respectivement :

83c 1. Les agencements typographiques multi-dimensionnels figurant dans les textes mathématiques sont habituellement considérés comme des *facilités de lecture* qui sont, par principe, réductibles à des écritures linéaires, après adjonction éventuelle de caractères syntaxiques supplémentaires, et qui n'ont, par principe, aucun rapport de « ressemblance » avec les abstractions concernées.

2. La même remarque s'applique aux points de mesure en physique, nous n'insistons pas.

3. Ces mêmes remarques s'appliquent au critère normatif maximal de la corroboration expérimentale [4f], d'où le blocage théorique relatif à l'évidence *se manifester comme [réductible à du] calculable* [19f]. Nous n'insistons pas.

83i

```
      A       C       E      points de mesure ┐
  ... ┌┐ ... ┌┐ ... ┌┐ ...   places           │ état X
      a       c       e      états des places ┘

                             transition X → X'

      a       c       f      états des places ┐
  ... └┘ ... └┘ ... └┘ ...   places           │ état X'
      A       C       E      points de mesure ┘
```

Quand on reconstitue ce qui figure *entre* les états X et X', on obtient le *déploiement temporel* de la structure matérielle : l'état f en place E (état X') résulte de la combinaison effective des entrées A et C (état X) via le circuit ► :

83j CONSTAT. C'est le *quelque chose*, compris comme structure matérielle et recueilli dans ce qui sépare et relie les places d'un même vecteur d'état, qui se déploie temporellement comme le *quelque chose* qui assure les transitions ***entre*** les états discrets.

Si on restreint l'observation à la seule place E, on retrouve le *quelque chose* (noté ♦ dans le schéma [82a]), qui assure la transition de l'état de cette place, comme une *coupe* (ou comme une projection condensée et résumée) de la transition de l'état du système. Nous pouvons, par conséquent, avancer une double articulation :

83k CONSTAT. Si le *quelque chose* qui assure la transition de l'état d'une place est une ***coupe*** du *quelque chose* qui assure la transition de l'état du système, alors le *quelque chose* qui assure la séparation entre les valeurs discrètes mutuellement distinctes associées à une place est une ***coupe*** du *quelque chose* qui sépare et relie les places d'un même vecteur d'état.

Autrement dit, le *quelque chose* qui assure la séparation des valeurs mutuellement distinctes d'*une* place d'*un* vecteur d'état est une *coupe locale*, c'est-à-dire une coupe *selon cette place*, de la structure matérielle du système.

84

Une synthèse partielle

Dans le cadre de la présente étude de cas, n'insistons pas outre mesure sur ces questions, car nous n'avons pas exposé les principes fondamentaux qui en autorisent un accès théorique plus complet. Concluons par deux éléments de synthèse :

84a TROISIEME CONCLUSION. Dans le cadre normatif actuel, de même que le *quelque chose* séparateur pour les valeurs associées à une place se trouve glissé sur le *quelque chose* transitionnel pour les états associés à cette place, par le biais des *riens* du discret finitiste, le *quelque chose* séparateur pour les places se trouve glissé sur le *quelque chose* transitionnel pour les états, par le biais des *riens* qui séparent et relient les termes d'un ***produit cartésien***.

En effet, d'une part, les états sont habituellement compris comme les éléments d'un ensemble, dit « ensemble des états », obtenu en *effectuant* le produit cartésien des « ensembles de valeurs » associés aux places du vecteur d'état ; d'autre part, les transitions d'états, et, plus généralement, les historiques d'états, sont habituellement compris comme des produits cartésiens dont chaque composante est l'« ensemble des états ». Le second constat conclusif souligne que *tout se tient* :

84b QUATRIEME CONCLUSION. La triple discrétisation, qui donne lieu au point de vue informatique sur un système physique, ***échange*** l'élimination apparente du système physique contre des *quelque chose* indissociables les uns des autres, et destinés, dans le cadre normatif actuel, à devenir les *riens* du discret finitiste, quoiqu'ils constituent ce qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* ***tous*** les termes discrets apparents qui en résultent, de manière à ce qu'ils ***fassent système***.

84c Dans le cadre normatif actuel, rien ne semble plus épars, plus démantelé, plus substituable sans égards, et plus proche d'un matériau inerte et amorphe, que les lettres et les assemblages de lettres qui résultent d'une telle discrétisation ; et pourtant, ce sont ces *riens* qui *représentent* le système physique *oublié*, et c'est aussi grâce à eux que les caractères typographiques prélevés dans les casses les plus diverses, loin de se disperser à vau-l'eau, acquièrent le statut de *lettres* et, de ce qu'elles sont reliées par ces *riens* si discrets, ***font système*** [81g].

III-2-2. Remarques sur la discrétisation

■ *Nous complétons l'étude partielle de la discrétisation par quelques remarques de synthèse et nous proposons d'approcher la discrétisation à travers la condensation et la conservation du système physique sous-jacent.*

85 *Une question de recevabilité théorique*

L'étude qui précède, même simplifiée et partielle, montre que la [triple] discrétisation qui permet de « voir » un système physique selon un point de vue informatique ne se réduit pas à un simple échantillonnage. Tout au contraire, plusieurs remarques suggèrent que nous sommes en présence d'un *montage théorique* complexe qui articule certains caractères fondamentaux des *obervations* et des *mesures* au sens de la physique, avec les conceptions normatives du *discret* et du *fini* :

85a INTERPRÉTATION. D'un point de vue théorique, cette problématique de la discrétisation concerne l'articulation entre *discret* et *continu*.

Cette problématique n'est pas nouvelle, puisqu'elle est à peu près contemporaine de l'émergence des mathématiques dans l'Antiquité grecque. Dans le cadre normatif actuel, où le continu est, pour l'essentiel, compris comme un *continu numérique*, cette articulation est comprise à travers des propriétés liées aux *nombres* : approximations, limites, développements, séries, etc. Or, comme nous l'avons souligné [81a], les discrétisations physiques habituelles ne sont qu'une étape de préparation pour atteindre un point de vue informatique où toute considération relative aux *nombres* se trouve, par principe, éliminée, puisqu'il ne reste plus que des [rapports entre] écritures [45c] :

85b INTERPRÉTATION. Le ressort théorique fondamental de la discrétisation qui permet de passer d'un point de vue physique à un point de vue informatique, porte sur une ***autre manière*** d'articuler *un continu* (qui n'est peut-être pas numérique) et *un discret* (qui n'est certainement pas numérique).

Ni les *lettres*, ni l'*information* ne sont le *nombre* [78b], ce que confirme paradoxalement, si besoin était, la théorie mathématique de la calculabilité : les machines mathématiques reposent sur l'abandon des *nombres* comme concept fondamental, car, même d'un point de vue mathématique, les calculs effectifs ne portent que sur des *lettres*. Dans ces conditions, la situation actuelle serait, à maints égards, analogue à une situation qui s'est déjà produite :

85c INTERPRÉTATION. Il n'est pas déraisonnable de supposer qu'une articulation entre un continu *non numérique* et un discret *non numérique* conduise à une sorte de « calcul différentiel » *non numérique*.

Cette interprétation n'est pas déraisonnable, parce que le continu numérique standard, que nul n'a jamais « vu » ni ne verra jamais, autant que le continu du physicien, que nul n'a jamais « vu » ni ne verra jamais, se plient tous deux, quoi qu'on en imagine, aux exigences qu'impose l'usage de l'écriture dans les mathématiques formalisées. N'allons pas plus avant, pour l'instant, car nous n'avons évoqué cette perspective que pour situer synthétiquement la question :

85d QUESTION. Est-il vraiment recevable, d'un point de vue théorique, d'admettre que l'articulation entre les points de vue physique et informatique sur les ordinateurs, puisse être tenue pour une évidence ?

Poser une telle question ne signifie pas que l'informatique doive être confinée aux seules applications sur des machines automatiques. Et, d'ailleurs, la référence aux systèmes physiques dans notre étude de la discrétisation n'est qu'un cas particulier permettant d'abréger l'exposé, sachant que les repères essentiels qu'elle a soulignés pourraient être repris et appliqués, presque mot pour mot, à bien d'autres systèmes. En revanche :

85e REMARQUE. Une élaboration théorique qui se trouve contrainte de tenir pour évidente l'articulation entre les points de vue physique et informatique sur les machines, notifie qu'elle n'est pas en mesure d'aborder théoriquement cette articulation.

En faisant allusion au calcul différentiel, nous rappelons que la mathématisation des systèmes physiques est tout sauf évidente, car elle se trouve contrainte, elle aussi, d'articuler ce qui est situé dans l'espace et le temps à ce qui est habituellement réputé conjuguer l'intemporel, l'immuable et l'inétendu [44]. Or, l'élimination des systèmes physiques dans des [rapports entre] écritures est un passage obligé, autant dans le cadre de la méthode expérimentale, pour qu'il soit possible d'obtenir des modèles prédictifs, lesquels sont des calculs *au sens de la théorie de la calculabilité*, que dans le cas de l'informatique, pour qu'il soit possible de réduire les machines informatiques à des calculs *au sens de la théorie de la calculabilité*.

86 *La singularité : le glissement du discret sur le fini*

L'étude de la discrétisation est principalement destinée à déceler une *singularité* [77] qui conjugue une opérativité reconnue et une irrecevabilité théorique. Pour ce faire, nous soulignons le fonctionnement *à double sens* [77a] d'une évidence :

86a REPERE. Dès lors qu'il est avéré que l'articulation entre les points de vue physique et informatique sur les machines est tout sauf évidente, l'opérativité reconnue de cette articulation notifie la présence d'une ***singularité*** au sein des approches théoriques qui se voient *contraintes* de tenir cette articulation pour évidente.

Cette singularité, que nous avions approchée intuitivement par l'expression *des riens qui ne sont pas rien* [14b] [25e] lorsque nous avons situé la problématique des fondements de l'informatique, se trouve en fait au coeur de la triple discrétisation :

86b INTERPRÉTATION. Dans le cadre normatif actuel, la singularité qui contraint les approches théoriques partielles de l'informatique à tenir pour évidente l'articulation entre les points de vue physique et informatique sur les machines, est liée au ***glissement du discret sur le fini***.

La raison en est la suivante : lors de la discrétisation, *tous* les *quelque chose* qui *séparent* ***et*** *relient* les éléments discrets apparents obtenus se présentent comme *formellement indécelables* quoique, et parce que, ils sont *tous* des singularités produites par des régressions sans fin arrêtées :

86c REPERE. Tandis que les éléments discrets apparents, c'est-à-dire *formellement décelables*, peuvent être aisément assimilés à des éléments et à des collections d'éléments bornés de toutes part dans le fini, il s'avère que ce qui assure leur *séparation*, et qui, par conséquent, rend ces éléments apparents seulement possibles et leur confère l'apparence discrète qu'on leur connaît, n'est ***ni discret ni fini***.

De sorte que le glissement du discret sur le fini provient seulement du fait que ce qui différencie l'un et l'autre ne surgit que formellement indécelable, quoique ne relevant ni du discret (au sens de ce mot quand il concerne les éléments discrets apparents), ni du fini (au sens habituel) :

86d REPERE. Si toute trace de ce qui pourrait récuser le glissement du discret sur le fini n'est recueillie, dans le cadre normatif actuel, que formellement indécelable, alors rien ne peut *formellement* s'opposer à ce glissement.

C'est ce que chacun peut constater : il y a deux mots d'emploi courant, *discret* et *fini*, mais leur distinction n'a aucun fondement théorique dans le cadre normatif actuel, quoiqu'une intuition prévenante nous souffle sa conservation et nous guide pour en user comme il convient. Ce glissement dispose d'un atout majeur [5] pour sa persistance :

86e RAPPEL. Dans le cadre normatif actuel, l'écriture purement instrumentale est à la fois l'*image* par excellence du strictement fini et l'*image* par excellence du discret.

Ce glissement en régit bien d'autres. Comme nous l'avons déjà souligné [1c], le concept d'*état discret* n'a, lui non plus, aucun fondement théorique dans le cadre normatif actuel, et relève, à cet égard, d'une simple manière de parler : il n'y a pas plus d'ensembles d'états discrets, en mathématiques, qu'il n'y a d'ensembles de pommes de terre. Partant, aucune expression faisant intervenir des états discrets, à commencer par celle de *transition d'état discret*, n'a de fondement théorique dans le cadre normatif actuel. L'autre glissement que nous avons relevé [84a] concerne le *produit cartésien*, dont l'un des traits reconnus est précisément sa « ressemblance » avec la juxtaposition linéaire des lettres ou des écritures. Même concernant un nombre infini de termes, il ne bascule jamais dans le continu ; on ne dira pas de lui qu'il est une discontinuité, mais au contraire, fini ou non, qu'il est *discret*.

Etudier la discrétisation d'un système physique pour rejoindre un point de vue informatique s'inscrit donc, dans le cadre du présent exposé, comme un cas particulier qui procure un support intuitif bien établi pour approcher cette singularité. Ainsi, quand on tente de nouer les deux extrémités de la chaîne, d'un côté les mathématiques et l'effectivité formelle, qui se rangent à une conception finitiste du discret, et, de l'autre, ce qui résulte de la discrétisation d'un système physique selon un point de vue informatique, se voit-on contraint d'affronter le dilemme :

86f DILEMME. Prenant acte de l'opérativité des approches théoriques partielles de l'informatique : ou bien on réaffirme que l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est évidente, et on ***conserve le blocage théorique*** que cette évidence couvre ; ou bien on récuse cette évidence *en tant qu'évidence*, et on ***récuse le glissement*** du discret sur le fini.

C'est la seconde alternative de ce dilemme que les présentes études de cas se proposent d'approcher. Mais avant d'aller plus loin, examinons déjà une manière de comprendre la discrétisation, puisque nous ne concevons pas qu'il s'agisse d'un simple échantillonnage.

87 *Le devenir*

L'*hypothèse [80b] qu'il ne saurait exister de « seuils parfaits » d'un point de vue physique rappelle que ni les *états discrets*, ni les *transitions* entre ces états, au sens de l'informatique, ne sont observables *au sens de la physique*[1]. La discrétisation d'un système physique n'est donc, proprement, ni un *constat* relatif à des états et à des transitions qui préexisteraient « dans » la « réalité physique », ni une *transformation* qui aurait pour effet de modifier une « réalité physique » pour lui imprimer des états discrets et des transitions d'états discrets :

87b INTERPRÉTATION. Dans la perspective du présent exposé, la discrétisation se comprend comme une *venue à la forme* d'un ***devenir***.

Que peut-on dire d'un *devenir* ? Rien, tant qu'il n'advient pas à la forme. Mais quand il advient à la forme, il est déjà autre. Intuitivement, c'est une sorte de *continuum*, dépourvu de toute coupure, de toute individuation, de toute immobilité, de toute répétition, de toute identité, etc., bref :

87a 1. Rappelons [17c] que la discrétisation d'un système physique n'affecte pas ce système, du moins au niveau macroscopique où nous opérons en informatique, puisqu'elle correspond à une manière de *regarder* (ou de penser) un système physique, éventuellement conçu à cet effet. Prenons soin de préciser : les technologies actuellement employées pour les ordinateurs ne jouent pas sur la mise en coïncidence des discrétisations apparentes (niveau macrophysique) et de ce que la physique reconnaît, actuellement, comme des discontinuités (microphysiques).

87c REPERE. Le ***devenir*** est, en tant que tel, inaccessible à la connaissance théorique.

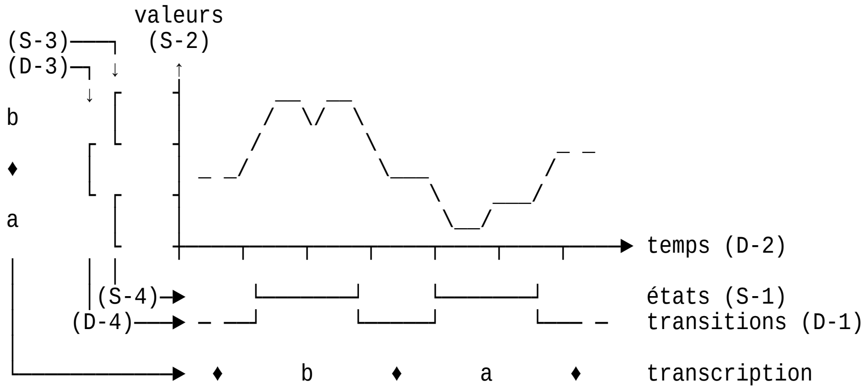
Risquons une première image en disant que le devenir advient à la forme comme *changement* (mouvement, transition, transformation, etc.), bien qu'il ne soit pas, lui-même, à proprement parler, changement : « *metaballon anapauetai*[1] ». Risquons une seconde image en disant que la conjonction entre l'espace et le temps résulte d'une *venue à la forme du devenir*, quoiqu'il ne soit lui-même, proprement, ni temps ni espace. Puisque [87b] nous comprenons la discrétisation comme une venue à la forme d'un devenir :

87d INTERPRÉTATION. Le répondant [physique] des états discrets ***est de même « nature »*** que le répondant [physique] des transitions : c'est du *devenir*.

L'image des *éclats* [82c] l'avait déjà suggéré : les états discrets sont des éclats d'un devenir, et les transitions sont des miettes de devenir qui tombent en reste. Appliquons cela à des situations qui nous sont familières. Regardons l'écran d'un ordinateur, immobile en apparence (en supposant, par exemple, une attente de commande). Dirons-nous pour autant que la machine est « arrêtée » et qu'elle ne change pas d'état ? Certainement pas. Dirons-nous pour autant que l'état de l'écran est statique ? Certainement pas non plus, car, même en simplifiant, nous savons que l'apparence immobile provient de la conjonction entre le balayage de l'écran et la rémanence rétinienne : l'apparence immobile de l'écran est, comme telle, inobservable. Si on objecte qu'elle est [peut-être] observable dans l'oeil, doit-on admettre que l'état de l'oeil fait partie du vecteur d'état de l'ordinateur ? Dira-t-on pour autant que les images rétiniennes sont statiques ?

88 *L'évanouissement de l'opposition entre statique et dynamique*

Il convient donc de revenir sur l'opposition habituelle entre *dynamique* et *statique* [44]. *Raisonnons sur le schéma [82a] relatif aux transitions de l'état d'une place :

88a


Dès lors [87d] que le répondant des états et des transitions est du devenir, l'opposition entre dynamique et statique ne peut être simplement assimilée à l'opposition entre ce qui change (dynamique) et ce qui ne change pas (statique). Dans notre pratique habituelle, nous appliquons couramment l'opposition entre dynamique et statique à l'opposition entre les transitions d'état et les états :

88b CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, un *premier sens* de l'opposition entre dynamique et statique renvoie à l'opposition entre les transitions d'état (changement) et les états (absence de changement apparent).

Dans le schéma [88a] (partie inférieure), cette première opposition est notée S-1 (statique au sens 1) et D-1 (dynamique au sens 1). Cependant, nous appliquons également l'opposition entre dynamique et statique en un second sens :

1. *En se transformant, il reste en repos.* HÉRACLITE, fragment 84a (DIELS-KRANZ). *Traduction de M. CONCHE, Puf, Paris, 1986.*

88c CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, un *second sens* de l'opposition entre dynamique et statique renvoie à l'opposition entre le déploiement temporel (changement) et ce qui n'est pas temporellement déployé (absence de changement).

En ce second sens, tout ce qui est déployé selon l'axe du temps est globalement considéré comme dynamique (D-2), alors que les valeurs sont considérées comme statiques (S-2). Ce second sens s'appliquerait aussi bien à l'opposition entre le fonctionnement, considéré globalement comme dynamique, et la structure (ou l'architecture), considérée globalement comme statique. D'où :

88d CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, le dynamique au second sens est composé de termes qui se répartissent selon l'opposition entre statique et dynamique au premier sens.

Cette curiosité mérite notre attention, car elle signale déjà la présence d'un glissement de sens inattendu à l'endroit d'une opposition qui paraît aller de soi. De manière imagée, le constat [88d] signifie que la « substance » du dynamique-2 est obtenue par la conjonction de deux « contraires », à savoir le statique-1 (les états) et le dynamique-1 (les transitions). Cependant, cette conjonction n'est pas gênante, car, tandis que le statique-1 est associé à des *traces décelables* (les écritures qui valent pour les états), le dynamique-1 est associé à ce qui se présente comme étant à la fois *indécelable* ***et*** *effectif* (les transitions *entre* les états). Prolongeons ce que l'étude de la discrétisation a permis de dégager en suivant cette idée. Puisque [80e] [80f] le *quelque chose* qui sépare les valeurs discrètes n'est pas, lui-même, discret :

88e CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, le statique au second sens est composé de termes qui se répartissent selon l'opposition entre discret (les termes discrets) et non discret (le *quelque chose* qui les sépare).

Nous sommes en présence d'une autre sorte de « dynamisme », à savoir celui des régressions sans fin. En effet, le « statisme » des valeurs discrètes (en S-3 sur le schéma [88a]) provient de l'arrêt d'une régression sans fin, arrêt qui donne lieu au *quelque chose* assurant la séparation de ces termes (D-3). La « substance » du statique-2 est donc, elle aussi, composé de « contraires », lesquels sont respectivement associés à des *traces décelables* (les valeurs discrètes) et à des *quelque chose* qui se présentent comme étant à la fois *indécelables* ***et*** *effectifs*. Dans ces conditions, le glissement des valeurs sur les états [82b] (coude S-4 dans le schéma [88a]) est un *glissement d'écritures* : la lettre b *n'est pas la même* (ou n'a pas le même statut) selon qu'elle joue le rôle d'une valeur ou d'un état, bien qu'aucune différence ne soit formellement décelable. De même, le glissement des *quelque chose* qui séparent les valeurs sur les *quelque chose* qui séparent les états [82d] (coude D-4 dans le schéma [88a]) est formellement indécelable, puisqu'il porte sur des traces indécelables (ou sur des *riens* [82g]). Il s'ensuit :

88f INTERPRÉTATION. L'opposition entre statique et dynamique s'***évanouit dans l'écriture***, c'est-à-dire qu'elle y devient ***formellement indécelable***, soit parce que l'un des termes de l'opposition s'avère lui-même indécelable, soit parce qu'on passe d'un terme à un autre par un glissement d'écritures.

Il s'ensuit que nous pouvons tenir un discours sur le statique et le dynamique sans qu'aucune trace de cette opposition ne soit formellement décelable dans les écritures :

88g CONSTAT. Les articles et les livres d'informatique, de physique, ou de mathématiques demeurent bien sagement rangés, certains depuis plusieurs siècles, dans les rayons des bibliothèques : ***les écritures imprimées sur leurs pages ne « bougent » pas***.

Cela fait sourire ; mais on voudra prendre acte de l'*indiscernabilité formelle* des écritures que le mathématicien associe aux abstractions (conjonction entre l'immuable, l'intemporel et l'inétendu), des écritures que le physicien associe au mouvement ou à l'évolution des systèmes physiques, et des écritures que l'informaticien associe au dynamisme des systèmes discrets.

89 *Vers un montage théorique*

L'image [88g] fait sourire, car on se surprend à imaginer les lettres des traités les plus sérieux s'agitant entre les feuillets des livres dès que nous avons le dos tourné, se mélangeant dans des bacchanales nocturnes sans aucun égard pour les abîmes théoriques qui séparent les disciplines dont elles procèdent, comme des jouets s'animant dès que l'enfant s'est endormi. Et pourtant, le sérieux du constat [88g] ne fait aucun doute :

89a INTERPRÉTATION. L'évanouissement de l'opposition entre statique et dynamique dans l'écriture est une ***condition nécessaire*** pour qu'il soit *seulement possible* d'aborder le ***changement*** (mouvements, transitions, transformations, etc.) dans des élaborations théoriques qui passent par l'écriture [1].

89b Cette condition nécessaire s'applique non seulement à l'informatique, mais, beaucoup plus généralement, à la mathématisation des théories physiques. Nous n'avons examiné, pour l'instant, qu'un petit fragment d'un vaste *montage théorique*, dont l'un des points singuliers est cet évanouissement. Ce montage, que nous construisons pas à pas pour parvenir à surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique, est peut-être à comprendre aussi comme une sorte de reconstitution rétroactive de tout ou partie du montage théorique sous-jacent aux *sciences modernes* issues du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, lesquelles inaugurent une mathématisation des *systèmes dynamiques* grâce au *calcul différentiel* (G. W. LEIBNIZ) ou aux *fluxions* (I. NEWTON). A cet égard, on peut considérer qu'il s'agit là d'*une* réponse au conflit entre le *devenir* (problématique présocratique) et les *Idées* immuables et intemporelles (bifurcation platonicienne), conflit presque inaugural des mathématiques grecques, qui fut tranché par le rejet du devenir dans l'ombre portée des Idées. Mais ce conflit, croyons-nous, ne dort jamais que d'un oeil, et resurgit présentement dans toute sa fraîcheur, sous les traits d'une *double problématique* :

89c INTERPRÉTATION. L'enjeu théorique de l'évanouissement de l'opposition entre statique et dynamique dans l'écriture concerne également, d'une part, l'articulation entre les mathématiques « classiques » et celles qui relèvent de l'effectivité formelle, et, d'autre part, l'articulation entre les mathématiques « classiques » et les systèmes physiques dynamiques que sont les ordinateurs.

89d En effet, l'effectivité formelle, dont nous avons souligné à maintes reprises qu'elle posait les mêmes difficultés théoriques que l'effectivité des transitions d'état des machines informatiques, relève, elle aussi, de l'opposition entre statique et dynamique, dès lors qu'il échoit au mathématicien lui-même d'assumer l'***effectivité*** des opérations appliquées aux écritures. Nous corroborons ainsi notre interprétation [69c] selon laquelle l'identification évidente entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes est opératoire parce que les mêmes difficultés se retrouvent d'un côté (informatique) comme de l'autre (mathématique), et nous appliquons notre méthode d'analyse par les singularités [77a] : les approches théoriques partielles de l'informatique prennent appui sur leurs ***propres*** singularités.

90 *La discrétisation comme condensation et conservation*

Dans la perspective du présent exposé, outre l'articulation entre discret et continu [85a], la discrétisation permet d'approcher certains traits de la *venue des choses à la forme* [87b]. Aucune des trois discrétisations ne peut être conçue comme une simple extraction d'éléments statiques visant à reléguer tout le reste dans l'ombre du dynamisme. Certes, au cours de la discrétisation, le système physique est éliminé *en tant que tel* [79l] ; mais nous avons souligné que cette élimination avait une contrepartie, à savoir [84b] les *quelque chose* qui, indissociablement, *séparent* ***et*** *relient* les lettres des écritures obtenues. Notre approche de la discrétisation s'inscrit donc dans l'*hypothèse générale [54d] que la *venue des choses à la forme* donne lieu, indissociablement, à des traces décelables et à des traces indécelables. En ce sens, le discrétisé est *oublié dans* ce qui résulte de la discrétisation [49]. Quelle signification accorder à l'expression *oublié dans* ?

90a IDÉE DIRECTRICE. Nous concevons la discrétisation comme une manière de ***condenser*** le discrétisé dans les [rapports entre] écritures auxquels on le ramène, de telle sorte qu'il soit opératoire d'admettre que le discrétisé est ***globalement conservé*** dans l'effet apparent qui en résulte.

1. Ou dans des élaborations théoriques qui s'en tiennent à la *forme* « immobile » des énoncés de discours.

Rien n'est perdu ni laissé de côté, pourrait-on dire, ce que suggère l'image des éclats et des miettes. Chaque éclat ou chaque miette (chaque état ou chaque transition, par exemple) peut être compris comme un ***fragment condensé*** du discrétisé, tandis que l'effet apparent doit être compris comme la ***résultante globale*** (un résumé condensé) d'une multitude de processus sous-jacents que chacun d'eux contribue à déterminer. Il ne s'agit pas, d'une simple exhaustion comptable : si *condenser* est une manière de dire qu'on agglomère de nombreux « détails » en des termes apparemment « simples » (lettres ou intervalles) de telle sorte que, globalement, rien ne soit perdu ou laissé de côté, *conserver* est une manière de dire que, relativement au point de vue choisi, on peut raisonner sur la condensation en lieu et place du discrétisé :

90b INTERPRÉTATION. La ***conservation globale*** est capitale en informatique, car elle permet de raisonner sur une condensation d'un système [physique] (une machine informatique) tout en disposant, pour le degré de condensation considéré, d'un ***modèle prédictif*** (la définition ou la spécification de cette machine [1]) où, pourtant, ne figure aucune référence aux processus et phénomènes sous-jacents tels qu'un physicien, par exemple, pourrait les concevoir [2].

Par suite, quand nous transcrivons, au moyen d'écritures, ce qui résulte d'une discrétisation, nous pouvons concevoir la conservation globale du discrétisé en restituant aux intervalles la place qui leur revient. Complétons le schéma [79k] proposé dans l'esquisse générale de la discrétisation, et *raisonnons au moyen d'un *tout se passe comme si* :

90c

```
                             E
        séries dissociées :  lettres
┌→ 1ère série  ┌┐ ┌┐ ┌┐    : A   B   C    1ère série ─┐
├→ 2ème série   ┌┐ ┌┐ ┌┐   :   ♦   ♦   ♦  2ème série ─┤
│ D — — — — — — — — — — — — — —:— — — — — — — — — — — —  D' │
└─ discrétisé  ─────────────  :    ABC     écriture  ←┘
                             :             apparente
                             E'
```

Globalement, *rien n'est perdu* du discrétisé au cours du chemin DED' qui aboutit aux écritures apparentes :

90d IDÉE DIRECTRICE. *Tout se passe comme si* la *dissociation* du discrétisé (franchissement de la ligne D) en deux séries [3] (la série des éclats et la série des miettes), donnait prise à une *condensation* s'effectuant sur les termes des deux séries obtenues.

Cette condensation « enveloppe » chaque terme dans une ou plusieurs lettres (franchissement de la ligne E). Mais le discrétisé est encore « présent dans sa totalité », quoique condensé, dans les deux séries de lettres (à droite de la ligne E), dont l'une est destinée à tenir le rôle des lettres apparentes, et l'autre le rôle des intervalles entre ces lettres (franchissement de la ligne D').

Nous faisons peut-être plus facilement référence aux intervalles en tant que transitions d'état, mais notre étude de la discrétisation a montré [83] que les intervalles n'étaient pas tous des transitions entre états. La présence d'intervalles de diverses « natures » nous est familière, et leur distinction doit être assumée à la *lecture* des écritures :

90e

```
     valeurs   {a,b}                 { , }
        état   aabbaa
 transitions   aabbaa → aabbab         →
```

1. Le modèle est prédictif pour autant que le système sous-jacent fonctionne correctement, et soit exempt de pannes, de parasitage excessif, etc. Ce fonctionnement correct est à comprendre comme une condition d'opérativité de la condensation liée à l'interrelation des [au moins] trois discrétisations.

2. Rappelons que la seconde discrétisation [79b] permet d'éliminer toute référence aux grandeurs physiques [81b].

3. Compte-tenu de ce que nous avons dit [80e] [80f], nous savons que ces deux séries ne sont pas discrètes, puisque les *quelque chose* qui assurent la séparation des termes discrets apparents ne peuvent pas être, eux-mêmes, discrets. Le schéma [91a] est donc simplificateur (ou équivoque), d'où la nécessité de recourir à un *tout se passe comme si*. Cf. ci-après [91].

90f Tous les intervalles comptent, pourrait-on dire, et c'est leur place, autant que leur « nature », que nous marquons grâce aux *armatures syntaxiques* et aux *lettres auxiliaires* dont nous avons l'habitude d'habiller les écritures, de telle sorte que le choix judicieux de ces additifs garde mémoire des distinctions originelles, et nous rappelle, à la lecture, qu'il convient de les interpréter différemment. Ainsi, par exemple [90e] : les intervalles à lire comme *distinctivité mutuelle de valeurs* sont souvent marqués grâce à des accolades et des virgules ; les intervalles à lire comme *discrétisation de la structure*, donnant lieu aux places des vecteurs d'état, sont souvent marqués grâce à l'intervalle « naturel » des écritures ; tandis que les intervalles à lire comme *transitions d'état* sont souvent marqués grâce à des flèches. Rien n'est donc perdu, disons-nous [90a], pour autant que nous sachions *lire* les écritures, de manière à reconstituer l'effet apparent grâce à une interprétation minimale des intervalles et des lettres, interprétation qu'il *nous* échoit d'assumer, en tant que *nous* sommes conviés à assumer l'*office du sujet*.

91

*Introduction au *principe de coupure*

L'idée [90a] d'une condensation et d'une conservation globale nous est intuitivement très accessible : nous savons reproduire globalement l'effet apparent grâce à des opérations appliquées aux écritures qui valent pour les états. En revanche, l'idée [90d] d'une dissociation du discrétisé en deux séries indissociables, l'une destinée à donner lieu aux éléments discrets apparents (traces décelables), l'autre destinée à donner lieu aux intervalles (traces indécelables), appelle d'emblée quelques remarques d'ordre théorique. Notre approche de la discrétisation se distingue de deux conceptions habituelles, où ce sont tantôt les *états* qui sont identifiés à des coupures (les états comme *coupe instantanée*, figure de gauche), et tantôt les *transitions* (transition brusque d'un état à un autre, figure centrale) :

91a
```
transcription   ► W ► X ►      W ► X ► Y      W  ►  X  ►
               ——|——|——       ——|——|——       ——   ——
                                                ——   ——

     dicrétisé ——————————     ——————————     ———————————
```

Notre conception (figure de droite), comprend la discrétisation comme l'effet d'une ***coupure*** qui dissocie le discrétisé en *deux séries* :

91b INTERPRÉTATION. Le caractère proprement discret d'une discrétisation est attaché à la ***coupure*** qui dissocie le discrétisé en *deux* séries, celle qui donne lieu aux termes apparents (les états, par exemple), et celle qui donne lieu aux intervalles (les transitions, par exemple).

Autrement dit, contrairement à la conception normative en vigueur, nous n'associons pas la discrétisation au seul fait qu'il y a des intervalles entre les termes apparents qui en résultent. Il convient donc de concevoir que cette coupure intervient ***en tiers*** *entre* les termes apparents (les éclats) et les intervalles (les miettes, les *quelque chose*) qui séparent les termes apparents les uns des autres, et leur confère l'apparence discrète habituelle :

91c INTERPRÉTATION. Pour qu'il soit *seulement possible* d'affirmer que les intervalles séparent les termes apparents les uns des autres, il faut avoir préalablement conçu l'***opposition*** entre les termes et les intervalles.

En ce sens, pour « voir » la séparation des termes apparents, et, partant, *juger* qu'ils sont discrets, il faut d'*abord* « voir » les intervalles comme s'il s'agissait de termes au même titre que les termes apparents, *puis* prendre acte d'une différence caractéristique (ou d'une décision) qui conduit les uns à *jouer le rôle des intervalles*, et les autres à *jouer le rôle des termes séparés par ces intervalles*. Le ressort de notre étude théorique de la discrétisation est là :

91d REPERE. La séparation des termes discrets apparents n'est, en quelque sorte, qu'un ***effet second***.

Puisque la coupure qui dissocie le discrétisé en deux séries n'est pas ce qui sépare les *termes apparents* les uns des autres, mais ce qui sépare les termes apparents des intervalles, il est *impossible* de « voir » cette coupure en tant que telle :

91e INTERPRÉTATION. D'un point de vue théorique, la ***coupure*** qui dissocie le discrétisé en deux séries est une *reconstitution hypothétique* ; en tant que telle, cette coupure n'est ni factuelle, ni observable, ni représentable, ni accessible aux sens en quelque manière que ce soit.

De manière imagée, la référence aux coupures est un *tout se passe comme si*. Cette idée des coupures est la contrepartie de l'*hypothèse [80b] qu'il n'y a pas de « seuils parfaits » d'un point de vue physique, *hypothèse qui se déplie en un problème régressif [80d], dès lors que les *quelque chose* qui séparent ne sont pas rien, et ne sont pas « parfaitement séparés » des termes eux-mêmes [80f]. Il nous faut donc, *d'un point de vue théorique*, ménager un cran supplémentaire en réserve pour poser la disjonction conceptuelle « parfaite » [91c] entre les termes et ce qui les sépare, c'est-à-dire une *coupure « parfaite »* (sans miettes), sachant qu'une telle coupure est inaccessible [1], et demeure une *fiction théorique*. Pourquoi insistons-nous sur le caractère inaccessible de telles coupures ?

91f *PRINCIPE DE COUPURE. Les choses ne viennent à la forme que *dissociées* par l'effet d'une ***coupure***.

L'inaccessibilité de ces coupures provient simplement du fait qu'elles constituent une *condition de la possibilité d'une venue des choses à la forme*, de sorte que **la coupure a toujours déjà eu lieu** quand on recueille une trace décelable [2]. On ne peut donc proprement « voir » ces coupures, car « voir » *présuppose que la venue à la forme se soit déjà accomplie*. Il est donc inutile d'attendre un constat factuel qui n'adviendra jamais ; seul un *principe permet de jeter un pont sur l'abîme. On ne peut donc concevoir ces coupures qu'indirectement, en utilisant tous les moyens, théoriques ou non, que ce soient des *principes, des schémas, des fictions, des *tout se passe comme si*, etc., qui nous permettent d'en avoir quelque *idée* :

91g REPERE. La référence aux *coupures* est avant tout un ****principe explicatif*** permettant de *rendre compte* de certains effets apparents.

Il convient cependant de prendre certaines précautions quant à l'utilisation du mot *coupure*, dont le sens a tendance à glisser. Soulignons dès maintenant :

91h REMARQUE. Nous distinguons : les coupures comprises comme *ce qui figure entre*, nous les nommons des ***intervalles*** ; les coupures comprises comme des *opérations*, nous les nommons des ***découpages*** ; et enfin les coupures comprises comme des *structures*, lesquelles sont les ***coupures*** (à proprement parler) qui doivent être entendues comme un *principe explicatif.

Cette difficulté n'est pas fortuite, car les trois acceptions sont étroitement liées, ce qui rend les glissements d'autant plus imperceptibles.

III-2-3. Vers une théorie de l'information discrète

■ *Après avoir situé la problématique de l'information discrète, nous prenons appui sur notre étude de la discrétisation pour en présenter quelques traits structuraux.*

---

1. Insistons : cette coupure « parfaite » est inaccessible *même en ce qui concerne les « choses de l'abstrait »*, de qui « explique » que même les *riens* du discret finitiste ne soient pas *rien*.

2. L'intervention explicite des coupures est très ancienne, et se retrouve dans des domaines très divers [81g]. En logique, par exemple, la disjonction du vrai et du faux est une manière de coupure, tandis que l'appellation *règle de coupure* n'est sans doute pas fortuite. Par ailleurs, chacun sait que, de coupure en coupure, on peut [re]construire beaucoup d'objets mathématiques *à partir des entiers naturels et des intervalles qui les séparent* ; citons, par exemple, les nombres *fractionnaires* (encore nommés nombres *rompus* au XVIIème siècle), et les nombres réels (qui peuvent être approchés par les *coupures* au sens de R. DEDEKIND).

92 *Une question liminaire*

Notre approche de l'effectivité formelle et de la discrétisation des systèmes physiques par le biais des régressions sans fin nous a permis de retarder comme il convient la référence à l'*information*. La récente fortune de ce mot, tant dans le discours courant que dans presque toutes les disciplines [scientifiques], alerte inévitablement une intuition prévenue de l'imbrication nécessaire entre les évidences et les questions de fondements. Il y a trop d'évidences admises et trop d'obscurités théoriques dans le halo de ce tic normatif, pour ne pas pressentir qu'une difficulté, peut-être trop délicate à affronter en l'état actuel de la normativité scientifique, n'ait trouvé en l'occasion un abri propice à son déploiement opératoire. Certes, nous savons utiliser à bon escient une multitude d'expressions imagées, *traitement de l'information*, *représentation de l'information*, *stockage de l'information*, *transferts d'information*, etc., qui nous permet de tisser un discours sans aucun doute opératoire ; mais, dès qu'on gratte un peu la patine récente qui les cautionne, il est bien difficile d'aggriper la moindre prise théorique. Ainsi, par exemple, le mot *traitement* n'a, hélas, aucun fondement, tandis que l'information, qui n'est certainement pas une *substance matérielle*, ne saurait être transportée grâce à un ingénieux camionnage, celui-ci fût-il électronique. On ne peut guère douter qu'un usage à ce point extensif ne soit pas la manifestation de plusieurs problématiques fondamentales, largement ramifiées et articulées les unes aux autres, à la mesure de la diversité des domaines, scientifiques ou non, qui seraient désormais bien embarrassés d'en restreindre la présence envahissante, au point qu'on peut même parfois se demander quel tour extraordinaire l'humanité a dû inventer pour parvenir à s'en passer jusqu'à maintenant. Appliquons nos thèses, et regardons plutôt cette nouveauté du discours scientifique comme la manifestation d'un blocage théorique :

92a QUESTION LIMINAIRE. A quelles problématiques fondamentales l'usage extensif du mot ***information*** (et des expressions dans lesquelles il figure) apporte-t-il une « réponse » ?

L'évidence massive qui impose l'usage de ce mot dans le cadre normatif actuel ne nous autorise aucunement à supposer qu'il suffit de baisser les bras et d'apostiller la mention *concept fondamental* pour qu'un discours qui s'y plie, s'y appuie et s'y assujettit soit dispensé d'accéder à la question de ce qui le fonde. La « réponse » demeure donc entre guillemets, car il n'y a de réponse que *répondant à une question* [71e], question qui, précisément, demeure *voilée* grâce aux soins de l'évidence massive elle-même.

93 *Quatre questions pour situer la problématique de l'information*

Aborder l'effectivité formelle et la discrétisation depuis les structures contradictoires et régressives montre déjà que certaines évidences relatives à l'information peuvent être interrogées, et qu'elles sont loin de coïncider avec la simplicité qu'on leur prête couramment. Au lieu d'argumenter de front en un terrain incertain, repérons la problématique de l'information grâce à quatre questions :

93a PREMIERE QUESTION. Tout traitement d'information peut-il être assimilé à un traitement automatique d'information ?

Cette première question, relative à l'automaticité, vise l'examen théorique d'un flottement quant aux adjectifs : est-on fondé à distinguer des *traitements d'information*, des *traitements rationnels de l'information*, des *traitements automatiques de l'information*, etc. ? D'où la seconde question, relative à la calculabilité :

93b DEUXIEME QUESTION. Tout traitement d'information peut-il être assimilé à un calcul [au sens de la théorie de la calculabilité] ?

Nous précisons *au sens de la théorie de la calculabilité*, car rien n'est simple ni évident en la matière. Cette seconde question cache une difficulté méthodologique ; en effet, si on souhaite une réponse qui ne soit pas la réaffirmation d'une évidente identification, il faut être en mesure de caractériser théoriquement un *traitement d'information* en dehors de toute référence à un calcul *au sens de la théorie de la calculabilité*. Mais cette exigence cache à son tour un préalable : la théorie de la calculabilité ne saurait concevoir d'autres calculs que des calculs portant sur des écritures ; de sorte que cette seconde question [93b] est décomposable en deux questions enchaînées :

93c TROISIEME QUESTION. Tout traitement d'information peut-il être assimilé à des rapports entre écritures ?

93d QUATRIEME QUESTION. Tout rapport entre écritures peut-il être assimilé à un calcul [au sens de la théorie de la calculabilité] ?

La troisième question, qui interroge le lien entre l'information (resp. les traitements d'information) et l'écriture (resp. les rapports entre écritures), est incontournable dans le cadre d'une normativité scientifique dont les critères maximaux [4c] requièrent la médiation de l'écriture [45f], aussi bien en ce qui concerne la corroboration expérimentale (référence à la discrétisation des systèmes physiques), qu'en ce qui concerne l'effectivité formelle et les abstractions mathématiques (référence aux représentations formelles effectives). Question incontournable, bien qu'éludée à cause de la conception normative purement instrumentale de l'écriture. Mais c'est la quatrième question [93d] qui est la question-clé, car elle interroge directement, *depuis la conception normative purement instrumentale de l'écriture*, l'une des facettes de la question du rapport entre le savoir et l'écriture [47c]. Notons :

93e REMARQUE. A notre connaissance, il n'existe actuellement aucune théorie qui soit en mesure d'apporter une réponse à ces quatre questions.

Ce qui n'est guère surprenant quand on sait que le mot *traitement* n'a aucun fondement. Rappelons par ailleurs que l'un des sens du mot *information* demeure *l'acte de donner une forme*, ce qui nous invite à tenter de situer la problématique fondamentale de l'information du côté de la *venue des choses à la forme*.

94 *Un critère de recevabilité*

Dans le contexte normatif actuel, on laisse le plus souvent flotter la réponse à la première question [93a] de manière que s'opère [implicitement] l'identification [potentielle] entre un traitement d'information et un traitement *automatique* (ou automatisable) d'information ; puis on « répond » à la seconde question [93b] en tenant pour évidente l'assimilation d'un traitement *automatique* d'information à un calcul ; partant, les deux dernières questions [93c] et [93d] relatives à l'écriture tombent d'elles-mêmes. Bien que nous ayions choisi d'approcher l'information à partir de la discrétisation des systèmes physiques, nous ne tendons nullement à réduire l'informatique aux ordinateurs et à la maîtrise technique qu'ils requièrent. Il convient cependant, croyons-nous, de ne pas tomber dans l'excès inverse. Si, comme on l'admet fréquemment, une *théorie de l'informatique* ne saurait être réduite à une *technique de mise en oeuvre des ordinateurs*, il n'en reste pas moins que l'application technique d'une telle théorie, aux ordinateurs par exemple, ne saurait être tenue pour simplement évidente [85d] [85e] [86a] [86f], et éludée à ce titre :

94a CRITERE DE RECEVABILITÉ. Une « théorie de l'informatique » qui ne serait pas en mesure d'aborder théoriquement la question de son application au cas particulier des ordinateurs (compris comme des systèmes physiques), ne serait pas, proprement, une *théorie de l'informatique*.

Il n'est pas extraordinaire, croyons-nous, d'attendre d'une théorie de l'informatique qu'elle s'applique *au moins* aux ordinateurs, et d'admettre qu'elle ne saurait être dispensée d'établir théoriquement les conditions de son applicabilité, même si les machines informatiques ne sont, en quelque sorte, que des cas particuliers.

95 *L'*équivalence théorique*

L'approche de l'information (au sens de l'informaticien) à partir de la discrétisation des grandeurs physiques n'est qu'une approche parmi d'autres possibles. Mais elle présente l'avantage de procurer un support intuitif efficace à l'idée [81f] que des lettres *mutuellement* distinctes sont des *éclats* d'une même chose, car nous abordons la question théorique de l'information discrète à partir du concept de *distinctivité mutuelle* :

95a *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Nous posons l'**équivalence théorique** entre la ***distinctivité mutuelle*** des lettres [obtenues à l'issue d'une discrétisation] et la ***quantité d'information*** (au sens de l'informaticien) associée à chacune de ces lettres [1].

95b Une lettre, en soi, n'est associée à aucune quantité d'information, car seules des lettres *déclarées mutuellement distinctes* peuvent être associées à une même quantité d'information *au sens de l'informaticien*. Nous soulignons qu'il s'agit d'une *déclaration*, en ce sens qu'il n'est pas « écrit sur une lettre » de quelles autres lettres une lettre peut être regardée comme mutuellement distincte. L'une des manières de *déclarer* cette distinctivité mutuelle est d'associer un jeu de lettres à ce qui résulte de la discrétisation des valeurs physiques d'une grandeur physique ; mais il existe d'autres moyens, aussi avons-nous apposé des crochets dans notre *équivalence théorique. Ainsi disions-nous par exemple [81h], en rapport avec le schéma [81c], que la lettre b n'a d'autre valeur que celle de n'être pas la lettre a, et vice-versa, étant entendu que la distinctivité mutuelle peut s'étendre à un nombre quelconque de lettres. Du point de vue des quantités d'information, les lettres a et b, en tant que *mutuellement distinctes*, seront associées à 1 bit d'information ; mais si on regarde les lettres a et b en tant qu'elles figurent parmi les 256 caractères *mutuellement distincts* du code ASCII IBM étendu, on leur associera 8 bits.

96

Information et régression sans fin

Le choix du présent exposé, d'aborder l'information par la discrétisation des grandeurs physiques, permet de ne pas tomber dans le piège que tend habituellement l'évidence offerte par la conception normative du discret finitiste, où les *riens* ne sont rien. Au contraire, l'étude attentive de la discrétisation informatique, laquelle intervient *après* la discrétisation (*au sens de la physique*) d'une grandeur physique [81a], permet de pressentir que le concept de *distinctivité mutuelle* est loin d'être trivial, car elle attire l'attention sur la conjonction entre la ***séparation*** des termes *mutuellement* **distincts**, et sur la ***relation*** entre ces termes ***mutuellement*** *distincts*, par le biais d'un *quelque chose* qui ***tombe en reste*** [84b]. C'est ce *quelque chose* tombant en reste (les miettes) qui est problématique, car il est d'une autre « nature » [80f] que les termes discrets (les éclats) dont il assure la séparation : ce *quelque chose* n'est pas, lui-même, discret, car il est une *singularité* associée à l'*arrêt d'une régression sans fin* [80e] :

96a *THÉOREME. Les concepts de *distinctivité mutuelle* et d'*information* sont indissociables de ***l'arrêt d'une régression sans fin***.

Et c'est la singularité de cet arrêt qui se trouve recueillie comme une *trace indécelable* qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* les termes discrets *mutuellement distincts* ainsi obtenus. Dans une approche de l'information par la discrétisation des grandeurs physiques, ce *théorème prend appui sur la seule *hypothèse [80b], unanimement admise, qu'il n'existe pas de « seuils parfaits » d'un point de vue physique [2].

Ce *théorème [96a] est cohérent avec le reste de notre approche, d'une part, parce que nous concevons que les *riens* du discret ne sont pas rien, et, d'autre part, parce que nous avons constaté, dans le cas de l'effectivité formelle, que des *riens* « irréductibles » du discret finitiste habituel hébergeaient des structures contradictoires et régressives. De manière générale, et encore intuitive à ce stade de l'exposé, notre approche théorique des traces indécelables, et, par conséquent, des *riens* du discret, repose sur l'*équivalence théorique entre une *trace*

---

1. Nous raccourcissons le *raisonnement en considérant directement la distinctivité mutuelle des lettres. En ce sens, nous ne traitons pas, dans l'immédiat, la question [93c] de la venue de l'information à la forme. Ce raccourci se justifie comme suit : d'une part, toute notre pratique actuelle de l'informatique passe par l'écriture ; d'autre part, toute articulation de l'informatique avec les mathématiques (théorie de la calculabilité, mots abstraits, etc.) passe également par l'écriture. Par conséquent, en l'état actuel de la normativité scientifique, une approche théorique de l'information discrète doit *au moins* aborder le rapport entre l'information et l'écriture.

2. Dans une approche par la *théorie de l'écriture* (non développée dans le présent exposé), ce *théorème s'obtient à partir de la *définition théorique de l'intervalle entre les lettres.

indécelable (ou un *rien* du discret) et la singularité liée à l'arrêt d'une régression sans fin[1]. Par conséquent, puisque les régressions sans fin sont rejetées du cadre normatif actuel :

96c *COROLLAIRE. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, *il est impossible*[2] d'élaborer une théorie recevable de l'***information discrète*** (au sens de l'informaticien).

Il y a bien une théorie *physique* de l'information, mais elle requiert la puissance du continu (absence de « seuils parfaits »). Concernant l'information discrète, au sens de l'informaticien, il y a rabattement du discret sur le discret finitiste ; mais comme le discret finitiste est, en l'état des mathématiques actuelles, indiscernable du fini, il y a, globalement, rabattement de l'information discrète sur le fini, c'est-à-dire rabattement de l'information
96d discrète sur un sous-ensemble strict des entiers naturels. L'inconvénient, c'est que les entiers naturels ne sont pas de l'information, car le concept de *distinctivité mutuelle* n'a aucun fondement dans les mathématiques actuelles. D'ailleurs :

96e REMARQUE. Aucune théorie mathématique de la calculabilité, ni, plus généralement, aucune théorie mathématique actuelle, n'est liée, quant aux principes fondamentaux, ni à l'information, ni, *a fortiori*, aux traitements d'information.

Toutefois, nous ne disons pas qu'il n'y a aucun rapport, existant ou possible, entre l'information discrète et la théorie de la calculabilité. Nous disons seulement que, dès l'instant où, d'un côté, une discipline (ou un savoir-faire opératoire) X accorde à l'*information* et aux *traitements d'information* le statut de ***concepts fondamentaux***, et que, d'un autre côté, on admet l'identification évidente de cette discipline X à tout ou partie d'une théorie Y où ces concepts ne sont pas fondamentaux (voire même sont inconnus) :

96f DILEMME. Ou bien l'identification évidente récuse le caractère fondamental de ces concepts au sein de la discipline X, et ces concepts doivent être éliminés comme irrelevants, ou explicitement construits à partir des concepts et principes fondamentaux de la théorie Y ; ou bien on récuse l'identification évidente, *en tant qu'évidente*, entre la discipline X et la théorie Y, et leur articulation doit être explicitée.

En clair, si la discipline X se voit contrainte d'affirmer le caractère fondamental de certains concepts (éventuellement parce qu'ils couvrent une problématique qu'elle ne peut affronter [92a]), alors son identification « évidente » à une théorie Y, où ces concepts sont inconnus ou non explicitement dérivés des concepts et principes fondamentaux [de cette théorie Y], signale l'affleurement d'une *singularité* de la théorie Y [77] et/ou d'un *blocage théorique* résultant d'une *question de fondement non affrontée*[3].

97 *Sortir de la physique*

Lors de l'étude de la discrétisation [79-84], nous avons abordé [80] [81] la seconde discrétisation [79b] (relative à la discrétisation des grandeurs physiques) en remarquant le caractère *local* [81i] des lettres mutuellement distinctes obtenues, et en soulignant le caractère *non comparable* [81k] des lettres associées à des places distinctes ; de même, dans l'exemple [83a] choisi pour les transitions d'état, chaque place du vecteur d'état est associée à un jeu de lettres mutuellement distinctes (a et b, c et d, e et f) qui demeure propre à cette place. Or, notre pratique de l'informatique nous conduit au contraire à utiliser partout les *mêmes lettres*, 0 et 1, par exemple[4]. Il convient donc de compléter notre étude de la discrétisation *au sens de l'informaticien*, de manière à rejoindre ce qui constitue le b-a-ba de notre pratique.

96b 1. De manière imagée, prouver que des termes sont mutuellement distincts revient à reconstituer la chose dont ces termes sont les éclats, à la manière d'un puzzle ; mais la chose ne peut être reconstituée « dans sa totalité » que si l'*ajointement* des différents éclats est « parfait », ce qui implique la présence des miettes tombées en reste lors de l'éclatement.

2. Rappelons [76f] qu'un seul contre-exemple suffit à réfuter cette proposition, et, par suite, celles dont elle procède et celles qu'elle implique.

96g 3. A ce stade de l'exposé, nous laissons ce *raisonnement sous forme intuitive, car il concerne la **traduction des théories* les unes dans les autres.

4. Nous prenons appui sur le cas particulier du binaire, qui nous est le plus familier ; mais nos *raisonnements s'appliquent quel que soit le nombre de lettres mutuellement distinctes.

Transposons à l'information ce que nous avons déjà constaté quant à la discrétisation, à savoir [81d] que les lettres obtenues sont pures, c'est-à-dire sans dimension au sens de la physique actuelle, et que [84b], globalement, le point de vue informatique repose sur l'élimination apparente du système physique sous-jacent :

97a CONSTAT. L'information *au sens de l'informaticien*[1] repose sur l'***élimination apparente*** de toute référence aux systèmes physiques sous-jacents.

C'est cette élimination qui ouvre la *possibilité* de raisonnements *quantitatifs* prenant appui sur les *quantités d'information* associées à des lettres *mutuellement distinctes*. Raisonner strictement sur des quantités d'information n'implique certainement pas de combiner entre eux des volts, des ampères, des webers, des secondes, des centimètres, etc. En ce sens :

97b CONSTAT. D'un point de vue informatique, tout raisonnement qui ne repose que sur des quantités d'information présuppose le *gommage* de l'hétérogénéité des grandeurs physiques sous-jacentes.

Et, même lorsque nous introduisons des considérations supplémentaires, relatives, par exemple, aux supports, aux durées, aux vitesses, etc., nous savons, dans la plupart des cas, tisser un discours relatif à des « différences qualitatives » ou à des contraintes structurelles qui nous dispense d'avoir à connaître en détail le répondant physique sous-jacent. Un tel gommage ne va nullement de soi, surtout au regard du physicien, de sorte que nous avançons :

97c *HYPOTHESE. Une élaboration théorique qui repose sur le gommage de l'hétérogénéité des grandeurs physiques ***ne relève pas d'une physique*** (au sens normatif actuel).

Autrement dit, à l'« instant » où on greffe [81a] la discrétisation informatique sur la discrétisation physique, c'est-à-dire lorsqu'on remplace des plages de valeurs physiques par des lettres mutuellement distinctes [81b], *on obtient de l'information* ***et*** *on « sort » de la physique*. Gardons cela en réserve, et poursuivons. Cette hétérogénéité n'est cependant pas complètement oubliée, car nous avons souligné [81i] que *le* jeu de lettres mutuellement distinctes provenant d'*une* discrétisation d'*une* grandeur physique en *une* place donnée demeurait ***strictement local*** à *cette* place. En ce sens :

97d *THÉOREME DE LOCALITÉ. Lorsqu'on « sort » de la physique grâce à la seconde discrétisation [79b], on échange le gommage de l'hétérogénéité des grandeurs physiques contre la ***stricte localité*** des jeux de lettres mutuellement distinctes.

La *stricte localité* des lettres mutuellement distinctes, pourrait-on dire, *garde mémoire* de l'hétérogénéité dont elles proviennent. C'est une manière de comprendre [95b] que les lettres apparentes obtenues (les caractères typographiques) n'ont *aucune valeur* aussi longtemps qu'on ne restitue pas la chose (en l'occurrence, la grandeur physique) dont elles sont les éclats [96b], restitution qui implique le *quelque chose* qui assure leur séparation (les miettes).

98 *Information et glissements*

Aussi, lorsque nous soulignons [81k] que les lettres associées à des places distinctes *ne sont pas comparables*, à cause de la *stricte localité* à laquelle elles sont, en quelque sorte, enchaînées, convient-il d'entendre :

98a *THÉOREME DES INCOMPARABLES. La non-comparabilité entre des lettres associées à des places (ou à des discrétisations) différentes provient en particulier (mais pas seulement) du fait que le *quelque chose* assurant la séparation de lettres *mutuellement* distinctes demeure, lui aussi, ***strictement local*** à chaque place (ou à chaque discrétisation), bien qu'il soit devenu une ***trace indécelable***.

1. Nous gardons la restriction *au sens de l'informaticien*, car nous ne cherchons pas, dans le cadre de la présente étude, à couvrir l'aire théorique de l'information *au sens du physicien* ; dans la suite de l'exposé, sauf mention contraire explicite, le mot information est à entendre *au sens de l'informaticien*.

Les *traces indécelables ne sont pas toutes les mêmes*, même si elles sont indécelables. Nous pouvons maintenant approcher théoriquement la non comparabilité : d'une part, puisque le choix des *caractères typographiques* (les lettres *apparentes*) est ***arbitraire*** [81b], mieux, est ***localement arbitraire*** à chaque place (ou à chaque discrétisation), rien ne s'oppose au choix des *mêmes caractères typographiques* en différentes places (ou en différentes discrétisations), dans la mesure où un tel choix n'affecte en rien une distinctivité mutuelle qui demeure strictement locale à chaque place (ou à chaque discrétisation) ; d'autre part, puisque les *quelque chose* qui, localement, assurent la séparation des lettres mutuellement distinctes, sont devenus des traces indécelables :

98b *LEMME DES GLISSEMENTS. Dans le cadre normatif actuel, où tout ce qui concerne l'écriture est régi par le critère de coïncidence formelle, la ***non comparabilité*** des lettres associées à des places (ou à des dicrétisations) différentes ***ne peut être ni prouvée ni réfutée***.

Ainsi, dans le cadre normatif actuel, bien que [81k] les lettres liées à des places distinctes soient, en principe, non comparables, le *gommage* de l'hétérogénéité des grandeurs physiques sous-jacentes [97b] se double d'un *gommage de ce gommage*, grâce au calage judicieux des choix arbitraires concernant les lettres apparentes :

98c *THÉOREME DES GLISSEMENTS. Le procédé, habituel en informatique, qui repose sur l'utilisation de caractères typographiques (ou lettres apparentes) qui coïncident formellement pour transcrire les valeurs discrètes liées aux différentes places d'un même vecteur d'état, relève de la technique des ***glissements d'écritures***.

Dans le cas habituel des machines binaires, toutes les places d'un vecteur d'état sont associées aux « mêmes » lettres 0 et 1. Mais, en tant que *mutuellement distinctes*, place par place, les lettres 0 et 1 ne sont pas comparables d'une place à une autre. Non seulement il y a gommage de l'hétérogénéité des grandeurs physiques sous-jacentes [1], mais, de plus, il y a gommage de l'hétérogénéité des lettres *non comparables* liées à des places distinctes [2] grâce à des glissements d'écritures couverts par le critère de coïncidence formelle.

99 *Une question de fondement*

Que ces glissements d'écritures soient opératoires ne fait aucun doute, et notre propos n'est pas de suspecter une éventuelle erreur, mais au contraire d'attirer l'attention sur le *fait* que cette opérativité *dépend* d'un glissement d'écritures. Nous avons en effet reconstitué un dilemme qui contribue au blocage théorique concernant l'information [96c] :

99a DILEMME. Dans le cadre normatif actuel, ou bien on pose l'*équivalence théorique [95a] entre distinctivité mutuelle et quantité d'information, auquel cas il faut recourir à des glissements d'écritures pour gommer la non comparabilité et obtenir de l'information discrète, neutre et homogène ; ou bien on exclut le recours aux glissements d'écritures, et toute théorie de l'information discrète, neutre et homogène, est bloquée.

Ce dilemme, qui est à comprendre comme la reconstitution hypothétique d'une situation symétrique en miroir [36e] associée à une *question de fondement* (la non comparabilité ne peut être ni démontrée ni réfutée dans le cadre normatif actuel [98b]), trouve cependant une « issue » dans le cadre normatif actuel :

99b *THÉOREME. Dans le cadre normatif actuel, l'« issue » du dilemme [3] [99a] consiste simplement à ***réaffirmer l'évidence*** que le critère de coïncidence formelle est adéquat pour la comparaison des écritures.

---

1. On sait en effet que telle place d'un vecteur d'état peut correspondre à une intensité, telle autre à une tension, telle autre encore à un champ magnétique, etc.

2. On sait qu'un *même circuit physique* peut être transcrit différemment selon les conventions adoptées pour transcrire chacune de ses entrées et chacune de ses sorties (par exemple : combinaison des conventions dites *logique positive* et *logique négative*).

3. Plus précisément, il ne s'agit en fait que de l'*une* des facettes permettant de trouver une « issue » à ce dilemme.

Du point de vue des présentes thèses, le critère de coïncidence formelle ne convient pas, puisqu'il peut déclarer, au sujet de lettres pourtant *non comparables*, que les unes coïncident formellement et que les autres sont formellement distinctes. Mais comme ce même critère régit aussi *tous* les protocoles de démonstration et de corroboration où l'écriture intervient, la non comparabilité [98b] ne peut être ni prouvée ni réfutée : ce serait tenter d'étudier le gommage avec la gomme elle-même [55c] [55d]. Rappelons en outre qu'à ces glissements, qui ne concernent que l'information « statique », viennent se superposer les glissements [82b] [82e] relatifs à la problématique des valeurs (information « statique ») et des états (information « dynamique »). De manière imagée, l'information « statique » (pure distinctivité mutuelle des valeurs) n'est pas « la même » que l'information « dynamique » (les états en devenir) dont il est fait mention dans l'expression *traitement de l'information*.

Nous recoupons une nouvelle fois l'interdit d'un savoir sur l'écriture [11], et la violation de la condition d'applicabilité [33i] des critères normatifs actuels. Etudier en détail la discrétisation d'un système physique pour rejoindre le point de vue informatique habituel, c'est aussi provoquer l'éclatement de l'évidence [6e] associée à l'identification entre un ordinateur et des transformations discrètes d'écritures finitistes. Synthétiquement :

99c CONCLUSION. Ce n'est qu'au terme d'un processus qui implique des régressions sans fin arrêtées, la disparition de la singularité associée à chaque arrêt dans les *riens* du discret finitiste, la mise en oeuvre systématique de la technique des glissements d'écriture, et le glissement des valeurs sur les états, qu'un concept d'***information*** à la fois qualitativement homogène et neutre, délivré de toute référence au point de vue physique, et réductible à des raisonnements strictement quantitatifs, devient ***seulement possible***, et, soulignons-le, ***opératoire***.

Il n'est guère surprenant, dans ces conditions, qu'une théorie de l'information discrète soit impossible *dans* le cadre normatif actuel [96c], quoique son opérativité y soit reconnue, grâce à l'intervention d'évidences qui figurent parmi les critères normatifs les plus fondamentaux de la normativité scientifique actuelle [96f]. L'informatique, disions-nous [70d], est un « prototype » opératoire des disciplines scientifiques qui ne relèvent *déjà plus* de la normativité scientifique actuelle. Certes, nous ne pouvons nier que les *raisonnements que nous utilisons ne sont pas habituels, quoiqu'il devienne déjà possible d'apercevoir que ce sont toujours les mêmes ; toutefois, chacun reconnaît sans difficulté ce que sa pratique de l'informatique lui enseigne quant à l'information *au sens de l'informaticien*. Il n'y a donc, à l'égard de cette pratique, rien de neuf dans ce qui vient d'être dit, car nous proposons seulement une autre manière de parcourir ce qui relie les énoncés habituels les uns aux autres, et qui figure ***entre*** eux. En ce sens, nous *réinterprétons*. Chaque pièce du puzzle que nous reconstituons est connue ; il n'y a d'inhabituel que leur rassemblement pour tenter de les *ajointer toutes* ***à la fois***. Et c'est grâce au soin qu'apporte chaque approche théorique partielle de l'informatique *à ne pas aborder la question de cet ajointement*[1] [1], que ces approches partielles sont possibles *dans le cadre normatif actuel*, au prix, il est vrai, d'un blocage théorique particulièrement étendu dans lequel l'informatique elle-même se trouve prise. Sans doute l'évidence est telle qu'il est possible de traiter cette question de l'information dans les cinq premières minutes du premier cours d'informatique. Mais l'urgence pédagogique et industrielle est quelquefois bien insouciante, grâce à la caution de l'opérativité, quant à l'exigence théorique du long terme.

1. Les arguments nous sont familiers. Par exemple : il ne s'agit que de *détails techniques* ou de *problèmes d'implémentation* ; l'assimilation des traitements automatiques d'information à des calculs est une évidence ; l'identification d'un ordinateur à des transformations discrètes d'écritures est une évidence.

CHAPITRE III-3

Le découpage des transitions d'état

•

■ *Analyser les transitions* entre *états est un moyen d'approcher dans le détail un cas particulier d'effectivité : nous constatons l'impossibilité de parvenir à une détermination ultime des transitions entre états discrets [100-105]. Nous disposons maintenant des repères suffisants pour présenter la charpente de notre montage théorique [106-109]. Prenant appui sur ce montage, nous revenons sur les découpages et les collages pour les articuler à l'accroissement et à la diminution de détermination [110-112].*

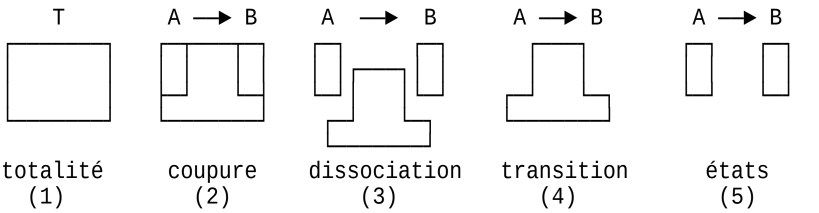
III-3-1. Etude de cas : le découpage des transitions d'état

■ *Nous prenons appui sur notre expérience de l'informatique pour analyser les transitions d'état en procédant à leur découpage.*

100 *L'effet apparent*

Laissons de côté ce qui vient d'être ébauché concernant une théorie de l'information discrète [92-99], et bornons-nous à prendre appui sur notre pratique de l'informatique pour prolonger l'étude de la discrétisation [79-84]. Nous abordons le *découpage des transitions d'état* en généralisant les remarques déjà énoncées [8] dans le cas particulier d'un rapport entre le niveau langage-machine et le niveau micro-programme. Comme nous ne disposons pas encore, à ce stade de l'exposé, des moyens théoriques permettant d'articuler rigoureusement les états et les transitions d'état, nous allons raisonner sous couvert d'un *tout se passe comme si* qui prend appui sur des *équivalents graphiques*, quitte à justifier ultérieurement cette *fiction théorique*. Puisque nous concevons qu'il y a « quelque chose » *entre* les états [83j], à savoir les *transitions*, nous pouvons imaginer d'associer aux états, autant qu'aux transitions, un *répondant graphique* de manière à donner corps aux uns et aux autres. Regardons d'abord la figure 3 du schéma [100a] associée à la transition d'un état A vers un état B :

100a



Aux états A et B sont associés des rectangles, tandis que la transition de A vers B est associée à une sorte de T renversé. Intuitivement, cette distinction graphique renvoie à l'opposition habituelle entre les états statiques et les transitions dynamiques. Toutefois :

100b REPERE. L'***effet apparent*** consiste dans le ***seul fait*** qu'on « passe » de l'état A à l'état B, peu importe de quelle manière.

C'est la figure 5 qui se rapproche le plus de l'idée d'un *effet apparent*, car le passage *entre* A et B (la manière de passer) y figure comme *intervalle* et se trouve *laissé en blanc*. La figure 4, qui associe un répondant à la transition *elle-même*, symbolise *une* manière particulière d'obtenir cet effet apparent, c'est-à-dire *une* manière de passer de l'état A à l'état B. Conformément à notre idée [91b] que la discrétisation procède d'une *coupure* [91h] qui dissocie le discrétisé en deux séries [90c] [91b] (les états et les transitions), nous pouvons *reconstituer* une chose en devenir [87] (figure 1) qui, après coupure [91e] (figure 2) donnerait lieu à la dissociation (figure 3) entre les états (statiques) et les transitions (dynamiques). Au-dessus des figures 2 à 5, nous avons inscrit le même assemblage

A —► B pour souligner que la lecture d'un tel assemblage ne va pas de soi, dès lors qu'on admet que les transitions ne sont pas *rien* :

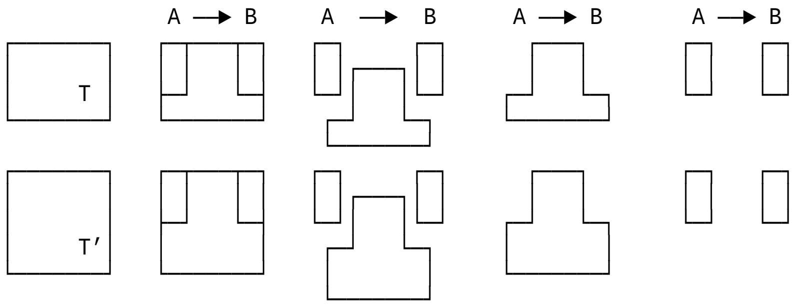
100c REMARQUE. Les équivalents graphiques permettent de rendre sensible que le ***statut*** des lettres de l'assemblage A —► B ***varie*** selon la lecture qu'on lui donne.

Nous allons revenir sur cette remarque dans un instant.

101 *Définition et substitution*

Dès lors qu'on ne retient que l'effet apparent ([101a] figures 5), au détriment de la transition elle-même (figures 4), *n'importe quoi* peut venir en place du répondant de la flèche, car la transition est laissée *en blanc* ; ce peut être aussi bien, par exemple, une machine informatique qu'un sujet effectuant des opérations sur des écritures :

101a



totalité (1) coupure (2) dissociation (3) transition (4) états (5)

Partons des figures 5 : l'effet apparent est le même dans les deux cas, mais cet effet apparent peut être obtenu par deux transitions distinctes (figures 4) ; on reconstitue alors (figures 3 et 2) deux choses *distinctes* T et T' (figures 1) donnant lieu au *même* effet apparent (figures 5) :

101b CONSTAT. Enoncer un *effet apparent* revient à énoncer un ***critère de substitution*** qui autorise la substituabilité de toutes les transitions (et, partant, de toutes les choses) qui peuvent donner lieu à ce *même* effet apparent.

Il suffit de puiser dans notre expérience de l'informatique pour en trouver maint exemple : qu'il s'agisse de substituer des machines compatibles, des implémentations, etc. Non seulement l'effet apparent A —► B ne détermine pas *une* transition, mais, tout au contraire, c'est à partir de l'énoncé d'*un* effet apparent que *des* transitions distinctes produisant le *même* effet apparent deviennent *substituables* les unes aux autres :

101c CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, contrairement aux évidences admises, l'assemblage A —► B n'est pas associé à ***la*** *transition* qui permet de passer de l'état A à l'état B, mais à [l'effet apparent produit par] une ***mutiplicité***[1] ***de transitions substituables***.

Complétons notre remarque [100c]. Tandis que les lettres A, B et —► qui composent l'assemblage A —► B semblent être toujours « les mêmes » (au sens du critère de coïncidence formelle), l'association d'un répondant graphique à chaque lettre permet d'approcher plusieurs ***glissements***. Nous venons [101c] de remarquer le premier :

101e CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, il n'y a communément qu'une seule expression « transition d'état » pour ***trois*** significations : 1. un effet apparent ; 2. une transition *à proprement parler*, c'est-à-dire un

101d 1. Nous introduisons les *multiplicités* de manière intuitive. En l'attente de développements complémentaires, il suffit de retenir qu'une multiplicité comporte « beaucoup » de termes.

quelque chose particulier produisant un tel effet apparent ; et 3. la multiplicité des transitions substituables produisant ce même effet apparent.

Ce glissement est redoutable, car il érige ***en tant qu'évidence normative*** la triple possibilité : 1. pour une « cause » (une transition produisant un effet apparent) d'être confondue avec son « effet » (l'effet apparent) ; 2. pour un « fait » (un effet apparent constaté ou constatable) d'être confondu avec son « équivalent théorique » (la multiplicité des transitions substituables produisant ce même effet apparent) ; et enfin 3. pour les quatre termes « cause », « effet », « fait » et « équivalent théorique » d'être confondus les uns avec les autres. Le second glissement, qui complète la remarque [100c], concerne le statut des lettres :

101f REPERE. Dans le cadre normatif actuel où l'assemblage A —► B correspond à *un effet apparent*, les lettres A et B valent pour des états, tandis que la flèche, qui *sépare **et** relie* les lettres A et B, vaut pour un ***intervalle***.

Il y a glissement d'écritures potentiel, car le critère de coïncidence formelle n'est pas en mesure de distinguer les lettres qui valent pour des « pleins » et les lettres qui valent pour des « vides ». D'où le troisième glissement :

101g CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel où l'assemblage A —► B définit *un effet apparent*, la lettre —► ne renvoie pas à ***une*** transition, mais à ***une multiplicité*** de transitions substituables ou à l'***une-quelconque*** des transitions de cette multiplicité.

La lettre —► (ou toute autre lettre jouant le même rôle) n'est donc pas d'un usage évident, car elle n'est pas *la même* quand elle intervient en place d'intervalle (comme « vide ») ou quand elle vaut pour un [fragment d']état (comme « plein ») : l'effet de substitution [101b] [101g] nous invite à distinguer soigneusement ce qui reste stable dans une substitution (l'effet apparent, figures 5) et ce qui varie (les transitions, figures 4).

102 *Le découpage d'une transition d'état*

Conjuguons maintenant l'idée qu'une discrétisation [91] procède d'une *coupure* qui *dissocie* le discrétisé en deux séries [90c] [91b], l'une qui donne lieu aux termes apparents (en l'occurrence, les états), l'autre qui donne lieu aux intervalles (en l'occurrence, les transitions), avec l'idée [90a] que, lors d'une discrétisation, *tout se passe comme si* le discrétisé était *condensé* et *globalement conservé* dans les [rapports entre] écritures auquel on le ramène :

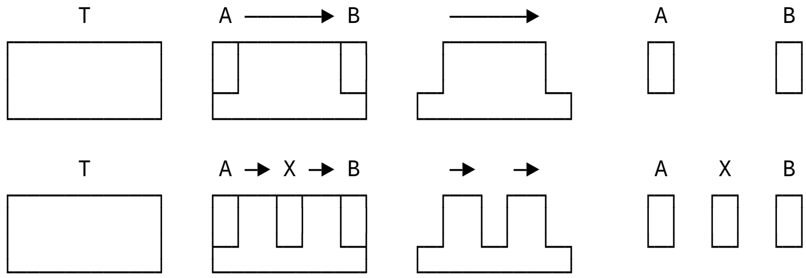
102a IMAGE. Lors d'une discrétisation, le discrétisé est condensé et globalement conservé dans l'*effet apparent* qui en résulte, c'est-à-dire aussi bien dans les *états* que dans les *transitions*.

Bien qu'étant indécelables *quant à la forme*, les transitions n'en sont pas moins *quelque chose* qui est tout autant condensé que la « matière des états » donnant lieu à des traces décelables *quant à la forme*. Par suite :

102b IMAGE. Si les transitions entre les états sont elles-mêmes un *quelque chose* condensé, nous pouvons aisément concevoir que le *découpage* d'une transition d'état en une suite de transitions « plus fines » soit une manière de ***décondenser partiellement*** cette transition.

102c Ainsi, tandis que la *conservation globale* joue le rôle d'une sorte de *lien* aux choses, la condensation (collage) et la décondensation (découpage) correspondent à une *variation du degré de condensation* qui permet aux choses d'*advenir à la forme*. De manière imagée, faire varier le degré de condensation est une manière d'accomoder le *point de vue* sur la chose, lequel est d'autant plus « détaillé » que la décondensation est importante.

Notre pratique de l'informatique nous confronte *à longueur de journée* avec le collage et le découpage, pour la simple raison que l'informatique ne serait *même pas possible ni concevable* sans ces opérations : sans le collage (condensation), nous ne pourrions *jamais* « décoller » du processus physique d'interprétation (micro-programmes, séquenceurs, circuits combinatoires, etc.), c'est-à-dire *abstraire* (au sens de l'informaticien), et sans le découpage (décondensation), nous ne pourrions *jamais* associer des programmes à des fonctions ou à des relations données —► résultat, c'est-à-dire *représenter*, *programmer*, *implémenter*, etc. Reprenons nos équivalents graphiques dans le cas le plus simple :

102d


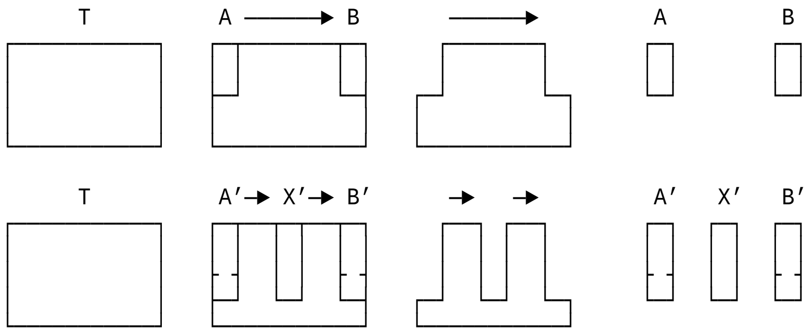
Conformément à nos remarques [100c] [101g] sur l'usage des flèches, nous avons ajusté les écritures selon leur répondant graphique, de manière à rendre le découpage plus intelligible. Après découpage, on en sait « plus », car on indique (ou on impose) le passage par l'état intermédiaire X. L'effet apparent initial « passer de A à B », se retrouve après découpage, pour autant, cela va de soi, qu'on *efface mentalement* les états et les transitions intermédiaires. Puisque [101b] les effets apparents constituent un *critère de substitution* des transitions qui produisent cet effet :

102e CONSTAT. Le *découpage d'une transition d'état* se comprend comme une manière de ***diminuer la substituabilité*** : découper, c'est *imposer des contraintes* (passer par tels états plutôt que par tels autres), et c'est donc *exclure* des substitutions parmi celles qui étaient possibles *avant* découpage.

Dans le schéma [102d], le découpage impose le passage par l'état X et exclut, de la multiplicité des transitions substituables associées à l'effet apparent « passer de A à B », toutes celles qui ne satisfont pas à l'effet apparent « passer de A à B *via X* ». Cette idée, très générale, que le découpage des intervalles (ou des transitions) est corrélatif d'une diminution de la substituabilité, est conforme à notre expérience de l'informatique, et s'applique autant aux *systèmes séquentiels* qu'aux *systèmes parallèles*.

103 *Remarques sur la conservation globale*

Le schéma [102d] est cependant abusivement simplifié : en général, le découpage des transitions s'accompagne d'une augmentation de la taille du vecteur d'état apparent dûe à la nécessité de prendre en considération des composantes supplémentaires (enregistrement du programme, variables ou registres de travail, par exemple), de manière à pouvoir rendre compte du passage par le (ou les) état(s) intermédiaire(s) :

103a


Après découpage, les états A et B deviennent une partie des états A' et B'. Le principe reste le même, car l'effet apparent « passer de A à B » se retrouve *dans* l'effet apparent « passer de A' à B' via X' », pour autant qu'on *efface* mentalement ce qui est « en trop ». Cette remarque, que nous développerons ultérieurement, est importante, car elle suggère (ou confirme), pour un système donné, l'existence d'une corrélation entre le *degré de condensation* et la *quantité d'information* associée au vecteur d'état apparent :

103b CONSTAT. Le découpage des transitions suggère (ou confirme) que, pour un système donné, il existe un ***couplage*** entre les états et les transitions d'état.

Le schéma [103a] laisse entendre que, lors d'un découpage (décondensation), la « substance » des états intermédiaires (en l'occurrence X') et des fragments ajoutés (en l'occurrence, les différences A'-A et B'-B) est, en quelque sorte, prélevée dans celle des transitions :

103c CONSTAT. La *conservation globale*, qui permet de comprendre le découpage (resp. collages) comme une décondensation (resp. une condensation), ***n'implique pas*** la *conservation de la quantité d'information* [associée aux états apparents].

Poser qu'il y a *conservation globale* [90a] [90b] revient à reconnaître que l'articulation entre états et transitions [103b] se règle sur une sorte de *principe des vases communiquants*. Or, puisque la quantité d'information est attachée aux états, et qu'une transition ne correspond à aucune quantité d'information (au sens habituel) :

103d CONSTAT. La conservation globale signifie que l'articulation entre états et transitions est sous-tendue par une articulation entre ce qui relève des quantités d'information et « quelque chose » *qui ne relève pas des quantités d'information* (au sens normatif habituel).

Une telle idée s'incrit dans le prolongement de notre étude de la discrétisation et de notre approche de l'information : le *quelque chose* qui sépare et relie n'est pas de même « nature » que les termes apparents obtenus [80f].

104 *L'accroissement de détermination*

Le schéma [103a] n'est cependant pas entièrement satisfaisant, car il privilégie une interprétation particulière de la diminution de la substituabilité [102e]. En effet, ce schéma laisse supposer qu'il s'agit de la *même* chose T avant et après découpage. Dans cette hypothèse, la diminution de substituabilité n'affecte pas la chose T *elle-même*, mais *ce que nous savons d'elle* [1]. Autrement dit :

104a CONSTAT. Si nous supposons que nous nous référons à la même chose T avant et après découpage, alors la diminution de substituabilité concerne la multiplicité des « modèles opératoires » substituables qui conviennent à cette chose particulière T.

Dans ce cas, c'est le *point de vue d'un observateur sur cette chose* qui varie. Diminuer la substituabilité, c'est diminuer le nombre de « modèles » substituables, et c'est donc accroître la « précision » du savoir théorique d'un observateur sur une chose [2]. L'autre manière d'interpréter la diminution de la substituabilité consiste à prendre appui sur l'effet apparent pour considérer la multiplicité des choses T qui peuvent donner lieu à ce même effet apparent [3] :

104b CONSTAT. Quand on prend appui sur l'effet apparent, la diminution de la substituabilité se comprend comme une manière de ***spécifier***, c'est-à-dire une manière de réduire la multiplicité des choses substituables convenant à cet effet apparent, par le biais d'une augmentation du nombre des contraintes.

Les deux interprétations se recoupent d'un point de vue théorique, car il s'agit, dans les deux cas, de réduire la multiplicité des transitions (et des choses) substituables relativement à un effet apparent donné.

---

1. Exemple typique : nous connaissons une machine 16 bits au niveau langage-machine, puis, un jour, en lisant les brochures de référence concernant le processeur sous-jacent, nous apprenons que toute la structure est sur 8 bits, et que toutes les opérations 16 bits qui semblaient élémentaires, sont en fait décomposées en des suites d'opérations 8 bits.

2. Dans l'immédiat, nous attirons l'attention sur différentes interprétations potentielles de la diminution de la substituabilité. Le *raisonnement est détaillé ci-dessous [110-112].

3. Exemple typique : partant de la définition mathématique d'une fonction [supposée] calculable, nous recherchons une représentation de cette fonction sur une machine mathématique particulière, ou une programmation de cette fonction sur un interprète informatique (langage, machine, etc.) particulier.

A chaque étape de décondensation [1], il existe de multiples manières de découper chaque transition d'état. Par conséquent, le fait de choisir tel découpage plutôt que tel autre est une manière de *lever des indéterminations* :

104c CONSTAT. Le découpage [d'une transition d'état] induit un ***accroissement de détermination*** dans l'exacte mesure où chaque découpage effectué procède d'un ***choix*** parmi une multiplicité de découpages possibles.

Nous soulignons ainsi que l'accroissement de détermination n'est pas lié au *seul fait* de découper, mais à la *reconnaissance* d'une multiplicité de découpages possibles au sein de laquelle ***un*** découpage est choisi au détriment des autres. Synthétiquement, nous pouvons dresser un tableau de corrélation entre les trois approches des découpages et des collages :

104d
```
Déterm.  Subst.  Condens.  │  ↑   Condens. Subst.  Déterm.
   +        -        -     │  │      +       +        -
                           ↓  │
      découpage                              collage
```

Du côté des découpages, l'accroissement de détermination est synonyme de décondensation et de diminution de la substituabilité ; du côté des collages, la condensation et l'augmentation de la substituabilité sont synonymes d'une diminution de la détermination. Ce qui est conforme à notre expérience : plus on « abstrait » (collage), plus on condense, plus on augmente la substituabilité, et plus on diminue la détermination :

104e CONSTAT. Le plus « abstrait » coïncide avec le moins déterminé.

Ainsi, par exemple, la spécification d'une application ou d'un programme informatique au moyen d'une fonction correspond à un seuil de détermination minimale à l'égard de toutes les implémentations possibles. Réciproquement, plus on « représente » (découpage), plus on décondense, plus on diminue la substituabilité, et plus on augmente la détermination.

105 *Un constat d'impossibilité*

Le caractère régressif du découpage des transitions d'état est net : qu'on raisonne sur les transitions ou sur les intervalles entre états, c'est-à-dire sur les effets apparents, la structure régressive est la même :

105a
```
     transition d'état ⟷ suite de transitions d'état
intervalle entre états ⟷ suite d'intervalles entre états
```

On ne viendra jamais à bout des transitions d'état (ou des intervalles entre états), puisqu'on ne peut accroître leur détermination [104c] qu'en produisant de nouvelles transitions d'état (ou de nouveaux intervalles entre états) :

105b CONSTAT. Plus on tente d'accroître la détermination d'une transition d'état (ou d'un intervalle entre états), plus il reste de transitions (ou d'intervalles) à déterminer.

Ce constat est conforme à notre expérience de l'informatique, mais il convient aussi à l'effectivité formelle, puisque nous retrouvons, par l'étude directe du découpage des transitions d'état, la structure régressive déjà remarquée [12-14]. Cette problématique n'est donc pas spécifique aux machines informatiques, en tant qu'elles seraient des systèmes physiques :

105c CONSTAT. Dès lors qu'on déclare que les états d'un effet apparent sont *bien définis*, ***il est impossible*** de définir (ou de spécifier) ***une*** *transition particulière* produisant cet effet apparent [2].

---

1. Pour alléger l'exposé, nous prenons appui sur la décondensation et les découpages ; mais les mêmes remarques se transposent, après renversement, à la condensation et aux collages.

2. Ce constat est soumis à la fragilité maximale [76f] : dès lors qu'on pourrait apporter un seul contre exemple, ce constat, ainsi que toutes les conséquences qu'il implique, deviendraient caducs.

Nous soulignons ***une*** *transition particulière*, car tout se joue sur l'***impossibilité*** d'individualiser ***une*** transition « absolument singulière » : quand on prend appui sur les effets apparents, il est ***impossible*** d'éliminer la substituabilité [101b] de la multiplicité des transitions distinctes produisant le même effet apparent. Autrement dit :

105d PREMIERE CONCLUSION. L'exactitude de l'effet apparent n'implique pas la détermination ultime de ce qui le produit ; bien au contraire, cette exactitude n'est acquise qu'au prix d'une indétermination inéliminable concernant les transitions elles-mêmes.

Si notre pratique de l'informatique et l'étude préalable de la dicrétisation des systèmes physiques procurent un support intuitif particulièrement net à ces trois constats [105b] [105c] [105d], il ne s'agit cependant pas de « détails techniques » ou de « détails d'implémentation », car il s'agit aussi des *transitions d'état* au sens de l'effectivité formelle [1].

Le « rendement normatif » des glissements [101e] [101f] [101g] associés à la confusion entre les transitions et les effets apparents qu'elles produisent est particulièrement « élevé », puisque deux des trois critères normatifs maximaux [4c] (le critère de la représentation formelle effective et le critère de la corroboration expérimentale) sont directement concernés :

105e SECONDE CONCLUSION. Tandis que les évidences normatives actuellement en vigueur laissent entendre que la réductibilité à un système de transitions d'états discrets constitue l'apogée de l'exactitude théorique, il s'avère que cette exactitude est un effet apparent qui repose sur une indétermination inéliminable.

Nous ne doutons pas de l'opérativité de telles réductions, car nous attirons seulement l'attention sur le fait que cette *exactitude des effets apparents*, loin de procéder elle-même d'une exactitude sous-jacente, est au contraire un *effet* qu'obtient un *montage théorique* destiné à provoquer l'*évanouissement* de cette indétermination inéliminable. Le premier glissement [101e] est, à cet égard, exemplaire, puisque la même expression « transition d'états discrets » renvoie simultanément à l'effet apparent *exactement défini* et au *quelque chose*, produisant cet effet, qu'il est impossible [105c] de déterminer (ou de spécifier) ultimement :

105f TROISIEME CONCLUSION. Toutes les élaborations théoriques qui dépendent du glissement du discret sur le fini sont sans cesse confrontées avec cette difficulté fondamentale que le concept de *transition* ***entre*** *états discrets* n'a aucun fondement théorique dans la finitude (au sens normatif actuel).

Nous sommes actuellement aux prises avec les transitions du discret finitiste qui sont assimilées, dans le cadre normatif actuel, à des *riens* qui ne sont rien :

105g QUATRIEME CONCLUSION. La conception normative actuelle du discret finitiste est liée à un montage théorique qui dépend d'un triple calage : 1. la venue à la forme de l'indétermination inéliminable est calée sur des *traces indécelables* ; 2. ces traces indécelables sont calées sur les intervalles du discret finitiste ; et 3. par glissement du discret sur le fini, ces intervalles sont calés sur des *riens* réputés n'être rien.

Au bout de la chaîne, l'indétermination inéliminable devient tout simplement *formellement indécelable*, tandis que les transitions distinctes substituables deviennent *formellement indiscernables*. L'indétermination s'est évanouie, ce qui ne signifie nullement qu'elle ait disparu ; elle est *oubliée* ***dans*** *les [rapports entre] écritures* :

105h CINQUIEME CONCLUSION. Le glissement du discret sur le fini a pour effet apparent d'***effacer toutes les traces indécelables***.

1. Plus généralement, ce qui vient d'être dit s'applique aussi aux rapports *entre* écritures.

105i Mais ce glissement est instable, et l'effacement n'est lui-même qu'apparent, car *il n'existe aucune gomme capable d'effacer des traces indécelables* : « L'écriture aurait-elle, pour fin, de préserver cet espace — ce vide — en le comblant ? Non point *noir sur blanc* mais *noir aux deux extrémités du blanc*[1] *?* »

III-3-2. La charpente du montage théorique

■ *Nous reprenons les remarques dégagées dans l'étude des transitions d'état en leur appliquant la méthode d'analyse par les régressions sans fin, et nous présentons les premiers éléments du montage théorique qui autorise l'articulation entre les transitions d'état et les développements régressifs.*

106 *Le montage théorique*

L'étude du découpage des transitions d'état [100-105], qui ne prend appui que sur notre expérience de l'informatique, confirme que les difficultés rencontrées lors de l'étude de la discrétisation [79-84] et de l'information discrète [92-99] se prolongent aux transitions d'état. Rien ne nous est plus familier, rien ne nous paraît plus évident que les transitions d'état, aussi cette étude nous fournit-elle un contexte riche d'expériences qui se prête particulièrement bien à une *réinterprétation* menée dans le cadre de nos thèses. Nous allons donc simplement reprendre ces constats en appliquant notre méthode d'analyse par les régressions sans fin [43], certes de manière encore partielle et incomplète, pour présenter, dans un contexte bien connu de tous, une préfiguration du *montage théorique* associé à cette méthode d'analyse.

Le constat [105c] relatif à l'impossibilité de définir (ou de spécifier) ultimement ***une*** transition entre états discrets est crucial pour nos thèses ; en effet, notre approche de la *question du lien* [49] stipule qu'il n'y a de théorie que référée à des *choses inaccessibles* [49j], comme condition nécessaire à l'obtention de théories « non absolues » [34b]. Ce constat d'impossibilité [105c] constitue donc une ***condition d'applicabilité*** de nos thèses, et nous le reprenons en tant qu'*hypothèse fondamentale :

106a *HYPOTHESE D'INACCESSIBILITÉ. Il est impossible d'accéder ultimement, de manière théorique, à l'« absolue singularité » d'***une*** transition ***entre*** états discrets.

Rien n'empêche, bien au contraire, d'obtenir des effets apparents *exactement définis*, ce qu'on appelle des *transitions* ***d****'états*, mais tout s'oppose à la possibilité de *déterminer ultimement* ***une*** *transition* ***entre*** *états*. La nuance est certes infime, mais elle régit une opposition aussi fondamentale que celles du vrai et du faux, ou de la cause et de l'effet. Dans ce qui précède, nous avons insisté[2] sur l'idée que les *états* et les *transitions* provenaient de la *dissociation* (ou de l'éclatement) d'*une même* chose *au cours de sa venue à la forme*, et que l'articulation entre *états* et *transitions* était soumise à une *conservation globale* [90a] [103]. *Une* transition *entre* états n'est, en quelque sorte, que la « moitié » d'*une* chose, et, par conséquent :

106b *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. S'il est impossible d'accéder ultimement à l'« absolue singularité » d'***une*** transition *entre* états discrets, alors il est *a fortiori* impossible d'accéder ultimement à l'« absolue singularité » d'***une*** chose qui vient à la forme dissociée en états discrets et en transitions entre ces états.

Nous pouvons maintenant abréger nos énoncés, et ne plus mentionner l'« absolue singularité » qui était destinée à faire image, car nous avons rejoint l'impossibilité fondamentale [49j] d'un accès ultime aux choses.

Lors de l'étude de la *question du lien* [49-52], nous n'avions donné [52] qu'un bref aperçu de sa structure régressive en signalant [52b] que cette structure permettait de conjuguer l'impossibilité d'un accès ultime avec une approche théorique « non ultime ». Le découpage des transitions d'état [102], compris comme un *accroissement de détermination* [104], et donnant lieu à une *régression sans fin* [105b], nous conduit à proposer une

105j 1. E. JABES, *L'ineffaçable L'inaperçu*. Paris, Gallimard, 1980. Les italiques appartiennent au texte original. Enveloppant le livre, le titre.

2. [81f] [82c] [83h] [84b] [87b] [90d] [91b]

articulation entre le *théorème d'inaccessibilité [106b] et les développements régressifs. Proposer une telle articulation, c'est commencer la construction du *montage théorique* sous-jacent à nos thèses :

106c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. De manière à ne pas alourdir l'exposé, nous admettons que la dissociation des choses en états discrets et en transitions entre ces états n'est qu'un cas particulier de la venue des choses à la forme.

Nous pouvons ainsi approcher directement ce montage théorique grâce à des énoncés généraux, quitte à nous assurer ultérieurement que ces énoncés conviennent également aux autres *venues à la forme* que nous aurons l'occasion d'étudier. Le coeur du montage [1] tient en trois énoncés :

106e *EQUIVALENCE THÉORIQUE Ω. Une ***chose*** « absolument singulière » est *théoriquement *équivalente* au ***développement achevé*** d'une régression sans fin.

106f *CONDITION D'APPLICABILITÉ Φ. Si une chose vient à la forme, alors les [rapports entre] écritures qui recueillent l'effet apparent qui en résulte *sont* l'***un des termes*** de la régression sans fin à laquelle cette chose est théoriquement *équivalente.

106g *PRINCIPE DE DÉTERMINATION Γ. Quand on a recueilli l'effet apparent qui résulte de la venue d'une chose à la forme comme [rapports entre] écritures, on *accroît* la ***détermination théorique*** de cette chose en développant régressivement ces [rapports entre] écritures grâce à un processus de découpage.

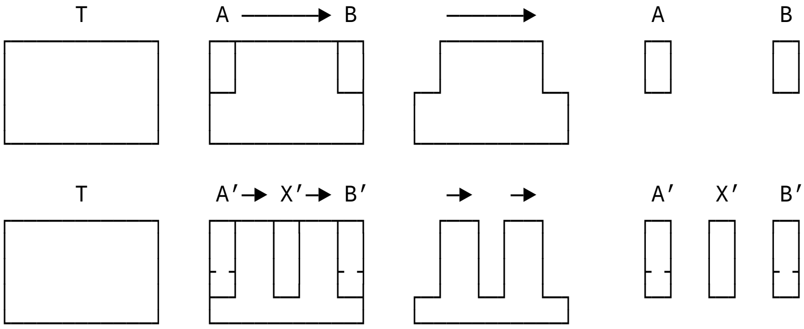
106h Commentons brièvement ces trois énoncés en faisant appel à l'intuition. L'*équivalence Ω garantit l'inaccessibilité ultime des choses. Toutefois, cette *équivalence Ω [106e] est, en tant que telle, inapplicable, car, par *hypothèse [49a], les choses ne sont pas des [rapports entre] écritures, tandis que les développements achevés de régressions sans fin ne peuvent être énoncés. En particulier, pour procéder à un découpage qui puisse donner lieu à un *accroissement de détermination*, il faut *déjà* disposer d'un « découpende », en l'occurrence *des [rapports entre] écritures à découper*. L'*équivalence Ω est peut-être satisfaisante au plan des principes, il manque cependant le « décret d'application » : la *condition d'applicabilité Φ permet d'obtenir au moins un *point singulier* pour que le *principe de détermination Γ soit effectivement applicable. Ainsi, grâce au processus régressif de découpage, on peut aller aussi loin que l'on veut vers la *détermination théorique ultime* de la chose, quoiqu'on sache, dès le départ, qu'on ne l'atteindra jamais. Tout se trouve noué dans ces trois énoncés : les choses, la venue à la forme, les effets apparents, les [rapports entre] écritures, les régressions sans fin, et les découpages. Bref, c'est autant la question du lien que la question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture.

106d 1. Le mot *montage* est emprunté aux travaux de Pierre LEGENDRE concernant les *fondements du Droit*. En particulier : *Le désir politique de Dieu (Etude sur les montages de L'Etat et du Droit), Fayard, Paris, 1988*. Notre approche de la question des fondements a été inconstestablement confortée et influencée par son séminaire à l'Ecole Pratique des Hautes Etudes, et l'idée de dégager un *montage théorique* identifié comme tel, est un témoignage direct de cette influence.

107 *Le montage théorique sur les équivalents graphiques*

Notre pratique de l'informatique nous permet de comprendre aisément le ressort de ce montage théorique, puisque, finalement, nous le mettons en oeuvre à longueur de journée. Reprenons le schéma [103a] :

107a



Les formes graphiques (colonnes 2, 3 et 4) symbolisent *la venue à la forme* de la chose T. Mais il reste à recueillir ces formes en tant que lettres, les unes associées aux [formes d'] états (A, B, A', X', et B'), les autres associées aux [formes des] transitions *entre* les états (ce sont les flèches). Or, l'étude de la discrétisation est très nette : d'une part, il y a choix arbitraire [81b] (donc indétermination inéliminable) quant aux lettres qui consignent l'effet apparent, et, d'autre part [82g], les transitions *entre* les états ne sont pas de « nature » discrète, bien qu'il soit habituel de marquer leur place par des flèches discrètes. Notons donc :

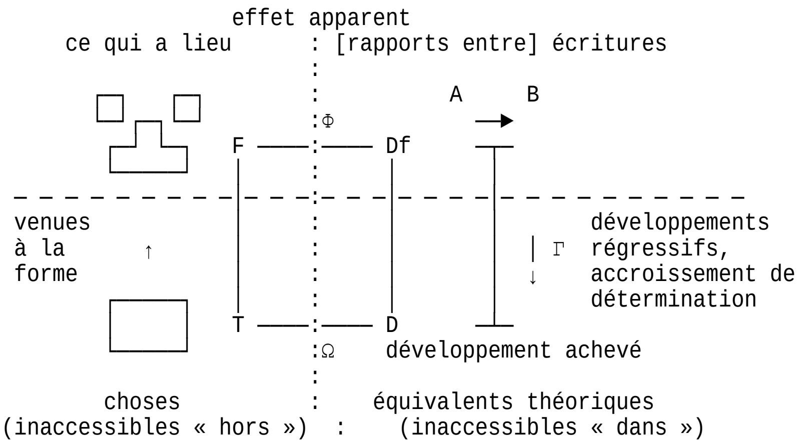
107b REMARQUE. Recueillir un effet apparent (qui a effectivement lieu dans la « réalité ») comme [rapports entre] écritures, implique une ***seconde dimension d'indétermination inéliminable***, indétermination qui est levée par le choix arbitraire des lettres.

Laissons provisoirement de côté cette difficulté, et admettons comme évident le fait de recueillir un tel effet apparent comme [rapports entre] écritures. Dans le schéma [107a], la même chose T vient à la forme de deux manières différentes, et chaque venue à la forme est recueillie comme un [rapport entre] écritures. Par ailleurs, on passe du premier (A—▶B) au second (A'—▶X'—▶B') par un découpage, ce qui se comprend comme un accroissement de détermination [104], dont nous savons qu'il est sans fin [105b], de sorte que ces deux termes sont deux termes d'une même régression sans fin :

107c IMAGE. Dire d'une chose qu'elle est théoriquement *équivalente au développement achevé d'une régression sans fin, c'est dire que chaque terme de ce développement est associé à une venue à la forme possible de cette chose.

La *condition d'applicabilité Φ [106f] établit donc la liaison entre les termes des développements régressifs et les différentes manières, pour une chose, de venir à la forme. Prenons maintenant un peu de recul pour obtenir un schéma synthétique du montage. La ligne médiane verticale ΦΩ sépare l'« en-dehors » (à gauche, côté choses) et l'« en-dedans » (à droite, côté [rapports entre] écritures) des élaborations théoriques :

107d



Chaque point singulier Φ correspond à la *condition d'applicabilité [106f] qui établit la liaison entre *une* venue à la forme F possible de la chose T (un degré de condensation) et *un* terme Df du développement régressif associé (un degré de détermination). Le tableau de variation [104d] concorde avec le *principe de détermination Γ [106g] : plus on développe le terme Df, plus on découpe, plus on accroît la détermination, et plus on décondense. A l'achèvement du développement, le dernier terme D est « ultimement découpé » et correspond à la détermination ultime de la chose T, c'est-à-dire à un « savoir absolu » au sujet de cette chose. C'est ce point singulier Ω qui correspond à l'*équivalence théorique Ω [106e]. Quand on lit le schéma horizontalement, on constate que les singularités Ω et Φ établissent corrélativement l'équivalence entre la venue des choses à la forme (distance T/F) et le rapport entre le dernier terme et un terme intermédiaire d'un développement régressif (distance D/Df) :

107e REMARQUE. Tout le montage repose sur l'*équivalence théorique Ω [106e] entre les choses et les développements achevés de régressions sans fin, puisque tout se construit ***par rapport*** à elle.

En Ω, il y a donc *équivalence théorique entre une chose inaccessible T « au-dehors », et le développement achevé D d'une régression sans fin, lequel est certes tout autant inaccessible, mais « dans » la théorie :

107f IMAGE. Le « modèle théorique » (nous dirons plutôt : l'*équivalent théorique) ***adéquat*** d'une chose inaccessible par *hypothèse ne saurait être lui-même qu'inaccessible par *hypothèse.

La *conservation de l'inaccessibilité*, c'est-à-dire l'interdit d'un « savoir absolu », est ainsi en harmonie avec le bon sens[1] ; et la chose du monde la mieux partagée, c'est certainement l'oubli lui-même qui scelle sa propre inaccessibilité. Aussi certains traits caractéristiques du montage que nous proposons ne sont-ils pas une nouveauté, et, à certains égards, ils restituent peut-être, grâce à des mots que nos oreilles peuvent aujourd'hui *entendre* et des métaphores qu'un contexte technologique contemporain nous permet de toucher du doigt, quelques fragments d'un *discours* devenu presque inaudible dans le cadre d'une normativité peu soucieuse de ses filiations fondamentales. On pourra lire, par exemple, sous la plume de G. W. LEIBNIZ[2] :

107h « En parlant avec précision, la matière n'est pas composée d'unités constitutives, mais elle en résulte, puisque la matière ou masse étendue n'est qu'un phénomène fondé dans les choses, comme l'arc-en-ciel ou le parhélie, et toute réalité n'appartient qu'à des unités. Les phénomènes peuvent donc toujours être divisés en phénomènes plus petits qui pourraient apparaître à d'autres animaux plus petits, et jamais on ne parviendra à des phénomènes qui seraient les plus petits. En fait, les Unités substantielles ne sont pas les parties, mais les fondements des phénomènes. »

108 *Le calage général du montage théorique*

L'*équivalence théorique Ω [106e] notifie le *calage* d'un « savoir absolu » (la détermination théorique ultime d'*une* chose) sur une contradiction insurmontable (le développement achevé d'une régression sans fin). En ce sens :

108a *THÉOREME. L'*équivalence théorique Ω est une *instance particulière* du *principe fondamental de calage des *logiques [61f], qui stipule le calage du « savoir absolu » sur une contradiction insurmontable[3].

107g 1. Exposé *en clair*, ce montage théorique est peut-être surprenant, compte-tenu des évidences normatives actuellement en vigueur. La remarque [107f] souligne cependant qu'il est de *facture* parfaitement classique. La mathématisation de la nature, qu'est-ce, sinon un montage théorique qui permet de rapporter la nature aux « choses de l'abstrait », lesquelles sont réputées inaccessibles *en tant que telles* ? Mais qu'en est-il dans le cas des mathématiques elles-mêmes ? Le montage théorique est particulièrement fin : il permet de rapporter les « choses de l'abstrait » *en tant que choses* aux « choses de l'abstrait » *en tant qu'*équivalents théoriques*, cf. [122-129].

2. Lettre de G. W. LEIBNIZ à DE VOLDER, en date du 30 juin 1704. Nous reproduisons un extrait cité dans *Les deux labyrinthes (textes de Leibniz choisis par A. CHAUVE)*, Paris, Puf, 1973.

108b 3. Ce *tour de force* est, lui aussi, de facture parfaitement classique. On reconnaît en effet, par exemple, le calage du principe de causalité sur la *cause première* (cause éminement contradictoire, puisqu'elle constitue l'achèvement du développement régressif causal). Mais on reconnaît aussi un autre calage, lui aussi très important, à savoir celui de la supposition *non datur saltus* (la nature ne procède pas par sauts) sur le continu numérique. Or, d'une part, aucune corroboration expérimentale ne saurait corroborer un tel principe, Mais, puisque nul ne saurait énoncer le développement *achevé* d'une régression *sans fin* :

108c *COROLLAIRE. L'*équivalence théorique Ω satisfait au *principe de contradiction [61c] qui stipule l'exclusion de toute contradiction *insurmontable*.

Dans le cadre normatif actuel, tenter d'approcher les *inaccessibles* et les *indécelables*, ne va pas sans quelques réticences, au demeurant bien compréhensibles. Notre montage n'est-il pas un faux semblant ? Notre discours ne tombe-t-il pas dans l'abîme ironique de la question : *combien d'anges peuvent-ils tenir sur la pointe d'une épingle* [1] ? Nous avons souligné [106h] que l'*équivalence théorique Ω [106e] *n'était pas applicable* sans la *condition d'applicabilité Φ [106f], laquelle requiert *la venue des choses à la forme* :

108e REMARQUE. La *condition d'applicabilité Φ notifie que notre montage théorique n'est applicable qu'à des choses inaccessibles ***supposées venir à la forme***.

Les inaccessibles ne sont pas *n'importe quoi* car ils sont assujettis à l'exigence de *venir à la forme*, donc de se manifester de manière tangible. Et s'il y a inaccessibilité, c'est dans la mesure où le *manifesté* ***n'est pas*** *sa propre manifestation* [2], ce que nous disons : *une chose ne peut ultimement advenir à la forme*. Autrement dit :

108g REMARQUE. Dans notre montage théorique, l'***inaccessibilité*** ne renvoie pas à des choses dont il est impossible de savoir quoi que ce soit, car elle ***est indissociable de la possibilité***, pour les choses, ***de venir à la forme***.

Il y a de l'inaccessibilité et des traces indécelables ***parce que*** les choses viennent à la forme [3]. La singularité Φ requise pour que soit ouverte l'applicabilité du montage, singularité qui ne va nullement de soi, consiste donc en la venue des choses à la forme. Nous recoupons ce que nous avons déjà remarqué en étudiant le dépassement du principe de contradiction [60-65], à savoir [63g] que la question de la venue des choses à la forme s'interpose entre les principes universels *mais* inapplicables et les principes non universels (ou localement universels) *et* applicables. Nous recoupons aussi l'idée de l'*oubli primordial* [50d], qui signifie qu'une chose n'accède à l'*existence théorique* [50b] que *depuis* l'oubli qui nous la livre dans des [rapports entre] écritures. Notre *condition d'applicabilité Φ [106f] est donc une manière (la nôtre) d'entendre qu'*il faut s'en tenir aux faits*, étant toutefois entendu que les faits/effets (les manifestations) ***ne sont pas*** les causes/choses (les manifestés hypothétiques) :

108i *THÉOREME. La *condition d'applicabilité Φ est une ***instance particulière*** du *principe de coupure [91f] qui stipule que les choses ne viennent à la forme que ***dissociées*** par l'effet d'une ***coupure***.

Du côté des choses, il y a dissociation entre les effets apparents et ce qui demeure en retrait ; du côté des écritures, il y a dissociation entre les traces décelables et les traces indécelables [4]. Il n'y a pas plus de théories

---

puisque qu'une mesure n'est pas concevable sans une discrétisation *préalable*, tandis que le continu numérique n'est théoriquement accessible qu'en « peuplant » *ad infinitum* des intervalles (ou des coupures au sens de R. DEDEKIND), peuplements qui doivent nécessairement apporter de nouveaux intervalles pour que le processus de « lissage » puisse se poursuivre *ad infinitum*... c'est-à-dire jusqu'à la *limite*, limite qui constitue *ipso facto* une singularité contradictoire permettant d'*arrêter* le processus.

108d 1. Extrait d'un commentaire de M. BORN concernant une lettre de W. PAULI (du 15 IV 54, adressée à M. BORN) au sujet des positions d'A. EINSTEIN à l'égard de la mécanique quantique. *Correspondance 1916-1955 entre A. Einstein et M. Born. Traduction française : P. LECCIA, Le Seuil, Paris, 1972.*

108f 2. D'ailleurs, si le manifesté *était* sa propre manifestation, il n'aurait nul besoin de se manifester, car *il serait là, à portée de la main*, et il n'y aurait ni phénomènes, ni choses, ni manifestations d'aucune sorte. Nul n'a jamais « vu » une force, ce qui ne les empêche nullement, au yeux de la mécanique, de se manifester. Nul n'a jamais « vu » une abstraction, ce qui ne les empêche pas, au yeux du mathématicien, de se « manifester » (de venir à la forme).

108h 3. Le mot *phénomène* a un curieux destin : en grec, *ta phainomena* sont les apparences, les manifestations (ou nos effets apparents), et l'injonction *sauzein ta phainomena* signifie *il faut sauver les apparences*, c'est-à-dire : il faut rendre compte des apparences (éventuellement grâce à un « monde invisible »). Mais, dans le contexte des sciences expérimentales, le mot *phénomène* renvoie tantôt à la *cause* de la manifestation, c'est-à-dire au *manifesté de la manifestation* (comme lorsqu'on dit : les forces sont des *phénomènes* naturels), et tantôt à la *manifestation elle-même*, car n'est *décelable* que la manifestation du manifesté.

108j 4. Raison pour laquelle, selon nous, les injonctions normatives *s'en tenir aux faits* et *esse est percipi* reposent sur une confusion. En

« absolues » [34b] (surtout scientifiques) qu'il n'y a de choses qui viendraient « naturellement » à la forme, car [49a] les choses (abstraites, physiques, etc.) ne sont pas des écritures. A quoi sert un *montage théorique* ? A *mettre en scène le lien* entre les écritures (ou les élaborations théoriques) et ce qui n'en est pas (ou ce qui en est séparé) [1].

109 *L'application du montage aux [transitions entre] états discrets*

Lorsque nous avons abordé la question du lien [49-52], nous avons noté [49j] que si c'est *grâce à l'oubli* des choses dans les [rapports entre] écritures que les théories sont seulement possibles, c'est aussi « grâce à cet
109a oubli » que les théories sont soumises à l'interdit d'un accès ultime aux choses. En ce sens, *il n'y a de théorie que référée à des choses ultimement inaccessibles*, ce qui est une manière d'entendre l'équivalence [36i] entre *fondement* et *limite*. Mais on pouvait s'interroger sur l'application de telles remarques à des systèmes discrets, strictement bornés de toutes parts dans le fini, et exactement spécifiés. La conjonction [105e] entre exactitude et indétermination, reprise dans le montage théorique que nous avançons, ne laisse maintenant subsister aucun doute :

109b *THÉOREME. *Référer* des [transitions entre] états discrets [2] à une chose, c'est ***référer*** ces [transitions entre] états discrets à une chose ***ultimement inaccessible***.

109c Ainsi, tandis que les évidences normatives laissent entendre que les systèmes de [transitions entre] états discrets constituent l'apogée de l'exactitude théorique [105d], il s'avère que cette réduction constitue une sorte de *preuve rétroactive d'inaccessibilité* :

109d *COROLLAIRE. Affirmer qu'il est ***opératoire*** de ramener une chose à des [transitions entre] états discrets, c'est affirmer que cette chose est ***ultimement inaccessible***.

Nous prenons soin, dans notre approche théorique des [transitions entre] états discrets, de ne pas exclure les contradictions surmontables afin d'accéder aux structures contradictoires régressives de l'effectivité formelle. En revanche, nous prenons soin d'exclure les contradictions insurmontables *dans* le montage théorique lui-même [108c] pour en faire la clé de voûte du montage : l'*équivalence théorique Ω permet d'accéder à l'idée que la présence de structures contradictoires régressives dans l'effectivité formelle est tout à fait normale [3]. *A contrario*, ce qui devient maintenant surprenant, c'est leur *oubli* dans le cadre normatif actuel. Le constat [105g] concernant la venue à la forme de l'indétermination inéliminable nous fournit la matière d'un **théorème de calage* :

109f *THÉOREME DE CALAGE. Une condition nécessaire pour qu'il soit ***opératoire*** de ramener une chose [ultimement inaccessible] à un effet apparent exactement énoncé (ou énonçable) en termes de [transitions entre] états discrets, consiste à choisir un point de vue relativement auquel ce qui demeure inaccessible ***advient à la forme comme transition entre les états***, c'est-à-dire comme ***trace indécelable*** dans l'effet apparent.

---

un mot : ce n'est pas la même chose de *percevoir un effet apparent* et de *recueillir quelque chose comme trace*. Or, ce sont les *traces* qui ouvrent la *possibilité* des élaborations théoriques positives assujetties à la corroboration expérimentale. Par conséquent, dès lors que mesurer (pour réduire à des traces) c'est [au moins] discrétiser, les traces décelables obtenues, à elles seules, *ne valent certainement pas pour les choses elles-mêmes*. Nous n'insistons pas plus avant sur cette question ; pour autant, nous n'ignorons pas certaines implications fondamentales des thèses que nous avançons.

1. L'expression *mettre en scène* est également empruntée à P. LEGENDRE [106d]. La question du lien, que nous examinons ici dans le cas particulier de l'écriture, se transpose à la parole.

2. Le syntagme *[transitions entre] états discrets* abrègera désormais l'expression : *états discrets et transitions entre ces états*.

109e 3. Notre montage reprend donc un *procédé d'achèvement*, lui aussi de facture classique, y compris les contradictions qu'il draine dans son sillage. Par exemple, l'équivalence théorique entre la définition des droites parallèles comme n'ayant *aucun* point commun, et celle où deux droites parallèles ont exactement *un* point commun *à l'infini*. Ce même procédé est utilisé sous une forme particulière dans la construction cantorienne, où il fait office de *principe d'arrêt* pour « terminer » un degré d'infinitude (ou, plus exactement, de transfinitude). Plus proche de notre propos, on trouve l'achèvement de sommes infinies, qui permet, par exemple, de poser l'équivalence théorique entre 1 (réputé être une « chose abstraite » finie) et la *somme infinie* des termes de la série $1/2^n$, pour n variant de 1 à l'*infini* (on notera l'affleurement régressif : s'il y a égalité entre 1 et cette somme infinie, alors toute occurrence de 1 *devrait être* substituable par cette somme *infinie*, y compris dans l'expression de cette somme).

Ce qui explique la robustesse normative des montages théoriques qui s'ensuivent dans un contexte où, grâce au glissement du discret sur le fini [105h], les traces indécelables sont effacées et n'ont pas d'existence reconnue. Ne perdons pas de vue, cependant, que les [transitions entre] états discrets ne sont qu'un cas particulier :

109g REMARQUE. L'application de l'*équivalence théorique Ω aux [transitions entre] états discrets n'est qu'un premier pas, car nous connaissons au moins une seconde sorte d'effets apparents discrets, à savoir les ***transitions de niveau***.

Or, en l'état actuel des évidences normatives, rien ne nous permet d'affirmer que les transitions *entre* niveaux soient de même « nature » que les transitions *entre* états, et, par conséquent, rien ne nous permet de tenir pour évident que tout effet apparent discret soit réductible à des [transitions entre] états discrets[1] [93d]. Notre
109h montage théorique se borne donc à situer le « phénomène » des [transitions entre] états discrets : le schéma [107d] notifie une manifestation (une venue à la forme F) référée à un manifesté (la chose inaccessible T), sachant que la venue à la forme de cette chose *s'accomplit* comme transition effective *entre* les états. Cet accomplissement produit certes un effet apparent, mais, en tant qu'accompli, l'*accomplissement* ne donne lieu, en tant que tel, à aucune trace décelable. C'est cet ***accomplissement accompli*** que nous recueillons comme *trace*
109i *indécelable* ***dans*** l'effet apparent[2] : « *phusis kruptesthai philei*[3] ».

III-3-3. Situation et détermination

■ *Nous prenons appui sur notre montage théorique pour étudier l'articulation entre situation et détermination à travers les développements régressifs partiels.*

110 *Situation et détermination*

Si nous concevons [104c] [106g] que le développement régressif par découpage induit un *accroissement de détermination*, en revanche, ***un*** effet apparent *isolé*, en tant qu'associé [106f] à ***un seul*** terme d'un développement, est la singularité d'une *situation* :

110a *DÉFINITION. Un effet apparent [isolé] permet seulement une ***situation théorique*** d'une chose [inaccessible].

Cette singularité [isolée] n'est pas rien, car elle témoigne de l'existence [théorique] d'une chose apte à venir à la forme, et ouvre l'applicabilité des *principes [106f]. Mais nous disons que cette chose est ***seulement située*** car, de manière imagée, il serait difficile d'en savoir « moins » sur cette chose. Pour en savoir un peu plus, il faut appliquer le *principe de détermination Γ [106g] et procéder à un développement régressif en découpant la transition pour diminuer la substituabilité et l'indétermination [102e]. Il faut donc connaître d'autres termes, et
110b c'est, en quelque sorte, un problème de triangulation. Reprenons l'exemple du schéma [107a] :

110c
```
                        référer
                    ┌──   ─┼─     A→B      (situation)
une même chose      │      │               accroissement
    ultimement   T ─┤      │       ↓       de
  inaccessible      │      │               détermination
                    └──   ─┼─  A'→X'→B'    (situation)
                           ↓
                      développement
```

1. En toute rigueur, nous devrions dès maintenant établir que notre *hypothèse d'inaccessibilité [106a] autorise un *dépassement* de la conception normative actuelle des transitions d'états discrets. Nous l'admettons provisoirement, car nous traiterons la question générale du dépassement de la conception normative actuelle du discret [finitiste] après avoir étudié les transition de niveaux.

2. Nous n'insistons pas, cf. [108j].

3. *La nature aime à se cacher*. HÉRACLITE, fragment 123 (DIELS-KRANZ). *Traduction de M. CONCHE, Puf, Paris, 1986.*

Partant du terme A─►B, on obtient, au moyen d'un développement par découpage, le terme A'─►X'─►B', découpage qui diminue la substituabilité. D'où :

110d *DÉFINITION. Un ***accroissement de la détermination théorique*** d'une chose est la ***différence*** qui sépare deux situations [de cette même chose] reliées par un développement régressif.

Dans l'exemple du schéma [110c], l'accroissement de détermination est la différence entre « passer de A à B » et « passer de A à B *via X* ». Chacun des deux termes correspond à un effet apparent, et, pris isolément, ce sont deux *situations* de la même chose T. Nous pouvons maintenant relier la situation et la détermination en remarquant qu'une situation, prise isolément, est associée à *zéro* pas de développement régressif, ce qui correspond à un accroissement *minimal* de détermination [1] et à une *différence indécelable* :

110e *THÉOREME. A une *situation théorique* d'une chose (ou à un terme isolé d'un développement régressif) est associé un ***accroissement minimal de détermination théorique***.

C'est une manière plus rigoureuse pour énoncer [101b] qu'un effet apparent est un critère de substituabilité : la transition figure « en blanc » dans l'effet apparent, aussi la substituabilité, la condensation et l'indétermination sont-elles « maximales » [104d] quand on ne dispose que d'*une* situation (d'*un seul* effet apparent isolé). De manière imagée, on ne peut rien faire d'autre que répéter l'effet apparent isolé lui-même (par exemple : « passer de A à B »).

111 *Remarques sur l'exactitude et l'indétermination*

Dire [110b] qu'il s'agit là d'un problème de triangulation est une image ; par *hypothèse [106a], *la* chose T demeure ultimement inaccessible et, dans le schéma [110c], les deux termes obtenus ne permettent pas de déterminer ***une*** chose T, mais seulement [104b] ***une multiplicité*** de choses produisant ces deux effets apparents. Il n'y a donc pas conflit, mais *conjonction*, entre *exactitude* et *indétermination* : l'exactitude de l'effet apparent ne résulte pas de l'élimination de toute indétermination sous-jacente ; au contraire, l'exactitude de l'effet apparent permet de *situer* une indétermination (toutes les indéterminations ne sont pas *les mêmes*).

Précisons cela. Installer l'*hypothèse d'inaccessibilité [106a] en place d'*hypothèse fondamentale signifie que nous ne concevons pas l'indétermination qui s'ensuit comme un brouillage contingent dont il conviendrait de se débarrasser, autant que faire se peut, pour obtenir l'exactitude idéale des effets apparents :

111a IDÉE DIRECTRICE. Nous ne concevons pas l'indétermination (ni même l'inaccessibilité) comme un « défaut contingent », mais comme une ***condition nécessaire de possibilité*** pour la connaissance [scientifique] [2].

Contrairement aux évidences normatives actuellement en vigueur, nous ne concevons donc pas que cette indétermination soit le privilège des sciences expérimentales ; nous ne concevons pas non plus qu'elle ne résulte que de la nécessaire approximation des « représentations » de l'infinitude, du continu, ou de la transfinitude ; nous concevons que l'indétermination est un *effet de la venue des choses à la forme*, que ces choses soient ou non abstraites, qu'elles soient ou non bornées de toutes parts dans le fini. De ce que, dans certains montages théoriques, l'indétermination soit calée sur des traces indécelables [105g] [109f], il ne suit pas que cette indétermination disparaisse ou cesse de se manifester :

---

1. Nous aurions pu dire : à *zéro* pas de développement correspond un accroissement *nul* de détermination. Toutefois, nous n'avons pas encore établi si la détermination était ou non une quantité nombrable, aussi gardons-nous provisoirement des vocables « neutres ».

111b 2. Cette remarque nous est familière *à une transposition près* en prenant acte de la *contrepartie* de l'évidence : dire qu'*il n'y a de science que du général*, c'est exactement dire qu'il n'y a de connaissance scientifique qu'indissociable d'une indétermination inéliminable.

111c REPERE. L'exactitude, qui relève du constat associé aux effets, n'est pas du même ***registre*** que l'indétermination inéliminable, qui relève de la venue des choses à la forme ; l'exactitude ne s'obtient donc pas à l'issue d'un processus visant à éliminer l'indétermination.

Car tenter d'éliminer l'indétermination serait peut-être tenter d'atteindre un « savoir absolu local », mais ce serait aussi tendre à bloquer la venue des choses à la forme, et, par conséquent, tenter d'anéantir ce savoir : l'interdit du « savoir absolu » notifie ainsi qu'un tel « savoir » ne se constituerait qu'anéanti. Mettons les points sur les i :

111d REPERE. De la disparition de l'indétermination ne résulte pas l'exactitude (ou une quelconque perfection), mais l'***anéantissement du savoir*** lui-même ; l'exactitude coïncide avec la ***singularité*** de l'évanouissement de l'indétermination [dans l'exactitude elle-même].

Il s'ensuit que l'exactitude et l'indétermination ne s'excluent pas, bien au contraire, et l'indétermination est d'autant mieux avérée que l'effet apparent est exactement consigné (sinon, de quoi parle-t-on ?). Nous avons adopté une terminologie qui repose sur des oppositions corrélatives : décelable et indécelable, situation et détermination, exactitude et indétermination, etc. Au-delà des choix proposés quant aux mots, on retiendra surtout que les deux registres de l'exactitude et de l'indétermination ne doivent pas être confondus [111c], qu'on n'obtient pas le premier en faisant disparaitre le second [111d], mais que leur ***conjonction*** est impliquée par la venue des choses à la forme :

111e REMARQUE. A l'effet apparent (transition ***d'***états discrets) sont attachés la situation et l'exactitude ; à la cause sous-jacente (transition ***entre*** états discrets) sont attachés l'indétermination et l'inaccessibilité.

Ainsi, par exemple, en informatique, spécifier une application au moyen de couples donnée —► résultat (via la définition en extension d'une fonction, par exemple), revient à *situer* cette application, c'est-à-dire à énoncer un critère que doit satisfaire *toute* mise en oeuvre qui prétend être une implémentation de *cette* spécification :

111f REPERE. Conformément à notre expérience quotidienne de l'informatique, l'indétermination inéliminable, qui ne surgit que dans la conjonction avec l'exactitude, doit être reconnue comme une ***condition fondamentale pour la possibilité de l'informatique***.

111g Si les *définitions* (au moyen de fonctions mathématiques *bien définies*) ou les *spécifications* (exactement énoncées) n'impliquaient *aucune indétermination*, elles vaudraient *directement pour elles-mêmes* et les concepts d'*implémentation*, de *mise en oeuvre*, de *programmation*, de *représentation formelle effective des fonctions*, de *sémantique des programmes*, etc., ***n'auraient rigoureusement aucun sens***. Le critère de substituabilité (définition, spécification, etc.) doit être *exactement énoncé pour être décisif* (exactitude de la situation : sinon, de quoi parle-t-on ?) et jouer ainsi le rôle d'un *invariant* ou d'un *principe de conservation* ; à quoi servirait en effet l'exactitude d'un tel critère si elle ne constituait simultanément le *seuil d'indétermination maximale* à l'égard de *toutes* les mises en oeuvres possibles ? Réciproquement, dans une spécification « floue » ou « insuffisante », c'est l'***indétermination qui fait défaut***, car elle est emmêlée avec les lacunes de la spécification qui bloquent la substituabilité.

112 *Les développements régressifs partiels*

Quand on accroît une détermination à partir d'une situation (d'un effet apparent), on procède à un développement régressif. Mais, puisque nul ne saurait atteindre le « dernier terme » d'une régression sans fin :

112a *THÉOREME. Il est impossible d'accéder à la détermination théorique ultime d'une situation, c'est-à-dire à l'accroissement de détermination qui sépare une situation (un terme quelconque) et le dernier terme d'une régression sans fin.

De manière imagée : on ne peut connaître la « distance » qui sépare une situation (associée à un terme d'un développement régressif) de l'achèvement du développement ; les termes des développements sont *quelque part dans le sans fin*, et il est impossible de déterminer « où » ils se trouvent :

112b *DÉFINITION. Dire d'un terme d'une régression sans fin (d'une différence ou de relations entre de tels termes) qu'il est ***inassignable***, c'est rappeler [112a] qu'il est impossible d'accéder à la détermination ultime d'un terme d'un développement régressif.

En ce sens, le savoir théorique qui s'ensuit est — *et n'est que* — différentiel : un accroissement de détermination, comme différence entre deux situation, est une différence entre deux ***situations inassignables dans le sans fin***. Par conséquent, à l'intérieur d'un développement régressif donné, les termes sont ordonnés *les uns* ***par rapport*** *aux autres* :

112c *DÉFINITION. Au sein d'un même développement régressif, un terme t' est dit ***plus déterminé*** qu'un terme t si t' est obtenu par développement de t.

La partie gauche du schéma [112d] traduit le point de vue *local* d'un accroissement de détermination, avec son *minimum local de détermination* (mini_1) et son *maximum local de détermination* (maxi_1) :

112d
```
mini_1    ──   ┬  ──  :  mini_1 ──
               ↓   |  :         |
                   |  :         ↓
maxi_1            ──  :  maxi_1 ── ── mini_2
                      :               ↓
                      :               ?
```

Mais, puisque les termes sont inassignables [112a] (partie droite du schéma), le maximum local (maxi_1) est aussi un minimum local (mini_2) à l'égard de ce qui gît en-deçà [1]. Puisque les développements achevés de régressions sans fin sont inaccessibles (interdit d'un « savoir absolu », même local) :

112e *THÉOREME. Seuls les ***dévelopements régressifs partiels inassignables*** sont théoriquement accessibles.

Aussi une détermination locale associée à un développement régressif partiel ressemble-t-elle à une sorte d'« univers flottant », inassignable dans le *sans fin*. Par conséquent :

112f PREMIER *COROLLAIRE. Au sein d'une *détermination locale*, les termes du développement régressif partiel associé ***se déterminent mutuellement les uns les autres***.

On ne peut donc rien dire d'un terme « isolé » (d'une situation) quant à sa détermination [110e], et, puisque chaque terme est inassignable [112b], ce qu'on peut dire d'un terme quant à sa détermination dépend *uniquement* de son rapport aux autres termes de *la même détermination locale* (du *même* développement régressif partiel). D'où :

112g SECOND *COROLLAIRE. Tout savoir théorique relatif à la détermination des termes d'une régression sans fin implique un ***arrêt*** de cette régression auquel est simultanément associée la ***détermination théorique maximale*** au sein de ce savoir, et la ***détermination théorique minimale*** de l'indétermination inéliminable sur laquelle ce savoir prend appui.

Bref, tout savoir théorique relatif aux régressions sans fin dépend d'un seuil d'arrêt (terme maxi_1 dans le schéma [112d]) où se conjugue une détermination maximale (localement à ce savoir) et une indétermination maximale (non-savoir impliqué par ce savoir). L'exactitude des effets apparents, disions-nous [111e], se conjugue avec l'indétermination des transitions ***entre*** états [2].

---

1. C'est-à-dire à l'égard de la partie non développée de la régression sans fin qui sépare le terme mini_2 du dernier terme du développement. D'un point de vue théorique, les régressions sont sans fin *des deux côtés*, aussi bien « vers le bas » que « vers le haut ». Dans le cadre du présent exposé, nous nous bornons aux développements « vers le bas ».

112h 2. Nous attirons dès maintenant l'attention sur le fait que le *corollaire [112g] énonce un trait structural des régressions sans fin, et qu'il s'applique en particulier à l'acte de fondement [36f], en tant qu'arrêt de la régression sans fin impliquée par une question de fondement. D'où la *solidité apparente* (détermination maximale, certes, mais localement à la théorie fondée) conjuguée à la *fragilité maximale* (indétermination maximale et non-savoir concernant le fondement lui-même) [34i].

Puisque [106e] *une* chose « absolument singulière » est théoriquement *équivalente à *un* développement achevé de régression sans fin :

112i *THÉOREME. A *un* développement régressif partiel est potentiellement associée une multiplicité [1] de développements régressifs achevés distincts substituables, et, partant à une multipicité de choses distinctes substituables.

Un développement régressif partiel ne peut parvenir à la détermination théorique ultime d'*une seule* chose, de sorte que la partie non développée d'un développement partiel laisse toujours subsister une indétermination. L'accroissement de détermination *diminue* la substituabilité (et l'indétermination), mais ne l'élimine pas [104b]. On peut également appliquer *à l'envers* l'impossibilité d'accéder à la détermination théorique ultime d'une chose « absolument singulière » :

112j *THÉOREME. A *une* chose est potentiellement associée une multiplicité de développements régressifs partiels.

Chaque développement régressif partiel associé à une même chose se comprend alors comme un *point de vue partiel* sur (ou une détermination partielle de) cette chose.

1. Nous utilisons encore [101d] le mot *multiplicité* sous le couvert d'une compréhension intuitive : il y a « beaucoup » de termes « dans » une multiplicité.

CHAPITRE III-4

L'effectivité d'un point de vue théorique

•

■ *Nous calons le concept d'effectivité dans le montage théorique qui vient d'être présenté, et nous mettons en évidence le* coup de force *qui permet de manoeuvrer des contradictions insurmontables pour ouvrir un accès théorique à l'effectivité par le truchement d'une conjecture de « savoir absolu » [113-117]. Nous pouvons alors comprendre l'application de ce montage à travers la double concordance (décelable et indécelable), aussi bien que son recouvrement par des évidences, grâce à la technique de l'éponge [118-121].*

III-4-1. Vers une approche théorique de l'effectivité

■ *Après avoir rappelé que le problème de l'effectivité des transitions d'état est analogue au problème de l'effectivité du mouvement, nous situons, dans notre montage, l'*équivalent théorique de l'effectivité au sens intuitif de ce qui a lieu dans la « réalité ». Nous articulons cet *équivalent à l'indétermination inéliminable déjà étudiée et à la dissociation entre les traces décelables et les traces indécelables.*

113 *Poser le problème*

Chacun comprend que *ce qui a lieu*, côté « réalité », quand on observe un ordinateur, à savoir que les transitions se produisent « effectivement », « réellement », « objectivement », etc., dans cette « réalité », n'est pas « capté » par les *flèches*, côté [rapports entre] écritures : les écritures qui consignent le savoir théorique ne
113a « bougent » pas [88], et les rapports *entre* écritures ne s'effectuent pas « tout seuls ». Corrélativement, nul ne saurait nier que l'intérêt des machines informatiques provient précisément du fait que les transitions se produisent *effectivement*, faute de quoi les inscriptions figées sur le papier les remplaceraient avantageusement à un coût nettement moindre :

113b REPERE. Le bon sens n'est pas satisfait quand on admet que l'un des traits essentiels des machines informatiques, à savoir que les transitions se produisent *effectivement* dans la « réalité » n'ait, apparemment, aucune contrepartie théorique.

Le paradoxe de ZÉNON d'Elée (VI$^{\text{ème}}$ siècle av. J.C.) concernant la flèche[1] est à remettre sur la table de travail : le mouvement qui permet à la flèche de parcourir *effectivement* l'espace qui sépare l'arc de la cible n'est pas réductible à la juxtaposition *inerte* de coupes instantanées où la flèche « ne bouge pas ». De même, on a beau tordre la question [113c] dans tous les sens, rien n'y fait ; la transition qui permet à une machine de parcourir *effectivement* l'espace qui sépare un état de son successeur n'est pas réductible à la juxtaposition *inerte* des écritures qui valent pour ces états :

113c QUESTION. Pourquoi ***ne voit-on pas*** que la mathématisation de l'effectivité des transitions *entre* états discrets (dans les machines informatiques aussi bien que dans les machines mathématiques) pose un problème théorique qui est une ***transposition*** du problème de la *mathématisation du mouvement*[2] ?

Si le tireur à l'arc et la cible sont manifestement discrets (alias les états), l'espace qui, indissociablement, les sépare *et* les relie (alias la transition *entre* les états) ne l'est pas. De ce que l'intervalle semble borné de toutes

---

1. Les *flèches* ne manquent pas d'humour, comme on le voit, et les siècles n'ont pas réussi à émousser la fine pointe de l'intuition qui leur permet encore de décocher quelques traits d'esprit.

2. Et, plus généralement, du changement [87].

parts dans le fini, *il ne suit pas* que la mathématisation de son parcours mouvementé soit réductible à des procédés finitistes [85]. Quelle difficulté théorique, sans aucun doute non négligeable, a maintenu ce paradoxe en suspens pendant deux millénaires, se dénouant dans l'invention d'un ***calcul*** *différentiel* et d'une *physique* mathématisable, à la fois quantitative et prédictive ? Cette difficulté, croyons-nous, n'a été résorbée que pour certaines conditions particulières ; mais elle est toujours là [89b], et elle appelle maintenant *une autre résorption* convenant au contexte qui la suscite, à savoir [92a] le *traitement de l'information*. Regroupons quelques remarques déjà énoncées pour avancer quelques bribes de réponse :

113d BRIBE DE RÉPONSE. Dans le cadre normatif actuel, on ne peut ***voir*** la difficulté car elle y est ***inconcevable***, puisqu'il faudrait préalablement récuser le glissement du discret sur le fini, et prendre acte des conséquences qui s'ensuivent : 1. le discret ne relève pas du fini ; 2. l'écriture purement instrumentale n'est l'image ni du discret finitiste ni du fini ; 3. la ressemblance entre la *finitude théorique* et la *finitude concrète* attribuée à ces écritures n'est qu'apparente, et donc 4. la *finitude théorique* n'est pas ce qu'on en dit habituellement.

L'un des verrous majeurs est là : l'*interprétation standard* (c'est-à-dire, actuellement, la conception normative) de la *finitude théorique*, comme identifiable *de toute évidence* à la *finitude concrète* des écritures purement instrumentales, n'est qu'***une*** interprétation, certes opératoire, ***parmi d'autres*** possibles mais inaperçues. Nul n'a jamais « vu » ni ne « verra » jamais une abstraction, même bornée de toutes parts dans la *finitude théorique*, de sorte que rien ne nous autorise à tenir pour hors de portée de tout réexamen qu'une abstraction bornée de toutes parts dans le fini « ressemble de toute évidence » à une écriture purement instrumentale. Ce verrou n'est pas le seul :

113e BRIBE DE RÉPONSE. Il est également ***très inconcevable*** de ranger l'***effectivité des calculs*** « du côté des choses de la réalité » pour l'articuler aux mathématiques classiques via une ***mathématisation*** analogue à celle qui régit l'articulation entre les sciences expérimentales et les mathématiques.

113f Nul n'a jamais « vu » ni ne « verra » jamais une machine de TURING ou un algorithme de MARKOV ***effectuer*** un calcul sans l'adjonction préalable d'une sorte de *prothèse effectuante*, nous voulons dire, le mathématicien lui-même, laquelle prothèse s'évanouit sans laisser de trace formellement décelable lors du glissement du discret sur le fini. Pourrait-il nier, le mathématicien, qu'au regard des « choses de l'abstrait », il ne soit, quant à son office prothétique, « du côté de la réalité » [1] ?

114 *Une approche de l'effectivité par les équivalents graphiques*

Les études qui précèdent ont depuis longtemps anticipé notre approche théorique de l'effectivité. Toutefois, différons un instant l'énoncé des *définitions et l'exposé de leurs implications, pour déplier, dans le contexte particulièrement familier des transitions d'état, certaines considérations intuitives et théoriques qui ont achevé de nous convaincre que le détour par un réexamen des fondements de la connaissance [scientifique] était devenu inévitable [2].

Un *accroissement de détermination* [110d] correspond à un *développement régressif partiel* [112f] qui est le développement régressif d'une *situation* [110e] (le terme du développement le moins déterminé, ou le plus

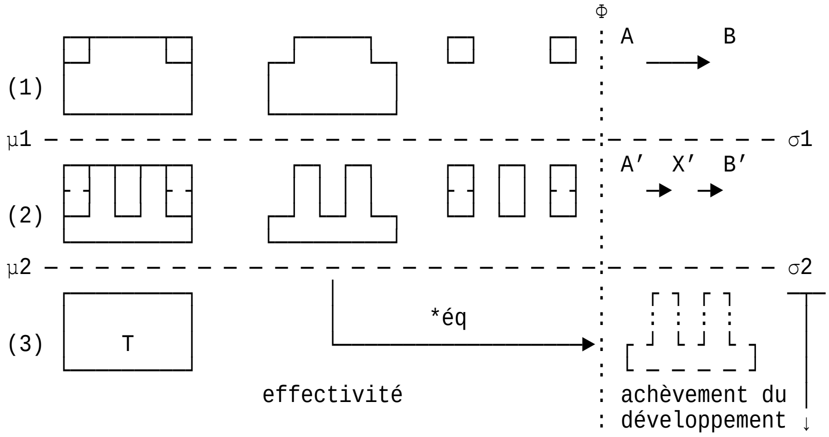
---

113g 1. La difficulté relative à l'effectivité est incontestablement *pressentie*, ce que signalent à notre attention, par exemple, l'*anomalie théorique* que constituent les machines mathématiques, ou la *béance* que recouvre l'expression « traitement de l'information ». Mais nous disons que le *problème* n'est pas *vu*, car, selon nous, on ne peut à la fois le *voir* et *ne pas voir* ce qu'il implique, à savoir, simplement, le dépassement de la normativité scientifique actuelle grâce à un réexamen des fondements de la connaissance [scientifique]. En ce sens, les évidences normatives jouent un rôle régulateur essentiel car, en voilant le problème, elles nous protègent de l'abîme qu'ouvrirait sous nos pieds une question devenue incontournable et démunie de toute réponse concevable ; mais dès qu'une réponse possible est entr'aperçue, nous assumons la question, quelle que soit l'étendue du remaniement qu'elle implique, et nous apercevons alors que les évidences ne paraissaient massives qu'à la mesure de la cécité protectrice qu'elles avaient tissé à notre intention, s'évanouissant aussi discrètement dans l'oubli qu'une brume nocturne se dissipe imperceptiblement dans la fraîcheur matinale d'une chaude journée d'été.

2. Dans l'immédiat, nous n'abordons l'effectivité que dans le cas des transitions d'état, en nous bornant au montage théorique provisoire et incomplet [106-109] déjà présenté. Cependant, ce montage est une sorte de *germe* qu'il serait possible de déployer jusqu'à obtenir un montage théorique complet.

condensé) jusqu'à une autre situation qui constitue l'*arrêt* du développement (le terme du développement le plus déterminé, ou le moins condensé). Synthétisons les schémas [110c] [112d] pour les appliquer à notre exemple habituel [107a] d'*un pas* de développement :

114a



Le découpage du terme A—►B (le moins déterminé et le plus condensé) produit le terme A'—►X'—►B' (le plus déterminé et le moins condensé) qui constitue, dans cet exemple, l'arrêt du développement régressif. Chaque terme de ce développement est compris [106f] [107c] comme une *venue à la forme* de la chose T, dissociée [108i] en états discrets (troisième colonne) et en transition *entre* ces états (seconde colonne). Les [rapports entre] écritures (quatrième colonne) recueillent l'effet apparent, sachant [109f] que les transitions *entre* les états deviennent des intervalles dont la place est marquée par des flèches.

Examinons (ligne 2 du schéma) le terme qui arrête la régression (seuil µ2/σ2) : si les écritures (côté σ2 : A', X' et B') sont les ***équivalents théoriques** des états (côté µ2 : troisième colonne), alors les intervalles (côté σ2 : entre A' et X', et entre X' et B') figurent ***au lieu de*** l'**équivalent théorique* des transitions (côté µ2 : seconde colonne). Pourquoi disons-nous *au lieu de* ? Parce qu'à ce seuil d'arrêt, la transition (côté µ2 : seconde colonne) n'a pas encore été développée, de sorte qu'on n'a pas encore pu énoncer son *équivalent théorique. Que se passerait-il si on déplaçait le seuil d'arrêt de manière à poursuivre le développement *en-deçà* du seuil µ2/σ2 ? On découperait la suite des deux transitions (ligne 2, seconde colonne) pour y « puiser la substance des états », de la même manière qu'on passe de la ligne 1 à la ligne 2 en « puisant la substance » des états (l'état intermédiaire X', ainsi que les fragments additionnels [103] A'-A et B'-B) « dans » la transition *entre* A et B (ligne 1, seconde colonne) :

114b IMAGE. Plus on découpe les transitions *entre* les états, plus on « puise » dans la « matière subtile » des transitions pour « obtenir » la « substance concrète » des états : la « matière subtile » est associée aux intervalles (traces indécelables), tandis que la « substance concrète » est associée aux lettres (traces décelables).

En ce sens, chaque venue à la forme d'une chose est une manière d'équilibre déterminant la proportion relative de « matière subtile » et de « substance concrète » : c'est encore l'idée [90a] d'une *conservation globale* qui prévaut. Bref, dans le schéma [114a], c'est la « matière subtile » de la transition (ligne 2, seconde colonne) associée au seuil d'arrêt µ2 qui deviendrait peu à peu « substance concrète » si on poursuivait le découpage *en-deçà* du seuil d'arrêt µ2 ; corrélativement, ce sont les intervalles (traces indécelables) de l'effet apparent (ligne 2, quatrième colonne) associé au seuil σ2 qui deviendraient peu à peu des lettres si on poursuivait le développement régressif *en-deçà* du seuil d'arrêt σ2 :

114c IMAGE. Les intervalles (les traces indécelables) sont des lettres (des traces décelables séparées/reliées par des traces indécelables) *en souffrance* : on ne peut les « voir » car elles sont tracées à l'aide d'une encre sympathique *relativement au seuil d'arrêt considéré*.

En ce sens, les intervalles (les traces indécelables) qui figurent dans le terme qui arrête la régression (seuil σ2, ligne 2, quatrième colonne) ont pour **équivalent théorique* les écritures « en souffrance » qui se trouvent *en-deçà* de ce seuil (ligne 3, quatrième colonne)[1]. La flèche *éq du schéma [114a] signifie que toutes les écritures en souffrance qui figurent *en-deçà* du seuil d'arrêt sont l'**équivalent théorique* de la « matière subtile » des transitions qui sont ***effectives relativement à ce seuil*** :

114e IMAGE. Si on allait jusqu'au bout du découpage, toute la « matière subtile » des transitions serait transmuée en la « substance concrète » des états ; corrélativement, si on achevait le développement régressif, la chose T serait ultimement recueillie comme trace décelable : l'achèvement du développement régressif est l'**équivalent théorique* de la « matière subtile » des transitions.

Si on allait... : que signifie ce conditionnel ? Du côté des choses, si on allait jusqu'au bout, il n'y aurait plus de « matière subtile », ni rien pour séparer/relier les états discrets. Par conséquent, ces « états discrets » ne seraient même pas des états discrets, puisqu'il n'y aurait plus de *transitions effectives* ***entre*** *ces « états »*[2] :

114g IMAGE. Sur le point d'atteindre le « savoir absolu », c'est l'objet même du savoir qui s'anéantirait.

Il faut choisir [111d] : ou bien l'objet a lieu (en l'occurrence les transitions effectives), et il n'est ce qu'il est qu'ultimement inaccessible, ou bien le savoir est sans objet. Même remarque pour les écritures : si les intervalles n'étaient plus rien, les écritures ne seraient pas discrètes (elles seraient, elles aussi, *absolument continues* [114f]). Il s'ensuit :

114h IMAGE. L'objet d'un savoir n'*a lieu* et ne se constitue *tel qu'il est* que grâce à l'arrêt de la régression sans fin qui, achevée, coïnciderait avec le « savoir absolu » sur cet objet autant qu'avec son anéantissement.

On voit maintenant l'analogie entre le paradoxe de ZÉNON, concernant le mouvement de la flèche, et l'effectivité des transitions d'état : de même qu'une juxtaposition de coupes où la flèche ne bouge pas ne reconstitue pas un mouvement, parce que l'***effectivité du mouvement*** demeure *entre* les coupes, de même une juxtaposition d'états inertes ne reconstitue pas une transition effective, parce que l'***effectivité de la transition*** demeure *entre* les états, aussi « serrés » soient-ils. Aussi l'effectivité [des transitions entre états] n'est telle qu'ultimement inaccessible [50g] : fondement et limite s'équivalent d'un point de vue théorique [36i].

115 *Quelques remarques sur le montage théorique*

L'approche des fondements de la connaissance [scientifique] nous invite à considérer les choses avec humour. Il est en effet difficile d'imaginer un enchevêtrement plus serré de contradictions insurmontables et d'impossibilités constitutives, tandis que rien ne paraît plus inadéquat que l'écriture pour apporter un quelconque dénouement, qui a cependant lieu, puisque ce lieu héberge au moins le discours scientifique actuel. En effet :

115a REPERE. Il est impossible, côté réalité, d'éliminer l'effectivité « réelle » des transition, mais, côté théorie, le principe même d'un savoir théorique [qui passe par l'écriture] requiert l'élimination préalable de cette effectivité « réelle ».

C'est extrêmement gênant, car si la « chose de savoir » n'est telle qu'elle est qu'effective, côté réalité, l'« objet de savoir » n'est proprement théorique que *détaché* de cette effectivité « réelle ». Que seraient les traités d'astronomie s'ils devaient « contenir » l'effectivité des astres, de leurs mouvements, et de l'espace qui,

---

114d 1. Dans l'immédiat, nous n'insistons pas sur cette remarque qui prolonge le dépassement de l'hypothèse de transparence [53-59] vers une *théorie de l'écriture*, discrète mais non glissée sur le fini, où les intervalles sont théoriquement *équivalents à l'achèvement des développements régressifs. Notons que dans la chronologie de notre recherche, c'est ce *raisonnement qui a attiré notre attention sur les intervalles qui figurent entre les lettres et qui nous a ultérieurement conduit à récuser la conception normative purement instrumentale et finitiste de l'écriture.

114f 2. La contradiction insurmontable qu'implique des états discrets non séparés et non reliés n'est autre qu'une *chose en devenir* [87], devenir à comprendre comme *absolument continu* et hors de portée de toute connaissance, car symbolisant un « savoir absolu ». Il s'ensuit que le *continu numérique* « peuplé de nombres » n'est accessible à la connaissance [mathématique] que dans la mesure où il n'est pas *absolument continu*. On sait que cette remarque vaut déjà pour le *continu du physicien* [33c].

indissociablement, les sépare et les relie [88] ? Nous avons déjà tenu ce *raisonnement pour l'évanouissement de l'opposition entre statique et dynamique [89]. Notre approche intuitive de l'effectivité confirme [89a] que cet évanouissement est une condition *sine qua non* de l'approche théorique des transitions d'état. Par conséquent, nous obtenons une nouvelle bribe de réponse à notre question [113c] :

115b BRIBE DE RÉPONSE. Le montage convenant à l'approche théorique de l'effectivité des transitions entre états discrets ***mobilise le degré le plus fondamental*** de la *théorie de la connaissance* [scientifique].

Cette difficulté, qui a déjà contribué à maintenir le paradoxe de ZÉNON en suspens pendant deux millénaires, revient maintenant affleurer *discrètement* les évidences normatives actuellement en vigueur concernant les transitions d'états, les traitements d'information, l'effectivité formelle et, bien pire, l'écriture. Dans ce domaine de la théorie de la connaissance, bien poser les problèmes, et, partant, ouvrir la voie à d'éventuelles solutions, *c'est d'abord bien asseoir les contradictions insurmontables* qui constituent les repères stables :

115c REPERE. Le point crucial des montages théoriques réside dans la contradiction insurmontable que constitue la conjonction entre le ***caractère inéliminable*** d'une effectivité « réelle » liée à la venue des choses à la forme, et la ***nécessaire élimination*** de cette effectivité « réelle » pour l'élaboration d'un savoir théorique au sujet de ces choses.

Nous connaissons déjà le dénouement dans deux cas : c'est l'*équivalence théorique Ω [106e] entre les choses et les développements achevés de régressions sans fin, *équivalence sur laquelle repose tout notre montage [107e] ; c'est aussi, dans notre approche intuitive, l'*équivalence [114e] entre l'effectivité (la « matière subtile ») des transitions et l'achèvement du développement régressif. Approchons le ressort de ces *équivalences :

115d REPERE. Un montage théorique prend appui, côté choses, sur un *quelque chose* qui *a lieu* comme étant à la fois inaccessible et inéliminable, pour le recueillir, côté théorie, *au lieu de* ce qui garantit, ***pour*** ce montage, l'interdit d'un « savoir absolu ».

115e Evidemment, cela suppose qu'on *cède le pas* au sujet du « savoir absolu » : il faut l'*avancer* pour se donner la marge de le *soustraire* et lui *donner lieu* dans l'*acte de renoncement* à ce qui, en tout état de cause, demeurerait inaccessible. Ainsi, au lieu de subir négativement l'inaccessibilité comme contingence, un montage théorique la commue en nécessité afin d'y reconnaître la condition de sa propre possibilité et, partant, d'en user positivement. Le passage de l'*empirique* au *théorique* dépend [1] de ce basculement :

115f *DÉFINITION. Une ***conjecture de « savoir absolu »*** donne une *forme* (ou une structure) au « savoir absolu » de manière que l'acte par lequel on y renonce [34h] *tienne lieu* d'acte de fondement.

Dans un montage théorique, on joue sur le fait que l'impossibilité d'atteindre un « savoir absolu » (ou de donner un « contenu » à cette structure) n'empêche pas d'opérer avec cette structure conjecturale :

115g REPERE. Dans cadre du présent exposé, la structure conjecturale du « savoir absolu » correspond à l'inaccessibilité ultime, qui est garantie, côté choses, par la venue des choses à la forme (*quelque chose* des choses demeure en retrait), et côté théorie, par les régressions sans fin (les régressions doivent être arrêtées).

Il reste alors à instancier cette conjecture générale selon les particularités de chaque montage théorique. C'est ce que nous sommes en train de faire pour l'effectivité. Reprenons le schéma [107d] de notre montage théorique :

1. Selon nous, et dans la perspective des présentes thèses.

115h
```
                     effet apparent
        ce qui a lieu      : [rapports entre] écritures
                           :
                           :          A     B
                           :Φ           ──►
                     F ────:──── Df
                           :
  ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─:─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─
  venues             μ     :X    σ             développements
  à la        ↑            :              |    régressifs,
  forme                    :              ↓    accroissement de
                           :                   détermination
                     T ────:──── D
                           :Ω   développement achevé
                           :
         choses            :    équivalents théoriques
  (inaccessibles « hors »)  :     (inaccessibles « dans »)
```

On voit nettement l'*équivalence entre l'effectivité (seuil μ, parcours F/T) côté choses et l'achèvement du développement régressif (seuil σ, parcours Df/D) côté théorie, tandis que la médiane horizontale aligne le seuil de venue à la forme (singularité μ) sur le seuil d'arrêt de la régression (singularité σ). Il y a ainsi une sorte de parallélisme entre le côté des choses et le côté des théories, dont il convient cependant d'établir la concordance. Ce sont les singularités Φ où les effets apparents côté choses sont recueillis comme des [rapports entre] écritures côté théorie :

115i REPERE. L'application de notre montage théorique est un ***coup de force*** qui articule ***deux contradictions insurmontables*** résultant de la violation de ***deux impossibilités fondamentales*** : 1. éliminer *quand même* l'inéliminable ; et 2. identifier *quand même* les choses à des [rapports entre] écritures, quoique par *hypothèse [49a], les choses ne soient pas des [rapports entre] écritures.

La première contradiction signifie que l'effectivité « réelle » sera quand même éliminée dans l'approche théorique de l'effectivité [1], et ce, grâce à la mise en oeuvre de la seconde contradiction, laquelle ouvre la possibilité de passer des choses à leurs *équivalents théoriques (singularité Φ). Quant à la singularité Ω, elle pose l'*équivalence entre le « savoir absolu » sur une chose (contradiction insurmontable) et le développement achevé d'une régression sans fin (contradiction insurmontable). Tout cela est donc parfaitement cohérent [2], quoique l'application effective des montages théoriques demeure inconcevable aussi longtemps que les contradictions demeurent insurmontables. Dans le cas des élaborations théoriques qui passent par l'écriture :

115k REPERE. L'application effective des montages théoriques intercale des ***indéterminations inéliminables*** (singularités Φ et σ) pour commuer les contradictions insurmontables en des contradictions surmontables.

En σ, nous savons [104c] que chaque découpage (ou que chaque pas de développement régressif) résulte d'un *choix* parmi une multiplicité de choix possibles ; en Φ nous savons [81b] [107b] que le fait de recueillir un effet apparent comme un [rapport entre] écritures implique un *choix* arbitraire des lettres. Autrement dit, les *équivalences *en général* [115i] impliquent une contradiction insurmontable au plan des *principes ; mais le fait de les appliquer *en particulier* provoque l'émergence d'indéterminations inéliminables [3].

115j 1. De même que le mouvement, le temps et l'espace sont éliminés quand on les mathématise au moyen d'abstractions réputées immuables, intemporelles et inétendues. On insiste beaucoup sur les difficultés liées à la mathématisation du mouvement et du temps ; mais on oublie souvent, à cause, peut-être, de la géométrie, que la mathématisation de l'espace est tout aussi problématique.

2. Il va de soi que cette cohérence est *théoriquement* inconcevable dans le cadre normatif actuel [62] à cause du rejet de *toute* contradiction : la cohérence de ce montage théorique requiert notre *principe de contradiction [61c] et le calage [61f] du « savoir absolu » sur les contradictions insurmontables. On notera au passage que ce calage est à entendre comme une approche de la conjecture de « savoir absolu » relative au montage théorique de la logique « classique ».

3. Ce montage théorique est-il vraiment éloigné des évidences normatives actuellement en vigueur ? Bornons-nous à rappeler [107g] sa facture classique.

116 *L'effectivité théorique*

Nous disposons maintenant de tous les éléments pour définir l'*effectivité théorique* : dans le cas des transitions d'états, l'effectivité inaccessible et inéliminable des transitions *entre* les états est recueillie, grâce aux développements régressifs obtenus par découpage, *au lieu de* la partie non développée des régressions sans fin associées :

116a *DÉFINITION. Lorsqu'une chose vient à la forme comme [transitions entre] états discrets, et dès lors que les états discrets sont recueillis comme des écritures grâce à un développement régressif partiel, éventuellement réduit à l'unique terme d'une situation, alors l'***effectivité « réelle »** de la transition qui a lieu *entre* ces états a pour *équivalent théorique une ***effectivité théorique*** déterminée par l'achèvement du développement de la régression sans fin associée.

Partant, l'effectivité « réelle » qui *a lieu* côté choses peut être « oubliée » au profit de son *équivalent théorique qui *a lieu*[1] côté [rapports entre] écritures comme achèvement du développement d'une régression sans fin. Grâce aux deux singularités Φ et Ω (schéma [115h]), l'effectivité « réelle » (parcours F/T côté choses) est projetée sur son *équivalent, l'effectivité théorique (parcours Df/D côté théorie).

Toutefois, l'effectivité formelle, autant que notre pratique de l'informatique, n'exigent pas que les [transitions entre] états discrets proviennent exclusivement « de la réalité physique » (des machines informatiques, par exemple). Aussi pouvons-nous relier notre *définition [116a] de l'effectivité aux mots habituels :

116b *DÉFINITION. Dans le cas où les choses qui vienent à la forme comme [transitions entre] états discrets sont des machines informatiques, l'effectivité « réelle » attribuée à ces choses est habituellement comprise comme ***automaticité***.

C'est une appellation générale, car chaque machine a sa propre manière d'être automatique[2]. La définition de l'effectivité formelle présente une difficulté :

116c *DÉFINITION. Dans le cas particulier où les choses qui viennent à la forme comme [transitions entre] états discrets sont des calculs mathématiques, l'***effectivité formelle*** désigne *à la fois* l'effectivité « réelle » attribuée à ces choses, et l'effectivité théorique qui est l'*équivalent théorique de cette effectivité réelle.

116d D'une part, chacun sait que les calculs ne s'effectuent pas « tout seuls » [113a] [113f], et c'est l'*effectivité formelle « réelle »* ; d'autre part, la présence déjà remarquée [12-14] de structures contradictoires régressives correspond à l'*effectivité formelle théorique*. Mais, dans le cadre normatif actuel, il est inconcevable de rendre explicite un tel *équivalent théorique de l'effectivité « réelle », lequel implique des contradictions, des régressions sans fin, des traces indécelables, la séparation du discret et du fini, etc. :

116e REMARQUE. Il y a ***glissement*** à l'endroit de l'effectivité formelle (au sens mathématique) qui renvoie tantôt à la chose (l'effectivité formelle « réelle ») et tantôt à son *équivalent théorique (l'effectivité formelle théorique).

Point n'est besoin d'une machine informatique pour observer l'effectivité « réelle », qui peut être assumée par le mathématicien dans le cas des calculs mathématiques [113f], ou par l'informaticien qui simule une machine sur papier :

116f REPERE. Quand une « chose de l'abstrait » vient à la forme comme [transition entre] états discrets, et que l'effectivité de ces transitions n'est pas réputée provenir d'une « chose de la réalité physique », c'est le sujet qui, assumant cette effectivité « réelle », produit (ou imite) l'effet apparent attendu.

1. Exquise équivoque de l'*avoir lieu* !

2. Au-delà de l'architecture propre à chaque série de machines, les pannes ou les défauts de fonctionnement viennent nous rappeler l'« absolue singularité » des choses.

C'est ce que nous faisons habituellement quand ***nous*** *effectuons* des opérations appliquées à des écritures, aussi bien pour *effectuer* un calcul que pour *rendre effective* une machine mathématique, et que nous *regardons* ces effectuations *comme* des transitions d'états : ***nous*** reproduisons le même effet apparent que celui que ***nous*** aurions pu constater sur un « dispositif de la réalité ». Supposons un tiers qui ***nous*** regarde en train d'effectuer de telles opérations : *en quoi ne serions-**nous** pas, au regard de ce tiers, un « dispositif de la réalité » ?*

Mais, dès lors que les développements achevés de régressions sans fin ne sont pas concevables, les *équivalents théoriques ne le sont pas non plus [116d], et le montage se bloque. Tandis que les calculs « réellement » effectifs ne sont tels qu'impliquant une effectivité « réelle » inéliminable, l'absence d'*équivalents théoriques bloque l'élimination contradictoire de cette effectivité inéliminable [115i]. D'où l'*anomalie théorique* que constituent les machines mathématiques :

116g REPERE. Alors qu'on devrait constater la concomitance de la ***mathématisation*** de l'effectivité formelle « réelle » inéliminable et de son ***élimination*** (côté mathématique), on se voit contraint d'inverser les rôles, et de faire jouer à l'effectivité formelle « réelle » l'office d'une sorte d'**équivalent « réel »* de son propre *équivalent théorique qui fait défaut.

116h Autrement dit, la difficulté est tellement pressentie, qu'à chaque fois qu'on atteint, côté mathématique, la *place vacante* de l'effectivité formelle théorique, on éprouve la nécessité de basculer sur un *équivalent « réel » : on *effectue* et on recueille le résultat de cette effectuation « réelle » accomplie, de sorte que le glissement du discret sur le fini devient opératoire. Le glissement [116e] relatif à l'effectivité formelle n'est que la manifestation de ce blocage théorique :

116i *HYPOTHESE. Une élaboration théorique dont les objets ne sont pas séparables d'une effectivité [formelle] « réelle », quel que soit le « dispositif » qui assume cette effectivité, ***ne relève pas d'une mathématique*** (au sens normatif actuel).

Cette *hypothèse s'inscrit dans le droit-fil des idéaux moteurs explicites qui sous-tendent les mathématiques depuis plus d'un siècle, en particulier l'abandon progressif de toute considération « réaliste » pour légitimer ou cautionner les constructions mathématiques. Par conséquent :

116j *THÉOREME. Les calculs « réellement » effectifs et les machines mathématiques « réellement » effectives ***ne sont pas des objets mathématiques*** (au sens normatif actuel).

Nous recoupons ainsi la conception normative *purement* instrumentale de l'écriture qui rappelle que l'*effectuation* des manipulations formelles requises par l'exercice des mathématiques doit demeurer *au bord* des mathématiques (au sens normatif actuel). Le critère d'applicabilité [33i] que nous avons reconstitué convient : les critères normatifs actuels ne s'appliquent pas [de manière satisfaisante] aux situations dans lesquelles les [rapports entre] écritures sont en position d'objet. Il s'ensuit :

116k *COROLLAIRE. L'articulation entre l'*effectivité formelle « réelle »* et l'*effectivité formelle théorique* relève d'une ***mathématisation*** (analogue aux mathématisations qui interviennent en sciences expérimentales).

Il va sans dire que cette mathématisation ne se réduit ni aux évidences normatives actuellement en vigueur, ni au glissement du discret sur le fini : dans notre montage théorique, les calculs « réellement » effectifs sont des « choses de la réalité », au même titre que les forces, les champs magnétiques et les constellations.

117 *L'effectivité : le décelable et l'indécelable*

Revenons sur le seuil d'arrêt (μ2/σ2 dans le schéma [114a]) qui constitue la *situation* (c'est-à-dire la détermination théorique minimale) de l'effectivité qui gît *en-deçà* de ce seuil. Supposons qu'il n'y ait rien *en-deçà* de ce seuil, côté écritures σ2. Nous obtenons les transitions « irréductibles » du discret finitiste : en effet, les transitions (seconde colonne) ne sont recueillies dans l'effet apparent (quatrième colonne) que comme des intervalles entre les écritures qui valent pour ces états, lesquels intervalles, par glissement du discret sur le fini, sont tenus pour *rien* :

117a *THÉOREME. Puisque l'effectivité d'une transition est toujours, par *définition, en-deçà de la détermination théorique maximale de cette transition, l'effectivité de cette transition est toujours recueillie comme trace indécelable ***relativement à cette détermination théorique***.

Ce *théorème est conforme à ce que notre pratique de l'informatique nous enseigne : recueillir un effet apparent comme [rapports entre] écritures, c'est aussi déterminer un *niveau* [10e], et c'est toujours ***relativement*** à un niveau, quel que soit ce niveau, que l'effectivité est recueillie indécelable. De manière générale, puisque [112g] tout savoir lié à une régression sans fin implique l'arrêt des développements régressifs :

117b *THÉOREME. Tout savoir lié à une régression sans fin est *relatif* à un arrêt du développement qui implique une effectivité recueillie comme trace indécelable ***relativement à cet arrêt***.

De manière imagée, l'effectivité impliquée par un « univers flottant » donnant lieu à une détermination théorique locale, est toujours recueillie comme trace indécelable ***dans*** cet « univers flottant ». Les *théorèmes [117a] [117b] insistent sur le caractère *relatif* de l'indécelabilité de l'effectivité :

117c PREMIER *COROLLAIRE. Pour rendre [partiellement] décelables les traces indécelables relatives à une détermination théorique donnée, il faut ***déplacer l'arrêt*** de la régression associée à cette détermination afin de poursuivre le développement et atteindre une détermination théorique accrue.

C'est l'idée même du découpage des transitions, qui vise à rendre [partiellement décelable] la trace indécelable que constitue, dans l'effet apparent (détermination théorique maximale), l'intervalle *entre* les états. Précisons cependant :

117d SECOND *COROLLAIRE. Si les traces indécelables et les interprètes effectifs sont seulement ***relativement indécelables***, ils sont cependant ***ultimement irréductibles à des traces décelables***.

En effet, il faudrait, pour ce faire, atteindre le développement achevé d'une régresssion sans fin, ce qui est impossible. En ce sens, l'opposition entre les traces décelables et les traces indécelables est une expression un peu trop imagée, car elle demeure *toujours* relative à l'arrêt d'une régression sans fin, c'est-à-dire à une détermination théorique maximale.

III-4-2. La double concordance

■ *Les études qui précèdent nous fournissent la matière suffisante pour proposer une première synthèse partielle de notre montage théorique. Nous énonçons la double concordance et nous l'appliquons à quelques calages conceptuels.*

118 *A livre ouvert*

Ce qui confère [70] à l'informatique le rôle singulier d'un prototype opératoire des disciplines qui ne relèvent déjà plus de la normativité scientifique actuelle [70d] se précise peu à peu :

118a INTERPRÉTATION. En informatique, le *montage théorique* sous-jacent à la normativité scientifique actuelle est presque lisible *à livre ouvert*.

Alors que ce montage restait voilé par les évidences, les principes et les critères normatifs, l'informatique le fait surgir en pleine lumière parce qu'elle joue sur des singularités de ce montage jusqu'alors demeurées dans l'ombre. Le simple constat [10d] qu'il est impossible d'admettre, en informatique, l'évidence normative selon laquelle il existerait des transitions « irréductibles » entre états discrets, nous conduit au coeur du montage et nous oblige à le reconstituer. C'est ce qui explique, croyons-nous, que la simple tentative de comprendre les implications théoriques d'un énoncé aussi simple et évident que « passer de A à B » puisse questionner l'interprétation habituelle de certains principes parmi les mieux établis, non sans requérir *au passage* la reconstitution de plusieurs conjectures et *hypothèses qui régissent la *théorie de la connaissance* [scientifique]. Parmi ces singularités figure l'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique [16a] [16b] :

118b RAPPEL. Après trois siècles de développement des sciences expérimentales et plus d'un siècle de formalisation des mathématiques, ***il est invraisemblable*** qu'on puisse hésiter sur la question de savoir si l'informatique doit être : 1. comprise comme un outil, et/ou 2. directement affiliée aux mathématiques, et/ou 3. rangée du côté des sciences expérimentales, et/ou 4. reconnue inclassable.

Nous proposons d'interpréter cette hésitation comme un *effet apparent* qui notifie la coïncidence entre cet évanouissement et l'affleurement d'un *tiers lieu*, dont l'informatique est l'un des locataires [1], *tiers lieu* qui s'articule ***à la fois*** aux sciences expérimentales et aux sciences non expérimentales. Autrement dit, depuis [plus de] trois siècles [2], ce *tiers lieu* ne s'est manifesté que sous la forme de la ***coupure*** qui, indissociablement, fonde les unes et les autres dans leur ***dis****jonction* normative, tout en garantissant l'opérativité d'une *jonction* qui a fait ses preuves :

118c INTERPRÉTATION. Le ***tiers lieu*** où s'articulent les sciences expérimentales et les sciences non expérimentales se déploie désormais ***au lieu de*** leur [dis]jonction.

L'*effectivité* [3] est en effet un concept bien embarrassant. L'étude serrée de la discrétisation d'un système physique a montré [84b] que l'effectivité [des transitions d'état] n'était concevable qu'après élimination de toute référence au point de vue physique, ce qui revient [97c] à « sortir de la physique » (au sens normatif actuel). Mais l'étude serrée de l'effectivité vient de montrer [116i] que l'effectivité formelle « réelle » ne pouvait être rangée « dans » les mathématiques :

118d INTERPRÉTATION. Les évidences normatives actuelles, qui autorisent (et conduisent à reconnaître opératoire) l'identification des systèmes de [transitions entre] états discrets (côté réalité) et de l'effectivité formelle (côté mathématique), notifient l'existence d'un ***tiers lieu*** qui n'est, proprement, ***ni abstrait*** (au sens des mathématiques actuelles) ***ni physique*** (au sens de la physique actuelle).

S'il y a *évidence*, ce n'est donc pas parce que cette identification irait de soi, mais, tout au contraire, parce que le *tiers lieu* où s'opère la [dis]jonction est *inconcevable* dans le cadre normatif actuel :

118e INTERPRÉTATION. Affirmer la [dis]jonction normative des sciences expérimentales et des sciences non expérimentales comme une ***coupure*** n'est pas fondamentalement motivé par une évidente différence de nature ou de méthode, mais seulement par l'***impossibilité de penser***, dans le cadre normatif actuel, ce qui, *indissociablement* ***et*** *nécessairement*, les *sépare* ***et*** *les relie*.

Cette *coupure* est à comprendre comme une ***exclusion interne du tiers lieu*** dans la normativité scientifique actuelle, exclu officiellement quoique présent, mieux, *indécelable quoiqu'effectif*, et c'est ce *tiers lieu* qui affleure dans l'énoncé si simple et si évident « passer de A à B », autant que dans la question relative à l'information et aux traitements d'information [92a]. Ce *tiers lieu* est le *lieu du lien*, le lieu de la conjonction entre les contradictions surmontables et les régressions sans fin, et c'est aussi celui de l'*effectivité*.

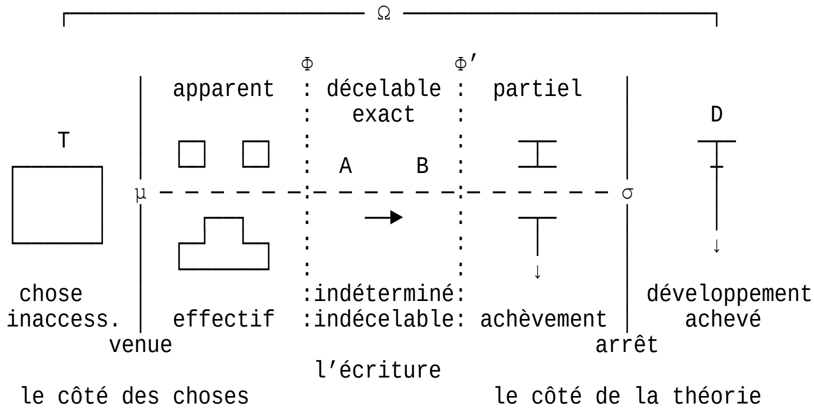
1. Il y a bien d'autres locataires, puisque tout *traitement d'information* tombe dans l'aire de cette problématique. Autrement dit, dès lors qu'une discipline s'en remet aux traitements d'information (informatique, systémique, neurosciences, biologie, organisations, cognition, etc.), elle notifie, dans son domaine propre, l'affleurement de ce *tiers lieu*.

2. Nous bornons cette interprétation au paysage scientifique issu du XVII$^{\text{ème}}$ siècle.

3. Il s'agit, pour l'instant, de l'effectivité des transitions entre états discrets d'un point de vue informatique, et, plus généralement, de l'effectivité formelle et de l'effectivité des traitements d'information. Signalons dès maintenant que l'effectivité des *transitions entre niveaux* va poser le même problème.

119 *Symétries et dissymétries dans le montage théorique*

De manière à ménager le cheminement d'une progression argumentée et reliée à notre expérience de l'informatique, nous reconstituons une à une chaque pièce du puzzle. Cette reconstitution n'est cependant qu'un artifice didactique, car le montage n'est vraiment opératoire que complet. Les étapes intermédiaires comportent donc nécessairement des obscurités, des imprécisions et des glissements, qui nous ont cependant paru préférables à la difficulté d'affronter *en bloc* les *raisonnements régressifs multidimensionnels qui régissent l'équilibre global du montage. Les quatre études du découpage des transitions d'état [100-105], des énoncés fondamentaux du montage théorique [106-109], de l'opposition entre situation et détermination [110-112] et de l'effectivité [113-117], nous ont cependant permis d'accumuler un matériau théorique suffisant pour accéder à une première synthèse partielle. Reprenons les schémas [107d] [115h] de notre montage théorique pour les déplier horizontalement :

119a


Parcourons-le de gauche à droite : une chose inaccessible T, par l'effet d'une coupure, vient à la forme (singularité μ) dissociée en états discrets et en transition effective entre ces états. L'effet apparent qui s'ensuit est recueilli (singularité Φ) comme un rapport entre écritures, lui aussi dissocié, mais en traces décelables (A et B) et en traces indécelables (intervalle entre A et B), sachant qu'il est d'usage de souligner cet intervalle par une flèche, quoique cette flèche vaille pour l'effectivité de la transition. Cette dissociation a pour *équivalents théoriques un développement régressif partiel (traces décelables) et l'achèvement de ce développement (traces indécelables). Mais il ne s'agit que de la dissociation d'une même régression sans fin D, dûe à l'arrêt (singularité σ) d'un développement régressif. Une remarque d'ensemble s'impose :

119b REMARQUE. On constate une ***symétrie*** entre le *côté des choses* et le *côté des théories* dont l'axe est le *champ de l'écriture* (bande verticale entre Φ et Φ') ; on constate une ***dissymétrie*** entre le décelable (apparent, exact, développement arrêté) et l'indécelable (effectif, indéterminé, achèvement du développement) dont l'axe est l'alignement de la *venue à la forme* et de l'*arrêt* des régressions (ligne horizontale μσ).

Du côté des choses, il y a *conservation globale* concernant une chose et sa venue à la forme : la venue d'une chose à la forme ne s'ajoute pas à la chose elle-même, mais c'est « la même chose » (la même « matière ») qui est ou qui n'est pas venue à la forme. Du côté des théories, il y a également *conservation globale*, car c'est « la même régression » qui est arrêtée ou qui est développée. Par conséquent :

119c REPERE. L'*équivalence théorique Ω entre les choses et les régressions sans fin correspond à l'****équivalence théorique entre les conservations globales*** qui ont lieu côté choses et côté théories.

Par l'effet de la symétrie verticale (bande ΦΦ'), la singularité μ de la venue d'une chose à la forme a pour symétrique la singularité σ de l'arrêt d'une régression sans fin :

119d REPERE. La singularité σ de l'arrêt d'une régression sans fin est, en quelque sorte, un *équivalent théorique de la singularité μ de la venue d'une chose à la forme.

Ces remarques de symétrie ne sont pas anodines car elles notifient le miroitement structural instauré par une *conjecture de « savoir absolu »* [115g] qui fonde un montage théorique :

119e IMAGE. On fabrique les théories comme on imagine le monde ; mais le monde théorique qu'on imagine n'excède pas le reflet virtuel que les théories obtiennent d'elles-mêmes grâce au miroir de l'écriture [1].

Nous laissons provisoirement cette remarque sous la forme imagée d'un dispositif optique, car nous la développerons le moment venu. Nous disons *le monde*, mais il convient d'entendre que les « choses de la réalité », aussi bien que les « choses de l'abstrait » sont ***dans le monde***, les unes demeurant ultimement inaccessibles autant que les autres. De sorte que notre image convient autant aux mathématiques et à la logique qu'aux sciences expérimentales :

119f IMAGE. Ce que nous imaginons *actuellement* des « choses de l'abstrait » (resp. des « choses de la réalité ») n'excède pas le reflet virtuel que les théories mathématiques (resp. expérimentales) *actuelles* obtiennent d'elles-mêmes grâce au miroir de l'écriture telle qu'*actuellement* conçue.

Se confirme le caractère crucial de la question [47c] du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture dans son articulation à l'*hypothèse [54d] des indécelables ; car, en proposant de *voir rien* **au lieu du** *ne rien voir* résultant des injonctions normatives, nous *changeons le miroir* et, par conséquent, nous *remanions* la symétrie entre le monde et les théories. Disons cela autrement en prenant appui sur [119c] l'*équivalence Ω comprise comme *équivalence entre deux conservations globales :

119g IMAGE. Dans le cadre normatif actuel, un réexamen fondamental de la théorie de la connaissance [scientifique] demeure bloqué aussi longtemps qu'on n'aperçoit pas l'***extraordinaire astuce*** qui consiste à caler les montages théoriques de telle manière que *rien ne soit perdu*, ***y compris ce qu'on ignore***, aussi bien du côté des choses que du côté des théories.

L'obscure clarté. Qui a jamais pu séparer l'ombre de la lumière ? Le jour de la nuit ? La raison, elle aussi, a ses raisons. La raison « universelle », purifiée de toute obscurité, demeure inaccessible et inapplicable, car elle ne vient à la forme que dissociée par l'effet d'une coupure. Raison pour laquelle les *équivalents théoriques des choses ***doivent eux aussi demeurer inaccessibles*** [34g] [107f] [107g] [108b] :

119h IMAGE. La connaissance [scientifique] n'est même pas concevable sans l'***effectivité de l'insu*** qui la fonde.

Raison pour laquelle les *dépassements* sont possibles : dépasser une théorie, c'est, en quelque sorte, résorber la *déhiscence* qui résulte d'un *décalage* entre les singularités μ et σ du montage, de manière à *recaler* ce qu'on ignore (côté choses) sur ce qu'on ignore (côté théorie), et c'est, par conséquent, « puiser » dans l'insu de la théorie à dépasser.

120 *La double concordance*

L'*hypothèse [34b] qu'il n'y a pas de « théorie absolue » ne saurait donc être tenue pour un bornage contingent de la connaissance [scientifique] [111a], mais, tout au contraire, comme sa *possibilité* [115e], pour autant qu'on prenne soin de manoeuvrer à bon escient le miroir de l'écriture [119e] afin d'établir la *corrélation forte* qui convient [119g] entre le rôle médiateur de l'écriture et l'*équivalence Ω. Tandis que les évidences, les critères et les principes normatifs actuellement en vigueur n'insistent, le plus souvent, que sur une ***simple concordance*** entre les effets apparents et les traces décelables (au-dessus de la ligne μσ dans le schéma [119a]) :

120a *THÉOREME DE LA DOUBLE CONCORDANCE. L'opérativité du montage théorique que nous proposons implique une ***double concordance*** : la première, qui concerne le rapport entre les effets apparents, les

1. Cette image se transpose aux montages dans lesquels le miroir est la *parole*.

traces décelables, l'exactitude et les développements régressifs partiels ; la seconde, qui concerne le rapport entre la venue à la forme, l'effectivité, les traces indécelables, l'indétermination inéliminable, et l'arrêt (autant que l'achèvement) des régressions sans fin.

Ce **théorème de la double concordance* est une manière de traduire l'*équivalence Ω en tant qu'elle établit [119c] l'*équivalence entre les conservations globales côté choses et côté théories. Cette double concordance se lit très bien sur le schéma [119a] : la singularité Φ est elle-même *double* en ce sens que les écritures A et B ne valent pour les états de l'effet apparent (au-dessus de la ligne μ) que dans la mesure où la flèche qui marque la place de leur *rapport* vaut pour la transition *entre* les états (au-dessous de la ligne μ) ; corrélativement, la singularité Φ' souligne que l'écriture A—►B n'est un terme d'un développement régressif (au-dessus de la ligne σ) que dans la mesure où la flèche vaut pour l'achèvement du développement (en-dessous de la ligne σ). Il s'ensuit :

120b *COROLLAIRE. La « partie décelable » des écritures, à elle seule, ne vaut, côté choses, ni pour les effets apparents ni pour les choses elles-mêmes, et côté théories, ni pour les développements régressifs partiels ni pour les développements achevés (côté théories).

Dans notre montage théorique, si la partie décelable des écritures est associée à la première concordance [120a], cette première concordance n'est cependant *seulement possible* que si la partie indécelable des écritures (intuitivement : les intervalles) est associée à la seconde concordance. Dans le contexte normatif actuel où le discret est glissé sur le fini et où les intervalles entre les lettres ne sont rien, il faut nécessairement briser l'irréductibilité des évidences et des principes correspondants pour *donner lieu* aux *équivalents théoriques d'une effectivité qui ne surgit [117b] que ***formellement indécelable***[1].

121 *La technique de l'éponge : les calages conceptuels*

L'application de l'analyse par les régressions sans fin nous a déjà permis de « voir » l'achèvement des développements régressifs, liés aux transitions entre états discrets, sous différents angles : comme *substituabilité inéliminable* [101c], comme *décondensation ultime* [102b], comme *« absolue singularité » des choses* [105c] [106a], comme *indétermination inéliminable* [105d], comme *détermination théorique ultime inaccessible* [112a], et, bien sûr, comme *effectivité* [116a]. Bref :

121a *THÉOREME. L'effectivité, l'indétermination, la substituabilité, l'« absolue singularité » des choses, et l'achèvement des développements régressifs sont différentes manière d'aborder la seconde concordance.

Tous ces *concepts* appellent un *au lieu de*, tantôt du côté des choses et tantôt du côté des théories. Il s'agit, dans tous les cas, d'évoquer ce qui *assure la conservation de l'interdit du « savoir absolu »*, de rappeler incessamment sa *présence* par l'effet même des *concepts* qui sont aussi indispensables au *connaître* que l'oxygène l'est au *respirer*. L'application du *principe de coupure [91f], qui régit aussi bien la venue des choses à la forme que l'arrêt des régressions sans fin, permet de dresser un tableau synoptique provisoire de la double concordance :

120c 1. Deux mots sur l'enjeu de l'*effectivité*. D'une part, la différence entre *percevoir un effet apparent* et *recueillir quelque chose comme trace* est, précisément, l'effectivité de cet effet, de sorte que l'injonction normative *s'en tenir aux faits*, qui se traduit par la confusion des faits tangibles et des traces décelables [108j], provoque la mise entre parenthèses de l'effectivité, laquelle, en tant qu'*accomplissement accompli* [109h], n'est recueillie que formellement indécelable. C'est cette mise entre parenthèses qui constitue le *tiers lieu* de la [dis]jonction dont nous parlions [118c], et qui doit être comprise, selon nous, *au lieu de* la seconde concordance [120a]. D'autre part, il suffit de traduire en allemand *effectivité* par *Wirklichkeit*, pour souligner que nous sommes en train de longer la ligne de partage qui répond à la délicate question de la distinction entre *réel* et *réalité*. Pour quelques premiers compléments sur cette question, cf. [107h] [140-143].

121b

```
                                   chose
                                   ┌─┴─┐
          première concordance   seconde concordance
               forme apparente   forme en retrait

                effet apparent   effectivité « réelle »
                         états   transitions
                      statique   dynamique

                     décelable   indécelable

                     situation   détermination
                      identité   « absolue singularité »
          exactitude apparente   indétermination inéliminable

 développement régressif partiel   achèvement du développement
                                   └─┬─┘
                      régression sans fin
```

Chaque attribution afférente à la première concordance (la forme apparente) est associée à une contrepartie afférente à la seconde concordance (la forme en retrait[1]), de telle sorte que chaque couplage attributif assure la *conservation globale* de la chose (côté choses) ou de son *équivalent théorique (côté théorie). Au « milieu », la disjonction entre le décelable et l'indécelable constitue une sorte de *point focal* par lequel transite l'articulation des deux côtés et l'interaction entre les deux concordances :

121d *DÉFINITION INTUITIVE. Les ***concepts*** [associés à la seconde concordance] donnent une *forme* (pour l'esprit) au *quelque chose* qui n'a pas de *forme apparente*, parce que demeurant *en retrait* ***dans*** *la forme apparente*, quoique garantissant et conservant *effectivement* l'interdit du « savoir absolu ».

Dans le cadre normatif actuel, la déclinaison paradigmatique [121b] est un peu grippée, car une partie du tableau est manquante. Ainsi, par exemple, on voit bien l'exactitude des effets apparents, mais on ne « voit » pas l'indétermination inéliminable qu'elle implique ; on voit bien l'opposition entre statique et dynamique (côté des choses), mais on ne « voit » pas ce que peut devenir ce dynamisme dans l'abstrait ; et tandis qu'on fait glisser les effets apparents sur les représentations [formelles effectives], l'effectivité « réelle » demeure bloquée comme effectuation *au lieu d'*une effectivité théorique inconcevable [116g] :

121e *THÉOREME DE L'ÉPONGE. Dans le cadre normatif actuel, le glissement de l'effectivité théorique sur l'effectivité « réelle » est une manière d'éponger l'indétermination, à la fois inéliminable et inconcevable, impliquée par l'exactitude des représentations formelles effectives.

Ce *théorème, qui précise la remarque [116h] concernant le *pressentiment* d'une place vacante, est [cependant] à entendre positivement : premièrement, il notifie que *rien n'est perdu*, même dans le cadre normatif actuel qui ignore officiellement la seconde concordance ; deuxièmement, il confirme que l'évanouissement de la méthode expérimentale à l'endroit de l'informatique coïncide avec ce glissement qui traduit un *blocage concernant la mathématisation au lieu de l'effectivité* [116k] ; enfin, troisièmement, puisqu'il existe des approches théoriques partielles de l'informatique reconnues opératoires, il nous invite à poser la question :

121f QUESTION. Quelle attribution (propriété, particularité, principe, etc.) de l'abstrait [mathématique] normatif a pour effet d'éponger l'indétermination inéliminable impliquée par l'exactitude des représentations formelles effectives ?

121c 1. L'une des difficultés relative à la question de la venue des choses à la *forme* tient au fait qu'il y a *au moins* deux formes, et que le mot français *forme* autorise un glissement qui n'est pas fortuit. Dans notre montage, nous concevons que la venue à la forme donne lieu à la dissociation entre une *forme apparente* (équivalent grec *morphè* ?), qu'on peut associer au décelable et au tangible objectif, et en une *forme en retrait*, que nous associons à l'indécelable (équivalent grec *eidos* ?), qui est *une forme pour l'esprit*, et éventuellement une *idée*. On notera que *eidos* a même racine que le verbe *eidenai* (qui a donné le latin *videre*, voir, lequel a donné le français *voir*) signifiant autant *voir*, *observer*, *examiner*, *se représenter*, etc., que *être informé*, *savoir*, *connaître*, etc. Quant au français *savoir*, il provient du latin *sapere* qui signifie, d'une part, *avoir du goût*, *sentir*, *exhaler une odeur*, et, d'autre part, *avoir du goût*, *sentir par le sens du goût*, *avoir de l'intelligence*, *avoir du jugement*, *connaître*, *comprendre*, *savoir*.

En clair, le **théorème de l'éponge* [121e] signifie que, malgré les « démentis officiels » que constituent la conception purement instrumentale de l'écriture et le glissement du discret sur le fini, les *conservations globales* liées à l'*équivalence Ω [119c] et les *deux concordances* [120a] sont *effectivement assumées* dans le cadre normatif actuel et ne sont nullement perdues. En revanche, ce *théorème signifie aussi que l'éponge à indéterminations est décalée sur un *concept*, dont on ne soupçonne pas *l'effet d'éponge*, mais qui éponge tellement bien que l'indétermination inéliminable (ou l'effectivité formelle « réelle ») semble avoir disparu sans laisser de traces.

CHAPITRE III-5

Le principe d'identité et ses articulations

•

■ *Le découpage des transitions d'état « irréductibles », anodin en informatique, est incompatible avec le principe normatif d'identité. Accéder à un* en-deçà de l'identité *implique un* changement de niveau*, ce qui nous conduit à proposer un dépassement du principe d'identité qui soit compatible avec notre montage théorique [122-129]. Nous montrons que l'articulation entre informatique et mathématiques dépend du glissement de l'effectivité (du discret) sur l'identité (des abstractions finies) [130-134], et nous ébauchons quelques effets de cette articulation sur différents concepts (interprètes, programmes, représentations, fonctions) [135-139].*

III-5-1. Vers un dépassement du principe d'identité

■ *L'articulation entre notre méthode d'analyse par les régressions sans fin et les mathématiques actuelles passe par un réexamen du principe d'identité. Nous proposons d'aborder ce réexamen comme un dépassement grâce à une [ré]interprétation du principe d'identité énoncé par G. W. LEIBNIZ.*

122 *De l'indétermination à l'identité*

Si nous avons installé l'opposition des deux mots *situation* et *détermination* [110], c'est pour laisser de côté l'opposition normative entre *définition* et *représentation*, laquelle ne convient guère à l'idée d'un accroissement régressif de détermination, ni à la dissociation entre les effets apparents et les transitions *entre* états. Mais, dans le même temps, il est clairement inutile d'aller plus avant dans notre approche théorique de l'informatique, du discret et de l'effectivité, si nous ne trouvons pas le gué [121f] entre l'analyse par les régressions sans fin et les mathématiques actuelles :

122a *THÉOREME DE TRADUCTION. Dès lors que l'analyse par les régressions sans fin ***ne récuse pas l'opérativité*** des approches théoriques partielles, en particulier mathématiques, concernant l'informatique, l'***articulation*** de l'analyse par les régressions sans fin et les principes fondamentaux des mathématiques ***a lieu***, ***nécessairement***[1].

Puisque [105h] le glissement du discret sur le fini revient à *effacer des traces indécelables*, nous sommes conduit à tenter de réunir les conditions d'un *dépassement*. Regroupons quelques constats issus de notre expérience de l'informatique :

122c CONSTAT. Si l'***exactitude*** d'un effet apparent ne recélait aucune ***indétermination***, *il serait impossible de changer de* ***niveau*** *ou de* ***point de vue***.

C'est peut-être tellement évident qu'il n'est pas inutile de le *redire* [111f] [111g] et, surtout, d'en *prendre acte* comme il convient :

122b 1. A ce stade de l'exposé, cet énoncé n'est pas un *théorème, car il dépend du montage théorique complet, et concerne la **traduction des théories* les unes dans les autres [96g]. Intuitivement, on peut le comprendre comme suit : si deux théories distinctes se réfèrent à un « même » champ, et si ces deux théories sont opératoires, alors ces deux théories se *traduisent [globalement] l'une dans l'autre, en ce sens qu'elles « voient » ce « même » champ selon deux points de vue (ou deux niveaux) différents. On notera qu'elles ne disent certainement pas « la même chose » de ce « même » champ. A cet égard, le dépassement est un cas particulier de la *traduction des théories.

122d REPERE. La présence d'une indétermination inéliminable dans l'exactitude des effets apparents n'est peut-être pas recevable dans le cadre d'une normativité qui autorise officiellement le glissement du discret sur le fini, *mais l'absence d'indétermination non plus*.

Les hésitations, les oscillations et les atermoiements de la normativité scientifique actuelle à l'égard de l'articulation entre le discret et les niveaux viennent de là. Découper une transition d'état, c'est précisément changer de niveau. Or, ce découpage, comme nous l'avons souligné [102e] [114b], « puise » dans l'indétermination (ou l'effectivité) de la transition (idée des vases communiquants) pour décondenser cette indétermination (ou cette effectivité) afin d'agir sur sa venue à la forme et la rendre partiellement décelable (ou apparente) comme états intermédiaires. Corrélativement, nous pouvons constater qu'une variation de niveau interfère avec l'*identité* :

122e DILEMME. Lors d'un changement de niveau, considère-t-on une *même* chose à *deux* niveaux différents (mais comment comprendre l'*identité à soi* de cette chose ?), ou doit-on entendre qu'une variation de niveau est une relation entre *deux* choses distinctes (mais que devient alors le concept de niveau, si ce n'est une simple manière de parler ?).

Le parallélisme entre les *variations de niveaux* (côté informatique) et les *représentations* (côté mathématique) nous conduit à énoncer un second dilemme :

122f DILEMME. Dès lors qu'on affirme l'*identité à soi* d'une fonction calculable *bien définie*, chaque *représentation* (algorithme, procédure formelle effective, programme, etc.) doit-elle être comprise comme un *point de vue* sur cette fonction (mais que devient son identité ?), ou comme une abstraction à part entière munie d'une identité à soi (et que deviennent alors les concepts de fonction calculable et de représentation ?).

Certes, nous mobilisons très fréquement les concepts de *niveau* et de *représentation* qui nous paraissent évidents ; hélas, dans le cadre normatif actuel, le concept de niveau n'a aucun fondement théorique, et on ne trouve aucune *théorie de la représentation* [1] :

122h CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, les concepts de ***niveau*** et de ***représentation*** interfèrent avec celui d'***identité***, tandis que leurs mises en oeuvre empiètent sur les prérogatives traditionnelles du ***principe d'identité***.

Ces remarques nous invitent donc à tenter d'articuler [25e] [121f] [122a] l'analyse par les régressions sans fin et les principes fondamentaux des mathématiques actuelles grâce à un dépassement du *principe d'identité*.

123 *En-deçà de l'identité*

Commençons par rechercher une *singularité* qui nous permette d'apercevoir, dans un cas particulier, le chemin à suivre pour mener à bien un tel dépassement. Dans le cadre normatif actuel, les approches mathématiques de l'informatique et de l'effectivité formelle admettent *à titre d'évidence* la possibilité d'identifier des systèmes de [transitions entre] états discrets à des abstractions mathématiques « classiques », des *fonctions calculables*, par exemple. Toutefois, par le jeu du glissement du discret sur le fini, ces abstractions sont elles-mêmes réputées finies :

123a CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, les approches mathématiques de l'informatique et de l'effectivité formelle associent des ***abstractions*** mathématiques [finies] aux ***effets apparents*** (exactitude) et non pas aux *transitions elles-mêmes* (indétermination inéliminable).

122g 1. Précisons : aucune théorique mathématique (au sens normatif actuel) n'est habilitée à traiter du rapport entre ce qui est abstrait et ce qui ne l'est pas. Il y a certes des postulats, des évidences, des usages, des conventions, des métaphores, etc. Mais il n'y a pas, par exemple, de *théorie mathématique de la représentation*, afférent au lien entre les « choses de l'abstrait » et les [rapports entre] écritures, pas plus qu'il n'y a de *théorie mathématique de l'implémentation*, afférent au lien entre les « choses de l'abstrait » et les « choses de la réalité » que sont les ordinateurs.

Il est en effet communément admis qu'une transition A—►B peut être assimilée à un couple (A,B) figurant dans la définition en extension d'une fonction calculable. Reste [121f] l'indétermination impliquée par l'exactitude de l'effet apparent : que devient-elle ? Disparaît-elle ? Demeure-t-elle présente « dans » l'abstraction ? Où et comment ? Ne perdons pas de vue [101b] que, dans la conjonction entre l'*exactitude* et l'*indétermination*, l'exactitude des effets apparents joue le rôle d'un *critère de substitution* :

123b IDÉE. Si l'exactitude d'un effet apparent est à comprendre comme un critère de substitution, l'***identité à soi*** de l'abstraction mathématique associée à cet effet apparent assume *elle aussi* le rôle d'un ***critère de substitution***.

123c Nous allons donc approcher l'*identité à soi* par le biais de la substituabilité. Cette idée n'est pas une nouveauté. On dira volontiers que l'identité d'un objet abstrait est une sorte de « classe d'équivalence » qui « regroupe » des « objets », certes « distincts », mais saisis « sous une même identité » : abstraire ou généraliser revient, d'une manière ou d'une autre, à enlever des « détails ». Toutefois, il ne peut s'agir que d'intuitions, de métaphores, ou de manières de parler, car :

123d REPERE. Dès lors que le principe d'identité (au sens normatif actuel) est posé comme un principe fondamental, aucune élaboration théorique qui s'en réclame ne peut accéder à un éventuel ***en-deçà de l'identité***.

D'un point de vue théorique, *en-deçà* de l'identité telle qu'actuellement conçue, *il n'y a rien*. En mathématiques, par exemple, l'identité à soi d'un *objet mathématique* est une *condition sine qua non de son existence théorique*, de sorte qu'aucun objet *non supposé* identique à soi[1] ne peut intervenir en mathématiques[2]. Ces réticences théoriques ne sont pas fortuites :

123f REPERE. Si on tente d'expliquer théoriquement l'identité à soi d'*un* objet au moyen d'une sorte de « classe d'équivalence » composée d'objets « du niveau sous-jacent », la question de l'identité à soi des-dits objets déclenche une ***régression sans fin***.

On peut certes tenter d'étiqueter ces objets du « niveau sous-jacent » au moyen d'un autre mot, des *quasi-objets*, par exemple ; rien n'y fait : la distinction des étiquettes n'élimine pas le caractère régressif de la question concernant l'identité de ce que ces étiquettes étiquettent[3]. Ainsi, si nous admettons volontiers qu'*abstraire* soit une manière d'enlever des « détails » (ce que nous traduisons : *diminuer la détermination*), nous admettons corrélativement que le chemin inverse, *dé-abstraire*[4], consiste à *rajouter* des « détails » (ce que nous traduisons : *accroître la détermination*). Peut-être imaginons-nous plus volontiers le processus d'abstraction, parce qu'il permet de se donner au départ une « quantité de détails », et d'enlever les « détails » un à un ; mais, sur le chemin inverse de la *déabstraction*, quand nous rajoutons les « détails », *existe-t-il une « quantité maximale de détails » à ne pas dépasser* ? Certes, non :

123g CONSTAT. *En-deçà* de l'identité, la *déabstraction*, c'est-à-dire le « rajout de détails » (l'accroissement de détermination), est ***sans fin***.

---

1. Il convient d'entendre qu'il y a certainement quelque différence entre le fait *de ne pas supposer* qu'un objet est identique à soi, et le fait de supposer qu'il est *non identique* à soi.

123e 2. Chacun connaît la gêne que suscitent les différents *énoncés* du principe d'identité, gêne qui s'accroît notablement quand on tente de fournir quelques explications à leur sujet, et qui atteint son comble avec le concept d'*objet non identique à soi*. Il s'ensuit souvent une brève gymnastique herméneutique qui invoque l'évidence qu'un objet concret « non identique à soi » est inconcevable pour conclure à la nécessaire identité à soi des objets [concevables]. Dans la pratique, on tend à rapporter la non identité à soi à la contradiction, c'est-à-dire, du point de vue des présentes thèses, à un « savoir absolu ».

3. Au demeurant, le concept de niveau n'a, mathématiquement parlant, aucun fondement, ce qui se comprend aisément dans un tel contexte.

4. Nous fabriquons ce néologisme de circonstance pour éviter les évidences habituelles : représenter, concrétiser, etc.

D'où l'intérêt de supposer que les choses à abstraire *nous sont données a priori*, car au retour, on sait *où arrêter la régression sans fin*. Mais le jeu est *truqué*, car il n'y a *aucune raison* d'arrêter ici plutôt que là ; et, d'ailleurs, il n'y a *aucune raison* pour qu'on doive nécessairement repasser au retour par le point de départ de l'aller.

Dressons le bilan de ces quelques remarques. Du côté des mathématiques, nous avons reconstitué l'éventualité d'un *en-deçà* de l'identité des objets abstraits [123c], en-deçà qui se présente comme inaccessible [123d], sachant qu'il est calé sur la contradiction [123e] et qu'un questionnement trop serré déclenche des régressions sans fin [123f] [123g]. Du côté de l'informatique et de l'effectivité formelle, nous avons constaté que l'identité interfère avec les concepts de niveau [122e] et de représentation [122f], lesquels sont précisément obtenus [105b] par développement régressif des effets apparents. Or [123a], les abstractions mathématiques (supposées identiques à soi) sont identifiées aux effets apparents. Par conséquent :

123h REPERE. Les choses [de l'abstrait] viennent à la forme, dissociées par l'effet d'une coupure en un *objet abstrait*[1] *identique à soi* et en une *indétermination inéliminable*.

Lorsque les choses de l'abstrait viennent à la forme comme *objets abstraits*, *quelque chose* tombe en reste (les « détails ») et constitue une indétermination inéliminable impliquée par l'identité à soi des objets (de la même manière que l'indétermination inéliminable est impliquée par l'exactitude des effets apparents), ce qui confère à l'identité [123b] le rôle d'un critère de substitution.

124

Une précaution méthodologique

*Raisonner en général sur la venue des choses à la forme, que ces choses soient des « choses de la réalité » ou des « choses de l'abstrait », c'est, à ce stade de généralité, appliquer *le même montage théorique* et prendre appui sur *la même conjecture de « savoir absolu »*. Par conséquent :

124a REMARQUE. Pour dépasser le principe d'identité nous allons appliquer aux ***choses de l'abstrait*** tout ce que nous avons dit des *choses en général*, en particulier : la question du lien [50a], le *principe de coupure [91f], l'*équivalence théorique Ω [106e], la *condition d'applicabilité Φ [106f] et le *principe de détermination Γ [106g].

Aborder le montage théorique associé au principe d'identité, c'est aussi, sans aucun doute, aborder le montage théorique qui sous-tend les mathématiques, de sorte que proposer un dépassement du principe d'identité, c'est aussi s'acheminer vers un dépassement des mathématiques *telles qu'actuellement conçues*. Les recherches de fondement ne peuvent avancer dans la demi-mesure ; en effet, dès lors que nous ne trouvons pas d'autre passage que le réexamen du principe d'identité pour *rendre compte* du glissement du discret sur le fini, et, partant, surmonter le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique :

124b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dépasser le principe normatif d'identité dans toute l'étendue de sa juridiction actuelle excède sans aucun doute les objectifs du présent exposé ; mais nous n'avons pas le choix : il serait *évidemment déraisonnable et extravagant* d'envisager un bricolage du principe d'identité qui ne toucherait que la finitude et qui laisserait en l'état l'interprétation standard de l'identité pour *tout le reste* de l'édifice mathématique actuel.

Tout se tient quant aux fondements, disions-nous [23] [71] [78a], car nous savons bien que nul n'en est maître [72], et la voie que nous suivons à l'égard de l'identité est peut-être suprenante (dans le cadre normatif actuel) *mais c'est la seule plausible*. Ménageons donc en ce point de notre exposé une attache fragile aisément réfutable par de simples contre-exemples :

124c CONJECTURE. Dans le cadre normatif des mathématiques actuelles, *il est impossible*, sans réexaminer le principe normatif d'identité[2] : 1. d'éviter le glissement du discret sur le fini ; 2. d'éviter le glissement entre

1. On notera, dans le cadre du présent exposé, que les *choses de l'abstrait* ne sont pas les *objets abstraits* au sens habituel.
2. Cette impossibilité ne concerne que le cadre normatif des mathématiques actuelles assujetties à l'exclusion de *toute*

l'effectivité formelle théorique et l'effectivité formelle « réelle », 3. d'élaborer une théorie des niveaux d'abstraction, et 4. d'élaborer une théorie de la représentation des abstractions.

Autrement dit, à l'égard du présent exposé, le réexamen du principe d'identité est la clé de deux problématiques majeures : l'effectivité des transitions d'état (impossibilités 1 et 2) et l'effectivité des transitions de niveau (impossibilités 3 et 4), de sorte que ce réexamen doit être compris comme un *passage obligé* pour surmonter le blocage théorique relatif à l'informatique aussi longtemps que les quatre impossibilités [124c] n'auront pas été réfutées *simultanément*.

125

Salva veritate

Comment s'énonce, dans le cadre normatif actuel, le principe d'identité ? L'identité n'est pas l'égalité, de sorte que l'énoncé : *pour tout A, A = A*, ne convient pas. On pourrait se tourner vers l'énoncé : *pour tout A, A est A*. Mais il présente, relativement au présent exposé, deux inconvénients majeurs ; d'une part, il fait intervenir la copule *est* qui, à moins d'être réduite au rang d'une banale évidence, renvoie à un montage théorique qu'il n'est guère aisé d'aborder depuis le discours scientifique actuel, puisqu'il implique *la question de l'être* ; d'autre part, le *pour tout A* ne nous satisfait pas, car la question de la venue à la forme est ainsi *gommée* : il ne va pas de soi qu'il soit *seulement possible* de nommer ou de désigner, surtout au moyen de lettres, car cette possibilité présuppose l'individuation, et, au demeurant, rien ne garantit que les trois occurrences de la « même » lettre A doivent être nécessairement référées à « la même chose ». Tournons-nous plutôt vers un autre énoncé :

125a PRINCIPE D'IDENTITÉ. Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate (G. W. LEIBNIZ [1]).

Traduisons [2] : sont [réputés, déclarés être] les mêmes les « ce » qu'il est possible de substituer l'un à l'autre
125b pourvu que la vérité soit sauve. Par rapport au français, l'énoncé latin permet d'élider la question de déterminer ces « ce » (des choses, des objets, des écritures, etc. ?), d'où le soin, dans notre lecture, de garder cette élision en réserve. Hormis cette difficulté, l'idée de la *substituabilité* n'a pas une ride et semble évidente. Au point, peut-être, qu'on se détourne de l'incongruïté que constitue la clause *salva veritate*. Il ne s'agit pas de sauver la non-contradiction, ni même le vrai, mais bien *la vérité* :

125c INTERPRÉTATION. La substitution des « ce », supposés distincts, ne confère à ces « ce » la réputation d'être « les mêmes » que dans la mesure (dans la limite) où la ***vérité*** est sauve.

Voilà qui est bien embarrassant, puisque l'accession à l'identité est indissociable de la sauvegarde de la vérité. De la vérité, nul n'en possède — ni n'en possèdera jamais — l'énoncé [34h] :

125d INTERPRÉTATION. Puisque la clause *salva veritate* ne saurait être l'objet d'une démonstration ou d'une corroboration d'aucune sorte, le principe d'identité leibnizien est [peut-être] universel ; il est certainement ***inapplicable*** en tant que tel.

Avançons cependant. Le principe [125a] notifie que la *distinctivité* des « ce » est un préalable à la possibilité d'une accession à l'*identité* (faute de quoi il serait inutile d'énoncer le principe). Cette distinctivité ne disparaît pas, car ce sont bien des « ce » ***distincts*** qui sont réputés être ***les mêmes*** du seul fait qu'ils soient substituables *salva veritate*. En ce sens :

125e IMAGE. « Les mêmes » (une identité) n'est pas une *consistance* (chose, objet, substance, etc.), mais une *insistance*.

---

contradiction, de *toute* régression sans fin, de *tout* glissement d'écritures, de *toute* trace indécelable dans les écritures, et de *tout* ce qui est réputé ou avéré non identique à soi.

1. Nous reproduisons l'énoncé leibnizien retenu par G. FREGE dans *Grundlagen der Arithmetik*, Breslau, 1884. Traduction française de C. IMBERT : *Les fondements de l'arithmétique*, Paris, Le Seuil, 1969.

2. Sous-entendu : *et interprétons*.

De manière imagée, une identité est une pure *possibilité de substituer* qui ne s'actualise que dans l'effectuation des substitutions *salva veritate*. L'identité serait presque à comprendre comme une *gedanken experiment*, une *expérience de pensée*. L'identité, en ce sens, est moins une *attribution* ou un *état* dont des objets seraient « propriétaires », qu'un *effet de discours* :

125f INTERPRÉTATION. Toute interprétation qui tend à chosifier, réifier, substantifier, matérialiser, concrétiser, etc. une identité, ne saurait être qu'inadéquate, et, au mieux, une fiction théorique (un *« tout » se passe comme si*).

125g L'ombre de la *tension contradictoire* entre la *distinctivité* et l'*identité* s'étend vraisemblablement jusqu'à la réserve en laquelle la vérité est conservée. Et, dès lors qu'on ne saurait dénombrer que des *identités*, les « ce » distincts qui sont substituables *salva veritate* au regard d'*une* identité, sont proprement ***innombrables***, ce que nous avons nommé intuitivement jusqu'à présent une *multiplicité* :

125h INTERPRÉTATION. Une ***identité*** est associée à une ***multiplicité*** innombrable de choses « absolument singulières » substituables ***salva veritate***.

L'identité requiert une possibilité de substituer *toujours en réserve*, autant dire une *indétermination inéliminable*, de sorte qu'une chose « absolument singulière » *n'est pas une identité*[1]. Par conséquent, poser le principe d'identité comme un principe fondamental, c'est affirmer que l'identité implique une *indétermination inéliminable* et que les choses « absolument singulières » sont ultimement inaccessibles.

Nous avons maintenant atteint le stade de la réinterprétation en comprenant l'identité, dans le cadre du présent exposé, comme une *détermination théorique maximale*, c'est-à-dire comme un arrêt de développement régressif. Et, puisque notre construction repose sur l'*hypothèse [34b] qu'aucune théorie n'est absolue, la vérité ne saurait être moins que le « savoir absolu ». Nous pouvons alors réinterpréter la clause *salva veritate* comme la *question du lien* :

125j INTERPRÉTATION. Sauver la vérité n'est pas garder *quelque chose* dans une cachette sûre, et vérifier de temps à autres qu'elle y est toujours, mais c'est ***conserver le lien à l'inaccessible***, l'accent étant mis sur le caractère contradictoire de ce qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* : l'accomplissement de la clause *salva veritate* requiert un *montage théorique* et une *conjecture de « savoir absolu »*.

126

Pour dépasser le principe d'identité

Appliquons la *procédure de dépassement* déjà suivie pour la transparence de l'écriture [53-59] et le principe de contradiction [60-65]. Puisque nous n'avons aucune raison de mettre en cause l'acquis légitimé par le principe normatif d'identité, nous recherchons *un*[2] *principe d'identité qui permette *au moins* la récupération de *tout* cet acquis ; pour ce faire, il convient [56b] que notre *principe d'identité soit *indiscernable* du principe d'identité dans *tout* le domaine que constitue l'acquis de ce dernier.

Autant il est aisé d'approcher directement [100-105] la conjonction entre exactitude et indétermination dans le cas des transitions d'état, autant on se trouve démuni d'arguments [mathématiques] pour déceler l'indétermination impliquée par l'identité à soi des objets réputés abstraits. Si cette difficulté est sans doute un obstacle pour une progression didactique, elle constitue cependant un atout majeur pour une progression théorique dans la perspective d'un dépassement. Précisons brièvement cela :

125i 1. En effet, l'« absolue singularité » est théoriquement *équivalente à l'*achèvement* d'un développement régressif, c'est-à-dire à une « détermination absolue » ne laissant place à aucune indétermination. Cf. ci-après [129].

2. Nous soulignons : nous proposons *un* — et non pas *le* — dépassement du principe d'identité.

126a *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Si l'identité à soi d'un objet mathématique est une condition *sine qua non* de son existence [mathématique], alors, dans le cadre des protocoles normatifs de démonstration qui se réclament de ce principe, rien ne peut être ***démontré*** : 1. au sujet des objets *en tant seulement qu'ils sont identiques à soi*, et 2. au sujet d'« objets » *non supposés identiques à soi*.

La première éventualité provient du fait qu'on ne peut éviter d'affirmer l'identité à travers un *principe*, sinon l'identité serait une propriété mathématiquement construite et déduite de principes plus fondamentaux. La seconde éventualité provient du calage de ces protocoles normatifs grâce à l'équivalence entre « ne pas être identique à soi » et « ne pas exister en tant qu'objet [identique à soi] » : rien ne peut être [mathématiquement] démontré concernant ce qui n'a pas d'existence [mathématique]. En clair, le *théorème [126a] énonce qu'il y a *absence simultanée de preuve et de réfutation* au sujet de l'*interprétation normative standard* de l'identité à soi des objets mathématiques ; il notifie par conséquent que la *non identité à soi* est un champ théorique ouvert pour une réinterprétation de l'identité.

Dès lors [124a] que nous appliquons notre montage théorique aux choses de l'abstrait, et que nous concevons [123h] la venue à la forme de ces choses comme une dissociation, l'articulation entre notre montage et le principe normatif d'identité se présente comme un *calage* :

126b *EQUIVALENCE THÉORIQUE. L'***indétermination inéliminable*** impliquée par la venue à la forme des « choses de l'abstrait » en tant qu'objets identiques à soi (au sens du principe normatif actuel d'identité) est *théoriquement *équivalente* à la ***non identité à soi*** (liée au principe normatif actuel d'identité).

Cette *équivalence [1] est presque un truisme, car elle rappelle qu'abstraire est une manière d'« enlever des détails », c'est-à-dire une manière d'*oublier l'« absolue singularité »* d'une chose pour qu'elle puisse venir à la forme. L'idée générale est analogue à celle de la conjonction entre exactitude et indétermination : l'identité à soi d'un objet *bien défini* est une sorte d'*effet apparent* qui se produit lorsque l'indétermination inéliminable, qui recueille les « détails » éliminés, est convenablement épongée. Autrement dit, la non-identité *a lieu* ***en-deçà*** *de l'identité*, et cet en-deçà inéliminable garantit la conservation de l'interdit d'un « savoir absolu ». Que cet en-deçà, dans le cadre normatif actuel, soit calé sur la contradiction ne saurait surprendre : c'est encore le *principe [61f] d'un calage sur le « savoir absolu ». Or [123d], dès que le principe d'identité est posé comme un principe fondamental, l'*en-deçà* de l'identité devient inaccessible [123f] et, par conséquent :

126d *THÉOREME. Dans le cadre des protocoles normatifs de démonstration qui se réclament du principe d'identié, rien ne peut être ***démontré*** (ou réfuté) au sujet de l'indétermination inéliminable qui gît *en-deçà* de l'identité à soi des objets.

Cela convient à la procédure de dépassement : notre *hypothèse [126b] se démunit de toute possibilité de preuve ou de réfutation la concernant *dans le domaine à récupérer*. En conjuguant les *théorèmes [126a] et [126d], il vient :

126e *THÉOREME. Dans le cadre des protocoles normatifs de démonstration qui se réclament du principe d'identité, il y a absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses opposées.

Sont maintenant réunies les conditions qui rendent possible un dépassement du principe normatif d'identité autorisant la récupération de tout l'acquis tangible qu'il légitime.

126c 1. On peut vérifier que le *dépassement* est une **traduction* [122b] : cette *équivalence permet de *traduire la conjonction normative entre identité et non indentité dans l'approche par les régressions sans fin. On notera que cette *traduction opère par *conservations globales* ; en effet, nous ne *traduisons pas l'identité *seule* ou la non identité *seule*, mais leur *conjonction*.

127 *Le calage du *principe d'identité*

Synthétiquement, nous proposons de dépasser le principe d'identité en regardant l'identité comme une *singularité* qui résulte de l'*arrêt d'un développement régressif* :

127a IMAGE. Alors que le principe normatif d'identité laisse entendre que la non identité à soi est *d'un seul bloc*, *immuable* et *irrémédiablement* opposée à l'identité, nous proposons de comprendre que la non identité à soi peut être régressivement développée *sans fin* quoiqu'elle advienne nécessairement comme arrêt du développement pour que l'identité *ait lieu*.

Bref, dans notre montage, la non identité à soi est une ***condition de possibilité*** de l'identité à soi, sachant qu'il est impossible d'accéder à l'« absolue singularité » des choses de l'abstrait. En un mot :

127b REPERE. L'horreur suprême que constitue, dans le cadre normatif actuel, la non identité à soi, n'est que l'assujettissement des théories qui se réclament du principe d'identité à l'interdit du « savoir absolu ».

Le dépassement du principe d'identité est corrélatif au dépassement du principe de contradiction [60-65], ce que nous énonçons comme un *théorème de calage :

127c *THÉOREME DE CALAGE. Dans notre montage théorique, le *principe d'identité doit être choisi de telle sorte que : 1. l'« absolue singularité » des choses de l'abstrait soit calée sur *la non identité à soi indépassable* et sur les *contradictions insurmontables* ; et 2. la *non identité à soi dépassable* soit calée sur les **contradictions surmontables*.

L'*équivalence [126b], qui conduit à recueillir la non identité à soi comme achèvement d'un développement régressif, va tout à fait dans ce sens. Puisque nous avons déjà calé [64b] les contradictions surmontables en tant que contradictions non formelles, il convient d'assurer un autre calage :

127d PREMIER *COROLLAIRE. Dans notre montage théorique, le *principe d'identité doit être choisi de telle sorte que la non identité à soi demeure *formellement indécelable* ***au sens*** et ***dans*** la juridiction des protocoles normatifs actuels qui se réclament du principe d'identité.

Nous constatons une fois encore l'affleurement de la problématique de la *forme* [56g] [63e] [63f] [63g] [64a] [64d], et le *corollaire [64e] peut être transposé au cas de l'identité :

127e SECOND *COROLLAIRE. Pour que notre *principe d'identité dépasse le principe d'identité, il faudra s'assurer que l'approche théorique rigoureuse du concept de ***forme*** (au sens normatif actuel) implique bien que la non identité à soi (au sens du présent exposé) donne lieu à des *traces indécelables en tant que formes* (au sens normatif actuel).

Autrement dit, il se peut que la non identité à soi (au sens du présent exposé) donne lieu à des traces décelables qui, n'ayant pas le statut d'une *forme* (au sens normatif actuel), seraient, en tant que formes au sens normatif actuel, indécelables. Dans ces conditions, la conjonction entre exactitude et indétermination prend une extension particulièrement fondamentale :

127f *DÉFINITION. Une ***science exacte*** exploite un montage théorique dans lequel : 1. la ***non identité à soi*** est destinée à éponger l'*indétermination inéliminable* impliquée par l'identité ; et 2. cette indétermination est calée sur des traces *formellement indécelables*.

On observe que l'*hypothèse de transparence, le principe de contradiction, et le principe d'identité sont indissociables, car ils s'entre-tiennent les uns les autres par le biais d'une ***corrélation forte*** avec des protocoles normatifs de corroboration et de démonstration présentant cette singulière propriété d'anéantir, par leur exercice, toute trace *formellement décelable* de ce qui pourrait mettre en péril leur universalité supposée :

127g REMARQUE. Il se confirme peu à peu que la ***question de la forme*** est l'un des points aveugles de la normativité scientifique actuelle.

Qu'est-ce que la *forme* au sens normatif actuel ? A notre connaissance, la normativité scientifique actuelle demeure bien discrète à son endroit, car aucun principe ni postulat ne lui est dédié, dans la mesure, peut-être, où elle constitue la cheville [1] *implicite* qui ajointe les principes et postulats *explicites*.

128 *Une ébauche du montage théorique*

Cette *question de la forme* [127g], en se faisant de plus en plus insistante, nous invite à avancer avec prudence, surtout dans le cas des mathématiques. En effet, si ce mot demeure obscur parce que sa *raison* gît *en-deçà* des principes et postulats normatifs *explicites*, rien ne nous assure que ce mot ne draine pas dans son sillage un *glissement conceptuel* :

128a REMARQUE. De la même manière [63f] qu'il convient peut-être de distinguer les *logiques formelles* et les *logiques formalisées*, il convient peut-être également de distinguer les *mathématiques formelles* et les *mathématiques formalisées*.

Dans la perspective du présent exposé, cette distinction serait concevable comme une distinction entre des montages théoriques liés à des *conjectures de « savoir absolu » différentes*. Corrélativement, on pourrait observer des « frottements » à l'endroit des zones de contact entre les deux montages. Le mot *forme* serait l'une de ces zones, et les « difficultés » qu'il implique seraient alors « normales ». Bornons-nous dans l'immédiat à ébaucher dans ses grandes lignes le montage théorique de l'identité [2] en reprenant le schéma [119a] après avoir substitué quelques étiquettes :

128b
```
        ┌────────────────────── Ω ──────────────────────┐

                                Φ             Φ'
             │  identité   : décelable :  partiel   │
             │             :           :            │        D
     T       │   objet     :  formel?  :     ⊥      │        ┬
 ┌─────┐     │  abstrait   :définition?:            │        ┼
 │     │     μ ─ ─ ─ ─ ─ ─:─ ─ ─ ─ ─ ─:─ ─ ─ ─ ─ ─ σ        │
 │     │     │ « absolue   :     ?     :     ┬     │        │
 └─────┘     │singularité »:           :     │     │        ↓
             │             :           :     ↓      │
  chose      │    non      :indéterminé:            │ développement
inaccess.    │  identité   :indécelable: achèvement │    achevé
           venue                                  arrêt
                            la forme ?
 le côté des choses         l'écriture    le côté de la théorie
```

Lisons, autant que faire se peut, ce schéma incomplet de la gauche vers la droite : une *chose de l'abstrait* T vient à la forme (singularité μ) dissociée par l'effet d'une *coupure* en une *identité à soi* et en une *non identité à soi* ; *grosso modo*, l'identité à soi est comprise comme un *objet abstrait supposé identique à soi*, tandis que la non identité à soi *de cet objet* éponge son « absolue singularité » inaccessible, c'est-à-dire l'indétermination inéliminable impliquée par sa venue à la forme. La bande centrale ΦΦ' est liée à la forme en tant que prise dans l'opposition entre le formellement décelable et le formellement indécelable. Ce qui est certain, c'est que l'exercice des mathématiques requiert du *formellement décelable*, qu'il s'agisse de *formes d'énoncés de discours* ou d'*écritures formelles*. Mais, actuellement, nous ne savons guère en dire plus. Du côté des *équivalents théoriques, l'identité est recueillie comme développement régressif partiel, et la non identité comme achèvement de ce développement. Globalement, le montage repose sur l'*équivalence Ω entre les *choses de l'abstrait* et les *développements achevés* de

---

127h 1. P. LEGENDRE [106d] souligne qu'en grec, le mot *harmonia*, est lié à l'idée d'*ajustement*, d'*assemblage*, d'*emboîtement*, d'où *accord*, *harmonie*, *juste proportion*. Le mot *harmos* (même racine) désigne un *emboîtement*, une *jointure*, une *fente*, mais aussi ce qui sert à emboîter, à fixer : *clou*, *cheville*.

2. En l'occurrence, ce bornage n'est pas une clause de style, ou une feinte destinée à ménager une progression didactique. A la date de rédaction du présent passage (mi-décembre 1990), nous ne « voyons » pas encore de réponse claire à cette *question de la forme*, quoique nous pressentions, croyons-nous, le chemin à suivre.

régressions sans fin. L'arrêt du développement (singularité σ) constitue une détermination théorique maximale de cette identité, et tout ce qui figure *en-deçà* (l'achèvement du développement) demeure indécelable *relativement* à cet arrêt.

Bien que ce schéma soit incomplet, et à supposer que la réponse à la *question de la forme* ne nous conduise pas à réexaminer les thèses déjà avancées, plusieurs repères nous paraissent cependant déjà en place :

128c REPERE. Les *choses de l'abstrait* sont ***séparées*** de leurs *équivalents théoriques.

C'est incontestablement le trait original du montage que nous proposons, car, dans le cadre normatif actuel, les choses [de l'abstrait] et leurs *équivalents théoriques sont confondus, de sorte que l'effet de symétrie et le rôle articulatoire de la bande ΦΦ' passent inaperçus. Or, cette bande ΦΦ' constitue précisément, dans notre montage, le lieu de la *forme* au sens intuitif de traces [formellement] décelables, mais aussi au sens théorique de son opposition aux traces [formellement] indécelables, laquelle *forme* n'est que ce qui *vient à la forme* comme effet apparent (à gauche de la ligne Φ) dans son opposition à la *forme en retrait* (comme effectivité ou indétermination inéliminable). Le second repère stable est tout aussi important :

128d REPERE. Le *principe d'identité est un ***principe régressif d'indétermination***, et chaque principe d'identité est ***un arrêt possible*** de la régression sans fin associée.

Nous avons déjà commenté [127f] la conjonction entre exactitude et indétermination au degré le plus fondamental ; ajoutons simplement qu'on ne pouvait guère espérer un abri plus efficace pour conserver, *à l'intérieur même des mathématiques*, l'interdit du « savoir absolu » [127b]. Ce trait structural [128d] nous est déjà très familier, quoique sous une appellation d'apparence anodine : *hiérarchie [transfinie] de* ***niveaux*** *d'abstraction et/ou de représentation*. Le concept de *niveau* n'a aucun fondement dans les mathématiques actuelles, car il notifie le caractère régressif du principe d'identité :

128e REPERE. Dans le cadre des mathématiques actuelles, l'usage évident du concept de ***niveau*** *d'abstraction et/ou de représentation* couvre, jusqu'au degré le plus fondamental, le ***dépassement effectif*** (mais non affronté théoriquement) du principe d'identité, au prix, il est vrai, d'un blocage théorique particulièrement étendu.

Nous recoupons ce que nous avions signalé [39b] concernant le préfixage *méta*, et, à cet égard, ce que nous proposons au titre d'un dépassement du principe d'identité se borne à prendre acte des applications d'ores et déjà opératoires d'un dépassement inaperçu comme tel, nous voulons dire *indécelable quoiqu'effectif*, dans le cadre normatif actuel. L'harmonie problématique entre les niveaux d'abstraction, les niveaux de représentation et les niveaux d'observation n'est pas fortuite :

128f REPERE. Notre conjecture de « savoir absolu » donne lieu à une ***unique structure fondamentale*** pour les montages théoriques associés aux *choses de la réalité* et aux *choses de l'abstrait*.

C'est cette unicité de structure qui permet d'apercevoir que les sciences expérimentales et les sciences non expérimentales puissent être comprises comme deux déploiements distincts d'une même singularité [69e] [118]. De plus, le « langage commun » aux choses de la réalité et aux choses de l'abstrait, ce par quoi les unes peuvent être rapportées aux autres, langage qui est en fait le « langage commun » de leurs *équivalents théoriques, n'est autre que le « langage » des régressions sans fin :

128g REPERE. Dans le montage que nous proposons, sans aucun égard pour leur grandeur ou leur petitesse, pour leur finitude, leur infinitude ou leur transfinitude, ***toutes*** les choses ont pour *équivalents théoriques des ***développements achevés de régressions sans fin***.

128h Ainsi, dans ce montage, la « substance primitive des choses », la « trame inaccessible d'où elles émergent à l'existence identitaire », n'est ni le fini, ni l'infini, ni le transfini, ni le continu, etc., mais le ***sans fin***, de sorte que *tout objet*, fini, infini, transfini, continu, etc., s'obtient par ***condensation partielle sans fin***, condensation partielle, on l'a compris, qui garantit l'accession éventuelle de tels objets à l'identité *salva veritate*, c'est-à-dire

étant sauvegardé l'interdit du « savoir absolu ». Aussi pouvons-nous croire à un *immuable toujours déjà-là* ; mais il n'est que le reflet virtuel d'une scintillation imperceptible dans le miroir de la forme, une mise en scène de l'interdit qui ne se manifeste qu'en se dérobant, et qui nous précède sans cesse comme *condition de possibilité de la connaissance théorique [et scientifique]*.

129 *L'identité et les indiscernables*

Reprenons le fil de notre *raisonnement. Dès lors [128d] que le *principe d'identité est un principe régressif d'indétermination, et que chaque identité à soi résulte de l'arrêt d'un développement régressif, nous pouvons appliquer nos *théorèmes généraux relatifs à la conjonction entre *situation* et *détermination* [110-112] :

129a *THÉOREME. L'identité à soi d'un objet abstrait (au sens normatif habituel) constitue la ***détermination théorique maximale*** de cet objet ***relativement*** à la théorie qui postule cette identité.

De manière imagée, l'identité constitue le « pouvoir séparateur maximal », en ce sens qu'une élaboration théorique ne peut pas accéder à des distinctions « plus fines » que la distinction des objets dont elle postule l'identité, et c'est en ce sens que, pour *cette* théorie, il n'y a *rien en-deçà* de l'identité [123d]. Mais ce *rien en-deçà* est seulement *relatif* à la théorie concernée, aussi convient-il cependant d'entendre qu'il *a lieu* :

129b *COROLLAIRE. Sous réserve que les *théorèmes de calage [127d] [127e] concernant la *forme* soient satisfaits, l'*en-deçà* de l'identité des objets abstraits (au sens normatif actuel) ne surgit, au regard de la théorie qui postule cette identité, que ***formellement indécelable***[1].

Nous avons rejoint le traditionnel démon des *indiscernables*, la bête noire de l'idéal positif visant à apurer les théories de toute ambiguïté. Les indiscernables résultent de la conjonction entre la *distinction* (provenant de l'« absolue singularité » des choses) et la *mêmeté* (provenant de l'identité à soi) :

129c *DÉFINITION. Vis-à-vis d'une détermination théorique maximale donnée, les choses « absolument singulières », aussi bien que leurs *équivalents théoriques (les développements achevés de régressions sans fin) qui sont substituables relativement à cette détermination théorique maximale sont dits ***indiscernables***[2].

Ce qui se comprend comme suit : les indiscernables sont « les mêmes » *quant à la détermination maximale*, car ils ne se distinguent les uns des autres qu'en-deçà, c'est-à-dire dans l'indétermination inéliminable associée à leur « absolue singularité » ou dans la *partie non développée de la régression sans fin* qui est son *équivalent théorique. L'indiscernabilité est donc toujours ***relative*** *à une détermination théorique maximale*, c'est-à-dire ***relative*** *à l'arrêt d'une régression sans fin* :

129e *DÉFINITION. Un ***objet abstrait*** identique à soi (au sens normatif actuel) est une ***multiplicité d'indiscernables***.

Insistons. D'un point de vue théorique [125f], les objets abstraits n'ont aucune *consistance*, car un objet est un *effet apparent* qui se produit dans un *montage théorique* qui éponge l'indétermination inéliminable *dans* et *comme* la non identité à soi de l'objet. Par suite :

---

1. Ce *corollaire est à rapprocher des *théorèmes relatifs au caractère indécelable de l'effectivité [117], ce qui nous conduira, dans la suite, à concevoir l'*effectivité des choses de l'abstrait* en conjonction avec la *question du lien* [49-52]. Laissons cette idée de côté, car il nous suffit provisoirement de savoir [126b] que l'*équivalent théorique de la non identité est l'achèvement d'un développement régressif.

129d 2. Les *indiscernables* sont un trait de facture parfaitement classique, aussi bien dans l'Antiquité grecque présocratique (HÉRACLITE questionne l'« absolue singularité » des choses comme obstacle insurmontable à leur identité), qu'au XVII^{ème} siècle (G. W. LEIBNIZ), au début du XX^{ème} (G. FREGE, B. RUSSELL) et de nos jours (P. J. COHEN). Rappelons [77d] que les mots *évanouissement* et *singularité* sont empruntés à la terminologie leibnizienne ; il en est de même pour les mots *multiplicité*, *indiscernable*, *inassignable* et *labyrinthe*.

129f *THÉOREME. ***Définir*** *un objet* identique à soi (au sens normatif actuel) c'est ***situer*** *une multiplicité d'indiscernables*.

Partant, puisqu'une identité s'obtient par l'arrêt d'une régression *sans fin*, et qu'il est impossible de [dé]nombrer des choses « absolument singulières » (il faudrait, pour ce faire, accéder à des développements *achevés* de régressions *sans fin*) :

129g *THÉOREME. La multiplicité d'indiscernables associée à un objet identique à soi est ***innombrable***.

Modifier la situation de cette multiplicité, en accroissant ou en diminuant la détermination, c'est ce qu'on appelle *changer de niveau d'abstraction*. Ajointons maintenant quelques pièces du puzzle jusqu'à présent éparpillées :

129h *THÉOREME. Les indiscernables sont impliqués par le principe d'identité lui-même.

Là où il y a de l'identité, là il y a des indiscernables. L'enjeu du principe d'identité est de provoquer l'évanouissement de l'indétermination inéliminable ***dans*** l'identité elle-même afin de constituer cette identité tandis que l'indétermination est recueillie comme non identité :

129i PREMIER *COROLLAIRE. Toute élaboration théorique qui pose le principe d'identité comme un principe fondamental implique une ***indétermination inéliminable***.

Dès lors qu'une élaboration théorique s'en remet au principe d'identité, le discernement ne peut excéder celui que procure l'identité, d'où la difficulté d'atteindre les indiscernables qui se trouvent en-deçà [123f] :

129j SECOND *COROLLAIRE. Sauf à mettre en oeuvre une contradiction surmontable, une élaboration théorique qui s'en remet au principe d'identité ne peut accéder, de manière théorique, aux indiscernables qu'elle implique dans les identités qu'elle postule.

Bref, dans notre montage théorique, une identité se développe comme une régression sans fin, et l'identité n'est pas « absolue » mais *seulement relative* :

129k *THÉOREME. Si le *principe d'identité est un principe régressif d'indétermination, alors chaque instance de ce *principe correspond à un arrêt de la régression impliquée et donne lieu à un principe d'identité au sens normatif actuel.

En ce sens, chaque identité (au sens normatif actuel) détermine une sorte d'« univers flottant » ***inassignable*** dans le *sans fin* du *principe d'identité. Il s'ensuit :

129l *COROLLAIRE. Toute élaboration théorique qui reconnaît le principe normatif d'identité comme un principe fondamental est ***dépassable***.

En proposant le dépassement du principe de contradiction, nous avions notifié que toute théorie logique était dépassable ; en proposant le dépassement du principe d'identité, nous notifions que toute théorie se réclamant du principe d'identité est dépassable. Ce qui achève de justifier la première généralisation [32c] des dépassements : le trait structural du dépassement des théories est indépendant de toute relation à la méthode expérimentale, et doit être seulement rapporté à l'interdit du « savoir absolu ».

III-5-2. Un point d'articulation

■ *Nous synthétisons nos remarques concernant le découpage des transitions d'état, l'effectivité et le dépassement du principe d'identité pour mettre en évidence le ressort sous-jacent au glissement du discret sur le fini : la non identité à soi des abstractions [finies] est convoquée pour éponger l'achèvement des développements régressifs du discret par le truchement de glissements d'écritures.*

130 *De l'usage de l'identité*

Si nous avons étudié dès maintenant la possibilité d'un dépassement du principe d'identité malgré les difficultés relatives à la *forme*, c'est pour nous assurer [122a] qu'il est *plausible* d'admettre l'existence d'*au moins une* manière d'articuler notre analyse par les régressions sans fin et les principes fondamentaux des mathématiques :

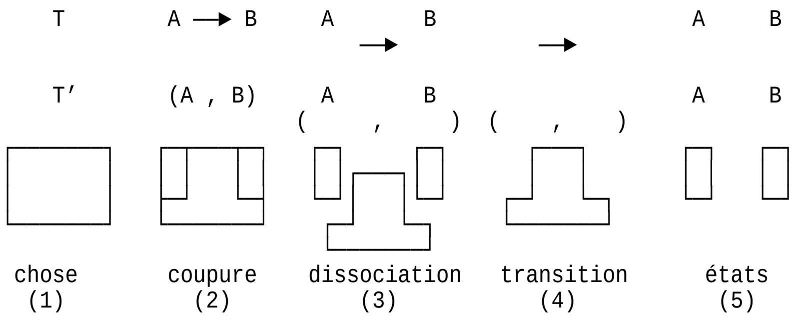
130a *THÉOREME. Dans le cadre normatif actuel, quand on ne sait pas quoi faire d'une indétermination inéliminable, on peut toujours tenter [en dernier recours] de l'éponger grâce à l'indétermination inéliminable (la non identité à soi) impliquée par une identité à soi.

Ce n'est pas la seule manière de procéder, mais c'en est au moins une. Nous suivons de manière très constante l'hypothèse que la double concordance [120a] requise par notre montage théorique s'accomplit effectivement dans le cadre normatif actuel, en dépit, éventuellement, des démentis officiels relatifs à l'existence de traces indécelables, de régressions sans fin et de contradictions surmontables. Autrement dit, il se peut (ce que nous
130b croyons) que l'*intuition* ne s'y trompe pas, et qu'elle parvient à *négocier* certains « arrangements » avec les critères et les principes normatifs officiellement affirmés : ces arrangements, ce sont précisément les *blocages théoriques* qui constituent une sorte de *monnaie d'échange* entre une élaboration théorique qui fait défaut, parce qu'inconcevable, et une opérativité effective acquise au prix d'une violation des certains principes et critères normatifs officiels. Nous concevons ainsi que, même dans un blocage théorique, *rien n'est perdu*, car c'est précisément *pour ne rien perdre* que le blocage s'impose et se conserve.

131 *Remarques sur un glissement de notation*

En abordant l'étude du découpage des transitions d'état [100-105], nous avons remarqué [100c] un *glissement de notation* concernant l'utilisation des flèches. La dissociation entre les effets apparents et les transitions conduit à différencier le statut des lettres qui valent pour les états, et celles qui valent pour des intervalles ou des transitions *entre états* (les deux premières lignes du schéma [131a]). Ces remarques se transposent à d'autres notations, celle des couples, par exemple, où l'effet apparent est noté comme un couple (A,B) analogue à ceux qu'on trouverait dans l'énoncé en extension d'une fonction :

131a



Le glissement [101e] relatif à l'expression « transition d'état » n'est pas seulement un effet de l'utilisation des flèches, car il se déplace sur la notation formelle en couples :

131b CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, lorsqu'on recueille une « transition d'état » comme un couple, ce n'est pas la transition *entre* états qui est recueillie, mais son *effet apparent*.

La difficulté est donc la même qu'avec les flèches [101f] : la dissociation de la figure 3 montre de nouveau que ce sont les lettres auxiliaires, en l'occurrence l'armature syntaxique de la notation en couples, qui marquent la place des intervalles. Puisque les écritures formelles sont soumises au critère de coïncidence formelle :

131c CONSTAT. Dans les écritures formelles, certaines lettres peuvent avoir le *statut de terme apparent*, tandis que d'autres peuvent avoir le *statut d'intervalle* ; une telle différence de statut, qui est *formellement indécelable*, ouvre la voie à des ***glissements d'écritures***.

Les notations en flèches A─►B et en couples (A,B) associées aux transitions d'états sont donc interchangeables en ce sens qu'elles ne donnent lieu qu'à une différence de « décor syntaxique » sans incidence, du moins officiellement, sur le « contenu formel » associé. Toutefois, dans la pratique, indépendamment des usages en vigueur, nous jouons sur ces différences de « décor syntaxique » pour traduire certaines intentions ou certains accents :

131d REMARQUE. La notation à flèche évoque plutôt l'*effectivité* et le caractère *dynamique* de la ***transition d'état***, tandis que la notation en couple évoque plutôt l'*identité à soi* et le caractère *définitoire et/ou formel* d'une ***relation abstraite entre des valeurs***.

Généralement, la notation à flèche renvoie plutôt au contexte d'une opposition entre statique (les états) et dynamique (les flèches), tandis que la notation en couple renvoie plutôt à l'abstrait (relations et éléments d'ensembles) soumis à la conjonction entre l'immuable, l'inétendu et l'intemporel.

132 *L'effectivité formelle et l'identité*

Le schéma [131a] montre avec précision l'isotopie des termes dans la structure : figure 1, isotopie d'une chose de la réalité T et d'une chose de l'abstrait T' ; figure 2, *principe de coupure ; figure 3, la dissociation d'une chose de la réalité T en états discrets (exactitude) et en transition *entre* ces états (indétermination, effectivité « réelle ») est isotope à la dissociation d'une chose de l'abstrait T' en une identité (définition) et en une non-identité (indétermination) ; figure 4, l'effectivité « réelle » de la transition (indétermination) est isotope à la non-identité (indétermination) ; figure 5, les états discrets sont isotopes aux valeurs finies, c'est le glissement déjà remarqué [82] des états sur les valeurs. De l'examen des figures 4 et 5, il suit :

132a INTERPRÉTATION. Dans le contexte des [transitions entre] états discrets, le glissement du discret « réellement » effectif sur le fini immuable, intemporel et inétendu ***assume une double concordance*** : tandis que les *états discrets* sont glissés sur les deux composantes [finies] d'un couple, l'effectivité « réelle » de la transition est glissée sur la non-identité de ce couple.

Le glissement normatif du discret sur le fini satisfait à la double concordance [120a] requise par notre montage, *en dépit des* ***et*** *grâce aux* évidences qui couvrent ce glissement [130b]. L'indifférence apparente du point de vue formel quant aux choix de notations ne doit pas faire illusion : nous sommes bien en présence des *glissements d'écritures* sous le couvert desquels s'accomplit la réponse à la question [44e] concernant l'articulation [44c] entre, d'une part, l'opposition entre statique et dynamique, et, d'autre part, la conjonction entre l'immuable, l'inétendu et l'intemporel. Dressons un schéma synthétique :

132b

```
            E1     :     E2     |    I2     :    I1
     effet         :            |           :             (décelable)
  apparent  A ➔ B  :  A     B   |  A    B   : (A , B)     exactitude
──────────────────:─────────────┼───────────:─────────    ───────────────
transition  A ➔ B  :     ➔      | (  ,  )   : (A , B)     indétermination
entre états        :            |           :             (indécelable)
            effectivité         |      identité
             (discret)          |       (fini)
```

La moitié gauche du schéma renvoie au contexte de l'effectivité, du discret, et de l'opposition entre statique et dynamique. Quand on passe de la colonne E2 à la colonne I2, le discret glisse sur le fini, l'effectivité (de la transition) est remplacée par la non identité (du couple), et l'opposition entre statique et dynamique s'évanouit [88] dans l'homogénéité immuable, intemporelle et inétendue de l'abstrait normatif :

132c INTERPRÉTATION. Tandis que le « contenu formel » est réputé invariant, le passage d'une notation A─►B à une notation (A,B) notifie : 1. le glissement du discret sur le fini ; 2. le glissement des états sur des valeurs ; 3. l'évanouissement de l'opposition entre statique et dynamique ; et 4. la subsitution d'une non identité à une effectivité « réelle ».

La comparaison des colonnes E2 et I2 met en évidence le principe des *glissements d'écritures* :

132d INTERPRÉTATION. Tandis que le « contenu formel » est réputé invariant, le passage d'une notation A—►B à une notation (A,B) est un ***glissement d'écritures*** qui résulte de la conjonction entre une ***coïncidence formelle*** des parties décelables (A et B) et une ***substitution inaperçue*** des parties indécelables (dont la place est marquée par les armatures syntaxiques).

Or, en l'occurrence, qu'est-ce que le « contenu formel » si ce n'est ce dont les traces indécelables (ou les armatures syntaxiques) marquent la place ? A l'occasion d'un glissement d'écritures, la substitution des « contenus formels » est, simplement, formellement indécelable.

Profitons du schéma synthétique [132b] pour attirer dès maintenant l'attention sur un autre glissement. Nous avons déjà souligné [101e] qu'il n'existait qu'une seule expression « transition d'état » pour désigner l'effet apparent et une transition « absolument singulière » produisant cet effet. Corrélativement, colonne E1, il n'y a qu'une seule notation pour l'effet apparent (au-dessus de la barre) et la transition elle-même (en-dessous de la barre) :

132e INTERPRÉTATION. L'une des techniques en oeuvre dans l'*usage formel* des écritures purement instrumentales consiste à utiliser *la même écriture apparente* pour ***énoncer*** *un effet apparent* et pour ***nommer*** *l'une-quelconque des transitions indiscernables* produisant cet effet apparent.

Nous avons mis un tiret dans l'expression *une-quelconque* pour signifier que ce qui est nommé n'est pas *une* transition « absolument singulière » *effectivement choisie* parmi la multiplicité des transitions substituables quant à cet effet apparent (un tel choix est inaccessible, puisqu'il supposerait un « savoir absolu »), mais bien *une-quelconque* transition *non choisie*[1]. Corrélativement, puisque [129e] une identité est associée à une multiplicité d'indiscernables :

132f INTERPRÉTATION. L'une des techniques en oeuvre dans l'*usage formel* des écritures purement instrumentales consiste à utiliser *la même écriture apparente* pour ***énoncer*** *la définition d'une identité à soi* et pour ***nommer*** *l'une-quelconque des choses « absolument singulières »* rendues indiscernables par l'effet de cette identité.

De nouveau, l'*une-quelconque* notifie un *choix* (présence d'indétermination) qui ne sera jamais ultimement effectué (l'indétermination est inéliminable) parce qu'il impliquerait un « savoir absolu » (accéder aux choses « absolument singulières », ou les connaître par leur « nom absolu »). D'où, en conséquence le silence normatif sur la distinction théorique entre les « choses absolument singulières » (théoriquement inaccessibles) et les « objets identiques à soi » (théoriquement accessibles mais indissociables d'une indétermination inéliminable).

133 *Le blocage de la mathématisation est interne aux mathématiques actuelles*

133a L'interprétation associée au glissement du discret sur le fini implique certaines conséquences. D'un point de vue mathématique, un couple (A,B) ne jouit d'aucune effectivité « réelle », et ne signifie *jamais* « passer de A à B », même si ce couple intervient dans la définition en extension d'une fonction bornée de toutes parts dans le fini. Les fonctions mathématiques ne jouissent, elles non plus, d'aucune effectivité « réelle », et c'est pure manière de parler quand on imagine qu'une fonction permet de « passer » des « données » aux « résultats » :

133b PREMIER *COROLLAIRE. En dépit du rejet officiel de toute considération relative à la non identité à soi des abstractions [bornées de toutes parts dans le fini], le glissement normatif du discret sur le fini s'avère opératoire grâce au fait que la non identité des abstractions finies éponge exactement l'effectivité « réelle » (l'indétermination inéliminable) impliquée par les transitions ***entre*** états discrets.

Cet arrangement, négocié par l'intuition auprès de la normativité officielle pour ravauder un montage déhiscent [130b], ne va cependant pas sans une contrepartie :

1. Cette interprétation n'est pas sans rappeler certains aspects de l'« opération » *tau* de D. HILBERT.

133c SECOND *COROLLAIRE. Puisque, dans le cadre normatif actuel, une élaboration théorique qui se réclame du principe d'identité ne peut accéder à ce qui se trouve *en-deçà* des identités par elle postulées, le glissement du discret sur le fini induit un ***blocage théorique*** au sujet de ***tout*** ce que la non identité permet d'éponger.

Or, tombe dans l'aire de ce blocage, non seulement l'effectivité « réelle » des machines informatiques, en tant que choses de la réalité, mais aussi l'effectivité formelle « réelle » [116c] requise pour que des calculs, au sens de la théorie de la calculabilité, soient « réellement » effectifs :

133d TROISIEME *COROLLAIRE. Dans le cadre normatif actuel, le blocage théorique concernant les concepts cruciaux de l'informatique est un effet secondaire du blocage théorique qui, ***à l'intérieur des mathématiques actuelles***, résulte de la confusion [116e] entre l'effectivité formelle « réelle » (à situer *hors* des mathématiques [116j]) et l'effectivité formelle théorique (l'*équivalent théorique à situer *dans* les mathématiques), laquelle, grâce au glissement du discret sur le fini, est calée sur la non identité des abstractions associées.

Tout est donc bloqué, dans le cadre des mathématiques actuelles, puisque l'*équivalent théorique de l'effectivité « réelle » n'est autre que la non identité à soi des abstractions « finies » utilisées, non identité inaccessible [126a] dans le cadre normatif actuel. Dans cet arrangement, rien n'est perdu, certes, mais [presque] tout demeure théoriquement inaccessible. Ce blocage est donc crucial, puisqu'il se déploie *au lieu de* la mathématisation de l'effectivité « réelle » [116k] :

133e QUATRIEME *COROLLAIRE. *Il est impossible* de ***mathématiser*** [convenablement] le savoir-faire informatique et, plus généralement, tout ce qui concerne le traitement de l'information discrète, aussi longtemps qu'on s'en tient à la conception normative actuelle des mathématiques.

Finesse de la langue, et sûreté de l'intuition : *informatique théorique* n'est pas synonyme de *théorie de l'informatique*. On peut s'attendre, corrélativement, à ce que les approches théoriques partielles de l'informatique soient des *isotopes* de la problématique, *interne aux mathématiques telles qu'actuellement conçues*, relative à l'articulation entre les mathématiques « classiques » (conjonction entre l'immuable, l'intemporel et l'inétendu) et l'effectivité formelle (conjonction entre des régressions sans fin et des contradictions surmontables). Autrement dit :

133f CINQUIEME *COROLLAIRE. Dans le cadre des mathématiques actuelles, la référence à l'informatique et aux traitements d'information notifie, en chacune de ses occurrences, une ***manifestation déplacée*** d'un blocage théorique ***interne*** aux mathématiques actuelles.

Il s'ensuit l'oscillation que chacun connaît : lorsque l'affleurement des causes du blocage risque de devenir trop net, il suffit de prendre un peu de distance et d'affirmer qu'il s'agit de « détails » d'implémentation sans importance dûs à la contingence matérielle de systèmes physiques (dont l'effectivité est pourtant bien « réelle ») ; au contraire, quand les causes sont bien à l'abri (ie. rendues formellement indécelables), on invoque l'évidence pour affirmer l'applicabilité directe et immédiate de telle ou telle théorie mathématique à l'informatique et/ou aux traitements d'information.

Si nous concédons volontiers que l'exactitude des effets apparents puisse, à la rigueur, glisser sur le fini, l'indétermination inéliminable (de l'ultimement inaccessible, de l'effectivité « réelle » et de la non identité à soi), quant à elle, ne relève certainement pas de la finitude telle qu'on l'imagine fréquemment dans le cadre des évidences normatives actuelles. Précisons cela brièvement :

133g SIXIEME *COROLLAIRE. Dans le cadre normatif actuel, il y a confusion entre la ***finitude théorique***, en tant que structure résultant d'un montage théorique dans lequel l'indétermination inéliminable est complètement épongée par l'identité à soi des *ipso facto* abstractions finies, et la ***finitude apparente*** rapportée (directement ou indirectement) aux écritures purement instrumentales.

Bref, la « partie » *sans fin* de la finitude théorique est complètement épongée par la non identité à soi des abstractions finies *au sens d'une propriété théorique*. Quand on « oublie » l'indétermination recouverte par cette non identité à soi, il ne reste que l'exactitude apparente que les évidences normatives permettent d'identifier à l'exactitude apparente des écritures purement instrumentales. Rappelons que nul n'a jamais « vu » la moindre abstraction, même bornée de toutes parts dans le fini, et encore moins une identité à soi, de sorte que rien ne nous autorise, d'un point de vue strictement théorique, à considérer comme hors de portée d'un réexamen les évidences normatives actuelles qui autorisent la comparaison entre la finitude théorique et la finitude apparente des écritures purement instrumentales, discrètes et finitistes.

134 *Le puzzle impossible*

Dans le schéma [131a], qui permet de concevoir que l'*en-deçà* de l'identité soit convoqué pour éponger l'effectivité « réelle » de la transition, les équivalents graphiques symbolisent les *équivalents théoriques que sont les développements régressifs. Que se passe-t-il quand on tente de reconstituer l'ensemble du puzzle ?

134a INTERPRÉTATION. Dès lors qu'on admet le glissement du discret sur le fini, ***il y a conflit*** entre tous les concepts (« absolue singularité », effectivité « réelle », effectivité théorique, indétermination inéliminable, non identité à soi, accroissement de détermination, etc.) qui sont convoqués ***pour éponger complètement*** l'achèvement des développements régressifs.

Chacun de ces concepts, à lui tout seul, occupe complètement la place, de sorte qu'il est impossible de faire coexister ces concepts : *chacun exclut **tous** les autres*. Du côté des mathématiques, cette exclusion est radicale, puisque c'est la non identité des abstractions finies qui occupe la place. D'où l'imbroglio indémêlable qui résulte du glissement du discret sur le fini :

134b INTERPRÉTATION. Dès lors que la non identité des abstractions mathématiques [finies] associées aux transitions d'état est habilitée à éponger *complètement* l'achèvement du développement régressif, la *mathématisation* des autres concepts est bloquée ***parce qu'elle s'est accomplie trop tôt***.

Au lieu de passer par le détour des *équivalents théoriques *sans fin* [128g], les glissements d'écritures [131a] [132b] provoquent un ***court-circuit*** qui empêche l'accès à ces *équivalents théoriques, non sans les « escamoter » dans la non identité inaccessible. C'est la structure caractéristique d'un blocage théorique [37] :

134c INTERPRÉTATION. Le glissement du discret sur le fini est l'effet d'une ***hâte théorique*** de laquelle résulte une mathématisation bloquée : on attend comme une nouveauté (qui n'adviendra jamais) ce qui est conservé à l'abri d'un ***déjà rejeté*** (la non identité).

On est allé trop vite : les effets apparents produits par des transitions entre états discrets « ressemblent » sans aucun doute à l'image qu'on se donne habituellement de la finitude ; mais l'« erreur » est double : le discret effectif ***ne relève pas*** du *fini* [113c], tandis que l'image concrète habituelle du fini (les écritures purement instrumentales) ***ne convient pas*** à la *finitude théorique* [133g] : *la « trame primitive » est le **sans fin*** [128h]. Aussi loin qu'on aille dans la transfinitude mathématique, il s'agit encore d'objets supposés identiques à soi, et chaque objet, aussi « grand » soit-il, n'est jamais [129e] que le marque-place d'une multiplicité innombrable d'indiscernables « absolument singuliers ». Ce blocage de la mathématisation donne lieu au paysage normatif actuel que chacun connaît :

134d INTERPRÉTATION. Dès lors que le glissement du discret sur le fini constitue un passage obligé pour les approches théoriques de l'informatique et des traitements d'information, *tous* les concepts qui sont *au lieu de* l'achèvement des développements régressifs *déjà épongés par la non identité*, ont l'air d'être ***sans fondement théorique***.

De manière imagée : on ne sait pas quoi en faire, car il n'y a plus de place pour eux. Il y a d'ailleurs d'autant moins de place que la non identité éponge tellement bien, *qu'il ne reste plus aucune trace formellement décelable de cette place* [129b]. Cette situation n'est pas banale :

134e INTERPRÉTATION. Paradoxalement, dans le cadre normatif actuel, le blocage théorique provient du fait que chaque concept crucial « ***marche trop bien individuellement*** » (ie. peut éponger complètement les achèvements de développements régressifs), ce qui donne lieu à l'effet catastrophique qu'« ***ils ne marchent pas ensembles*** ».

Nous n'ignorons certes pas que certaines approches théoriques parviennent à aborder [partiellement] certains concepts dont nous disons ici qu'ils n'ont pas de fondement théorique. En dépit de nombreux exemples qu'on pourrait éventuellement tenter de nous opposer, nous maintenons cependant nos thèses et les interprétations qu'elles autorisent, étant rappelé [77a] que nous concevons la possibilité des approches théoriques partielles de l'informatique et des traitements d'information grâce aux ***singularités propres*** des approches concernées. Autrement dit, il convient de souligner ce qu'implique, pour des élaborations théoriques, le fait qu'elles se situent ***dans*** la normativité scientifique actuelle ; et si elles peuvent *bénéficier* des évidences admises par cette normativité, elles ne sont cependant pas autorisées pour autant à en *violer* les principes fondamentaux :

134f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'existence d'approches théoriques partielles et opératoires de l'informatique (et des traitements d'information) ***ne récuse pas*** la généralité de nos thèses si on prend la peine, cas par cas, de ***mettre en évidence les singularités*** qui permettent à ces approches (dont nous ne mettons pas en cause l'opérativité) d'avoir lieu : effectuations discrètes, glissements d'écritures, contradictions non formelles, régressions sans fin passées sous silence, violations du principe d'identité, intervention de niveaux, etc.

Il s'agit là d'un énoncé à caractère *prédictif* (donc sujet à réfutation), car si tous les cas que nous avons examinés en détail le corroborent, nous ne prétendons certainement pas avoir épuisé toutes les éventualités [124c]. Quoi qu'il en soit, rien n'est donc globalement perdu, y compris l'indétermination inéliminable, même dans le cadre normatif actuel. Les difficultés conservées à l'abri des évidences, disions-nous [42c], ne disparaissent pas, tout au contraire, car leurs manifestations sont d'autant plus importantes qu'elles se déplacent sur des termes où elles ne risquent pas d'être reconnues en tant que telles.

III-5-3. Fonctions, programmes, représentations, interprètes

■ *Nous esquissons intuitivement l'application des découpages et des collages aux écritures formelles habituelles. En prenant appui sur la différence entre les fonctions et les spécifications fonctionnelles, nous étendons les résultats déjà obtenus dans le cas des transitions isolées aux programmes, aux représentations, et aux interprètes effectifs.*

135 *Fonctions et spécifications fonctionnelles*

Jusqu'à présent, nous avons mené l'étude des transitions d'état (découpage, collage, effectivité) dans le cas des transitions (ou des couples donnée ─► résultat) isolées. Mais, dans notre pratique de l'informatique (aussi bien que dans l'effectivité formelle), nous ne procédons pas ainsi, car nous opérons directement sur des fonctions, des algorithmes, des « boîtes noires », etc., c'est-à-dire, en général, sur des *collections* de relations entre des *entrées* (ou des données) et des *sorties* (ou des résultats). Commençons par raisonner strictement dans le cadre normatif actuel :

135a RAPPEL. Dans le cadre normatif actuel, il est admis qu'une fonction est *la même* quand elle est définie *en extension* ou quand elle est définie *en compréhension*.

Au plan des principes, on peut donc raisonner sous le couvert de cette identité, et ne considérer, dans le cas fini, que des fonctions définies en extension. Ces définitions se présentent comme l'énoncé en extension d'*ensembles de couples* :

135b `f : { (x1 , y1) , (x2 , y2) , ... , (xi , yi) , ... }`

Dans un tel énoncé, les écritures x1, y1, x2, y2, etc., sont comprises comme des *dénotants* d'éléments d'ensembles. Simplifions provisoirement à l'extrême le problème de la représentation (ou du codage) des éléments des ensembles concernés en remarquant :

135c CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, dès lors qu'on dispose de l'énoncé en extension d'un ensemble, rien n'empêche de choisir, pour ***représenter*** les éléments de cet ensemble, des écritures qui ***coïncident formellement*** avec les écritures qui servent, dans la définition, à ***dénoter*** ces éléments.

Ainsi par exemple, tandis que 34 *dénote* l'entier naturel *nommé* « trente-quatre », 34 est une représentation en base « dix » de l'entier dénoté par 34. Sous couvert de cette convention [135c], que nous mobilisons très fréquemment dans notre pratique, il est possible de faire varier les *armatures syntaxiques* :

135d
```
f  :  { (x1 , y1) , (x2 , y2) , ... , (xi , yi) , ... }
f' :    {x1──►y1}   {x2──►y2}    ...   {xi──►yi}    ...
```

Du point de vue des mathématiques formelles « classiques », si on admet qu'une variation d'armature syntaxique n'interfère pas[1] avec le « contenu formel » des énoncés [132c], les deux énoncés f et f' ne diffèrent que d'un « choix de notation ». Toutefois, du point de vue de l'informatique et de l'effectivité formelle [131d], l'énoncé f' sera *plutôt compris* comme l'énoncé en extension d'une *spécification fonctionnelle* :

135e DÉFINITION. Une spécification fonctionnelle [énoncée en extension] est une collection de transitions d'états de la forme : donnée ─► résultat.

Bornons-nous pour l'instant aux énoncés (de fonctions ou de spécifications fonctionnelles) en extension. Les glissements d'écritures constatés dans le cas des transitions isolées [131] se généralisent donc :

135f CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, on « ferme les yeux » quand il s'agit de faire glisser l'***énoncé*** *de la définition en extension d'une fonction* sur la *spécification fonctionnelle énoncée en extension* d'une application informatique ou d'un calcul effectif, et vice-versa.

Soulignons au passage que ce glissement concerne autant l'informatique que l'effectivité formelle. Sous couvert de la convention [135c] qui permet de glisser les dénotants sur les représentants, le glissement de la fonction sur la spécification fonctionnelle est direct, et se réduit, en apparence, à un changement du « décor syntaxique ». On peut éventuellement intercaler, entre les dénotants et les représentants, un codage qui n'introduise aucune ambiguïté. Or, du point de vue de l'informatique et de l'effectivité formelle, à condition de n'apporter aucune ambiguïté, le choix des représentants (dans la spécification fonctionnelle) est arbitraire. Par conséquent :

135g *THÉOREME. Le ***glissement*** de l'énoncé [en extension] d'une fonction sur une spécification fonctionnelle [énoncée en extension] s'effectue *au lieu d'*une ***indétermination inéliminable***.

S'il y a choix arbitraire possible, c'est ***parce qu'***il y a indétermination inéliminable : à chaque dénotant peut être associée une multiplicité de représentants. Même dans le cas du glissement des dénotants sur les représentants, où aucun codage *apparent* n'intervient [135d], ***il y a codage effectif***, car il y a eu *effectuation d'un choix* pour que l'indétermination soit *levée*. Ce passage est important, car il articule les mathématiques formelles « classiques » (énoncé *formel* de la définition d'une fonction) avec l'effectivité formelle et l'informatique (énoncé d'une spécification fonctionnelle) :

135h PREMIER *COROLLAIRE. L'***articulation*** entre, d'une part, les mathématiques formelles « classiques » et, d'autre part, l'effectivité formelle, l'informatique, et, en général, les traitements d'information, implique une ***indétermination inéliminable***.

1. Sous réserve, cela va de soi, que la variation d'armature syntaxique n'introduise pas d'ambiguïté. Le choix des armatures syntaxiques relève, *en principe*, des usages.

Il va de soi que, dans un cadre normatif où les [transitions entre] états discrets constituent l'apogée de l'exactitude théorique, le fait de devoir lever une indétermination inéliminable *ne peut en aucun cas passer pour évident*. Le glissement du discret sur le fini constitue une singularité particulièrement riche, dont le « rendement normatif » est particulièrement élevé, puisque cette articulation [135h] régit les *représentations* [formelles effectives] et les *implémentations* [informatiques] :

135i SECOND *COROLLAIRE. Le processus de la ***représentation*** [formelle effective] surgit ***au lieu d'***une indétermination inéliminable.

Or, il est possible [135f] de lever cette indétermination inéliminable grâce à un choix qui se traduit par un glissement d'écritures *formellement indécelable par définition* :

135j TROISIEME *COROLLAIRE. Dans le cadre normatif actuel, il est possible d'éponger complètement l'indétermination inéliminable [135h] [135i] grâce à un glissement d'écritures effectué à l'occasion du glissement du discret sur le fini.

Cette possibilité concerne autant l'informatique que l'effectivité formelle et, par conséquent, la théorie de la calculabilité [1]. Nous ne disons rien de nouveau, quant à la présence d'une indétermination inéliminable, mais nous attirons l'attention sur la possibilité d'éponger cette indétermination par des glissements d'écritures :

135k REMARQUE. Dans le cadre normatif actuel, on prend soin d'entretenir l'*équivoque* concernant les fonctions : rien n'est plus tentant que d'imaginer qu'elles soient, en quelque sorte, *effectives*.

Hélas [133], l'énoncé d'un couple (A,B) n'a jamais signifié, ni ne signifiera jamais, en mathématiques « classiques », « passer de A à B » [133a], tandis que le produit cartésien [84a] n'a jamais signifié, ni ne signifiera jamais, l'effectivité d'une transition d'état. Tous ces tours de discours familiers constituent sans aucun doute, en certaines occasions, un support imagé destiné à aider l'explication ; on ne saurait cependant leur accorder le moindre fondement théorique *dans le cadre normatif des mathématiques « classiques » actuellement en vigueur*.

Puisque [101b] chaque terme (chaque transition donnée ─► résultat) d'une spécification fonctionnelle est attaché aux *effets apparents*, et non pas aux transitions elles-mêmes :

135l *THÉOREME. Une spécification fonctionnelle est attachée aux effets apparents : elle énonce un *critère de substitution* associé à la multiplicité de *toutes* les mises en oeuvre distinctes (programmation, implémentation, réalisation, représentation, procédure formelle effective, etc.) qui sont ***substituables et indiscernables*** au regard de cette spécification.

Ce que notre pratique de l'informatique confirme sans ambage [111g] : une spécification de programme ne spécifie pas ***un*** programme mais ***une multiplicité*** de programmes possibles (la même remarque s'applique aux procédures formelles effectives). Nous généralisons rapidement ce que nous avons déjà examiné en détail pour les transitions isolées, et, par l'effet du glissement [135f] entre spécification fonctionnelle et fonction, il vient :

135m PREMIER *COROLLAIRE. Dans le cadre du glissement du discret sur le fini, la non identité à soi des fonctions [calculables] éponge [au moins] ***deux indéterminations inéliminables*** : celle qu'implique le *glissement* de l'énoncé de la fonction sur les spécifications fonctionnelles, et celle qu'implique chaque spécification fonctionnelle possible en tant que *critère de substitution*.

Autrement dit, d'un point de vue théorique, représenter une fonction c'est passer ***en-deçà*** de l'identité à soi de cette fonction. Dans le cadre des mathématiques actuelles, il s'ensuit une conséquence bien embarrassante :

1. D'autres domaines sont, en fait, concernés. Ainsi, par l'exemple, l'intitulé *logiques temporelles* relève de cette sorte de glissements.

135n SECOND *COROLLAIRE. Dans le cadre des mathématiques actuelles, dès lors qu'on réaffirme l'identité à soi des fonctions [calculables], ***il est impossible*** de construire une théorie où ces fonctions coexistent avec leurs représentations, sauf à impliquer un dépassement, explicite ou implicite, du principe d'identité.

En laissant indéterminé quel dépassement du principe d'identité il convient de choisir, nous laissons cette conséquence sous une forme ouverte. Dans le cadre du présent exposé, la coexistence, dans une même théorie, des fonctions [calculables] et de leurs représentations implique des glissements d'écritures, des contradictions et des régressions sans fin. Tout concorde[1] donc, et, dans le cadre normatif actuel, il ne reste qu'une « solution » : contourner la difficulté jusqu'à trouver les ***singularités*** qui permettent de caler le développement régressif du principe d'identité, c'est-à-dire l'accomplissement officieux de son dépassement, sur des traces indécelables et des glissements d'écritures ; c'est l'enjeu majeur du glissement du discret sur le fini. Nous l'avions signalé très tôt [1d] : les *états discrets* et les *transitions entre états discrets* ne sont que des manières de parler dans le cadre normatif actuel, tandis que l'usage extensif des flèches, qui paraît pourtant si évident, ne l'est certainement pas [8g].

136 *Vers l'abstrait*

L'étude de la discrétisation [79-84] a montré que les intervalles ne correspondaient pas seulement à des *transitions entre états*, mais aussi à la *séparation* des valeurs discrètes mutuellement distinctes [80f] ou à la *structure* du système sous-jacent [83e] (intervalles entre les places des vecteurs d'état). Or, jusqu'à présent :

136a REMARQUE. Nous n'avons trouvé aucune raison pour exempter les intervalles figurant dans les définitions formelles *ipso facto* discrètes des remarques déjà exposées relatives aux intervalles du discret « irréductible ».

Nos remarques sur les glissements d'écritures [131] [135] suggèrent au contraire que les armatures syntaxiques des énoncés formels jouent bien le rôle de marque-places d'intervalles. Le tableau de variation [104d] et l'approche régressive de la détermination nous invitent donc à appliquer les opérations de *découpage* et de *collage* à *tous* les intervalles du discret, en gardant présent à l'esprit [104e] que le plus « abstrait » coïncide avec le moins déterminé (le plus condensé). Si nous concevons qu'une suite de transitions puisse résulter du découpage d'une transition « élémentaire », habituellement réputée « irréductible », nous pouvons tout autant concevoir qu'une transition « élémentaire » A─►B résulte du découpage d'une lettre T :

136b T

A → B

A → X → B

Nous appliquons le principe d'une conservation globale [90] associée à l'idée d'une condensation (collage, diminution de détermination) ou d'une décondensation (découpage, accroissement de détermination). De manière générale :

135o 1. Il convient peut-être de préciser : *dans le cadre des thèses que nous avançons*. Ainsi, par exemple, chacun sait qu'il n'existe pas de bijection entre l'ensemble des fonctions calculables et l'« ensemble des représentations des fonctions calculables ». Nous prenons la précaution de laisser des guillemets, car il ne va même pas de soi d'admettre l'éventualité qu'il existe un ensemble de « toutes » les représentations (ou de « tous » les programmes) associées à *une* fonction calculable. On peut en effet remarquer ceci : puisqu'il existe au moins deux machines mathématiques universelles notoirement connues (les machines de TURING et les algorithmes universels de MARKOV, par exemple), il est certain que chaque fonction calculable est associée à *au moins deux* représentations, à raison d'[au moins] une par machine universelle. Par ailleurs, à notre connaissance, il n'existe aucun résultat théorique relatif au dénombrement de « toutes » les machines universelles possibles, de sorte que la question du dénombrement de « toutes » les représentations qui peuvent être associés à *une* fonction calculable reste en suspens, et de même, *a fortiori*, pour le dénombrement de « toutes » les représentations de « toutes » les fonctions calculables. On notera d'ailleurs que la présence des structures contradictoires régressives impliquées par l'effectivité formelle signifie qu'à partir de *chaque* machine universelle on peut construire, en développant la régression *sans fin* de son effectivité, une multiplicité *sans fin* de machines universelles distinctes. Est-il vraiment possible de tenir pour évident que les écritures sont l'image, par excellence, à la fois du discret et du fini ? D'un point de vue théorique, cette difficulté se « résoud » comme suit : en mathématiques, on ne dénombre *en fait* que des *objets identiques à soi* ; mais rien n'est dit sur l'innombrable que la non identité à soi de ces objets a *déjà* épongé.

136c REPERE. Quand on découpe une lettre (ou un intervalle), on obtient une suite de lettres séparées et reliées par des intervalles ; réciproquement, un collage d'une suite de lettres séparées et reliées par des intervalles peut donner lieu à une lettre (ou à un intervalle).

Bornons-nous, provisoirement, à ce repère général concernant les lettres et les intervalles qui généralise aux écritures *quelles qu'elles soient* ce que nous avons admis intuitivement dans le cas particulier des [transitions entre] états discrets, grâce à notre expérience de l'informatique[1]. Intuitivement, on comprend que le collage d'une suite de lettres pour en faire un intervalle (une trace indécelable) est une manière d'*effacer* une écriture tout en la *conservant sous forme condensée*. Distribuons maintenant cette idée à chacune des transitions d'une spécification fonctionnelle :

136d
```
      t1              t2                  ti
|--------------||--------------|  |--------------|
 x1 ------> y1   x2 ------> y2 ...  xi ------> yi ...
```

Ce point de vue est à rapprocher du fait qu'un *même* élément c = (x,y) peut être compris, en mathématiques, tantôt comme un *un* : c, et tantôt comme l'association de *deux* composantes « collées » en couple : (x,y). Quand nous disons que les termes du schéma [136d] sont des composantes d'***une même*** spécification fonctionnelle, nous signifions que ces composantes sont à la fois *séparées* les unes des autres (individuées) et *reliées* les unes aux autres (figurant dans *la même* spécification) :

136e REPERE. Le caractère discret des spécifications fonctionnelles (ou des définitions de fonctions en extension) n'est pas fortuit : il permet de recueillir ***en tant qu'intervalle*** ce qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* les termes d'***une même*** spécification fonctionnelle (ou d'***une même*** fonction).

Nous pouvons alors réappliquer la même idée du découpage [136c], et considérer que tous les termes d'une spécification fonctionnelle (ou que tous les couples de la définition en extension d'une fonction), sont obtenus par *découpage* d'une unique lettre :

136f
```
                              f
|-------------------------------- -- --------------- -- -|
      t1              t2                  ti
|--------------||--------------|  |--------------|
 x1 ------> y1   x2 ------> y2 ...  xi ------> yi ...
```

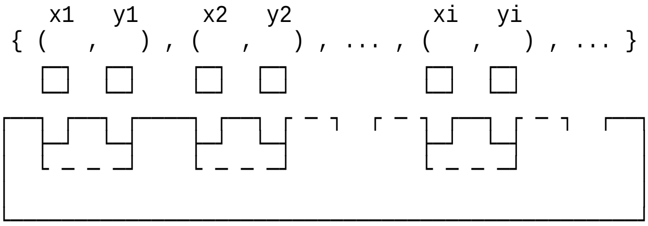
L'image [81f] des *éclats* et des *miettes*, suggérée dans l'étude de la discrétisation, se réapplique dans le cas des spécifications fonctionnelles (ou des fonctions) :

136g IMAGE. Chaque terme t1, t2, ... d'une spécification fonctionnelle (ou de la définition en extension d'une fonction) est un *éclat* de cette spécification (ou de cette fonction), tandis que les *miettes* qui *séparent* ***et*** *relient* ces éclats donnent lieu aux intervalles, c'est-à-dire à l'*armature syntaxique*.

On comprend en effet très bien, dans ce cas, que tous les termes d'*une même* spécification fonctionnelle (ou d'*une même* fonction), quel que soit le degré de décondensation auquel on se place, soient conceptuellement saisis *sous* ***un même*** *rapport*, dans la mesure où, précisément, ils proviennent de *la même* « unité originelle », dont ils ne sont que des éclats. Rendons cela sensible par le biais d'un équivalent graphique :

1. Le germe de notre *théorie de l'*écriture* est dans cette remarque [136c]. L'idée de découper les lettres et les intervalles, idée incontestablement incongrue dans le cadre normatif actuel, provient en fait « directement » de notre pratique de l'informatique.

136h
```
f : { (x1 , y1) , (x2 , y2) , ... , (xi , yi) , ... }
```



On voit que les valeurs (et même les couples) sont séparés et reliés par une *unique* pièce, qui confère à la fonction (ou à la spécification) son *unité* (le fait qu'elle soit *une*), et qui est aussi la *réserve d'indétermination* (sa non identité) dans laquelle on « puise », par développement régressif, pour obtenir les représentations :

136i REPERE. Quel que soit le niveau de développement (décondensation) considéré, les termes d'*une même* spécification fonctionnelle (ou d'une même fonction) ***demeurent liés*** les uns aux autres.

En ce sens, *tout se passe comme si* les termes d'une même spécification fonctionnelle « interagissaient » entre eux. Corrélativement :

136j REPERE. En dépit d'éventuelles coïncidences formelles apparentes, les termes ne sont pas « les mêmes » quand ils figurent dans des spécification (ou des fonctions) distinctes.

136k Prenons un bref exemple sur les entiers naturels : si le couple (3,4) est exactement énoncé, le rapport ***entre*** 3 et 4, en revanche, est indéterminé ; le rapport ***entre*** 3 et 4 *n'est pas le même*, suivant qu'il provient de « successeur_x », de « x_plus_un » ou de « x_div_deux_plus_x » (division entière). L'idée [104e] que le plus « abstrait » coïncide avec le moins déterminé s'applique encore, et nous pouvons concevoir :

136l REPERE. Dans le schéma [136f], la lettre f n'est qu'une forme condensée de la multiplicité de ses développements (ou décondensations) possibles ; corrélativement, ce qu'on appelle habituellement l'*énoncé d'une définition* n'est qu'un stade primitif de décondensation, tandis que les multiples représentations qui peuvent lui être associées sont des décondensations plus avancées.

Laissons en l'état cette ébauche. Elle nous permet seulement, pour l'instant, d'admettre intuitivement qu'il n'est pas déraisonnable d'appliquer la méthode d'analyse par les régressions sans fin à des abstractions qui n'ont aucun rapport (direct) avec l'effectivité formelle et les transitions d'état. Cette éventualité s'inscrit dans le cadre du dépassement du principe d'identité, autant que dans celui du dépassement de la conception normative purement instrumentale de l'écriture. Au demeurant, une telle perspective apporte sa contribution à l'idée que les « choses de l'abstrait » ne sauraient être dispensées d'*advenir à la forme* pour qu'une approche théorique en soit *seulement possible*.

137 *Une première approche des programmes*

Autant l'application « vers le haut » (vers l'abstrait) des opérations de collage et de découpage est inhabituelle, autant notre pratique de l'informatique témoigne de leur application « vers le bas » : c'est la programmation, la représentation, l'implémentation, etc. Précisons brièvement cela. Si, pour chaque spécification fonctionnelle, nous disposions toujours d'un interprète *exactement adapté*, c'est-à-dire d'un interprète qui, pour chaque terme $x_i \blacktriangleright y_i$ de la spécification fonctionnelle, passe à l'état y_i quand on le met dans l'état x_i, nous n'aurions jamais à programmer. En général, nous avons, d'un côté, des spécifications fonctionnelles diverses, et de l'autre, des interprètes, éventuellement universels, qui ne correspondent pas directement à l'effet apparent attendu. La manière de procéder sans doute la plus courante consiste à rechercher une *unique écriture* F qui serve de *facteur commun*, en même temps qu'une écriture X_i ou Y_i associée (en tant que codage) à chaque élément x_i ou y_i de la spécification fonctionnelle :

137a
```
 x1 ───────► y1   x2 ───────► y2 ...  xi ───────► yi ...
├─────────────────┤├─────────────────┤ ├─────────────────┤
 FX1 ➔...➔ R1Y1  FX2 ➔...➔ R2Y2 ... FXi ➔...➔ RiYi ...
```

Chaque terme x_i ─► y_i de la spécification fonctionnelle est *remplacé* par un terme composé : d'une part, les écritures x_i sont remplacées par la concaténation[1] de l'écriture facteur commun F et de l'écriture X_i (codage ou représentation de x_i), tandis que les écritures y_i sont retrouvées en éliminant une écriture en reste R_i et en revenant au représenté y_i (décodage de Y_i) ; et, d'autre part, les transitions (ou intervalles) élémentaires de l'effet apparent sont découpées, et remplacées par des suites de transitions (ou d'intervalles), à leur tour élémentaires *relativement à l'interprète choisi* :

137b
```
f = { ( x1      ,      y1 ) , ... , ( xi      ,      yi ) ... }
f'=   { x1 ──────────► y1 }   ...   { xi ──────────► yi } ...

            t1                             ti
       x1 ──────────► y1              xi ──────────► yi
        │             ↑                │             ↑
     F─┐│           ┌─│─►R1         F─┐│           ┌─│─►Ri
        ↓↓          │ │                ↓↓          │ │
       FX1 ➔ ... ➔ R1Y1               FXi ➔ ... ➔ RiYi
```

Ce schéma nous est familier, puisque c'est le schéma classique de la représentation des fonctions calculables :

137c CONSTAT. Dans le cadre normatif actuel, il est communément admis que le *facteur commun* F (schéma [137b]) est ***une*** *représentation* (ou *un* programme) associée à la spécification fonctionnelle f' (ou à la fonction f), ***relativement à l'interprète choisi*** (machine mathématique ou informatique, par exemple).

D'un point de vue théorique, ce constat appelle de nombreux commentaires que nous développerons ultérieurement[2]. Le schéma [137b] a été dressé dans un cas simple où le passage de la spécification fonctionnelle à l'implémentation est effectué en un seul pas. Mais, compte-tenu de notre étude du découpage des transitions d'états, nous savons que les termes s'obtiennent en développant partiellement la régression sans fin induite par un processus de découpage. Or, puisque nous avons montré [136g] que les termes des spécifications fonctionnelles étaient déjà, eux-mêmes, des *éclats* de la spécification fonctionnelle :

137d CONSTAT. Une représentation (programmation, implémentation, mise en oeuvre, etc.) d'une spécification fonctionnelle (ou d'une fonction) se comprend comme un développement régressif partiel de cette spécification fonctionnelle ***considérée comme une totalité***.

On ne développe pas individuellement chacun des termes, mais *tous les termes à la fois*, comme s'il s'agissait *d'une seule chose ou d'une seule écriture*. Si nous raccordons les schémas « vers le haut » et « vers le bas », il vient :

137e
```
                               f
├─────────────────────────────────────────── ─ ─ ─────────────── ─ ─ ┤
        t1               t2                      ti
├─────────────────┤├─────────────────┤ ├─────────────────┤
 x1 ───────► y1   x2 ───────► y2 ...  xi ───────► yi ...
├─────────────────┤├─────────────────┤ ├─────────────────┤
 FX1 ➔...➔ R1Y1  FX2 ➔...➔ R2Y2 ... FXi ➔...➔ RiYi ...
```

Il y a donc, dans cette approche, *stabilité de structure* quel que soit le degré de détermination, et le même procédé de développement régressif par découpage s'applique aussi bien pour développer le plus abstrait que pour accroître la détermination à des fins de mise en oeuvre effective. En ce sens :

137f REPERE. [Dans le contexte des [transitions entre] états discrets,][3] une ***représentation*** (programmation, implémentation, mise en oeuvre, etc.) d'une spécification fonctionnelle (resp. d'une fonction) correspond

1. Il convient de lire que *tout se passe comme si* c'était une concaténation, c'est-à-dire à une permutation de lettres près, ou à une permutation d'emplacements de mémoire près.

2. On remarque en effet que *toutes* les flèches sont *au lieu d*'une indétermination inéliminable.

3. A ce stade de l'exposé, cette *définition n'est établie que dans ce contexte.

à un ***accroissement de la détermination*** de cette spécification fonctionnelle (resp. d'un énoncé de cette fonction) et s'obtient grâce à un ***développement régressif partiel*** de cette spécification fonctionnelle (resp. de cet énoncé de cette fonction).

Découper, c'est décondenser, c'est-à-dire diminuer la substituabilité et accroître la détermination. La spécification joue le rôle d'un critère de substituabilité exactement énoncé, tandis que l'accroissement de détermination « puise » dans la réserve d'indétermination impliquée par cette exactitude, *quel que soit le degré de détermination*, même le plus condensé, c'est-à-dire le plus abstrait. Tout cela concorde avec notre pratique de l'informatique. On notera cependant :

137g REMARQUE. D'un point de vue théorique, il n'existe ***aucune raison fondamentale*** qui requière que la représentation d'une spécification fonctionnelle (ou d'une fonction) f donnée (cf. schéma [137b]) fasse ***nécessairement*** intervenir un facteur commun F.

Autrement dit, rien n'empêche, dans le cadre de nos thèses, de concevoir des représentations de fonctions (ou des mises en oeuvre de spécifications fonctionnelles) qui ne consistent pas en *un* programme ou en *une* procédure formelle effective.

138 *Une première approche de la représentation*

Lorsque nous avons abordé le dépassement du principe d'identité [122-129], nous avons remarqué [122h] que les concepts de *niveau* et de *représentation* interféraient avec celui de l'identité. La *stabilité de structure*, que montre le schéma [137e] et dont la *définition [137f] prend acte, convient à la *double concordance* [120a] requise par notre montage théorique et assumée [132a] grâce au glissement du discret sur le fini, pour autant, cela va de soi, qu'on applique notre *principe d'identité. Puisque [129a] l'identité d'un objet n'est que la singularité de l'arrêt d'un développement régressif, on peut la placer *n'importe où* dans le développement régressif :

138a REMARQUE. [Dans le contexte des [transitions entre] états discrets,] les deux concepts d'*identité à soi* et de *représentation* sont des « concepts flottants » ***mutuellement définis*** : il n'y a de représentation que *relativement* à une identité, car les représentations surgissent ***au lieu de*** la non identité impliquée par cette identité.

Il convient de comprendre que, contrairement à certaines évidences admises, une représentation *à proprement parler* d'un objet abstrait identique à soi *ne consiste pas* à rapporter cet objet à *un autre objet abstrait identique à soi*. Les deux dilemmes [122e] et [122f] relatifs aux concepts de niveau et de représentation se comprennent maintenant aisément :

138b *THÉOREME. [Dans le cadre normatif actuel,] [1] si une théorie [mathématique] affirme l'existence d'un *rapport de représentation* [à proprement parler] entre un représenté, supposé identique à soi, et un représentant de ce représenté, alors elle met en oeuvre, au mieux, des contradictions surmontables et/ou des glissements d'écritures, au pire, une contradiction insurmontable.

138c Si le rapport de représentation consiste seulement à « passer » d'un ensemble d'objets à un [autre] ensemble d'objets au moyen d'une fonction, parler de représentation n'est qu'un tour de discours éliminable et le concept de représentation demeure *sans fondement théorique* : le « représentant » ne « représente » pas plus « son représenté » que 4 ne « représente » 2 grâce à la « fonction de représentation » *x_plus_deux*. De sorte que :

138d DILEMME. A proprement parler, le représentant d'un représenté n'est ***ni le même [objet] ni un autre [objet]*** que le représenté.

---

1. Nous mettons des crochets, car ce *théorème s'applique également à notre approche par les régressions sans fin. La différence réside seulement dans le fait que notre approche reconnaît le caractère *nécessaire* des contradictions surmontables et des glissements impliqués par le rapport de représentation.

Il ne peut être *le même*, sauf à en être ***indiscernable*** ; il ne peut être *un autre*, sauf à faire de la représentation un tour de discours éliminable. Notre *définition [137f] permet de résoudre cette difficulté : la *représentabilité* du représenté *implique son identité*, puisque les représentations possibles du représenté surgissent *au lieu de* la non identité impliquée par son identité. Il faut donc *affirmer* l'identité du représenté pour pouvoir choisir, parmi les termes tombant sous le coup de la *non identité à soi* impliquée par *cette* identité, un représentant :

138e IMAGE. *Vis-à-vis de son représenté*, un représentant n'est *ni le même ni un autre*, car il est *à la fois* ***le même et distinct***, ce qu'on dira : ***[non-]identique***.

La *mêmeté*, qui n'a aucune *consistance* [125e], est du côté de l'exactitude et de la situation ; elle n'est pas du même registre [111c] que la *distinctivité*, qui est à situer du côté de l'« absolue singularité » des choses et de l'indétermination inéliminable. Par conséquent, puisque la multiplicité d'indiscernables impliquée par une identité à soi [129e] est innombrable [129g] :

138f *THÉOREME. [Dans le contexte des [transitions entre] états discrets,] les ***représentations possibles*** d'***un*** *objet abstrait identique à soi*, même borné de toutes parts dans le fini, constituent une ***multiplicité innombrable***.

Nous obtenons ainsi comme *théorème ce que nous avons approché dans la remarque intuitive [135o]. Il convient d'entendre *innombrable*, non pas comme la métaphore d'un « très grand nombre », mais bien comme l'*impossibilité de [dé]nombrer*, quelle que soit la « puissance » attribuée au protocole de [dé]nombrement choisi (finie, infinie, transfinie, etc.). Corrélativement :

138g *COROLLAIRE. [Dans le contexte des [transitions entre] états discrets,] une théorie qui affirme [dé]nombrer ***toutes les représentations possibles*** d'***un*** *objet abstrait identique à soi*, même borné de toutes parts dans le fini, met en oeuvre, au mieux, des contradictions surmontables et/ou des glissements d'écritures, au pire, une contradiction insurmontable.

Ou bien l'identité de l'objet concerné (le représenté) constitue une *détermination théorique maximale*, auquel cas les représentations sont *indiscernables relativement à cette identité*, et on ne peut les [dé]nombrer ; ou bien on passe *en-deçà* de l'identité du représenté, et, outre qu'il la perd, on tombe dans une régression sans fin. Dans ce cas, ou bien on arrête la régression sans fin, mais on n'a pas atteint ***tous*** les représentants, et la contradiction est surmontable ; ou bien on prétend avoir atteint ***tous*** les représentants, mais la contradiction est insurmontable, puisqu'il faudrait [dé]nombrer des développements achevés de régressions sans fin (ou des choses « absolument singulières »), ce qui supposerait qu'on dispose déjà du « savoir absolu ».

139 *Les interprètes effectifs*

Dès lors qu'il est question de régressions sans fin, il est question de l'*arrêt* de ces régressions. Dans notre méthode d'analyse, les régressions sont des reconstitutions hypothétiques qui n'ont d'autre fin que celle de saisir théoriquement *quelque chose* en l'identifiant à l'arrêt de la régression reconstituée. Cet arrêt établit une *détermination théorique maximale* relativement au développement arrêté. Par conséquent, lorsque nous implémentons (programmation, représentations formelles effectives, etc.), nous ***devons arrêter*** le développement régressif de la spécification fonctionnelle ; cet arrêt donne lieu à une singularité, l'*interprète effectif* :

139a *DÉFINITION. Dans le contexte des [transitions entre] états discrets, un ***interprète effectif*** *[relatif à une détermination théorique maximale]* est « ce » qui assume l'effectivité gisant en-deçà de cette détermination théorique maximale.

Peu importe le niveau (langage évolué, langage-machine, micro-programme, etc.) auquel le développement est arrêté, car l'interprète est toujours, par *définition, ce qui est *en-deçà* de l'arrêt. Dans la pratique, l'effectivité de cet interprète peut être assumée par un *dispositif physique* (ordinateur et logiciels associés) ou par *nous*-mêmes, quand nous reproduisons son effet apparent en *effectuant* des opérations sur des écritures. Puisqu'un interprète effectif est *en-deçà* de l'arrêt [121] :

139b *THÉOREME. L'effectivité d'un interprète effectif éponge complètement l'indétermination inéliminable impliquée par la singularité qui lui *donne lieu*.

Nous généralisons rapidement aux interprètes ce que nous avons déjà *démontré pour les transitions isolées. L'interprète effectif *a lieu*, aussi bien au sens intuitif de *ce qui a lieu dans la « réalité »* qu'au sens de l'*équivalent théorique en tant que partie non développée d'une régression sans fin. Par conséquent [117a] :

139c *THÉOREME. Un interprète ne surgit effectif qu'***indécelable*** *relativement* au développement régressif dont il est la singularité de l'arrêt.

Synthétisons cela sur un schéma qui reprend l'idée générale [110] des accroissements de détermination associés aux développements régressifs partiels :

```
139d spécification quelconque f'       ┬   détermination minimale
     développement régressif partiel  │   accroissement de détermination
                                      ↓
     spécification de l'interprète    ┬   détermination maximale (arrêt)
     achèvement du développement      ↓   effectivité de l'interprète
```

La difficulté théorique est là : les interprètes effectifs sont inaccessibles d'un point de vue formel (au sens normatif actuel), parce qu'ils ne surgissent tels (effectifs) que formellement indécelables [139c]. Nous n'en connaissons, d'un point de vue formel, que les effets apparents au sein desquels la place de l'interprète effectif figure *en blanc* (ce qu'on nomme habituellement *les boîtes noires*) :

139e REMARQUE. Notre élaboration relative aux régressions sans fin est [initialement] [1] destinée à saisir théoriquement le concept (fondamental pour l'informatique et l'effectivité formelle) d'***interprète effectif*** en l'identifiant à la ***singularité*** de l'arrêt d'un développement régressif, de manière à concevoir que les *équivalents théoriques des ***traces indécelables*** et de l'***effectivité*** sont des achèvements de développements régressifs *arrêtés*.

En-deçà de l'arrêt se trouve, comme achèvement du développement régressif, l'*équivalent théorique de l'effectivité de l'interprète. Le schéma [139d], qui se réfère à l'opposition que nous proposons entre situation et détermination, peut être repris et appliqué à l'opposition normative entre définition et représentation :

```
139f   définition (identité) f        ┬   détermination minimale
     processus de représentation      │   accroissement de détermination
                                      ↓
     représentation + interprète      ┬   détermination maximale (arrêt)
     achèvement du développement      ↓   effectivité de l'interprète
```

La définition d'un objet identique à soi constitue *à la fois* la détermination théorique maximale *relativement à la théorie qui postule cette identité* et la détermination théorique minimale *relativement au processus de représentation*. Le processus de représentation est un développement régressif qui *déplace l'arrêt de la régression* associé à l'identité du représenté, de manière à « puiser » dans sa non identité. Mais ce développement doit, lui aussi, s'arrêter

1. Reprendre le schéma de raisonnement *regressus ad infinitum*, les « régressions infinies », jusqu'à présent rejeté *a priori*, pour en faire des *régressions* ***sans fin***, provient donc directement de notre pratique de l'informatique. Chronologiquement, dans notre recherche, les régressions sans fin nous servaient initialement à « expliquer », de manière assez intuitive, ce qu'était un interprète. Mais, à vrai dire, il était plus embarrassant d'« expliquer » un tel concept avec une telle structure que d'adhérer à l'évidence admise, celle-ci demeurât-elle énigmatique. L'application fondamentale des régressions sans fin à une *méthode d'analyse* et à un *montage théorique* est beaucoup plus récente, et nous a été soufflée par la problématique relative à la double articulation de l'informatique, d'une part avec la physique (par le biais de la discrétisation et de l'information discrète), et d'autre part avec les mathématiques (par l'intermédiaire de l'effectivité formelle).

nécessairement : c'est à ce nouveau seuil d'arrêt que se trouvent à la fois la *représentation* et l'*interprète de la représentation*, interprète nécessairement indécelable *relativement* à cette représentation :

139g *THÉOREME. Dans le cas de l'effectivité formelle, c'est le concept de ***machine mathématique*** qui éponge l'achèvement du développement régressif impliqué par le fait d'obtenir des ***représentations formelles effectives***.

Ainsi rendons-nous compte, dans le cadre des présentes thèses, des structures contradictoires régressives impliquées par l'effectivité formelle : l'anomalie que constituent ces « machines » provient du fait que le concept de *machine mathématique* est un concept régressif. Lorsqu'on arrête le développement régressif partiel d'une spécification fonctionnelle, cet arrêt, c'est-à-dire l'interprète effectif, est *seulement situé* [110a] [112b] :

139h *THÉOREME. Les interprètes effectifs sont ***inassignables*** dans le *sans fin*.

La *spécification* d'un interprète est l'effet apparent exactement consigné d'une effectivité inassignable, et c'est donc, par conséquent, la *situation* d'une indétermination inéliminable :

139i REPERE. Ce qu'on nomme habituellement, en informatique, la « fonction de transition d'état » d'un interprète (ou d'une machine) *n'est pas une fonction*, mais une *spécification fonctionnelle*, établie à un *niveau arbitrairement choisi*, et attachée à l'*effet apparent*.

La spécification fonctionnelle d'un interprète effectif constitue une ***jonction*** entre un *effet apparent* exactement énoncé et une multiplicité d'interprètes effectifs, substituables et indiscernables quant à cette spécification, qui produisent *exactement* le même effet apparent. Par conséquent, dès lors qu'on sait réduire une spécification fonctionnelle f' quelconque à la spécification fonctionnelle d'un interprète effectif, la spécification f' devient, à son tour, effective (cf. schéma [139d]). Cette réduction, qui consiste en un développement régressif partiel de la spécification fonctionnelle f', est également concevable dans le contexte des fonctions [calculables] :

139j

```
                identité          sémantique
                  |    |              |    |
                  ↓    |      Min     ↓    |
  déf. initiale  -┬-  -┼-    ─┬─     -┬-  -┼-   spécif. initiale
                  :    |      |       :    |
              δI                                δE
                  :    ↓      |       :    ↓
    déf. finale   :   -┬-    ─┴─      :   -┬-   spécif. interprète
 (représentation) :    :      Max     :    :
                  ↓    ↓              ↓    ↓
              non identité        effectivité

   point de vue fonctionnel       point de vue effectif
```

A droite, le point de vue effectif (oublions pour l'instant les traits pleins relatifs à la sémantique) : nous retrouvons le schéma [139d] dans lequel l'accroissement de détermination δE correspond à un développement régressif partiel qui « puise » dans l'effectivité (ou l'indétermination) de l'interprète. A gauche, le point de vue fonctionnel[1] : grâce à un développement régressif partiel, l'accroissement de détermination δI est « puisé » dans la *non identité* de la fonction initialement définie jusqu'à obtenir une *représentation* de la fonction initiale. Quand on glisse le discret sur le fini, les termes du point de vue de l'effectivité sont glissés sur les isotopes du point de vue fonctionnel, et la non identité (côté fonctionnel) éponge l'effectivité (côté de l'effectivité).

De ce que les interprètes ne surgissent effectifs que formellement indécelables [139c], il ne suit pas [117c] qu'ils soient *absolument indécelables* ni qu'il soit impossible de recueillir des traces décelables des interprètes. Au contraire, les développements régressifs ont précisément pour but de découper des intervalles (des traces

1. Sous-entendu : dans le cadre des présentes thèses.

indécelables) pour rendre *partiellement décelables* ces traces indécelables [1]. Il en est de même pour la non identité à soi :

139k *THÉOREME. On ne rend *partiellement décelables* les interprètes effectifs (resp. les non identités à soi) qu'en les développant régressivement, aussi n'accède-t-on, de manière théorique, qu'à des ***différences inassignables*** *d'effectivité* (resp. à des ***différences inassignables*** *de non identité à soi*).

Bref [112], le savoir théorique sur l'effectivité, les interprètes et la non identité est *fondamentalement différentiel*. En reliant ce schéma [139j] à celui des découpages [137e], on observe que le programme associé à la spécification initiale apparaît au cours du développement régressif :

139l *COROLLAIRE. Un programme a le statut d'une *différence inassignable dans le sans fin* qui contribue à réduire la spécification initiale à la spécification de l'interprète.

Ce que chacun sait : un programme (en tant que chaîne de caractères) demeure « n'importe quoi » tant qu'il n'est pas pris dans la tenaille d'une spécification (ce que « fait » le programme) et d'un interprète effectif (*pour* lequel le programme est rédigé).

1. Ainsi, par exemple, quand nous spécifions une machine au niveau langage-machine, *il n'y a rien* ***entre*** *les états obtenus* (transitions « irréductibles »). Mais si on effectue un pas de développement supplémentaire pour atteindre, par exemple, le niveau du micro-programme, nous « peuplons » ce rien avec les micro-instructions intermédiaires, tandis que des registres non programmables apparaissent en supplément. C'est maintenant la micro-machine, c'est-à-dire l'interprète effectif des micro-instructions, qui surgit indécelable. Et le processus régressif est amorcé : pour recueillir les états de la micro-machine sous la forme de traces décelables, il faut arrêter la régression, ce qui est la condition suffisante pour que la micro-machine devienne effective, et, par conséquent, formellement indécelable *relativement* à tout ce qui dépend de cette effectivité.

CHAPITRE III-6

La représentation et le lien

•

■ *L'approche théorique du concept d'effectivité permet de comprendre que le glissement du discret sur le fini, qui bloque la mathématisation de l'effectivité, a pour effet de rabattre le* réel *sur le* concret*, tant en ce qui concerne les effectuations, qu'en ce qui concerne la conception de l'écriture [140-143]. Le concept de représentation, réduit par mégarde, dans le cadre normatif actuel, à ses effets concrets, est en fait l'un des lieux du lien [144-146].*

III-6-1. Finitude concrète et réel sans fin

■ *Les premiers théorèmes relatifs à la représentation nous conduisent à distinguer l'effectivité concrète et l'effectivité réelle. Nous prolongeons certains résultats déjà obtenus au cas où les écritures interviennent en rôle de représentation.*

140 *Effectivité concrète et effectivité réelle*

Le *théorème [138f] et son *corollaire [138g], relatifs au caractère innombrable des représentants, méritent quelques commentaires, car ils récusent certaines évidences solidement implantées dans le cadre normatif actuel. Paradoxalement, le *théorème [138f] concorde avec notre pratique de l'informatique en ce sens que, comme nous l'avons déjà remarqué [135o] [138f] :

140a CONSTAT. Dès lors qu'on dispose d'*un* programme (resp. d'*une* procédure formelle effective), on peut obtenir une ***multiplicité sans fin*** de programmes (resp. de procédures formelles effectives) qui font « la même chose » (même spécification fonctionnelle en termes de transitions ou de couples donnée ─► résultat).

Il suffit, par exemple, de *simuler* l'interprète (machine informatique ou machine mathématique) sur un interprète universel (éventuellement lui-même), puis de *simuler sans fin* cet interprète universel sur lui-même. Il y a paradoxe [apparent] pour la raison suivante :

140b *DÉFINITION. Dans le cadre normatif actuel, il y a confusion entre l'***effectivité concrète***, c'est-à-dire ce qui peut concrètement avoir lieu ou être réalisé compte-tenu des moyens technologiques du moment et de la situation de l'échelle macro/micro physique qui héberge [actuellement] l'*espèce parlante*[1], et l'***effectivité réelle***, laquelle est, dans le cadre du présent montage théorique, un *concept fondamental* dont l'*équivalent est l'achèvement d'un développement régressif compris comme ***effectivité théorique***.

140d Une comparaison avec le mouvement permet de comprendre cela très bien : lorsqu'une pomme tombe, chacun admet que son mouvement est continu et que, d'un point de vue théorique, « tout se passe comme si » elle « passait » successivement par ***tous*** les points de sa trajectoire. Qu'elle tombe d'une distance de 3 centimètres ou qu'elle traverse l'espace interstellaire sur des millions d'années-lumière ne change rien[2]. Est-ce à dire que, depuis NEWTON, les pommes ne parviennent plus à tomber, tellement il leur faut de temps pour résoudre des

---

140c 1. La plus grande prudence s'impose à l'égard d'une *question*, bien difficile à attraper dans les rêts qu'ont lentement tissé certains idéaux, quoiqu'on dise ou postule sous le couvert d'évidences dont le présent exposé a déjà énuméré quelques exemples, question que nous ne saurions autrement énoncer que *grâce à* l'effectivité qu'elle requiert pour, seulement, *avoir lieu* : la parole.

2. ...depuis que l'équipotence cantorienne entre l'ensemble des nombres réels R et tout intervalle non vide de R est admise comme théorème mathématique.

systèmes d'équations différentielles afin de calculer, avec une précision convenable, les coordonnées et paramètres de chacun des points de leur trajectoire ? Certes non :

140e REMARQUE. De même qu'une pomme qui tombe *effectivement* ne calcule pas [sa trajectoire], un ordinateur qui passe *effectivitement* d'un état discret à un autre ***ne calcule pas*** [sa transition].

Que ***fait***-il donc ? Une transition d'état est aussi énigmatique qu'un mouvement [113c]. Nous pourrions dire : *il n'y a que le monde pour « faire » de telles choses*. Le calcul (ou le mouvement), c'est, au mieux, l'effet apparent. Que, d'un point de vue théorique, nous tentions d'approcher l'effectivité d'une transition au moyen d'un développement régressif de telle manière que nous puissions dépeindre cette effectivité grâce à *un autre* calcul, parce qu'au fond, nous n'avons rien trouvé de mieux, est une chose ; autre chose est *ce qui a lieu effectivement*.

Nous pouvons maintenant compléter la remarque [140b] en liaison avec le blocage [133d] [134b] de la mathématisation de l'effectivité des transitions entre états discrets, blocage « résolu » par le basculement [116g] d'une effectivité théorique inconcevable sur une *effectuation concrète* :

140f INTERPRÉTATION. Dès lors que la mathématisation bloquée de l'effectivité des transitions entre états discrets se « résoud » par l'intervention d'***effectuations concrètes*** (aussi bien en informatique que dans l'effectivité formelle) *au lieu d'*une ***effectivité théorique*** inconcevable, l'***effectivité réelle***, dont l'effectivité théorique est l'*équivalent, demeure elle aussi ***inconcevable***, de sorte que l'effectivité concrète s'impose peu ou prou comme un *bornage empirique contingent* qui se substitue à une *limite théorique nécessaire*.

Ce bornage empirique contingent existe bien : ce sont les calculs, ou les traitements, *effectifs et concrètement réalisables* compte-tenu des moyens technologiques du moment et de l'échelle macro/micro physique qui héberge l'espèce parlante. Mais ce bornage qui, notons-le au passage, est assujetti aux lois de la physique et non pas à celles des mathématiques, ne saurait en aucun cas valoir pour une effectivité réelle, laquelle n'est que le reflet de l'effectivité théorique dans le miroir de l'écriture [119e] [119f] :

140g INTERPRÉTATION. Les choses ***ne sont pas*** leurs *équivalents théoriques [49-52] [128c], mais comme nous ne concevons les choses que *depuis* leurs *équivalents théoriques, si l'*équivalent fait défaut, la chose demeure, d'un point de vue théorique, inconcevable.

Nous n'ignorons pas que cette interprétation [140g] étend ses ramifications bien au-delà de la problématique de l'effectivité des transitions entre états discrets dans le contexte de l'informatique et de l'effectivité formelle. C'est la délicate question du partage entre *réalité* et *réel* [120c], dont l'incidence, pour importante qu'elle soit en physique, concerne bien d'autres champs théoriques.

141 *Ecritures concrètes et écritures « réelles »*

Le bornage empirique contingent [140f] s'applique aussi au glissement du discret sur le fini, et, par voie de conséquence, aux écritures elles-mêmes :

141a *DÉFINITION. Dans le cadre normatif actuel, il y a confusion entre, d'une part, les ***écritures concrètes***, c'est-à-dire les écritures purement instrumentales habituelles que nous pouvons concrètement tracer ou lire, lesquelles sont conçues comme étant *à la fois* ***discrètes et finies***, et, d'autre part, les ***écritures réelles***, qui sont *à la fois* ***discrètes et sans fin***.

Ce qui se comprend aisément, dès lors [114c] que l'*équivalent théorique d'un intervalle entre deux lettres est l'achèvement d'un développement régressif :

141b REPERE. D'un point de vue théorique, les ***écritures réelles*** sont, en quelque sorte, des ***choses*** dont les **équivalents théoriques* sont des développements achevés de régressions sans fin.

C'est de cette manière que nous pourrons construire une *théorie de l'écriture* dans le cadre de notre montage théorique. Cette confusion entre les *écritures concrètes* et les *écritures réelles*, confusion qui ne date pas d'aujourd'hui, a sans aucun doute profondément impressionné les normativités scientifiques qui se succèdent, au sein de notre Tradition, depuis l'Antiquité grecque :

141c REPERE. En accord avec le glissement du discret sur le fini, la conception normative purement instrumentale de l'écriture a pour effet de ***substituer*** un *bornage empirique contingent* (la finitude apparente des écritures concrètes habituelles) à une *limite théorique nécessaire* (l'arrêt des régressions sans fin).

Reprenons la comparaison [140d] avec le mouvement et le continu : le fait que nous ne connaissions pas *individuellement* chaque point d'un intervalle réputé continu ne nous empêche pas de concevoir le continu comme une *structure*, et d'opérer *sur* et *avec* cette structure, même si personne ne l'a jamais « vue », ni ne la « verra » jamais. De même :

141d REPERE. Dès lors que nous levons la confusion entre l'*écriture concrète* et l'*écriture réelle*, rien ne nous empêche de concevoir l'***écriture réelle*** comme une ***structure sans fin***, et d'opérer *sur* et *avec* cette structure, même si personne ne l'a jamais « vue » ni ne la « verra » jamais.

Et, de la même manière que les *nombres* (objets abstraits soumis au principe d'identité) ne sont pas bornés par les *représentations concrètes de nombres* (écritures habituelles soumises au bornage empirique contingent), de même :

141e REPERE. Les ***écritures réelles***, dont les *équivalents théoriques sont des développements achevés de régressions sans fin, ne sont soumises à aucun bornage empirique contingent, mais à une limite théorique nécessaire : l'arrêt des développements régressifs.

Arrêt qui, précisément [54d], donne lieu à la disjonction entre les traces décelables et les traces indécelables, c'est-à-dire à la ***structure discrète*** des écritures réelles, plutôt qu'à l'*apparence discrète* des écritures concrètes habituelles où les intervalles ne sont rien :

141f REPERE. Parmi les *écritures réelles* figurent celles qui comportent « un petit nombre » de lettres : elles coïncident formellement avec les écritures [concrètes] habituelles.

Bref, l'*écriture* devient un *concept théorique*, tout comme les concepts de nombre, d'ensemble, de force, de champ, d'interaction, etc., qui ne sont accessibles que dans des montages grâce à l'intermédiaire d'*équivalents théoriques.

142 *Les écritures ayant statut de représentation*

Ce *flash forward* sur notre théorie de l'écriture est destiné à préciser dès maintenant certaines applications de nos *théorèmes relatifs à la *représentation* [138]. Commençons par appliquer le *théorème [138f] au cas où les *représentations* d'objets abstraits identiques à soi sont des écritures :

142a *THÉOREME. A supposer qu'on soit fondé à affirmer qu'un objet abstrait identique à soi est représentable par au moins une écriture, alors les écritures dont on peut affirmer qu'elles représentent cet objet (même borné de toutes parts dans le fini) constituent une multiplicité [sans fin] innombrable.

Ce *théorème convient au constat [140a] concernant les représentations formelles effectives. On notera que ce *théorème n'est pas sans rappeller la *condition d'applicabilité Φ [106f] en ce sens que la *représentabilité par [au moins] une écriture* est, en quelque sorte, la singularité d'une *venue à la forme* de l'objet [dans l'écriture]. L'interdit relatif au savoir sur l'écriture, que nous énonçons à travers le critère d'applicabilité [33i] qui stipule que les critères normatifs actuels ne s'appliquent pas [de manière satisfaisante] aux situations dans lesquelles les écritures sont en position d'objet, se confirme en particularisant le *corollaire [138g] :

142b *COROLLAIRE. Une théorie qui affirme [dé]nombrer ***toutes les écritures ayant statut de représentation*** à l'égard d'un objet abstrait, même borné de toutes parts dans le fini, met en oeuvre, au mieux, des contradictions surmontables et/ou des glissements d'écritures, au pire, une contradiction insurmontable.

En mathématiques, on ne [dé]nombre que des objets abstraits identiques à soi, de sorte que les seules écritures qu'il est « possible de [dé]nombrer » sont celles qui ont été *préalablement* « assimilées » à des objets abstraits. Dans le cadre normatif actuel, cette assimilation passe par le glissement du discret sur le fini, puisque les écritures sont l'image, par excellence, *à la fois du discret et du fini*. Cette assimilation revient à déclarer que les écritures sont « irréductibles », ce qui revient à *arrêter* leur développement régressif, condition suffisante pour qu'il soit impossible de les [dé]nombrer ***toutes***. Or, arrêter le développement régressif d'une écriture, c'est exactement provoquer le surgissement de *traces indécelables* **au lieu de** *l'achèvement du développement* :

142c *THÉOREME. Dans le cadre normatif actuel, une théorie qui définit un rapport de représentation au moyen d'un énoncé [formel] où coexistent une écriture supposée ***dénoter*** un objet abstrait et une écriture supposée ***représenter*** l'objet dénoté, met en oeuvre, au mieux, des contradictions surmontables et/ou des glissements d'écritures, au pire, une contradiction insurmontable.

Les *dénotants* d'objets abstraits, au sens de la formalisation mathématique actuelle, sont [supposées être] des écritures concrètes habituelles où les intervalles ne sont rien, alors que les écritures qui ***représentent*** des objets abstraits comportent nécessairement des *traces indécelables*. Ce *théorème [142c] généralise nos constats et *théorèmes relatifs au glissement des *énoncés* de fonctions définies en extension (usage dénotatif) sur les spécifications fonctionnelles [131] [132] [135] (usage représentatif).

143 *Remarques sur le critère de coïncidence formelle*

Les structures contradictoires régressives impliquées par l'effectivité formelle ont maintenant toute leur place, dès lors qu'on rappelle [139b] qu'un interprète effectif éponge complètement l'indétermination inéliminable impliquée par la singularité (l'arrêt d'un développement régressif) qui lui donne lieu :

143a *THÉOREME. Le critère de coïncidence formelle ne devient effectif que grâce à l'arrêt du développement régressif des écritures sur lesquelles il s'applique.

Comment avons-nous mis en évidence ces structures contradictoires régressives ? Très exactement [12] en *raisonnant sur le fait que l'applicabilité d'une règle de réécriture se décide sur la reconnaissance *préalable* d'une coïncidence formelle (décider si la partie gauche d'une règle de réécriture a une occurence dans le mot, ou le ruban, sur lequel la machine s'applique), de sorte que [12c] la tentative de réduire ultimement le critère de coïncidence formelle à une procédure formelle effective ***déclenche une régression sans fin***. Par conséquent :

143b PREMIER *COROLLAIRE. L'***effectivité*** de la mise en oeuvre du critère de coïncidence formelle est en mesure d'éponger complètement l'achèvement des développements régressifs (indétermination inéliminable) impliqués par les écritures comparées.

De sorte que le critère de coïncidence formelle, en tant qu'effectif, ne « voit » jamais cette indétermination (ni les traces indécelables associées), puisqu'il la *requiert*, pour que son effectivité *ait lieu*, quoiqu'il l'éponge du seul fait de s'appliquer *effectivement*. Le critère de coïncidence formelle ne devient effectif que ***relativement*** à l'arrêt d'un développement régressif, et, puisqu'un tel arrêt est inassignable [112b] [139h] :

143c SECOND *COROLLAIRE. En tant qu'effectif, le *critère de coïncidence formelle* est ***inassignable*** dans le sans fin.

Il peut donc être utilisé dans n'importe quel « univers flottant » inassignable dans le *sans fin*, et, puisque [112f] les termes d'un développement régressif partiel ***ne se déterminent que mutuellement les uns les autres*** :

143d TROISIEME *COROLLAIRE. [Dans le cadre normatif actuel,] l'application ***effective*** du *critère de coïncidence formelle* peut fonctionner comme un ***opérateur de glissements d'écritures***.

Nous avons ainsi reconstitué, dans notre montage, l'inutilité d'attendre des protocoles normatifs qui reposent sur l'application effective[1] de ce critère qu'ils laissent filtrer la moindre trace (démonstration, corroboration, etc.) d'un glissement d'écritures. Nous avons rejoint une *question de fondement*, où il faut trancher *évidence contre évidence et *principe contre principe*, car c'est le critère normatif le plus exact et le plus évident qu'on puisse actuellement imaginer, qui va *sauter*. Intuitivement :

143e REPERE. Le concept de ***glissement d'écritures*** constitue un *dépassement* du concept de *coïncidence formelle*.

Il se confirme que le dépassement du principe d'identité est aussi un acheminement vers le dépassement des mathématiques telles qu'actuellement conçues [124], et le *théorème [143d] devrait apporter quelque contribution pour répondre à la *question de la forme* (au sens normatif actuel) [128a].

III-6-2. De la représentation

144 *De l'usage du concept de représentation*

On peut constater à quel point le principe de contradiction, la conception purement instrumentale de l'écriture et le principe d'identité sont étroitement imbriqués par une ***corrélation forte***. Dans le cadre normatif actuel, l'absence d'une *théorie de la représentation* des objets abstraits [1d] [122f] [122g] est tout à fait normale et témoigne de la cohérence interne de cette normativité. Il n'en reste pas moins que ce concept intervient fréquemment dans des circonstances où il est peu plausible de le réduire au rang d'un tour de discours aisément éliminable[2]. Dans le cadre des présentes thèses, qui reconnaissent à l'intuition un rôle médiateur nécessaire à l'égard de l'insu [72] [119h], nous pouvons concevoir que le concept de représentation soit de nature à faciliter certains « arrangements » [130b] pour que l'intuition puisse « négocier » tel ou tel dépassement officieux du principe de contradiction, du principe d'identité, et de la conception purement instrumentale de l'écriture [135f] [135n] [138b] [138g] :

144a *THÉOREME. Dans le cadre normatif actuel, quand on se heurte à des contradictions, des non identités à soi, des glissements d'écritures, des développements régressifs partiels, etc., on peut toujours tenter [en dernier recours] de les éponger grâce à une « représentation » calée de telle manière qu'elle puisse passer pour « évidente » ou « acceptable sans discussion ».

Ce *théorème vient compléter le *théorème [130a] relatif à l'identité. Rien n'empêche d'ailleurs que, par l'effet d'un glissement d'écritures, on choisisse [presque] systématiquement comme représentant du représenté l'un des dénotants possible du représenté, ce qui évite d'avoir à rendre explicite le rapport de représentation. Nous laissons cette question en suspens, car elle est indissociable de la problématique des *niveaux* et des *transitions entre niveaux* que nous allons étudier dans un instant.

144b Il convient cependant de comprendre que, dans le cadre normatif actuel, les théories ont ainsi à leur disposition certaines *ficelles* qui, manoeuvrées à bon escient et avec discrétion dans la limite de certaines contraintes, permettent de violer, *jusqu'au degré le plus fondamental*, les principes réputés les plus immuables et les critères normatifs les plus admis. On ne s'étonnera donc pas que le concept de *représentation* joue un rôle articulatoire majeur à l'égard des *méta*-mathématiques, des hiérarchies [transfinies] de niveaux, de toute intervention d'un préfixage *méta*-, et de l'effectivité formelle. On ne s'étonnera pas non plus de retrouver

1. Rappelons [116f] que le sujet est requis pour assumer l'effectivité des [rapports entre] écritures.

2. Dans l'articulation entre les mathématiques « classiques » et l'effectivité formelle ou l'informatique, cela va de soi. Mais ce concept intervient également, par exemple, dans la *diagonalisation cantorienne* et dans maint théorème *méta*-mathématique, les théorèmes d'incomplétude de K. GÖDEL, entre autres. Plus récemment, le concept de représentation est devenu incontournable dans divers domaines ; citons la *représentation de l'information* et la *représentation des connaissances*.

finalement à la sortie ce qu'on avait placé à l'entrée. Conformément à nos thèses [77], il n'y a là nulle « erreur », puisque nous y voyons au contraire le témoignage d'une opérativité d'ores et déjà reconnue. Nous souhaitons seulement qu'on prenne acte, par exemple, de l'éventuelle convergence entre nos *théorèmes et les problématiques ou résultats relatifs aux méta-mathématiques : réduction des concepts transfinis à des procédés finitistes [1] (D. HILBERT), théorèmes relatifs à l'incomplétude (K. GÖDEL), à la théorie des modèles (TH. SKOLEM), aux fonctions de vérité (A. TARSKI), à la puissance du continu (P. J. COHEN), etc.

145 *La représentation et le lien*

Revenons un instant sur l'articulation entre l'effectivité, l'indétermination, et la représentation [140b], relativement à l'échelle macro/micro physique qui héberge [actuellement] l'espèce parlante [140c], pour ébaucher quelques raisons qui nous conduisent à adopter le *sans fin* pour nos *équivalents théoriques, y compris dans les circonstances qui paraissent soumises à un bornage empirique contingent strictement fini. Dans une machine informatique, même au cours d'une transition d'état qui dure quelques nanosecondes, et consignée dans un énoncé aussi simple que « passer de A à B », des milliards d'électrons affolés [2] sont convoqués pour que cette transition ait *effectivement lieu*. A-t-on, pour autant, calculé « point à point » la trajectoire continue (?) de chacun d'eux ?

145a IDÉE DIRECTRICE. Dans notre approche de la discrétisation, où nous concevons [90] que le discrétisé est *globalement condensé et conservé*, la multiplicité d'indiscernables associée à la moindre transition A—►B doit ***nécessairement*** englober le frissonnement le plus infime de chacun des électrons « absolument singuliers » qui concourent à l'effectivité de chaque transition « absolument singulière ».

A cet égard, l'*équivalence Ω [106e] (notre conjecture de « savoir absolu ») donne lieu à un montage qui notifie une nécessaire *équivalence théorique [119c] entre une conservation globale *côté choses* et une conservation globale *côté *équivalents*, ce qui se traduit par le *théorème de la double concordance [120a] :

145b REMARQUE. La première concordance relative aux *effets apparents*, même les plus « simples » ou « évidents », n'est ***opératoire*** que dans la mesure où l'indétermination inéliminable qu'elle implique (côté *équivalents théoriques) concorde avec l'« absolue singularité » de chaque « cause ».

Il convient ainsi de comprendre que, d'un point de vue théorique, l'*équivalence Ω étend ses ramifications *jusqu'au « bout du monde »*, même quand on l'applique à l'effet apparent le plus « simple », conformément à l'*extraordinaire astuce* [119g] consistant à ne rien perdre (à tout conserver), *y compris ce qu'on ignore* :

145c REMARQUE. Ce n'est pas parce que nous choisissons des niveaux très globalisants pour réduire les ordinateurs à des opérations sur des écritures, que les transitions d'états discrets sont dispensées, si, du moins, on en croit la physique [3], d'être assujetties aux lois macro/micro physiques qu'elle énonce, ***autant qu'à celles qu'elle ignore encore à ce jour***.

Nous ne discutons pas l'exigence d'un accord nécessaire entre les *faits* et les *théories* (singularité Φ [106f]). Malheureusement, cet accord n'aura jamais lieu qu'***aujourd'hui***, l'aujourd'hui qui est, chaque jour, un *bornage contingent*.

144c 1. Il n'est pas déraisonnable de supposer que le glissement du discret sur le fini s'est trouvé, dans les faits [mathématiques], oblitérer tout ou partie de l'intuition hilbertienne qui, peut-être, est à recomprendre en liaison avec le montage et les *équivalents théoriques que nous proposons. Rappelons [73a] que nous concevons que la crise de fondements qui se développe depuis plus d'un siècle ne s'est pas encore dénouée.

2. L'emploi de quelques expressions imagées pour parler de la « réalité physique » sous-jacente notifie simplement que notre *raisonnement ne dépend pas de telle ou telle théorie physique de la matière.

3. Et toute autre théorie directement ou indirectement impliquée dans les problématiques présentement exposées.

146 *Le souci*

On peut aborder la question des fondements par cette simple réticence [145c] : *...autant qu'à celles qu'elle ignore encore à ce jour*. Aucune garantie contingente, fût-elle la plus solide et la plus massive, ne saurait couvrir une telle réserve et endormir la vigilance du doute.

Cette ignorance prévenue [1], cette imminence qui ne cesse de tarder [2], ce silence qui est avant et après le silence [3], c'est, en quelque sorte, le souci [4], le *souci des fondements*. Et c'est bien parce que nul ne peut se prévaloir aujourd'hui de connaître *toutes les lois*, quel que que soit cet *aujourd'hui* (autrement dit [34b] : aucune théorie n'est « absolue »), que nous prenons la précaution de ménager, à notre tour, pour l'à-venir, une indétermination inéliminable, jusque et y compris ***dans*** ce qui semble le plus exact :

146b REMARQUE. Le savoir de demain réside déjà dans l'indétermination inéliminable d'aujourd'hui.

Aussi les recherches de fondement doivent-elles commencer par un retour, épousant aujourd'hui le cheminement régressif des questions qui, peut-être, frayent déjà le passage à ce qui semblera demain une progression. Bref, l'enjeu de la question de la représentation, même dans le cas d'abstractions bornées de toutes parts dans le fini, est bien un enjeu fondamental qui plonge ses racines jusqu'au degré le plus fondamental de la connaissance [scientifique] :

146c IDÉE DIRECTRICE. *Dans une théorie [scientifique], le lien au monde ne saurait tolérer le partage et ne doit jamais être rompu*.

146d Aussi concevons-nous qu'il faille puiser dans l'indétermination propre des théories les mieux établies (logiques, mathématiques, physiques, etc.), ou autres, pour reconstituer ce que certains idéaux ont pris tant de soin à oublier, à effacer, ou à rejeter, non sans accomplir à leur insu la conservation de ce que nul ne saurait détenir en tant que tel : « *De ce qui jamais ne se couche, comment quelqu'un pourrait-il se cacher* [5] ? ».

---

1. Cf. V. JANKELEVITCH, *Philosophie première*, PUF, Paris, 1953.
2. Cf. M. BLANCHOT, *L'écriture du désastre*, NRF, Paris, 1980.
3. Cf. E. JABES, *L'ineffaçable L'inaperçu*, NRF, Paris, 1980.

146a 4. Cf. M. HEIDEGGER, *Grundbegriffe*, cours professé à l'Université de Fribourg pendant le semestre d'été 1941. Trad. française de P. DAVID, *Concepts fondamentaux*, Paris, Nrf, 1985. Nous empruntons le mot *souci* à ce texte ; nous lui avons également emprunté les mots *abîme* et l'expression *en retrait*.

5. HÉRACLITE, fragment 16 (DIELS-KRANZ). *Traduction de M. CONCHE, Paris, Puf, 1986.*

IV

ETUDES DE CAS : NIVEAUX ET TRANSITIONS DE NIVEAUX

PARTIE IV

ETUDES DE CAS : NIVEAUX ET TRANSITIONS DE NIVEAUX

•

■ *La problématique des niveaux, qui traverse de part en part la normativité scientifique actuelle, est le fil d'Ariane qui conduit au dénouement du blocage théorique relatif à l'informatique. La difficulté majeure est de parvenir à* poser le problème théorique *qui file sous les évidences normatives. Le nerf de notre argumentation consiste à établir que l'*effectivité *d'une transition de niveau est irréductible à l'effectivité d'une transition d'état et, partant, à un calcul. Or, compte-tenu du rôle médiateur de l'écriture, comparer des effectivités, c'est comparer l'effectivité de rapports* entre *écritures, et c'est donc comparer des traces indécelables. Il est donc impossible de démontrer et de réfuter cette irréductibilité dans le cadre des protocoles normatifs de démonstration formels ou formalisés qui, seuls, sont applicables aux théories de la calculabilité. En clair : il existe des rapports entre des écritures strictement bornées de toutes parts dans le fini qui ne peuvent pas être compris comme des calculs, quoiqu'il demeure impossible de rapporter le moindre contre-exemple* formellement recevable *d'une telle irréductibilité. Le problème théorique étant posé en ces termes, on pourrait craindre le pire. Il n'en est rien, car les plus banales considérations relatives aux quantités d'information, convenablement manoeuvrées à l'endroit de la situation la plus banale, à savoir le codage ASCII d'un caractère [7], suffisent pour dégager l'une des entrées d'un labyrinthe dont les ramifications aboutissent directement aux mathématiques strictement formalisées et aux théories de la calculabilité.*

Le premier chapitre [147-161] situe la problématique des niveaux dans son implication mutuelle avec celle des états, et dégage ses incidences générales dans le cadre normatif actuel de manière à circonscrire l'objectif et la méthode de l'étude.

Le second chapitre [162-184] établit, dans le contexte de l'informatique et des traitements d'information, que les transitions de niveaux sont irréductibles aux transitions d'état, et que les considérations relatives aux quantités d'information sont incompatibles avec les théories de la calculabilité, et, plus généralement, avec les postulats habituels de la formalisation mathématique et logique.

Le troisième chapitre [185-197] propose une synthèse des premiers arguments exposés selon le point de vue des traitements d'information : le double conflit de fondements qui se dégage permet de préciser certains repères en vue d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle.

Le quatrième chapitre [198-221] abandonne toute considération relative aux quantités d'information, et reprend le problème à zéro pour mettre en évidence de quelle manière la problématique des niveaux se traduit dans le cadre des théories de la calculabilité et des postulats de la formalisation logique et mathématique.

Le cinquième chapitre [222-237] apporte des compléments au sujet de la conception normative de l'écriture, du dépassement de la normativité scientifique actuelle, et du calage de notre théorie de fondement.

CHAPITRE IV-1

Introduction à la problématique des niveaux

•

■ *L'étude des transitions d'état nous invite à ne pas regarder la problématique des niveaux comme une problématique autonome et locale, mais à considérer d'emblée la problématique transversale de l'implication mutuelle entre états et niveaux au degré le plus fondamental du discours scientifique actuel [147-152]. Puisque l'effectivité est recueillie comme trace indécelable, distinguer l'effectivité des transitions de niveaux et l'effectivité des transitions d'état équivaut à supposer des différences entre des traces elles-mêmes indécelables [153-158]. Sachant qu'il est impossible de démontrer ou de réfuter formellement l'existence de telles différences, nous choisissons de construire une argumentation visant à récuser le postulat d'homogénéité aux termes duquel tout rapport entre écritures est réductible à un calcul [159-161].*

IV-1-1. Une situation de la problématique des niveaux

■ *Nous proposons de situer la problématique des niveaux à partir de l'implication mutuelle entre états et niveaux. Le rôle médiateur de l'écriture au sein de la normativité scientifique actuelle conduit à remarquer que cette problématique est transversale.*

147 *Une pierre d'achoppement*

L'étude des [transitions entre] états discrets [74-146] nous a permis d'installer les premiers repères du *montage théorique* [106-109] que nous proposons dans un contexte « simple » qui dispose d'un appui intuitif très riche grâce à notre expérience de l'informatique. L'étude de plausibilité [26-73] a trouvé en cette occasion une première application qui confirme l'imbrication serrée de trois dépassements : celui de la conception normative purement instrumentale de l'écriture [53-59], celui du principe de contradiction [60-65] et celui du principe d'identité [122-129]. Sachant par ailleurs [113-117] que les problématiques relatives à l'*effectivité des transitions d'état* concerne autant les sciences expérimentales que l'effectivité formelle, il se confirme que la problématique des fondements de l'informatique [1-25] et, plus généralement, d'une théorie de l'information discrète [92-99], étend ses ramifications jusqu'aux fondements de la logique, des mathématiques (y compris l'effectivité formelle) et des sciences expérimentales.

Cependant, cette approche des [transitions entre] états, qui ne cesse de souligner l'omniprésence de *structures contradictoires et régressives*, se trouve en même temps mettre en évidence des ***niveaux*** et des ***transitions entre ces niveaux*** :

147a CONSTAT. D'une part, notre approche théorique des [transitions entre] états s'avère indissociable de [transitions entre] niveaux, ce qui va tout à fait dans le sens de notre expérience de l'informatique ; mais, d'autre part, il s'avère que ces [transitions entre] niveaux ne sont qu'un recto dont le verso est contradictoire et régressif.

Si les [transitions entre] états s'avèrent indissociables des [transitions entre] niveaux, il s'ensuit que nous ne sommes pas en présence de *deux* problématiques que nous pourrions traiter séparément, mais d'*une seule* problématique à [au moins] *deux* facettes. En sorte que si nous renonçons à aborder la problématique des [transitions entre] niveaux, nous renonçons du même coup à progresser dans l'étude théorique des [transitions entre] états :

147b CONSTAT. L'approche théorique des [transitions entre] états discrets vient achopper sur la problématique des [transitions entre] niveaux discrets.

Malgré l'extension de son usage, le concept de *niveau* n'a, encore actuellement, aucun fondement théorique : autant l'intervention de niveaux en informatique paraît aller de soi et semble incontournable, autant les approches théoriques de l'informatique « oublient » l'existence de ces niveaux, tandis que l'identification des traitements d'information au calculable continue d'être admise comme évidente. Une étude théorique des [transitions entre] niveaux doit donc au moins répondre à deux questions :

147c PREMIERE QUESTION. Dans notre pratique courante de l'informatique, l'intervention de niveaux constitue-t-elle un tour de discours éliminable ?

Par ailleurs, nous savons que ces niveaux, « oubliés » dans les approches théoriques actuelles, recouvrent en fait des structures contradictoires et régressives :

147d SECONDE QUESTION. Est-il possible de démontrer (au sens des mathématiques et de la logique actuelles) et/ou de montrer (au sens des principes avancés dans les présentes thèses) l'existence de singularités qui soient propres aux théories jugées applicables à l'informatique, et qui relèvent des structures contradictoires et régressives ?

La réponse à cette question est importante : il nous serait en effet bien difficile de continuer à soutenir, d'une part, que la trame fondamentale sous-jacente des traitements d'information et de l'effectivité formelle est le *sans fin* des structures contradictoires et régressives [128g], si, d'autre part, nous ne parvenons pas à [dé]montrer que les théories applicables à l'informatique et à l'effectivité formelle reposent ***elles aussi*** sur cette même trame contradictoire et régressive.

148 *Une question d'applicabilité*

Certes, nous n'ignorons pas que diverses théories se proposent actuellement de formaliser ou de modéliser certaines situations relevant manifestement de problématiques de niveaux ou de points de vue. Pourquoi, selon nous, ces formalisations ne peuvent avoir le rang de théories fondamentales apportant une réponse satisfaisante aux questions que nous posons ? Gardons présent à l'esprit que la question de l'effectivité des rapports entre écritures (domaine de l'effectivité formelle) est tout aussi problématique que la question de l'effectivité des transitions entre états discrets (domaine de l'informatique) :

148a RAPPEL. Les approches théoriques formalisées relatives aux transitions d'état, aux transitions de niveaux et aux changements de points de vue, ne sont telles (formalisées) que requérant ***pour elles-mêmes*** (pour qu'elles soient seulement possibles) l'effectivité des rapports entre les écritures qu'elles mettent en jeu (règles de réécriture, règles de substitution, règles de coupure, règles d'inférence, règles d'effacement, etc.).

Ainsi, d'un côté, ces théories formalisées sont considérées comme étant les plus rigoureuses au regard des critères normatifs actuels [4c], mais, d'un autre côté, *il leur est impossible* de prendre le moindre recul à l'égard des questions relatives à l'effectivité des rapports entre écritures, puisque cette effectivité figure parmi les ***conditions de possibilité*** de ces théories :

148b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Affirmer que des théories formalisées sont adéquates pour traiter de l'effectivité des rapports entre écritures revient à exiger de ces théories qu'elles formalisent tout ou partie des ***conditions de leur propre possibilité***.

Ce qui est amplement suffisant pour ouvrir un abîme régressif, ou une *hiérachie transfinie de méta-théories* : on en vient toujours à arrêter la régression, que ce soit en admettant comme évidente l'effectivité des rapports entre écritures, ou en mobilisant l'effectivité de la parole. Et quand la régression est arrêtée... on ne sait rien de l'achèvement du développement régressif, lequel constitue, très précisément, l'effectivité qu'on se proposait initialement de formaliser :

148c DILEMME. Ou bien on reconnaît que les théories formalisées (au sens normatif actuel) sont ***inadéquates*** pour traiter de l'effectivité des rapports entre écritures ; ou bien on affirme leur adéquation, mais on

déclenche une régression sans fin, de sorte que ce qui devait être initialement formalisé ne l'est toujours pas, et, par conséquent, ces théories s'avèrent inadéquates à leur objet : sont dès lors réunis les deux caractères contradictoires et régressifs qui corroborent nos thèses.

Ce dilemme nous confirme dans l'idée que les théories formalisées conformes à la normativité scientifique actuelle sont, en quelque sorte, ***obligées*** d'« oublier » la problématique des niveaux au stade le plus fondamental et, surtout, dans tout ce qui concerne directement ou indirectement l'effectivité des [rapports entre] écritures.

149 *Une question préalable*

Le concept de niveau n'intervient pas seulement en informatique. La présence admise de niveaux en physique, en biologie, en sciences cognitives, en informatique, en logique, etc., ne nous assure nullement qu'il s'agisse partout « de la même chose », et qu'il soit légitime d'affirmer l'existence d'***une même problématique*** du seul fait qu'***un même mot*** (le mot *niveau*) figure dans des textes émanant des disciplines les plus diverses :

149a QUESTION PRÉALABLE. Ne sommes-nous pas en présence d'un ***glissement*** qui endort notre sens critique par le jeu d'un effet incantatoire dû à la ***répétition d'un même mot***, et qui nous fait croire à une « même réalité objective des niveaux » dans diverses disciplines parce que chacun, pour sa part, emploie ce mot, quoiqu'il l'emploie peut-être en un sens qui demeure étranger à son voisin ?

Ainsi, par exemple, y a-t-il le moindre rapport entre le mot *niveau* dans le contexte de la physique fondamentale actuelle, et le mot *niveau* dans le contexte de l'informatique ? Apparamment, aucun [1], quoique ni le physicien ni l'informaticien n'aie réussi, jusqu'à présent, à dégager un statut théorique recevable pour ce concept dans son
149c domaine propre. Suffit-il de s'en tenir aux apparences plus ou moins superficielles pour répondre à une telle question ? Convient-il au contraire d'exiger une compétence approfondie dans chaque discipline concernée [2] ?

149d CONSEIL. Par le jeu de la fragmentation couramment admise du discours scientifique en un émiettement de disciplines supposées plus ou moins étrangères les unes aux autres, il est préférable de clore là les considérations générales relatives à la problématique des [transitions entre] niveaux, et de s'en tenir au seul domaine informatique, en « oubliant » tout le reste.

149e Le rejet, par la normativité scientifique actuelle, de la question de ses propres fondements, trouve en l'occasion un appui des plus solides, car ce conseil, qui n'est pas dénué de bon sens ni d'efficacité [3], procure un avantage immédiat : on se convainc peu à peu que l'unité des sciences est une illusion, que ses fondements sont inaccessibles, et, partant, qu'ils sont hors de portée de tout réexamen, en sorte que la fragmentation du discours scientifique se trouve, pourrait-on dire, « auto-corroborée », ce qui « explique » l'existence de diverses « anomalies ».

150 *Quelques points de méthode*

Mais la connaissance [scientifique] n'est pas un tas de cailloux sur lequel chacun décharge, jour après jour, sa brouettée personnelle. Profitons de la difficulté suscitée par cette question préalable [149a] pour préciser quelques points de méthode relatifs aux recherches de fondement. Le dilemme [149c] brièvement esquissé

149b 1. Qui, actuellement, oserait soutenir, par exemple, que la problématique des niveaux à laquelle se heurte la physique depuis presque un siècle, et que la problématique des niveaux en informatique, ne sont en fait que deux aspects particuliers d'une même problématique fondamentale ? Une telle thèse est moins incongrue qu'il n'y paraît peut-être au premier abord, quand on rappelle que plusieurs physiciens ont déjà soupçonné, depuis plusieurs décennies, que les « difficultés » auxquelles se heurtent les fondements de la physique avaient sans doute quelque lien avec certaines particularités de l'« outillage théorique » mathématique et logique (W. HEISENBERG), ou même avec certaines situations de la vie courante (N. BOHR).

2. Une telle éventualité appelle automatiquement l'objection qu'une telle compétence est devenue pratiquement inaccessible, surtout si on admet déjà que la maîtrise approfondie d' ***une*** discipline exige qu'on s'y consacre entièrement, ou presque.

3. Eventuellement de nature administrative.

commence par récuser la pertinence théorique d'un jugement qui s'en remettrait aux seuls traits apparents, puis il souligne l'inaccessibilité pratique d'un jugement qui procéderait « en toute connaissance de cause ». C'est ce genre de situation qui, même au sein du discours scientifique, suscite certains débats d'opinion interminables [1], et les entretient, parce que sans issue dans le cadre des protocoles et des critères normatifs habituels. Conformément à nos thèses [58a], une question de fondement *oblige*, c'est-à-dire qu'*il faut trancher*. S'en remettre à la fragmentation du discours scientifique [149d] est bien une manière de trancher, sans aucun doute « efficace » *à court terme*, mais catastrophique *à long terme* [1c] [23] [118] :

150b RAPPEL. A force de résoudre à la hâte diverses questions de fondement en invoquant l'émiettement du discours scientifique, le ***tiers-lieu***, inaccessible *par principe* aux disciplines issues d'un tel émiettement, recueille les problématiques de fondement non affrontées, dans le même temps qu'il est réputé ne même pas avoir lieu.

Une tel consensus bénéficie d'une stabilité à toute épreuve, et s'auto-reproduit sans peine, puisqu'il apporte avec lui les arguments qui accréditent l'impossibilité de le remettre en cause [149e].

Dans un tel contexte normatif, les malentendus sont profonds et solidement ancrés. Les récents développements qui tournent autour de la connaissance ont sans doute quelques effets pervers, car, institués en disciplines scientifiques, ils tendent majoritairement (sinon exclusivement) à préférer rendre compte de ce qui est *supposé su*, et qui se laisse peut-être concevoir comme une accumulation granulaire, alors que le propre d'une ***théorie de la connaissance*** [2], en tant que théorie fondamentale, associe le fondement et, par suite, l'unité *supposée* de la connaissance, ***à ce qui lui échappe nécessairement***, et qui figure, dans notre montage théorique, comme *conjecture de « savoir absolu »* [3]. Il s'ensuit que *la* connaissance est elle-même ***en devenir***, et toujours à réinventer, puisque soumise, comme toute autre théorie fondée, à l'interdit du « savoir absolu » :

150d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'***unité*** de la connaissance [scientifique] n'est pas la consécration d'une perfection définitive (sans aucun doute inaccessible), mais un ***trait structural des théories fondées*** : l'*unité* de la connaissance [scientifique] n'est pas la ***sommation consistante*** de ce qu'on croit savoir *aujourd'hui* (confusion de l'*unité* avec l'*unification* ou l'*union*), mais l'***insistance de ce qu'on ignore au sein même de ce qu'on croit savoir***.

De sorte que la *cohérence* [4] du discours scientifique n'est pas à rechercher dans une absence de contradiction interne dûment démontrée, démonstration qui, à supposer même qu'elle ne soit pas impossible, ne serait jamais menée que *relativement* aux protocoles normatifs du moment ; car cette cohérence se tient dans un *insu partagé de tous*, indécelable comme tel, et soigneusement ***conservé***, comme nous venons de le suggérer [146d], grâce aux soins d'un consensus qui remplit avec zèle une mission à la fois nécessaire et inaperçue.

La question préalable [149a] oblige, car elle ne permet pas de ne pas trancher. Et, même quand on adopte officiellement la position de repli *je ne sais pas*, on n'en continue pas moins, ***sauf à se taire***, à opérer dans les faits *comme si* la problématique se satisfaisait de l'émiettement [149d]. Il faudra donc trancher d'***abord***, c'est-à-dire ***parier*** sur une hypothèse pour ***ouvrir la possibilité d'une réponse***. Qu'il faille trancher d'***abord***

150a 1. Ainsi, par exemple, la question de savoir si l'homme, et, plus généralement, le monde, est une « machine ». Le trait caractéristique de ces débats est l'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les hypothèses opposées en présence, ce qui notifie, au regard des présences thèses, la présence sous-jacente d'une *question de fondement* non affrontée *et maintenue hors de portée* par le débat lui-même : ces débats sont, en quelque sorte, des *symptômes*.

150c 2. Notons que les appellations retenues pour les nouvelles sciences (sciences cognitives, sciences de la cognition, intelligence artificielle, etc.) évitent avec soin (en principe) l'appellation *sciences de la connaissance* qui ferait *sauter les disjoncteurs* : aucune discipline scientifique, expérimentale ou non, ne saurait prétendre à l'« auto-fondation », sauf à s'affirmer « absolue ». Il reste toutefois une échappatoire : laisser entendre que la question des fondements ne se pose pas (ou ne se pose plus) *dans* le discours scientifique, voire dans certains de ses domaines, et que les évidences du moment font l'affaire. Le postulat d'une réductibilité au calculable ou aux traitements d'information n'est pas d'un mince secours pour l'étayage de telles positions.

3. Nous présentons ici, pour rester bref, ce qu'on peut entendre par *théorie de la connaissance* dans le cadre de nos thèses. Mais on ne sera pas vraiment dépaysé, à l'égard de *ce qui échappe nécessairement*, quand on [re]lira, avec les yeux qui conviennent, les oeuvres de ceux qui, aussi bien dans l'Antiquité que de nos jours, n'ont cessé (ou ne cessent) de revenir à cette *question*.

4. A déchiffrer aussi *co-errance* ?

implique un ***risque***, celui de se fourvoyer. Mais le risque est égal de part et d'autre, et l'hypothèse d'une problématique fragmentée n'est pas moins risquée que l'hypothèse d'une problématique unitaire :

150e REMARQUE. On ne risque pas moins en suivant le droit-fil du consensus du moment qu'en optant pour une hypothèse contraire ; la différence réside seulement dans le fait que le risque passe inaperçu (on n'a pas l'impression de prendre de risques) quand on suit le droit-fil d'un consensus.

Chacun peut reparcourir l'histoire des sciences : le cas n'est pas rare que certaines hypothèses ou théories jouissant de l'appui le plus unanime se soient soudainement trouvées biffées d'un trait de plume *du jour au lendemain* (ou presque). Toutes ces remarques nous acheminent progressivement à prendre acte de la spécificité des recherches de fondement : à quoi serviraient les fondements, s'ils devaient n'être énoncés *qu'en toute connaissance de cause* ? A rien [36m] [72] [146] !

150f RAPPEL. L'argument selon lequel on ne peut synthétiser « toute » la connaissance *à une époque donnée* est bien mince et bien mineur devant la considération de ce qu'on ignore encore et que l'avenir détient en sa réserve.

En sorte que l'impossibilité de procéder à une sommation cumulative des connaissances du moment n'a jamais été — ni ne sera jamais — un obstacle à une recherche de fondement, simplement parce que le problème majeur n'est pas là. C'est en ce sens fondamental que les sciences sont (ou doivent être) ***prédictives*** [30j], l'acte de fondement déployant peu à peu des potentialités initialement inaperçues[1] [34h]. Et, quand on mène une recherche de fondement, on sait que l'avenir est un juge autrement redoutable que le consensus du moment. Le souci premier d'une recherche de fondement consiste à *prendre la mesure de ce qu'on ignore*, de manière à ménager avec le plus grand soin la place qui lui revient[2] :

150g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La spécificité des recherches de fondement réside principalement dans la manière de manoeuvrer des méthodes et des ficelles en vue de ***saisir*** et de ***conserver*** ce qu'on ignore ***dans*** ce qu'on énonce.

150h S'il y a incontestablement des méthodes, il y a aussi (et, peut-être, surtout) des *ficelles*, analogues aux *tours de main* des artisans. Ainsi, par exemple, l'une des ficelles les plus éprouvées consiste à ***recueillir*** ce qu'on ignore dans les ***blancs du discours*** (s'il s'agit de discours) ou dans les ***blancs de l'écriture***[3] (s'il s'agit d'écritures). Les recherches de fondement s'inscrivent donc principalement dans le *devenir*, et certains infléchissements fondamentaux déploient encore leurs potentialités plusieurs siècles après le moment qui en a institué la trame [71c] :

150j REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans une recherche de fondement, les connaissances du moment sont incontestablement cruciales, mais elles ne sont jamais suffisantes : elles jouent seulement le rôle de ***points singuliers*** qui permettent de lever certaines indéterminations [70f].

De même qu'un architecte ne dresse pas les plans d'un édifice en dessinant, à sa place définitive, chacun des grains de sable et chacune des poussières de ciment dont l'accumulation donnera lieu aux dizaines de mètres cubes de béton qui entreront dans la matière finale de l'édifice, de même une recherche de fondement requiert un ***changement de niveau***, de manière à laisser s'estomper le détail trop minutieux de chaque discipline afin

1. La prédictivité au sens courant n'est qu'un cas particulier de prédictivité au sens fondamental qui vient d'être rappelé. Le trait caractéristique de cette prédictivité est d'***ouvrir*** un champ théorique encore partiellement inconnu (et non pas de résumer ce qu'on sait déjà) : une grande partie des résultats les plus significatifs ***résultent*** de cette ouverture, sachant que certaines problématiques ainsi résolues n'étaient même pas formulées, ni même, parfois, imaginables, lorsque les principes fondamentaux furent énoncés.

2. Qu'il s'agisse de *ce qu'on sait qu'on ignore*, soit qu'on l'ignore *ici* (ailleurs, peut-être quelqu'un le sait), soit qu'on l'ignore *maintenant* (demain, peut-être, quelqu'un le saura), ou qu'il s'agisse de *ce qu'on ne sait même pas qu'on ignore*, voire de ce qu'on ne saura jamais (interdit du « savoir absolu »).

150i 3. D'un point de vue théorique, comme nous l'avons montré précédemment [81g], un *blanc* n'est qu'une manière imagée pour désigner ***la trace d'une coupure***. A cet égard, la fragmentation du discours scientifique n'est nullement une évidence allant de soi, mais, bien au contraire, l'utilisation de cette ficelle au degré le plus fondamental.

de choisir un point de vue dont le recul soit suffisant pour autoriser une vue d'ensemble. Un tel changement de niveau relève de l'opposition déjà introduite entre situation et détermination [110-112] : prendre du recul, c'est *condenser*, c'est-à-dire ***diminuer la détermination à l'intérieur d'une conservation globale***. La structure contradictoire et régressive est maintenant en place :

150k CONCLUSION. La question préalable [149a] relative à la problématique des niveaux n'est abordable que depuis un ***changement du niveau*** dont l'accomplissement ouvre la possibilité d'une recherche de fondement.

A une variation d'échelle près, la problématique des niveaux se pose dans les mêmes termes relativement à la localité des disciplines fragmentées, et relativement à la globalité de leur articulation. Bref :

150l REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous ne prendrons pas le risque d'une approche ***locale*** de la problématique des niveaux dans le contexte d'un émiettement du discours scientifique : ce serait une évidente ***faute de méthode*** que de déceler une problématique pour la circonscrire ensuite dans un cadre qui risquerait d'en interdire le dénouement.

Cette option prolonge les remarques précédentes [148] portant sur l'inapplicabilité des théories formalisées à une étude théorique de l'effectivité des rapports entre écritures, aussi bien que celles (cf. [74-146]) portant sur l'« oubli » apparent des niveaux lorsqu'on passe de l'informatique aux approches théoriques qui la concernent.

151 *L'implication mutuelle états/niveaux*

Nous n'allons donc pas trancher la question préalable [149a] en argumentant sur l'usage du mot *niveau* dans chaque discipline, mais, tout au contraire, nous allons proposer une situation possible de la problématique des niveaux qui nous permette de *laisser en blanc* la diversité éventuelle de ses applications dans chaque discipline. Il convient donc de se dégager d'une *diversité contingente*, pour manoeuvrer la ficelle du *lien nécessaire* :

151a SITUATION GÉNÉRALE. Dès lors qu'il s'avère que la problématique des [transitions entre] états discrets est ***indissociable*** de la problématique des [transitions entre] niveaux discrets, ces deux problématiques ont même extension, en ce sens qu'elles résultent de la décomposition d'une ***unique problématique*** sous-jacente en deux aspects qui s'***impliquent mutuellement***[1].

En clair, partout où il est question de [transitions entre] états discrets, il est également question de [transitions entre] niveaux discrets, et vice-versa, qu'on s'en soit déjà aperçu ou non. Cette situation de la problématique des niveaux est à la fois très générale et cependant très prudente, car elle notifie deux réserves. D'une part :

151b PREMIERE RÉSERVE. L'***implication mutuelle*** des deux facettes de la problématique états/niveaux signifie qu'à chaque manière de comprendre des [transitions entre] états discrets est associée une manière de comprendre des [transitions entre] niveaux discrets.

Autrement dit, un couplage états/niveaux discrets n'a peut-être pas les mêmes caractères apparents dans le contexte d'une physique et dans celui des traitements d'information discrète[2] (ou dans ceux de la biologie, des sciences cognitives, de la logique, etc.). Il s'ensuit qu'une éventuelle diversité de caractères apparents ne constitue pas un obstacle *a priori* pour d'éventuelles ramifications fondamentales sous-jacentes. Cette situation

---

1. Cette implication mutuelle états/niveaux est une sorte de traduction des structures contradictoires et régressives du montage théorique sous-jacent. Il conviendra peut-être d'apporter certaines nuances lorsque l'étude théorique des régressions sans fin (non développée dans le présent exposé) aura été menée à bien.

2. Cette réserve est indispensable pour au moins deux raisons : d'une part, nous avons souligné [97c] que l'information discrète supposait une « sortie » de la physique, de sorte qu'il convient de ménager la même élasticité pour le concept d'état discret et pour celui de niveau discret ; d'autre part, la physique (comme toute autre discipline) ne pouvant prétendre énoncer un « savoir absolu », il ne convient pas d'assujettir *a priori* la problématique générale des niveaux, en tant que question de fondement, à ce qu'en énonce *actuellement* la physique, quel que soit le degré de corroboration déjà atteint en ce domaine.

générale de la problématique des [transitions entre] niveaux discrets est donc ***en flottaison***, puisqu'elle n'est énoncée que dans sa relation à celle des [transitions entre] niveaux discrets [1]. D'autre part :

151c SECONDE RÉSERVE. L'***implication mutuelle*** des deux facettes de la problématique états/niveaux concerne aussi leur caractère ***discret*** ; nous n'excluons donc pas que, dans un contexte ***continu***, il soit possible d'aborder la problématique des niveaux par des procédés également continus.

Nous laissons provisoirement cette éventualité en suspens, sachant que, peut-être, ce ne sont pas les mots *état* et *niveau* qui sont employés dans de tels contextes [2].

152 *Une problématique transversale*

Désormais, la question de savoir si chaque usage du mot *niveau* relève ou non de la problématique des niveaux, *telle que nous la situons ici*, a perdu son urgence, et peut se régler cas par cas, à l'intérieur de chaque discipline. Nous ne prétendons nullement que la situation que nous proposons soit la seule manière d'aborder cette problématique, et encore moins qu'elle soit définitive. Nous avons simplement pris acte de la présence d'une idée *dans l'air du temps*, que chacun peut entendre selon son lieu, et qui pourrait bien cependant ne pas être dénuée de fondement, grâce, sans doute, aux soins de l'intuition qui s'affaire sans relâche dans le labyrinthe de l'insu. Cette présence diffuse et non localisée correspond, d'un point de vue théorique, à ce que nous désignerons dans la suite comme ***transversalité*** :

152a DÉFINITION. Nous dirons qu'une problématique est ***transversale*** quand elle ne dépend proprement d'aucune discipline [scientifique] particulière, et qu'elle relève de la mise en oeuvre des montages théoriques fondamentaux et de leurs singularités.

De manière imagée, la transversalité est ce qui se manifeste *à l'aplomb* d'une conjecture de « savoir absolu ». Nous concevons donc que la problématique des niveaux est *transversale*, ce qui est inévitable dans le contexte des présentes thèses, puisque nous concevons que cette problématique n'est elle-même, déjà, qu'un cas particulier de la venue à la forme des structures contradictoires et régressives qui constituent la trame sous-jacente de notre montage théorique.

Or, dans le contexte normatif actuel, puisque l'ensemble du savoir [scientifique] tend à passer par l'écriture, et que les trois critères normatifs maximaux requièrent la médiation de l'écriture, la double problématique états/niveaux n'est elle-même objectivable (au sens normatif actuel) que *depuis* sa médiation à travers des [rapports entre] écritures. Par conséquent :

152b SITUATION FONDAMENTALE. La double problématique états/niveaux a ***au moins*** même extension que la médiation du savoir [scientifique] dans des [rapports entre] écritures : dès lors qu'il est question de « passer » d'une écriture à une autre, il est également question de « niveaux » d'écritures.

L'effet du rôle médiateur de l'écriture dans la normativité scientifique actuelle est immédiat : la double problématique états/niveaux concerne non seulement le rapport théorique à la « réalité » (sciences

---

1. De manière à ne pas mélanger tous les problèmes à la fois, nous feignons de croire que chacun sait évidemment ce qu'il convient d'entendre par [transitions entre] états discrets.

151d 2. En un mot, nous voulons dire que les « transitions continues d'états » sont sans doute à mettre en rapport d'implication mutuelle avec des « transitions continues de niveaux ». Dans cette hypothèse, qui nous paraît aller dans le sens de la conception leibnizienne des infinitésimaux, c'est le montage « classique » du continu mathématique qui épongerait cette articulation sous couvert d'une continuité linéarisée des nombres réels. Corrélativement, toujours dans cette hypothèse, ce n'est pas la problématique des niveaux qui, comme telle, serait nouvelle (elle est incontestablement présente dans l'oeuvre de G. W. LEIBNIZ, cf. [107h] [152d]), mais le fait que des transitions entre états *discrets* seraient à mettre en rapport d'implication mutuelle avec des transitions entre niveaux *discrets*, ce qui est actuellement inconcevable à cause du glissement du discret sur le fini. D'où notre montage théorique, où le *sans fin* joue le rôle d'une trame primitive [128g] à l'égard de laquelle le discret (états et niveaux) et le (ou les) continu(s) (états et niveaux) ne sont en fait que deux « variétés » particulières. Cf. l'étude du passage à la limite dans les mathématiques formelles [298-303].

expérimentales, traitements d'information, etc.), mais aussi le rapport théorique à l'« abstrait [1] » (logique, effectivité formelle, mathématiques, etc.). A ce stade, d'ailleurs, il convient de souligner :

152c REMARQUE. En toute rigueur, l'utilisation des mots *états* et *niveaux* est impropre à ce degré de fondements, puisque la trame contradictoire et régressive peut venir à la forme autrement que comme couplage états/niveaux : dans le contexte des [rapports entre] écritures, les mots *états* et *niveaux* doivent être entendus en un sens métaphorique destiné à faciliter la lecture de l'exposé.

Nous allons donc pouvoir aborder directement l'étude théorique du couplage états/niveaux dans la généralité des [rapports entre] écritures, ce qui économise le dédoublement de l'exposé en deux parties, l'une adaptée au cas de la « réalité », l'autre au cas de l'« abstrait ». Nous suivons ainsi le droit-fil de notre montage théorique, puisque nous concevons qu'à partir d'un certain degré de fondements, un même montage s'applique aussi bien aux sciences expérimentales qu'aux sciences non expérimentales.

Cette situation de la problématique des niveaux n'a rien de vraiment surprenant quand on reparcourt l'évolution (ou l'émergence) de nombre de disciplines depuis la seconde moitié du XIX$^{\text{ème}}$ siècle (logique, mathématiques, informatique, physique, biologie, sciences cognitives, etc.) qui marque un tournant sensible dans l'usage médiateur de l'écriture au sein du discours scientifique. Toutefois, la problématique des niveaux ne s'impose pas toujours de manière mécanique, car elle peut demeurer inaperçue aussi longtemps que certaines éponges à indétermination remplissent correctement leur office. Cette problématique des niveaux est loin d'être une nouveauté [2], et le blocage théorique actuel provient sans doute moins d'un accident récemment survenu dans la continuité d'une raison universelle et infaillible, que de l'utilisation, désormais reconnue opératoire, d'une limite nécessaire que le discours scientifique positif avait cru, pendant un temps, pouvoir contenir hors de portée. Car ce qui, au recto, s'épelle en lettres dorées *progrès*, se prononce silencieusement, au verso, *indétermination*, *ignorance*, *insu*, etc. :

152e *THÉOREME DES PROGRES. Les *progrès fondamentaux* (les dépassements) ne sont possibles qu'à partir d'une ***ouverture à l'indétermination***.

Le mot *niveau* est l'un des noms possibles d'une telle ouverture, du moins l'un de ceux qui se fait plus insistant à mesure que ce siècle touche à sa fin. Si les sciences expérimentales ont, semble-t-il, désormais pris la mesure de ce *théorème [3], il restait à en montrer l'incidence sur les domaines non expérimentaux, jusque-là réputés étrangers à de telles secousses. Il faut *accroître l'indétermination*, ou, plus exactement, mettre en évidence une indétermination jusque-là inaperçue, pour *ouvrir un champ théorique* [30f] prélevé dans les « espaces blancs » sans
152f cesse dérobés, les *terra incognita* qui s'étendent à perte de vue jusqu'aux abîmes du « savoir absolu » : « le tout sans nouveauté qu'un espacement de la lecture [4] ».

IV-1-2. Le cheminement de l'étude

■ *Nous proposons quelques comparaisons destinées à favoriser la compréhension du couplage entre états et niveaux, et nous soulignons quelques implications de l'usage du concept de niveau dans le contexte normatif actuel.*

---

1. Il conviendrait de préciser : *l'« abstrait » tel que conçu à travers les procédés formels*. Toutefois, on pourrait tenir un *raisonnement analogue dans le contexte d'un montage théorique qui passe par la *parole*.

152d 2. L'oeuvre de G. W. LEIBNIZ est, à cet égard, particulièrement troublante, puisque les infinitésimaux, la Caractéristique, et les automates naturels, par exemple, ne sont que quelques-uns des pôles émergents d'un système dont l'unité dépend, précisément, de considérations relatives à la nécessité de niveaux et de points de vue.

3. A ce stade de l'exposé, il ne s'agit encore que d'un repère méthodologique intuitif. Mais ce que nous avons déjà exposé permet de comprendre qu'un tel énoncé appartient à notre *théorie des fondement* dont nous avons déjà esquissé quelques traits structuraux [32] [34-37]. Rappelons en outre que l'*indétermination* n'est pas du même registre que la *précision*, ce que la physique souligne sans équivoque.

4. S. MALLARMÉ, *Préface* à *Un coup de dé*.

153 *La « réalité » des niveaux*

Que l'approche théorique des [transitions entre] niveaux se présente maintenant comme une problématique ***aussi fondamentale*** que la problématique des [transitions entre] états, n'implique pas que le présent exposé s'engage dans une étude des [transitions entre] niveaux consistant à passer en revue les diverses disciplines qui en ont, localement, l'usage. Aussi convient-il de préciser brièvement quelques repères qui permettent à la présente étude de s'incrire dans une perspective à la fois *locale* (contexte des traitements d'information) et *ouverte* (problématique transversale).

L'usage courant du mot *niveau* s'en remet la plupart du temps à deux suppositions répandues : selon la première, les niveaux sont « quelque chose d'autonome » ; selon la seconde, les niveaux ont une « réalité objective ». Du point de vue des présentes thèses, ces deux suppositions doivent être rejetées : la première, parce que les [transitions entre] niveaux ne sont pas dissociables des [transitions entre] états, et la seconde, parce que c'est l'objectivité, et partant, la « réalité apparente », qui dépendent des niveaux, et non pas l'inverse. Essayons de préciser cela.

153a PREMIERE COMPARAISON. De même que des situations ou des phénomènes très divers peuvent être rapportés à des [transitions entre] états (et, partant, à des calculs) grâce à des méthodes et à des procédés appropriés, de même des situations et des phénomènes très divers peuvent être rapportés à des [transitions entre] niveaux, grâce à des méthodes et à des procédés appropriés.

En ce sens, les [transitions entre] niveaux sont aussi « neutres » que les [transitions entre] états et que les calculs. On peut « expliquer » cette « neutralité » en disant que les unes et les autres s'impliquent mutuellement et relèvent du même degré de fondement, donc du même degré de détermination (ou d'indétermination) :

153b SECONDE COMPARAISON. De même qu'on peut étudier la calculabilité (ou la programmation d'un ordinateur) sans s'inquiéter de l'interprétation de chaque calcul (ou de chaque programme informatique) en fonction du contexte qui en motive l'utilisation, de même on peut étudier les [transitions entre] niveaux sans s'inquiéter de leur diversité apparente liée aux nombreuses disciplines qui en reconnaissent l'usage opératoire [1].

En soulignant que la problématique des [transitions entre] niveaux est transversale [152a], c'est-à-dire indissociable des montages théoriques les plus fondamentaux, nous notifions du même coup que les [transitions entre] niveaux sont une manière de saisir *quelque chose*, de même qu'un calcul est une manière de saisir *quelque chose* (quoique ce *quelque chose* ne soit pas supposé, pour sa part, calculer) [140e] :

153c TROISIEME COMPARAISON. Il n'y a pas plus de niveaux « dans » le réel (de la physique, de la biologie, des organisations humaines, etc.) ou « dans » l'abstrait (du logicien, du mathématicien, de l'informaticien, etc.), qu'il n'y a de pommes qui « tombent » en calculant leur trajectoire, ou d'ordinateurs qui calculent leurs transitions d'état.

Nous ne disons pas que les [transitions entre] niveaux n'ont « aucune réalité » ; nous disons seulement que ce que nous étiquetons sous l'appellation [transition entre] niveaux est un ***effet apparent***, lequel effet est, sans aucun doute, l'effet d'une « cause ». Mais, de même que la trajectoire prévue d'un corps n'est pas « sans réalité » (quoique la « réalité » du mouvement ***ne soit pas*** le calcul de la trajectoire qui s'ensuit [2]), de même la « cause », dont l'effet apparent est étiqueté « transition entre niveaux », n'est pas « sans réalité » (quoique cette « cause »

1. Dans l'immense majorité des cas, nous nous protégeons de la « neutralité » des [transitions entre] états en « habillant » les écritures utilisées à cet effet pour y agripper quelques bribes de signification. Mais un informaticien comprend clairement ce qui signifie « neutre » dans le contexte d'une présentation *strictement binaire* d'un historique d'état de machine. Cette seconde comparaison signifie qu'il en va de même pour les [transitions entre] niveaux.

2. C'est seulement une critique insuffisamment présente à l'esprit qui aboutit parfois à la confusion (toute apparente) entre l'objet et ce qu'on en dit ou ce qu'on croit en savoir. Au demeurant, chacun se rend compte, dans la plupart des cas, qu'il ne s'agit en fait que de raccourcis de discours permettant d'éviter la lourdeur de certaines périphrases.

ne soit pas en tant que telle une [transition entre] niveaux. Ces trois premières comparaisons montrent déjà que rien n'est évident en la matière :

153d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il faut s'attendre à ce que l'approche théorique d'un concept aussi fondamental que celui de *niveau*, balaye sans égards les fanfreluches, les allégories et les échafaudages qui en soutiennent provisoirement une utilisation opératoire quoique sauvage.

Cette remarque délibérément « colorée » est destinée à rappeler (ou à attirer dès maintenant l'attention sur le fait) que les concepts fondamentaux des théories [scientifiques] ont toujours été des élaborations profondément *bizarres*, n'ayant cure ni du vraisemblable ni de l'habituel en vogue à l'époque qui, pourtant, les engendre, cette bizarrerie se doublant d'un entêtement farouche de nature à plier peu à peu le vraisemblable le plus solide et l'habituel le plus massif à la loi qu'ils instaurent.

154

Le couplage états/niveaux

Ces trois premières comparaisons soulignent certains traits d'analogie entre les états et les niveaux, mais n'apportent aucun élément quant au caractère d'*implication mutuelle* qui noue le couplage entre états et niveaux :

154a QUATRIEME COMPARAISON. De même que, par l'effet d'un prisme, la « lumière blanche » est décomposée en différentes composantes chromatiques, de même la réduction de *quelque chose* à des [transitions entre] états ou à des calculs, résulte en fait d'une décomposition appropriée de ce *quelque chose* en plusieurs composantes, dont l'une peut être recueillie comme [transitions entre] états, et dont une autre peut être recueillie comme [transitions entre] niveaux.

L'expression « lumière blanche » ne signifie pas une absence de lumière, mais une sorte de ***condensation***, dont la blancheur est une ***résultante globale***, analysable en composantes dont aucune n'est, proprement, blanche. De la même manière, nous pourrions dire que l'***effectivité*** est une sorte de « phénomène blanc », lequel n'est pas une absence de phénomène, mais une sorte de ***condensation***, dont la « blancheur » est une ***résultante globale***, analysable en composantes dont aucune n'est, proprement, « blanche ». Parmi ces composantes figurent au moins l'effectivité des transitions entre états, et l'effectivité des transitions entre niveaux. On peut redire cela grâce à une autre comparaison, de nature vectorielle :

154b CINQUIEME COMPARAISON. La réduction d'un *quelque chose* à un calcul (ou à des [transitions entre] états) est une sorte de ***projection*** de ce *quelque chose* sur l'« axe des [transitions entre] états », sachant que cette première projection est indissociable d'une seconde projection de ce même *quelque chose* sur l'« axe des [transitions entre] niveaux ».

Cette comparaison souligne qu'un *quelque chose* n'est jamais réductible absolument (seulement) ni à une [transition entre] états, ni à une [transition entre] niveaux. En filigrane, on peut déceler la présence d'un *principe de conservation* sous-jacent qui se traduit par l'implication mutuelle états/niveaux. On notera en outre que le cas singulier où la composante de l'« axe des niveaux » est indécelable (nulle) ne correspond pas à une propriété du *quelque chose*, mais à une propriété de l'interaction entre ce *quelque chose* et le système de coordonées choisi pour le recueillir [1]. Certes, ces comparaisons sont à entendre avec prudence ; elles n'en soulignent pas moins l'idée suivante :

154c SIXIEME COMPARAISON. Il existe [au moins] une ***dimension oubliée*** [2] (enfouie, repliée, impliquée, condensée, déplacée, indécelable, etc.) lorsqu'on ne considère *quelque chose* que dans la « dimension des [transitions entre] états ».

---

1. Transposée dans le contexte de la théorie de la calculabilité, cette remarque rappelle qu'il n'y a pas ***une*** machine mathématique « absolue », mais ***des*** machines mathématiques universelles, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de « calculs purs ».

2. Nous prenons le plus grand soin, même dans nos comparaisons, à ménager l'ouverture. Y a-t-il une ou plusieurs autres dimensions ? Nous ne savons pas encore répondre à cette question.

155 *L'écrasement des dimensions dans l'écriture linéaire*

D'un point de vue informatique, ces comparaisons sont immédiatement applicables : ainsi, par exemple, dès que nous voulons décrire le fonctionnement d'un ordinateur en termes de [transitions entre] états discrets, nous devons choisir un niveau [10e] (langage machine, micro-programme, etc.) pour déterminer à la fois les états et les transitions entre ces états [80e] [83g] [139a]. Avançons maintenant d'un pas : quel que soit le niveau choisi, les états discrets seront recueillis sous la forme d'écritures, tandis que les transitions entre ces états seront recueillies sous la forme de rapports entre ces écritures. Or, nous avons déjà souligné, lors de l'étude de la discrétisation [79-84], que les trois dimensions de l'espace s'écrasaient dans l'unique dimension des écritures linéaires [83b] ; partant, quand nous formons le rapport entre deux écritures (associées à des états) pour recueillir la transition entre ces états, nous « ajoutons » une dimension supplémentaire (celle du temps), quoique l'écriture obtenue soit obstinément linéaire :

155a REMARQUE. En informatique, le fait de recueillir, à un niveau donné, une [transition entre] états [discrets] sous la forme d'un [rapport entre] écritures, suppose un ***écrasement des quatre dimensions*** (trois d'espace et une de temps) dans l'***unique dimension*** des écritures linéaires.

Cela vaut pour ***un*** niveau, quel qu'il soit, celui qui a été choisi pour déterminer les états et la transition entre ces états. Par conséquent, puisqu'à chaque niveau, nous admettons la possibilité de recueillir des [transitions entre] états *de ce niveau* sous la forme de [rapports entre] écritures :

155b REMARQUE. En informatique, rien n'exclut *a priori* la possibilité de composer des écritures référées à des niveaux différents, et, éventuellement, de former des ***rapports entre des écritures référées à des niveaux différents***.

Ces rapports, formés entre des écritures référées à des niveaux différents, ne correspondent pas, à proprement parler, à des transitions entre états, puisqu'une transition entre états n'est telle que reliant des états ***de même niveau*** :

155c REMARQUE. En informatique, rien n'exclut *a priori* la possibilité d'***écraser cinq dimensions*** (trois d'espace, une de temps et une de niveau) dans l'***unique dimension*** des écritures linéaires habituelles.

156 *Le second degré de l'*hypothèse des indécelables*

Lors de l'étude de la discrétisation [79-84] [85-91], nous avons soigneusement évité toute considération de niveau de manière à ne pas mélanger les problèmes. Mais, nous observons maintenant que la problématique des [transitions entre] niveaux s'inscrit dans le droit-fil de ce que nous avions alors exposé, et le prolonge, pourrait-on dire, *naturellement*. Du point de vue de l'écrasement des dimensions dans l'écriture linéaire, *aux mêmes causes vont correspondre les mêmes effets* :

156a PREMIERE SYNTHESE. La ***différence entre des écritures*** référées à des [états provenant de] niveaux distincts est ***formellement indécelable***.

Tout vient s'écraser dans des écritures linéaires, lesquelles, au regard des critères normatifs actuels, sont « sans blancs » (dépourvues de traces indécelables), homogènes (universalité du critère de coïncidence formelle), et irréductibles (il n'y a pas de niveaux d'écritures). Aucun critère formel ne peut donc s'opposer [14c] au mélange, dans les écritures purement instrumentales, d'écritures référées à des niveaux différents. Par suite, puisque [117a] l'***effectivité*** des rapports entre écritures (éventuellement « mélangées » [155b]) est recueillie comme ***trace formellement indécelable*** :

156b SECONDE SYNTHESE. La ***différence entre des traces formellement indécelables***, les unes liées à des rapports entre des écritures référées *à un même niveau*, les autres liées à des rapports entre des écritures référées *à des niveaux différents*, est ***formellement indécelable***.

Par conséquent, même si on admettait sans discuter les approches théoriques actuelles concernant les [transitions entre] états discrets, aussi bien dans le contexte de l'informatique que dans celui de l'effectivité formelle, toute considération de niveau introduirait l'*hypothèse des indécelables ***au premier degré*** (différences formellement indécelables entre écritures qui coïncident formellement, partie « noire » des écritures), ***et au second degré*** (différences formellement indécelables entre des traces formellement indécelables, partie « blanche » des écritures) :

156c TROISIEME SYNTHESE. Dans le cadre normatif actuel, le blocage théorique relatif à la problématique des [transitions entre] niveaux discrets est lié à des différences formellement indécelables du *deuxième ordre*, c'est-à-dire à des ***différences formellement indécelables entre traces formellement indécelables***.

C'est donc, une fois encore, la *question de la forme* qui affleure au coeur d'un blocage théorique fondamental. Ne mettre en évidence la difficulté qu'à l'occasion du passage à la cinquième dimension est, à vrai dire, un artifice d'exposé : il est clair que le *raisonnement est le même quel que soit le nombre de dimensions (d'espace, de temps et de niveau). Simplement, l'écran d'évidences et d'habitudes qui soutient encore l'approche théorique des [transitions entre] états discrets est tellement opaque qu'il est difficile de percevoir son effet. Au contraire, une problématique en vogue comme celle des niveaux, créditée des atours de la nouveauté, est un cheval de Troie qui se laisse guider sans trop résister, et devant lequel les défenses les mieux armées s'écartent pour laisser libre le *passage*.

157 *Remarques sur l'équipotence*

Arrêtons-nous un instant, car nous ne pouvons éviter de dire quelques mots au sujet de l'affinité entre cette question de l'écrasement des dimensions et la construction cantorienne. Dans cette construction, l'écrasement de dimensions (par exemple, l'équipotence de R^n et de R) n'est défini que *relativement à la définition cantorienne d'un « ensemble infini »* (équipotence de l'ensemble à l'une de ses parties strictes), de sorte que l'écrasement de dimensions est défini pour les ensembles infinis *en ce sens*, ***et non pas pour les ensembles finis*** :

157a RAPPEL. Ce n'est pas faire preuve de rigueur excessive, croyons-nous, de rappeler que, dans le cadre des mathématiques actuelles, il n'est pas recevable de décalquer des théorèmes acquis dans un contexte non fini pour les appliquer *sans les redémontrer*, de manière explicite ou implicite, dans un contexte ***strictement borné de toutes parts dans le fini***.

Il s'ensuit que, par glissement du discret sur le fini, on ***bloque l'applicabilité*** des théorèmes obtenus dans le cas non fini, en particulier les théorèmes d'équipotence apparentés à l'écrasement des dimensions. Or, pour autant que nous sachions, personne ne s'étonne que les théories mathématiques relatives aux [transitions entre] états discrets[1] procèdent parfois *comme si* l'écrasement de dimensions dans le cas fini était non seulement possible, mais, de plus évident, et même dispensé de démonstration :

157b REMARQUE. Ou bien l'effectivité formelle, au sens mathématique, relève d'un contexte ***non fini***, auquel cas elle ne saurait invoquer l'évidence pour s'affirmer rendre compte des calculs concrètement effectuables ; ou bien elle relève d'un contexte ***strictement fini***, auquel cas elle ne saurait invoquer l'évidence pour justifier l'application implicite de théorèmes jusqu'à présent non démontrés dans le cas fini.

Toutes ces difficultés tournent autour du produit cartésien, dont nous avons déjà noté le rôle singulier [84a] [135k], et de l'infini, qui n'est sans doute pas réductible à des considérations de « grandeur » et de « petitesse ». En tout état de cause :

1. Sous-entendu, dans le contexte de l'effectivité formelle *au sens des mathématiques*. Le même *raisonnement s'applique *a fortiori* à l'informatique.

157c REMARQUE. ***Aucun*** théorème acquis en théorie de la calculabilité, en théorie des automates, en théorie des langages, en théorie des modèles, en théorie de la démonstration, etc., et qui dépend, ***à quelque degré que ce soit***, de la plus mince considération d'infinitude, n'est applicable, ***directement et sans précautions***, aux contextes strictement bornés de toutes parts dans le fini, parmi lesquels figurent, si on en croit les évidences normatives actuellement en vigueur, tous les calculs concrètement effectuables et, bien entendu, l'informatique.

La troisième synthèse [156c] notifie sans équivoque le rôle essentiel des glissements d'écritures dans cette « hésitation » du discret, apparenté tantôt au fini et tantôt au non fini :

157d REMARQUE. Il paraît plausible d'entrevoir que des ***glissements d'écritures*** peuvent constituer, dans des situations strictement bornées de toutes parts dans le fini, une sorte d'équivalent (ou de transposition, ou de substitut) de l'***équipotence*** telle que définie dans le cas non fini.

Dans le cadre des présentes thèses, qui posent que la trame primitive sous-jacente est le sans-fin des structures contradictoires et régressives [128g], l'opposition entre fini et non fini n'a pas le même relief, et les difficultés qui lui sont associées résultent plus d'une « gêne théorique », induite par certains critères normatifs actuels, que d'« erreurs » passées inaperçues. Ces remarques, quoique très succinctes, confirment, si besoin était, que la double problématique états/niveaux n'est pas localisée, et qu'elle parcourt transversalement des édifices théoriques très étendus [1].

158 *Une question de fondement*

Nous venons de suivre la problématique des [transitions entre] niveaux selon le versant de l'écrasement des dimensions. Il est assez vraisemblable que cette problématique ne se dénouera pas sans quelques aménagements concernant la formalisation telle qu'actuellement pratiquée en logique et en mathématiques. Mais l'image vectorielle [154b], qui suggère l'irréductibilité de la « dimension des niveaux » à la « dimension des calculs », prolongée en cela par la troisième synthèse [156c] concernant des différences entre traces formellement indécelables, met en évidence l'existence d'un autre versant de la problématique, autrement plus redoutable que le premier. En effet, que notifie la troisième synthèse ? Elle notifie qu'aucun procédé requérant la médiation de l'écriture, en particulier, aucun procédé formel au sens habituel, n'est en mesure d'apporter le moindre argument pour répondre positivement ou négativement à la question suivante :

158a QUESTION DE FONDEMENT. Sommes-nous fondés à poser que l'effectivité des [transitions entre] niveaux est irréductible à l'effectivité des [transitions entre] états ?

Par l'effet du rôle médiateur de l'écriture dans le cadre normatif actuel, la question [147c], initialement circonscrite au cas de l'informatique ne peut s'y dénouer, car elle porte atteinte à l'exercice et à la légitimité des critères normatifs actuellement reconnus comme étant maximaux. Esquissons les deux éventualités :

158b Si on avère que l'effectivité des [transitions entre] états est réductible à l'effectivité des [transitions entre] niveaux, il ne reste plus qu'à appliquer le *rasoir d'Ockham* : toute considération de niveau se confirme comme étant sans fondement théorique, et doit être désormais entendue comme un tour de discours toujours éliminable.

158c Si on avère au contraire que l'effectivité des [transitions entre] états est irréductible à l'effectivité des [transitions entre] niveaux, chacun peut deviner quelles peuvent être les incidences fondamentales, théoriques et pratiques d'une telle position à l'égard d'une normativité scientifique majoritairement réductionniste, qui confie à l'écriture la mise en forme du savoir qu'elle élabore, et qui juge volontiers les théories en proportion inverse de la distance qui les sépare de leur assujettissement à des critères normatifs maximaux requérant la médiation de l'écriture.

1. Le *raisonnement que nous sommes en train de déplier n'est pas sans évoquer certains traits de la *diagonalisation cantorienne*, laquelle requiert le préalable d'une « représentation » fournissant la matière d'un inventaire de termes faisant défaut.

Nous avons maintenant rapporté la problématique des [transitions entre] niveaux à une question de fondement qui se présente, conformément à nos thèses [36e], comme une situation symétrique en miroir, puisque le cadre normatif actuel se trouve privé des moyens nécessaires pour apporter des arguments, tant positifs que négatifs, qu'il pourrait reconnaître recevables. Or :

158d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Avant de développer des argumentations destinées à faire pencher la balance d'un côté ou de l'autre, et, par conséquent, ***avant même de trancher***, la question de fondement [158a] qui vient d'être énoncée, ***du seul fait qu'elle soit énoncée***[1], apporte certaines « réponses » à des interrogations bien légitimes.

Il devient en effet difficile de continuer à admettre que des considérations de niveaux enhavissent, au degré le plus général, des disciplines aussi établies que la physique et la biologie, aussi formelles que les mathématiques et la logique, aussi cruciales que les sciences cognitives, et aussi liées à l'écriture que l'informatique, toutes revendiquant à juste titre la légitimité d'un savoir assujetti à la connaissance positive régie par les critères normatifs maximaux actuels, alors même que ces critères se comportent comme des passoires à l'égard de telles considérations, puisqu'ils ne sont ce qu'ils sont que privant les méthodes qu'ils légitiment de toute possibilité d'un accès théorique à cette problématique :

158e RETOUCHE. Il est inexact de dire [134d] que les considérations de niveaux *ont l'air*, actuellement, d'être sans fondement théorique, car les considérations de niveaux sont ***nécessairement sans fondement théorique*** dans le cadre normatif actuel.

Nous ne disons pas, bien au contraire, qu'il n'y ait pas, actuellement, de multiples raisons de pressentir, dans les disciplines les plus diverses, le caractère inévitable d'un recours aux niveaux. Nous disons seulement que cette problématique est bloquée, au degré le plus fondamental, par les critères normatifs maximaux qui, par ailleurs, garantissent la légitimité et la pertinence des multiples raisons motivant un tel recours, de sorte qu'il s'ensuit un ***bouclage catastrophique*** :

158f QUATRIEME SYNTHESE. Le cadre normatif actuel héberge un ***bouclage catastrophique*** à l'endroit de la problématique des niveaux : plus on accumule et plus on peaufine les raisons qui concourent à affirmer le caractère inévitable d'un recours à des considérations de niveaux, plus on renforce indirectement la légitimité des critères normatifs qui cèlent la cause du blocage théorique.

158g Conformément à nos thèses [37d], ce sont bien les fondements qui s'avèrent, à terme, générateurs de blocages théoriques, et les présentes circonstances nous invitent à ajouter que les fondements les mieux établis et les mieux confortés dans leur légitimité sont sans doute aussi ceux qui sont la cause des blocages les plus résistants et les plus étendus. Ce n'est pas une vaine métaphore que nous filons sous le mot *légitimité*, car un bouclage catastrophique ne peut se dénouer que grâce au détour d'une réflexion sur les *fondements d'une légitimité*, qu'elle soit d'ordre juridique, politique, ou scientifique :

158h CINQUIEME SYNTHESE. Nul ne saurait renoncer trivialement aux critères normatifs actuels sans nier *ipso facto* la légitimité des raisons qu'il invoque pour justifier le caractère inévitable d'un recours à des considérations non théoriquement fondées : il y a ***conflit de légitimité***.

158i La normativité scientifique actuelle est donc entrée discrètement, depuis plusieurs décennies [73], dans ***une phase de fonctionnement inversé*** : elle ne se conserve plus par l'effet positif du déploiement de ses potentialités prédictives (phase « normale »), mais par le jeu négatif d'un bouclage catastrophique (phase « inversée »), dont l'effet est un serrage qui va s'accentuant à mesure que le discours scientifique accumule les témoignages de sa caducité. Face à une opérativité qui ne fait aucun doute, on comprend sans peine que

1. Ce qui constitue une raison suffisante pour que la problématique ne soit pas formulée *en tant que telle*, et se manifeste sous le couvert symptômatique de débats sans issue [150a]. On notera également à quel point la *formulation d'une question* anticipe partiellement le champ de réponses qui l'héberge : la coupure ne passe pas entre la question et la réponse, mais entre la question, comme champ de réponses condensé (minimum relatif de détermination), et la question comme [dé]limitation du champ de réponses déployé (maximum relatif de détermination).

certains baissent les bras et en viennent à prôner que l'opérativité suffit à légitimer un savoir réputé *scientifique* [1], ce qui n'a, hélas, d'autre effet qu'un serrage supplémentaire qui retarde d'autant le dénouement [2].

IV-1-3. Le postulat d'homogénéité

■ *Nous dégageons le postulat d'homogénéité qui assure le blocage théorique de la problématique des niveaux. Nous précisons ensuite le cheminement de l'étude de cas.*

159 *Vers une procédure de dépassement*

Peut-être a-t-on l'impression que la problématique que nous abordons maintenant est particulièrement abstraite et bien éloignée de l'informatique au quotidien, pratique ou théorique, tant dans ses mises en oeuvre les plus diverses que dans l'enseignement et la recherche. Peut-être imagine-t-on que nous allons devoir bricoler des semblants d'arguments en recourant à des cas rarissimes *ad hoc*, artificiellement ficelés pour les besoins de l'exposé, et qu'on a toutes les chances, au demeurant, de ne jamais rencontrer en-dehors de l'argumentation qui ne les connaît que pour les avoir artificiellement suscités. Il n'en est rien. Les recherches de fondement ont pour effet d'*ouvrir les yeux*, et de guider le regard en des études que les évidences normatives ont généralement pour mission de verrouiller :

159a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Montrer, au moyen d'une ***recherche de fondement***, qu'une problématique donnée dérive d'une *question de fondement*, n'est pas une manière de résoudre en bloc et définitivement la-dite problématique dans toute la diversité de ses instances, car c'est seulement une méthode permettant de ***déceler la singularité*** qui en verrouille l'accès et qu'un *moindre effort* va aisément manoeuvrer.

Une recherche de fondement est, si l'on peut dire, un « truc de paresseux » qui, au lieu d'exiger le labeur acharné d'une lente itération d'essais et d'erreurs, au cas par cas, dont la convergence est plus que douteuse [3], sait que l'attache la plus générale est aussi la plus fragile, et qu'elle cèdera sous l'action d'un moindre effort. La résistance pérenne de ces *fusibles* n'est pas dûe à une « solidité intrinsèque », car elle provient seulement d'une habile dissimulation des entrées du labyrinthe qui les abrite sous les évidences les plus insoupçonnables au
159c regard des critères normatifs du moment. Ne cherchons donc pas une entrée qui ait l'air d'une entrée, ou une porte qui ait l'air d'une porte, mais choisissons au contraire le mur de fondation le plus massif, le mieux appareillé, et le plus lisse, celui devant lequel on passe et on repasse *depuis toujours*, et qui abrite pourtant, au gré de ses ajointements parfaits, le mécanisme sophistiqué d'une porte dérobée.

La problématique des niveaux pose d'évidents problèmes de méthode. D'un côté, nous ne savons pas caractériser un calcul (ou des transitions entre états discrets) sans faire appel à des rapports entre écritures [93], de sorte que nous ne pouvons pas *raisonner à partir d'un tiers-lieu où l'on pourrait mettre d'un côté les calculs, de l'autre les rapports entre écritures, et chercher ensuite à établir une correspondance entre les uns et les autres pour procéder à un inventaire de termes manquants. D'un autre côté, la troisième synthèse [156c] notifie qu'il est sans espoir d'avérer ***en tant que telles***, dans le cadre normatif actuel, une identité ou une différence entre des traces formellement indécelables. Que faire, face au marbre parfaitement poli de cette impasse ? Rien. Sauf ***changer de point de vue*** [43e], afin de ***déceler*** la délimitation d'un « domaine de récupération » :

1. Notons au demeurant, sans polémiquer, que l'opérativité n'est d'aucune manière une preuve de scientificité, car il s'en faut de beaucoup que nos ancêtres aient attendu, dans l'hébétitude totale, que les sciences modernes leur assènent les rudiments de l'opérativité, eux qui ont inventé, parmi leurs inventions qui ont encore cours actuellement, les sciences.

2. On remarquera en effet que l'*opérativité* ne s'avère que *localement*, et s'inscrit par conséquent, implicitement ou explicitement, dans le contexte d'un émiettement du discours scientifique [150b] qui s'interdit l'accès aux fondements généraux.

159b 3. La supposition selon laquelle les *progrès de la science* seraient à mettre au crédit d'erreurs qu'on aurait corrigées ne manque pas d'intérêt (ni de *supporters*), mais « oublie » (ou tend à « oublier ») que la difficulté est moins de corriger les « erreurs » que de les ***déceler***, en tant que singularités effectivement présentes et inaperçues.

159d *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Sur tout le domaine de savoir couvert par des protocoles de corroboration et de démonstration ***assujettis à la médiation de l'écriture***, les deux éventualités [158b] [158c] ouvertes par la question de fondement [158a] (relative à la problématique des niveaux) sont soumises à ***une absence simultanée de preuve et de réfutation***.

Conformément à nos thèses [56a], ce qui est *limite*, relativement au domaine à dépasser, s'inverse en *condition de possibilité* de la procédure de dépassement. Le *théorème [159d] notifie qu'un dépassement est, au plan des principes, possible, de sorte que rien ne s'oppose désormais, au plan des principes, à ce qu'il soit possible de trancher en faveur d'une ***irréductibilité*** de l'effectivité des [transitions entre] états à celle des [transitions entre] niveaux, tout en « récupérant » l'acquis tangible produit dans le cadre normatif actuel [1] :

159e CONCLUSION. Nous visons un ***dépassement*** de la normativité scientifique actuelle qui assure à la fois la ***filiation et l'ouverture***, la *filiation*, de telle manière que l'acquis tangible produit dans ce cadre normatif soit « récupéré », y compris les témoignages de sa caducité (nécessité de recourir à des considérations de niveaux, par exemple), et l'*ouverture*, grâce à un montage théorique étendu au sein duquel les critères normatifs actuels demeurent à titre de cas singulier (et où les considérations de niveaux soient fondées).

Il reste maintenant à actualiser cette possibilité, c'est-à-dire à provoquer une venue à la forme singulière de l'indétermination [152e] dans laquelle nous allons « puiser » la matière de ce dépassement. En la circonstance, l'informatique est aux avant-postes, loin devant les autres disciplines, même les plus formelles. Car, dans le cas de l'informatique, le lien à l'écriture ne présente pas l'élasticité dont usent (et absusent) les disciplines « classiques » pour éponger certaines indéterminations et certaines « difficultés » théoriques, de sorte que, par comparaison, nous allons pouvoir disposer d'indications précieuses [70f] [150j].

160

Le postulat d'homogénéité

Il est incontestablement surprenant de constater que tout le savoir [scientifique] tend à passer par l'étroit défilé de l'écriture linéaire, exigeant de lui son écrasement préalable et l'abandon inéluctable de toute qualité effective apparente [89]. Mais il est encore plus surprenant d'observer qu'une exigence à ce point contraignante soit aussi scrupuleusement assumée dans un silence presque total. C'est à peine si quelques traités, même parmi les plus fondamentaux, consacrent plus de quelques lignes à l'écriture, tant il doit sembler évident à chacun qu'elle soit ce qu'elle paraît, voilée dans la transparence d'un usage réputé purement instrumental. C'est, pour le moins, une manière bien bizarre, pour un instrument, d'être transparent !

Le détour par la problématique des [transitions entre] niveaux, rapportée à la question fondamentale [158a] qui vient d'être énoncée, nous permet maintenant de reprendre les questions relatives à l'information discrète et aux traitements de la-dite information [92-99], questions laissées en suspens [93] faute d'éléments suffisants. En effet, puisque toute effectivité vient s'évanouir dans les traces indécelables de l'écriture linéaire, nous avons rejoint la quatrième question [93d] relative aux traitements d'information discrète :

160a QUATRIEME QUESTION (RAPPEL). Tout rapport entre écritures peut-il être assimilé à un calcul [au sens de la théorie de la calculabilité] ?

Répondre à cette question, c'est aussi répondre à la question fondamentale [158a]. Tout ce que nous avons dit au sujet de ces questions, n'est, jusqu'à présent, qu'un développement d'hypothèses. Nous avons peut-être apporté des arguments concernant l'effectivité des [transitions entre] états, mais nous n'avons encore procédé à aucune étude de cas autorisant des argumentations factuellement étayées concernant l'effectivité d'éventuelles [transitions entre] niveaux. L'énoncé qui va servir de pivot à notre *raisonnement se borne à reprendre noir sur blanc une évidence implicitement admise par chacun de nous, du moins à notre connaissance, dans un cas particulièrement simple, c'est-à-dire exempt de tout risque d'interprétation et de difficulté litigieuses :

1. Au sein duquel toute effectivité recueillie comme un rapport ***entre*** écritures est réductible à celle de [transitions entre] états, c'est-à-dire à un calcul. Nous allons revenir sur ce point dans un instant. On notera au passage que, parmi les théories qui seront ainsi dépassées, figurent au moins, ce n'est pas anodin, les théories de la calculabilité.

160b POSTULAT D'HOMOGÉNÉITÉ. Dans le cadre normatif actuel, ***il est impossible*** de trouver deux écritures (au sens normatif actuel), strictement bornées de toutes parts dans le fini, qui soient telles qu'il soit impossible d'énoncer une procédure formelle effective admettant l'une pour donnée et l'autre pour résultat.

Nous soulignons la restriction que les écritures sont *bornées de toutes parts dans le fini* de manière à éviter toute considération relative à des écritures et à des calculs « trop longs » ou « infinis ». Nous intitulons cet énoncé ***postulat d'homogénéité***, car il signifie que *tous* les rapports entre des écritures [strictement bornées de toutes parts dans le fini] sont assimilables à des calculs, et, par suite, à des transitions d'états. Cette manière « concrète » de présenter le problème nous met au pied du mur :

160c DILEMME DES NIVEAUX. Dans le cadre des protocoles de corroboration et de démonstration assujettis à la médiation de l'écriture, quiconque tient pour fondées des considérations de niveau se voit contraint de rejeter le postulat d'homogénéité des rapports entre écritures, ou d'assumer, au mieux des contradictions surmontables, au pire une contradiction insurmontable.

Dans le cadre normatif actuel, tenir pour fondées des considérations de niveau revient à affirmer que les transitions de niveaux sont ***objectivables*** (par corroboration expérimentale ou par démonstration formelle), sinon ces considérations ne relèvent pas des sciences positives [4b], et qu'elles sont ***irréductibles*** aux transitions d'états (sinon on applique le rasoir d'Ockham [158b]).

Que constate-t-on ? Ce sont les protocoles normatifs de corroboration et de démonstration, tels qu'actuellement appliqués, qui *excluent eux-mêmes la possibilité d'objectiver (en un sens reconnu recevable par eux) l'irréductibilité des transitions de niveaux aux transitions d'état*. Conformément à nos thèses [57b], le dilemme [160c] révèle la ***corrélation forte*** entre la question de fondement posée et la question de l'applicabilité des protocoles normatifs concernés :

160d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les arguments qui vont être exposés dans la suite visent à amener le lecteur à la conclusion que le postulat d'homogénéité [160b] ***doit être rejeté***, sachant cependant qu'***il est impossible de lui opposer un seul contre-exemple recevable*** (au sens des critères de la normativité scientifique actuelle).

Nos arguments se proposent donc de ***montrer*** (et non pas de *dé*montrer) qu'il existe des rapports ***entre*** écritures que nous ne saurions en aucun cas admettre de réduire à des calculs, quoiqu'aucun critère ou argument formel ne soit en mesure de s'y opposer. Le ***verrou théorique*** duquel dépend le dénouement du dilemme est donc lié à un problème « presque banal », puisqu'il s'agit « simplement » de mener des *raisonnements qui ne satisfont pas au principe du tiers exclu, dans le contexte particulier d'une tentative de réfutation par contre-exemple. Nous appliquons le dépassement du principe de contradiction précédemment exposé [60-65] :

160e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. De ce qu'il est impossible d'opposer un seul contre-exemple au postulat d'homogénéité, il suit : ou bien que ce contre-exemple n'existe absolument pas, ce qui ouvre l'applicabilité du principe du tiers exclu ; ou bien que ce contre-exemple existe, mais que les conditions d'applicabilité du protocole de réfutation excluent sa venue à la forme (au sens impliqué par ce protocole), auquel cas le principe du tiers exclu n'est pas applicable.

Dans la seconde éventualité, la « déduction en tiers exclu », qui permet de conclure à la « validité » du postulat d'homogénéité *à partir de l'impossibilité de lui opposer un seul contre-exemple*, est irrecevable, puisque les conditions d'applicabilité du principe du tiers exclu ne sont pas réunies [1]. Cette « difficulté » n'est pas outre mesure surprenante, car on remarque qu'elle concerne des écritures ***en position d'objet*** [33i] :

1. On peut entrevoir quelles sortes de ramifications peut régir l'adoption ou le rejet du principe du tiers exclu, surtout dans le cas de la réfutation par contre-exemple. On observera, en cette occasion, que, contrairement à certaines opinions qui ont cours actuellement, le rejet du principe de l'exclusion du tiers n'est en aucun cas réductible à l'adjonction d'une troisième (ou n-ième)

160f CRITERE D'APPLICABILITÉ (RAPPEL). Les critères normatifs actuels (postulats, principes, méthodes, protocoles, etc.) ***ne s'appliquent pas***, ou ne s'appliquent pas de manière satisfaisante, aux situations dans lesquelles les écritures sont installées en position d'objet.

160g Ne méprisons donc pas les métaphores lapidaires [159c], car, devant la muraille parfaitement lisse et infranchissable que constitue le postulat d'homogénéité des rapports entre écritures, il faut avoir un bon coup d'oeil pour *voir* que l'une des entrées principales du labyrinthe est là.

161

Le développement des arguments

Certes, nous sommes obligé [159d] de renoncer à toute corroboration et/ou à toute démonstration *directes* de nos thèses. Perdons-nous au change pour autant ? Ce n'est pas sûr. Car si la connaissance [scientifique] n'est pas un tas de cailloux, notre pratique courante de l'informatique est bien plus riche que le dépôt formel déjà recueilli conformément aux protocoles normatifs actuels. Nous allons appliquer *à la lettre* la thèse des *fusibles* [28a] selon laquelle, dans un conflit de fondements irréductible entre un savoir-faire opératoire et des postulats fondamentaux, ce sont les postulats fondamentaux qui *sautent*. Loin de bâtir artificiellement des situations *ad hoc*, c'est notre pratique ***la plus courante*** de l'informatique, celle qui mobilise ce à quoi, ***en tant qu'informaticiens***, nous ne saurions ***en aucun cas*** renoncer, qui va nous apporter son concours : tous les arguments qui vont être développés procèdent de la situation la plus banale et la plus incontournable qui soit en informatique, ***le codage d'un caractère***.

Dans un premier temps, nous menons notre argumentation ***d'un strict point de vue informatique***, en prenant appui sur notre pratique d'informaticien, sans aucun souci de nature mathématique ou formelle, en raisonnant principalement sur les quantités d'information. Ce premier temps est déjà suffisant, d'un point de vue strictement informatique, pour conclure au rejet nécessaire du postulat d'homogénéité.

Cependant, il y a trop de liens déjà tissés entre l'informatique et les mathématiques pour qu'une argumentation menée d'un point de vue informatique se permette d'ignorer son incidence sur les approches théoriques de l'informatique menées depuis les mathématiques. Aussi, dans un second temps, nous reprenons le même cas d'un point de vue de mathématiques strictement formalisées, et nous exposons des arguments qui n'ont donc aucune relation nécessaire à l'informatique, aux ordinateurs, ni même aux quantités d'information.

Mais nous ne pouvons pas non plus ignorer diverses articulations entre l'informatique et les mathématiques formelles « classiques », par le biais des concepts de fonction et d'ensemble, par exemple. Aussi, dans un troisième temps, nous exposons des arguments menés du point de vue des mathématiques formelles [1].

« valeur de vérité », pour la simple raison que le vrai et le faux n'ont jamais été, ni ne seront jamais, des valeurs discrètes à prélever dans un ensemble de cardinalité finie (ou infinie).

1. Tous les arguments menés du point de vue des mathématiques formelles, qu'ils concernent les transitions d'état ou les transitions de niveau, ont été regroupés dans une même partie [238-365].

CHAPITRE IV-2

Etude selon les traitements d'information

•

■ *L'exemple choisi pour mener l'étude de la problématique des niveaux est la plus banale assertion de codage. Nous dégageons intuitivement le changement de niveau qu'elle implique, et nous mettons en évidence le glissement d'écritures qui couvre le problème régressif sous-jacent [162-167]. Nous vérifions qu'une telle transition n'est certainement pas une transition d'état au sens de l'informatique [168-174], qu'elle ne saurait correspondre à une procédure formelle effective, et nous constatons que les considérations relatives aux quantités d'information équivalent à mobiliser l'*hypothèse des indécelables [175-184].*

IV-2-1. Etude de cas : une assertion de codage

■ *Le présent texte nous fournit le contexte de l'étude détaillée d'une assertion de codage. Nous dégageons les structures contradictoires et régressives qu'elle implique.*

162 *L'assertion de codage et le constat d'impossibilité*

Plaçons-nous strictement dans le cadre normatif actuel en ne prenant appui que sur notre expérience de l'informatique. Nous avons choisi de mener une première étude dans un cas particulièrement simple et probant qui prolonge l'exemple [7] concernant le codage des caractères. La matière de cette étude est constituée par l'*assertion de codage* ci-dessous, étant remarqué que cette assertion figure dans le présent texte :

162a `le caractère 0 a pour code ASCII la configuration binaire  00110000`

L'ensemble du texte que *vous* êtes en train de lire, saisi grâce à un logiciel de traitement de textes où les caractères sont codés en ASCII, est mémorisé sur disque[1]. Ce texte a donc un répondant matériel dans l'état physique de ce disque. Convenons de réduire cet état physique aux configurations binaires habituelles :

162c
```
  texte apparent        ... | 1 caractère   ASCII | ...
 ________________      _____|_____________________|____
 répondant binaire      ... | 8 chiffres binaires | ...
                            |_____________________|
                                    8 bits
```

Tout ce qui figure *au-dessus* de la barre donne lieu au ***texte apparent*** que vous êtes en train de lire. Même si ce texte apparent a un ***répondant binaire***, qu'il serait possible d'énoncer exactement par une suite de chiffres binaires, ce que vous voyez actuellement *n'**est** pas* ce répondant binaire *en tant que tel*, mais ce qui résulte *déjà* d'une interprétation déterminée par un *décodage* ASCII. Il faut *coller* huit chiffres binaires figurant dans le répondant binaire pour obtenir un caractère ASCII lisible dans le texte apparent. Chaque *unité* du texte apparent est ***un*** *caractère* ASCII qui correspond à 8 bits, tandis que chaque *unité* du répondant binaire est ***un*** *chiffre binaire* qui correspond à 1 bit. Par conséquent :

162d CONSTAT. Il est ***impossible*** de faire figurer des ***chiffres binaires*** en tant que tels dans le ***texte apparent***.

162b 1. Pour simplifier, on effacera mentalement toutes les variations typographiques (police, corps, graisse), de manière à admettre que ce texte est entièrement réductible aux 256 caractères du code ASCII IBM étendu comprenant les caractères semi-graphiques. Pour alléger l'exposé, nous dirons *code ASCII* en lieu et place de *code ASCII IBM étendu*.

En d'autres termes, la barre de niveau n'est franchissable, dans le sens répondant binaire vers texte apparent, qu'à une double condition : regrouper une suite de ***huit*** chiffres binaires ***et*** les coller pour en faire ***un*** caractère ASCII.

163 *L'injonction « lire comme » implique une contradiction*

Figurant dans le présent texte, l'assertion [162a] a donc, elle aussi, un répondant binaire ; intéressons-nous au caractère 0, à gauche, qui a pour répondant binaire son code ASCII 00110000, et à la suite de caractères 00110000, à droite, qui a pour répondant binaire son codage ASCII sur 64 bits :

163a

```
                      00110000
________________________________________________________________
0011000000110000001100010011000100110000001100000011000000110000
```

L'impossibilité de « remonter » du binaire dans le texte apparent [162d], qui s'applique à l'ensemble du présent texte, s'applique en particulier au fragment [162a]. Peu importe que l'assertion [162a] affirme ou non que la suite 00110000 est une configuration binaire ; de quelque manière qu'on s'y prenne, un code ASCII binaire ne pourra jamais figurer dans ce texte, et l'assertion de codage tente vainement de « remonter » une suite de chiffres binaires dans le texte apparent, tentative vaine, car ***impossible***. Toutefois, en tant qu'informaticiens, nous *comprenons* le sens de cette assertion, que nous regardons comme une évidence allant de soi, et nous savons l'utiliser de manière opératoire :

163b SOUS-ENTENDU. Dans l'assertion de codage [162a], il est sous-entendu qu'il convient de ***lire*** *la suite* 00110000 ***comme*** *une configuration binaire*, et d'oublier ce qu'elle est, à savoir une suite de caractères ASCII.

Ainsi, *dans la même assertion*, tantôt on demande au sujet de lire les caractères ASCII qu'il *voit* pour ce qu'ils sont (dans "le caractère 0 ...", par exemple), et tantôt on lui demande de *lire* les caractères ASCII qu'il *voit* comme des configurations binaires *qu'il lui est pourtant* ***impossible*** *de voir dans un tel texte*, ce que nous savons très bien :

163c

```
(1)  00110000      est     une configuration binaire

(2)  00110000      est     une suite de caractères ASCII
(3)  00110000  n'est pas   une configuration binaire

(4)  00110000 à lire comme une configuration binaire
```

Tandis que l'assertion de codage [162a] affirme que 00110000 est une configuration binaire (1), notre pratique de l'informatique nous assure [162d] que 00110000 est une suite de caractères ASCII (2), et donc que 00110000 n'est pas une configuration binaire (3). Par conséquent, l'évidence attribuée à l'injonction *lire comme* a pour mission de recouvrir l'argument intermédiaire (2 et 3) qui permettrait d'avérer la contradiction [1] impliquée par l'injonction (4) :

163d CONSTAT. L'injonction ***lire comme*** ne devient opératoire que si le sujet assume, en l'oubliant, la ***contradiction*** qu'elle implique.

Se conformer à l'injonction ***lire*** 00110000 ***comme*** une suite de chiffres binaires, c'est tenter de ***forcer ou d'oublier une impossibilité***, en l'occurrence [162d] celle de faire figurer une suite de chiffres binaires dans le texte apparent :

163e DILEMME. Ou bien nous comprenons le fragment [162a] comme une assertion de codage, et cette assertion n'est telle qu'impliquant une contradiction ; ou bien nous comprenons ce fragment comme une simple suite de caractères ASCII, mais il perd sa fonction assertive en se délivrant de la contradiction.

On peut tordre ce dilemme dans tous les sens ; rien n'y fait, il demeure impossible [162d] de « remonter » du binaire dans le texte apparent. Ce dilemme n'est pas sans rappeler une situation fameuse :

1. La suite va montrer qu'il s'agit d'une contradiction non formelle.

163f REMARQUE. L'***opérativité*** de l'injonction *lire comme* repose sur une mise en oeuvre opératoire du ***paradoxe du menteur***.

Chacun de nous sait mentir, et peut vérifier, à chaque fois qu'il élabore un mensonge, que bien mentir implique un *raisonnement. N'invoquons pas les faux-fuyants habituels : les diverses tentatives d'« expliquer » le paradoxe du menteur dans le cadre de la logique habituelle ne sont pas convaincantes, et requièrent une gymnastique bien étrange qui ne ressemble guère à celle que chacun peut mettre en oeuvre quand bon lui semble [1].

164

Une première régression sans fin

On pourrait certes tenter de contourner la difficulté en interposant une *désignation*. Par exemple, en posant que la suite de caractères 00110000 *désigne* la suite de chiffres binaires 00110000 :

164a
```
00110000 à lire comme 00110000

00110000   désigne    00110000
00110000    dénote    00110000
00110000  représente  00110000
00110000   signifie   00110000

00110000  n'est pas   00110000
```

Rien n'est résolu, quel que soit le mode de désignation choisi, car toute distance qu'on tente d'interposer se réduit à l'assertion de la dernière ligne, elle-même analogue à la première, et la contradiction n'en est que plus nette. De même, on peut essayer de changer les caractères ou d'utiliser des mots :

164b
```
0    a pour code ASCII  00110000
0    a pour code ASCII  ZZUUZZZZ
0    a pour code ASCII  %%@@%%%%
0    a pour code ASCII  zéro zéro un un zéro zéro zéro zéro
```

Mais, quel que soit le nombre de maillons intermédiaires qu'on tente d'interposer, on en vient toujours à tenter de relier les deux extrémités de la chaîne, ce qui renvoie à la difficulté initiale qu'on tentait d'éviter :

164c
```
0         désigne      le chiffre binaire 0
Z         désigne      le chiffre binaire 0
%         désigne      le chiffre binaire 0
zéro      désigne      le chiffre binaire 0
```

Puissions-nous augmenter *ad infinitum* le nombre de maillons intermédiaires, nous n'aurions pas encore résorbé la difficulté, car l'interposition d'une assertion de désignation déclenche une régression *sans fin* :

164d DILEMME. Ou bien il existe au moins une assertion ****contradictoire***, et la régression est ***arrêtée*** par le fait que le sujet assume effectivement cette contradiction ; ou bien on ***gomme*** l'assertion litigieuse, auquel cas la chaîne est rompue, et la régression est ***arrêtée*** par le fait que le sujet assume effectivement une assertion litigieuse à la fois gommée (mais sous-entendue) et contradictoire.

Autrement dit, gommée ou non, la difficulté demeure et le dilemme [164d] ne varie pas d'un *iota*, de sorte que l'impossibilité initiale [162d], loin de se résorber, se ***conserve en se déplaçant***.

1. Attribuer au crêtois EPIMÉNIDE (né vers le milieu du VII$^{\text{ème}}$ siècle) le paradoxe célèbre, quelle que soit l'authenticité d'une telle attribution et quel que soit le sérieux de l'énoncé, notifie au moins que cette question est supposée tracasser la logique depuis son émergence (si, toutefois, on admet que la logique ne s'affirme vraiment comme telle qu'avec ARISTOTE, c'est-à-dire au cours du IV$^{\text{ème}}$ siècle). Elle intéresse aussi le présent exposé, non seulement dans une perspective strictement informatique, comme nous venons de le montrer, mais aussi dans le cadre d'une théorie des fondements, comme nous l'avons souligné allusivement à plusieurs reprises [36g] [37f] [42] [47a] [48a] [63] [115].

165 *Une seconde régression sans fin*

Il n'est guère possible de taire que notre propre texte, qui ne cesse d'insister sur l'impossibilité [162d] de « remonter » une configuration binaire dans le texte apparent, *est lui-même pris dans cette impossibilité* :

165a CONSTAT. L'impossibilité de « remonter » du binaire dans le texte apparent s'impose à notre propre étude et nous interdit d'avoir recours à l'échappatoire d'un discours ***méta-*** qui s'affirmerait *hors* ou *au-delà* de la difficulté analysée.

Nous aurons beau disposer les schémas avec des barres, et affirmer qu'il s'agit de configurations binaires, ou prétendre énoncer *in extenso* des configurations binaires [163a], rien n'y fera :

165b
```
                         ┌── a pour code ──┐
  texte apparent       0          ┌─>    00110000      caractères
─────────────────   ─────────────────────────────────  ──────────
répondant binaire   00110000  ──┘     00110...10000     binaire
                     8 bits             64 bits
```

Loin d'être parvenu à s'affranchir de l'impossibilité qu'il pointe à l'endroit de l'assertion de codage [162a], notre texte la ***répète***. Ainsi, par exemple [163a], les prétendus 64 bits répondant aux 8 caractères 00110000 ne sont en fait que 64 caractères dont le répondant binaire occupe 512 bits. Et, à l'instant où nous énoncerions ces 512 bits, nous n'aurions produit qu'une suite de 512 caractères associée à 4096 bits, et ainsi de suite :

165c
```
           1 car.          8 car.          64 car.          ...
                    N                N                 N
 texte      0      ┌─>    00110000  ┌─>   0011...0000   ┌─> ...
──────  ──────────────────────────────────────────────────── ─ ─
binaire 00110000 ─┴─> 0011...0000 ─┴─> 001100...110000 ─┴─> ...
                   D1                D2                D3
          8 bits        64 bits           512 bits          ...
```

Si l'assertion de codage procède au ***développement*** (D1) du premier terme de la régression, nous observons que notre propre analyse poursuit ce développement, puisque le seul fait de procéder à l'étude de ce premier terme nous conduit à développer (D2) le terme suivant en prétendant énoncer les 64 bits [163a] :

165d CONSTAT. L'assertion de codage ***déclenche*** une régression sans fin en développant un premier terme ; mais c'est notre propre étude de la régression qui en poursuit le ***développement***, à mesure que cette étude se veut plus précise et tente d'atteindre l'exhaustivité.

Ce développement exhaustif est, *en son principe*, ***sans fin***, car puissions-nous continuer *ad infinitum*, nous n'aurions pas encore trouvé la moindre trace de configuration binaire dans le texte apparent [162d]. Par conséquent :

165e REMARQUE. La ***suspension*** du développement régressif ne résoud rien, et ne constitue pas l'***arrêt*** de la régression sans fin.

En effet, l'assertion de codage suspend le développement régressif au premier terme, et notre étude le suspend au second terme, mais rien n'est résolu et le problème reste entier, puisqu'il demeure impossible de faire « remonter » du binaire dans le texte apparent. La suspension est toute négative, car il ne sert à rien de déclencher une régression sans fin, pour se borner ensuite à suspendre son développement sans en avoir tiré l'avantage d'un effet opératoire.

166 *L'arrêt de la seconde régression*

Pourquoi l'assertion de codage se trouve-t-elle prise en tenaille entre une contradiction et une régression sans fin ? Parce qu'elle tente de s'affranchir de l'impossibilité initiale [162d], laquelle signale l'*effectivité d'une transition de niveau*. En effet, puisque *vous* êtes en train de lire le présent texte, et que *vous* admettez que ce texte a un répondant binaire conformément au codage ASCII, alors *vous* reconnaissez que le rapport entre ce texte apparent et son répondant binaire est *effectij*, au sens intuitif de « ce qui a lieu » dans une réalité donnée [44a]. Par ailleurs, aussi bien l'assertion de codage [162a] que son répondant binaire, en tant qu'état [83b], constituent des *écritures linéaires* :

166a CONSTAT. D'un point de vue théorique, le rapport entre le caractère 0 (niveau du texte apparent) et son codage binaire 00110000 (niveau du répondant binaire) est recueilli comme un ***rapport entre deux écritures linéaires***.

C'est ce rapport entre écritures linéaires qu'on nomme habituellement un *codage* ou un *décodage* (flèches C et D, figure de gauche) :

166b
```
                     a pour code
                  ┌──────── C′────────┐                ┌ ─ ─ ─ D′ ─ ─ ─┐
C            D    │                   ↓                ↓               │
┌─     0     ◄┐   0       N┌► 00110000            0       G┌── 0011000
│  ───────────│  ──────────────────────────    ──────── n′est pas ────────
└► 00110000  ─┘  00110000 ─┘  001....000       0011000 ◄──┘   001....000
                  │                   ↑                ↑               │
                  └──────── C"────────┘                └ ─ ─ ─ D" ─ ─ ─┘

  [dé]codage
   effectif           Développement             Arrêt par glissement
```

Quand le rapport est *effectif* (figure de gauche), les flèches C et D sont *verticales* et il est *impossible* [162d] de « voir » les deux termes du rapport *à la fois*. Ainsi, tandis que *vous* êtes en train de lire *cette* phrase, *vous* ne « voyez » pas son répondant binaire, quoique *vous* admettiez qu'il existe [162c]. Le développement d'un pas de la régression (figure centrale), où se produit une vaine tentative (N) de « remonter » une configuration binaire dans le texte apparent, correspond, au niveau du texte apparent, à l'assertion de codage (C'), alors qu'au niveau du répondant binaire, ce développement correspond à un *transcodage* (C") qui associe la configuration de 8 chiffres binaires à une suite suite de 64 chiffres binaires[1]. Enfin (figure de droite), non seulement le développement régressif est suspendu [165e], mais surtout la régression est ***arrêtée*** :

166c CONSTAT. L'injonction ***lire*** 00110000 ***comme*** une suite de chiffres binaires provoque l'***arrêt*** de la régression : la contradiction impliquée par cette injonction est assumée par le sujet sous la forme de l'***effectivité d'un glissement d'écritures***, de sorte que cette contradiction ***n'advient pas à la forme***.

La régression est arrêtée grâce au glissement (G) entre les écritures 00110000 (niveau du texte apparent : 64 bits) et 00110000 (niveau du répondant binaire : 8 bits), écritures qui ne sont pas *les mêmes*, quoiqu'elles *coïncident formellement*. L'impossibilité initiale [162d] de « remonter » du binaire dans le texte apparent demeure, car elle n'a pas été *objectivement* surmontée. C'est cette impossibilité que l'assertion de codage [162a] semble « oublier », « oubliant » du même coup la contradiction qu'elle implique et le glissement d'écritures qu'elle met en oeuvre :

166d
```
codage       développement
           ┌──────── C′────────┐
           │                   ↓
  ┌─       0          ┌──── 00110000
C │   ─────────── n′est pas
  └► 00110000 ◄────┘ G
                 glissement
```

1. Pour clarifier l'exposé, nous associons les mots *codage* et *décodage* à des ***transitions de niveaux*** ; nous réservons le mot *transcodage* pour les transitions relatives à un ***même niveau***.

Ce schéma synthétique de l'arrêt de la régression[1] montre que « tout se passe comme si » le développement d'un pas de régression (C') enchaîné au glissement rétrograde (G) parvenait à *contourner* l'impossibilité, tout en annulant fictivement le pas de régression développé :

166e CONSTAT. *Il s'en fallait d'un* ***rien*** pour que les flèches C et C', schéma [166d], qui sont *formellement indiscernables*, soient « la même chose ».

Mais *il n'est pas vrai que* « tout se passe comme si », car ce *rien* n'est pas rien, c'est un *glissement d'écritures* :

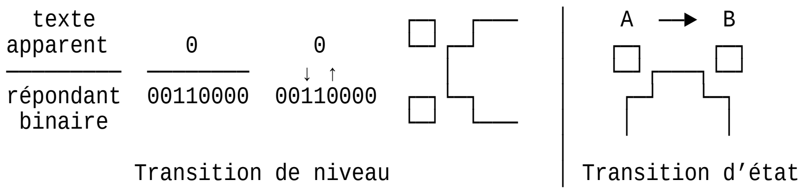
166f CONCLUSION. L'injonction ***lire*** 00110000 ***comme*** une configuration binaire pallie l'impossibilité de « remonter » du binaire dans le texte apparent grâce à la conjonction entre le ***développement*** d'un pas de régression, et un ***glissement d'écritures*** qui se comprend comme un *retour en arrière fictif* d'un pas de régression accompagné d'une *transition fictive de niveau*.

La transition de niveau est seulement fictive, car si elle était effective, on serait parvenu à « remonter » du binaire dans le texte apparent, de sorte que l'impossibilité [162d] n'aurait pas lieu, et l'ensemble du problème ne se poserait même pas.

167 *Quelques remarques de synthèse*

Les [transitions entre] niveaux [discrets] n'ont pas plus (mais pas moins) de « réalité » que les [transitions entre] états [discrets] [17c] [87a] [153] : les unes et les autres ne sont théoriquement accessibles que *depuis* l'*oubli des choses* dans des [rapports entre] écritures [linéaires]. Sans doute sommes-nous davantage habitués à considérer les transitions d'état, mais il suffit d'un quart de tour pour reconnaître certains traits de structure déjà connus :

167a



De même que nous avons dissocié les états discrets et les transitions ***entre*** ces états [100a], de même nous dissocions les niveaux discrets et les transitions ***entre*** ces niveaux, lesquelles transitions sont *effectives* [164] [165] :

167b PREMIERE SYNTHESE. On constate une ***ressemblance de structure*** entre les transitions d'états et les transitions de niveau : dans les deux cas, l'effectivité des transitions est liée à une structure contradictoire et régressive.

Cette étude de l'assertion de codage confirme par ailleurs que rien ne s'oppose à la formation de rapports entre des écritures référées à des niveaux différents [155b] :

167c SECONDE SYNTHESE. La ressemblance de structure entre les transitions d'états et les transitions de niveaux est accentuée par le fait que les unes et les autres sont recueillies comme des rapports entre écritures.

A supposer que les [transitions entre] niveaux [discrets] soient irréductibles à des [transitions entre] états [discrets] [158a], toutes les conditions d'une éventuelle confusion sont ainsi réunies.

Le palliatif [166f] et la mise en oeuvre du paradoxe de menteur [163f] sont sans aucun doute efficaces, puisque le cadre strict de notre étude [162d] nous impose de les utiliser pour en étudier le fonctionnement [165a]. Mais on comprend aussi la raison pour laquelle le recours à un préfixage *méta-* (méta-théorie, méta-discours,

1. Nous arrêtons la régression au premier pas de développement pour simplifier l'exposé, mais le *raisonnement serait exactement le même à n'importe quelle étape du développement régressif.

etc.) ne résoudrait rien, du moins dans la présente étude, et *interdirait* l'accès théorique à la difficulté qui pourrait cependant motiver un tel recours :

167d TROISIEME SYNTHESE. Notre propre étude de l'assertion de codage se voit elle-même contrainte de recourir à une mise en oeuvre du paradoxe du menteur ; notre étude éponge la difficulté sans l'éliminer, car elle la reproduit *pour* la ***déplacer*** sous des évidences capables de la recouvrir efficacement.

Tous nos schémas sont litigieux, car le dessin de la barre de niveau n'élimine nullement la difficulté, et notre étude, qui ne peut éviter de prolonger le développement régressif [165a], ne peut corrélativement *avoir lieu* que si, elle aussi, ***arrête la régression*** grâce au procédé causant la difficulté qui la motive. Or, la présente étude n'est pas dénuée de sens :

167e QUATRIEME SYNTHESE. Il n'y a pas de *méta*-théorie des structures contradictoires et régressives, car on ne peut étudier ces structures que *de l'intérieur* en s'y pliant de manière à tirer parti de leurs propriétés.

Ce qui est qualifié *méta-* n'est pas ***au-delà donc hors***, car il est ***au-delà mais avec***[1]. Il se confirme également que la conservation des blocages théoriques liés à ces structures est très stable, puisque le rejet de toute contradiction et de toute régression sans fin [25c] concerne en premier lieu la méthode permettant de les approcher [43d]. On peut d'ailleurs constater, grâce à l'étude de l'assertion de codage la plus banale, l'efficacité remarquable de la conjonction entre des évidences et un savoir-faire opératoire pour couvrir des énoncés irrecevables, en l'occurrence, une contradiction. Pour *savoir* qu'il est ***impossible*** de faire figurer des chiffres binaires dans un texte apparent, il faut déjà avoir quelque expérience de l'informatique, laquelle, en se confirmant, devrait conduire au questionnement de certaines évidences. Il n'en est rien, puisque le fait de « voir » les contradictions couvertes par ces évidences résulte de nos recherches, et requiert une argumentation serrée dans un contexte probant :

167f CINQUIEME SYNTHESE. L'opérativité d'un savoir-faire peut tirer avantage d'un réseau sous-jacent de contradictions couvert par des évidences qui conservent sa recevabilité au regard d'une normativité qui exclut, par principe, *toute* contradiction.

Le rôle régulateur des évidences, déjà souligné dans le cas des transitions d'état [113g], se prolonge sans aucun doute aux transitions de niveaux. Pour notre part, nous n'avons « vu » la contradiction impliquée par cette banale assertion de codage (que nous côtoyons depuis plus de vingt ans) qu'après avoir affronté, en tant que tel, le réexamen du principe de l'exclusion de *toute* contradiction [60-65] qui nous a conduit à reconnaître que la mise en oeuvre de contradictions était incontournable :

167g SIXIEME SYNTHESE. Le ***savoir*** interagit avec le ***voir***.

IV-2-2. Remarques d'un point de vue strictement informatique

■ *Nous développons des arguments qui soulignent la nécessité, d'un point de vue informatique, de distinguer les transitions de niveau et les transitions d'état.*

168 *Un point de méthode*

L'assertion de codage [162a] n'est qu'un prétexte, et nous profitons seulement de son usage habituel et évident pour la plonger dans le cadre strict d'un texte saisi en ASCII de manière à avérer simplement, dans une situation probante et incontestable au regard de notre pratique de l'informatique, les termes d'un problème et d'une réponse qui s'y trouvent noués, à savoir un *rapport entre niveaux*. Cette situation est d'autant plus intéressante que la paralysie temporaire de l'injonction *lire comme* [163d] nous a permis d'ébaucher [166f] la possibilité d'articuler une mise en oeuvre du paradoxe du menteur, des glissements d'écritures, des

1. Rappelons que la préposition grecque *meta* assume normalement les deux sens de *au-delà* et *avec*.

contradictions, et des transitions de niveau dans un contexte qui ne laisse subsister guère de doute quant à la réponse [1].

D'un point de vue méthodologique, nous allons manoeuvrer une *ficelle* très puissante, qui est un cas particulier de *principe de conservation*, à savoir la ***traduction des théories*** [2] [122a]. Abordons progressivement ce principe, et énonçons-le relativement au contexte particulier qui nous occupe :

168b PRINCIPE DE TRADUCTION (PARTICULARISÉ). Si une approche strictement informatique parvient à mettre en évidence une singularité dans un domaine couvrant tout ou partie de l'informatique, alors toute autre approche ou théorie (informatique ou non) ***reconnue opératoire sur ce même domaine*** contient nécessairement une ***traduction de cette singularité***.

Cet énoncé signifie que l'*opérativité* est une propriété forte qui implique que la *totalité du domaine concerné*, y compris ses singularités, même inaperçues, *soit globalement recueillie par toute théorie reconnue opératoire sur ce domaine*. Nous disons que ce principe est *puissant* pour trois raisons principales. La première concerne la *traduction des singularités* :

168c PREMIERE RAISON. Par traduction, il se peut que ce qui figure sous forme ***condensée*** relativement à un point de vue, figure sous forme ***décondensée*** relativement à un autre point de vue.

Par changement de point de vue, on peut donc provoquer la condensation ou la décondensation des singularités. Ce genre de procédé est bien connu en mathématiques pour faire « apparaître » ou « disparaître » certaines singularités. Mais, pour notre part, nous appliquons le principe d'une conservation globale *jusqu'au bout* :

168d SECONDE RAISON. Ce qui figure sous forme ***indécelable*** (implicite, repliée, condensée, impliquée, etc.) dans un point de vue, peut se retrouver sous forme ***décelable*** (explicite, dépliée, décondensée, expliquée, etc.) dans un autre, et vice-versa.

A proprement parler, rien ne disparaît ni n'apparaît, car tout se conserve globalement, et peut seulement se condenser ou se décondenser. Les apparitions et les disparitions ne sont, en ce sens, que des manières imagées pour parler de l'*émergence* (déconsensation d'un indécelable) ou de l'*évanouissement* (condensation en un indécelable). D'où la troisième raison, liée à la double concordance [120a] :

168e TROISIEME RAISON. Le principe de la traduction des théories opératoires concerne le ***su*** (l'apparent, le décelable, l'explicite, etc.) aussi bien que l'***insu*** (l'effectif, l'indécelable, l'implicite).

C'est en fait le ***jugement d'opérativité***, lequel mobilise généralement un grand nombre d'évidences aperçues ou inaperçues, qui assure le relais sous-jacent pour que l'insu intervienne effectivement dans la conservation globale, à l'insu, cela va de soi, de celui qui énonce (ou reconnaît valide) le jugement d'opérativité. Il sera donc inutile de multiplier les exemples : l'assertion de codage nous a permis de mettre en évidence plusieurs traits singuliers (au regard des évidences normatives actuellement en vigueur) qui constituent un échantillon amplement suffisant pour faire *sauter* les évidences et les postulats concernés :

168f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous allons désormais nous borner à appliquer systématiquement notre *principe de traduction* en examinant attentivement ce que devient cette assertion de codage (et, surtout, les

---

1. Il est en effet difficile d'entrevoir une raison pour laquelle l'impossibilité que nous avons constatée [162d] disparaîtrait soudainement sans laisser de trace. Notons en outre qu'il est peu plausible d'imaginer qu'on élimine toute référence au binaire dans les textes d'informatique, ou qu'on cesse soudainement de les saisir sur machine, dans le seul but d'éviter désormais des « difficultés » jusqu'à présent inaperçues (à notre connaissance) et recouvertes par des évidences communément admises !

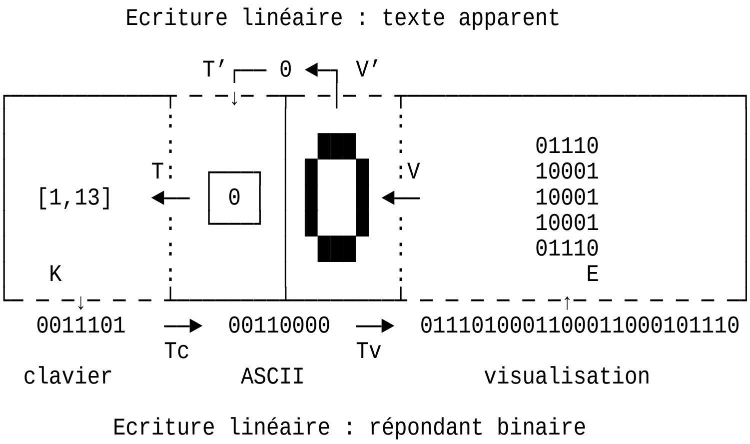
168a 2. Le mot *traduction* est emprunté à M. SERRES : *Hermès III, La traduction*, Editions de Minuit, Paris, 1974. Se reporter surtout à l'ouvrage remarquable de M. SERRES : *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, PUF, Paris, 1968. L'idée de traduction est d'inspiration leibnizienne, et les travaux de M. SERRES ont joué un rôle majeur dans l'élaboration de la traduction des théories telle que nous l'entendons ici.

singularités qu'elle implique) quand on la met en contact avec les diverses approches ou théories, informatiques ou non, qui sont supposées pouvoir en rendre compte.

169 *L'étude physique simplifiée*

Notre étude de l'assertion de codage [162-167] repose uniquement sur l'impossibilité [162d] de « remonter » du binaire dans le texte apparent. Examinons maintenant l'envers du décor de manière à préciser, au moins dans ses grandes lignes et dans un cas particulier, à quoi correspond *physiquement* une telle impossibilité. Le schéma [169a] propose un dispositif simplifié de saisie (un *clavier*, en partie gauche du schéma) et de visualisation (un *écran*, en partie droite du schéma). Examinons d'abord le passage d'un code binaire ASCII, en l'occurrence 00110000, à un caractère apparent, en l'occurence 0, via le dispositif de visualisation. Le transcodage Tv obtient une configuration binaire de 25 bits, conçue comme une écriture linéaire, donc à ***une seule dimension***, qui est exploitée par le dispositif de visualisation E pour donner lieu à des traces disposées de telle manière qu'elles constituent une matrice de points 5x5 en ***deux dimensions***[1] :

169a



Qu'il faille disposer la configuration linéaire de 25 bits à tel endroit de la mémoire pour qu'elle soit correctement exploitée par le dispositif de visualisation, et que la quantité d'information, 25 bits en l'occurrence, soit conservée par cette transformation, cela ne fait aucun doute. Il n'en reste pas moins que cette transformation, qui implique l'ouverture d'une ***seconde dimension***[2], n'est pas, en tant que telle, programmable :

169b CONSTAT. Dès lors que nous concevons les [transitions entre] états discrets comme des [rapports entre] écritures à ***une seule dimension***, la ***transformation*** d'une configuration mono-dimensionnelle de 25 bits en une matrice de points 5x5 bi-dimensionnelle n'est pas, en tant que telle, une transition d'état *au sens de l'informatique*.

L'idée de *transformation* s'impose puisque, d'un point de vue informatique, une « même chose » est conservée (la quantité d'information, 25 bits, et la configuration binaire elle-même), tandis que *quelque chose* a dû être « ajouté » pour que la transformation se produise (un mouvement, une disposition topologique, etc.). L'idée de *glissement* est également présente, puisque ce *quelque chose* ne laisse pas de trace dans un point de vue *strictement informatique* reposant sur un concept d'*information* neutre et homogène[3] [99c] qui provient de l'élimination de

1. Nous raisonnons en deux dimensions pour simplifier. L'essentiel du raisonnement repose sur le fait que la chaîne d'intermédiaires effectifs n'est pas concevable sans l'ouverture d'au moins une dimension supplémentaire.

2. L'ouverture de cette seconde dimension implique un ***mouvement***, compris comme un balayage (écran cathodique ou imprimante laser), ou un déplacement de tête d'impression (imprimante à aiguilles), par exemple ; elle peut aussi impliquer une ***structure topologique***, comme dans le cas des affichages à cristaux liquides, par exemple, qui rompt la linéarité mono-dimensionnelle grâce à laquelle nous saisissons les états *indépendamment de la disposition tri-dimensionnelle des boitiers et des circuits* [83b].

3. A supposer qu'on rapporte la quantité d'information conservée au quantitatif, rapportera-t-on pour autant le mouvement ou l'espace tri-dimensionnel au qualitatif ? L'opposition normative entre *quantitatij* et *qualitatij* mériterait un examen plus approfondi.

toute référence au système physique sous-jacent *en tant que tel*. Quand l'oeil *voit*[1], flèche V, il ***voit*** cette matrice de points bi-dimensionnelle ***comme*** une ***forme***, elle aussi bi-dimensionnelle : la forme d'une lettre[2]. Bien qu'il y ait *conservation de l'information* entre la configuration linéaire de 25 bits et la matrice 5x5, la disposition topologique des points est essentielle pour voir la matrice de points comme ***une*** forme[3]. Enfin, au dernier temps, nous rapportons, flèche V', la ***forme de lettre*** bi-dimensionnelle à une lettre mono-dimensionnelle, pour la lire dans le texte apparent en tant qu'écriture linéaire :

169c CONSTAT. Le fait de lire une matrice de points bi-dimensionnelle comme une lettre mono-dimensionnelle referme la dimension précédemment ouverte par le dispositif de visualisation ; cette transformation, en tant que telle, n'est pas une transition d'état *au sens de l'informatique*.

Il est clair qu'on peut s'abstenir de lire la lettre, et, au moyen d'un dispositif grossissant si nécessaire, s'en tenir à la matrice de points pour *voir* les « traces binaires ». Mais, à proprement parler, on ne peut voir les deux *à la fois* : si, pour chaque lettre du présent texte, *vous* inhibez le glissement de la matrice de points vers la lettre, *vous* faites fonctionner l'imprimante laser comme un *instrument de mesure* du répondant binaire de chaque lettre, mais *vous* ne lisez pas le texte apparent. Nous avons maintenant reconstitué une transition de niveau, pour un caractère, dans le sens répondant binaire vers texte apparent :

169d
```
 écritures 1D         0                             0       ◄─┐
─────────────    ┌────↑─────────────────┐                     │
transition 2D    │ forme 2D ◄── matrice 2D │    ─────────       │   D
─────────────    └─────────┬──────↑─────┘                     │
 écritures 1D      00110000 ──► matrice 1D :     00110000   ──┘
                           └ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ┘
```

Synthétiquement, on constate que la transition (flèche D) entre les deux niveaux d'écritures linéaires mono-dimensionnelles (1D) correspond à une *ouverture en deux dimensions* (matrice bi-dimensionnelle) suivie d'une *fermeture de cette dimension ouverte* (agglomération des points dans l'oeil) :

169e CONSTAT. Globalement, la transition de niveau dans le sens répondant binaire vers texte apparent n'est pas une transition d'état au sens de l'informatique.

L'étude du clavier procède d'un raisonnement analogue. Le clavier simplifié (partie gauche du schéma [169a]) comporte 5 rangées de 16 touches. La touche où le dessin d'un zéro est gravé se trouve topologiquement située sur la première rangée en 13$^{\text{ème}}$ position, et repérée [1,13]. L'enfoncement de cette touche donne lieu, via l'électronique du clavier K, à un *codage topologique*, en l'occurrence, la configuration binaire 0011101 (3 bits pour la rangée, et 4 bits pour la position dans la rangée) ; grâce au transcodage Tc, ce codage topologique de la touche est converti en un code ASCII, celui du caractère 0 en l'occurrence. Ce qui figure gravé sur chaque touche n'est pas une configuration binaire, mais une forme identifiée comme un caractère :

169f
```
 écritures 1D         0                             0      ──┐
──────────────   ┌────↓─────────────────┐                    │
effectivité 2D   │ geste 2D ──► repère 2D │ ├  ─────────       │   C
──────────────   └─────────┬──────↓─────┘                    │
 écritures 1D      00110000 ◄── cod top 1D :     00110000  ◄─┘
                           └ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ┘
```

1. C'est un raccourci : il convient de comprendre que la vision fait intervenir le processus d'analyse, de transformation et d'identification des impacts lumineux qui permettent de parvenir à l'énoncé : « je vois la lettre zéro ». On notera par ailleurs que, dans le cas des tubes cathodiques, par exemple, le *vu* de la vision n'a lieu que « dans l'oeil » grâce à la persistance rétinienne.

2. Dans le cas d'une imprimante à *marguerite*, la distinction des positions (codage linéaire d'une commande électro-mécanique) est sans rapport nécessaire avec les formes moulées dont l'impact d'un marteau soigneusement synchronisé prélèvera l'empreinte bi-dimensionnelle grâce à un ruban imprégné de fines particules de carbone.

3. On notera que, dans le cas d'un dispositif d'impression à base de matrices de points, la forme s'obtient par la conjonction de deux ***collages*** : d'un côté, celui des traces constituant la forme, et de l'autre, celui des traces constituant le fond ; à proprement parler, la forme n'émerge comme telle que par l'***effacement*** du fond. De nouveau, l'idée de glissement est présente : mais ici, c'est entre un univers de points séparés et un univers de formes. Il va de soi que nous ne pouvons qualifier ces formes de *continues* ; d'ailleurs, à un niveau plus fin, chaque point a une forme.

Pour inscrire le caractère 0 dans le texte, nous effectuons un geste (mouvement en [au moins] deux dimensions), pour choisir la treizième touche de la première rangée et appuyer sur cette touche (mouvement en [au moins] une dimension), de manière à mettre en oeuvre les contacts électro-mécaniques (repérage 2D [1,13]) qui donnent lieu au codage topologique binaire 0011101 (noté *cod top* dans le schéma synthétique) lié à cette touche :

169g CONSTAT. Globalement, la transition de niveau dans le sens texte apparent vers répondant binaire n'est pas une transition d'état au sens de l'informatique.

Qu'il s'agisse du décodage [169d] ou du codage [169f], on constate que la transition de niveau « passe » par une ouverture et une fermeture de dimensions qui ne peuvent être comprises comme des transitions d'état *au sens de l'informatique* [169e] [169g], de sorte que :

169h ARGUMENT DES DIMENSIONS. Les transitions de niveau entre le texte apparent et le répondant binaire, qui requièrent une ouverture et une fermeture de dimensions, ne sont pas des transitions d'état *au sens de l'informatique* et ne sont pas programmables en tant que telles.

Dans notre première approche du codage [7], nous avions déjà indiqué de manière intuitive que le rapport entre un caractère (texte apparent) et son code ASCII (répondant binaire) n'était pas, en tant que tel, programmable [7b]. L'étude de l'assertion de codage [162-167] conjuguée à l'étude simplifiée des dispositifs physiques [169] confirme maintenant cette approche intuitive.

170 *Le glissement du concept d'état*

Certes, il est couramment admis qu'on peut « tout » réduire à des changements d'états *au sens de la physique*. Prolongeons notre étude de la discrétisation [79-84] et notre ébauche d'une théorie de l'information discrète [92-99]. Nous avons établi [81a] que le point de vue informatique venait se greffer sur une discrétisation physique déjà accomplie :

170a CONSTAT. Si on tente de réduire les transitions de niveau *au sens de l'informatique* à des changements d'état *au sens de la physique*, on « sort » de l'informatique et tout l'édifice conceptuel associé s'évanouit.

Ce constat renvoie au principe [99c] d'une information neutre et homogène. Il rappelle, dans ce cas particulier, que les *traitements d'information*, qui supposent l'élimination préalable de toute référence au système physique sous-jacent [79l] [84b] [97a], ne relèvent pas d'une physique au sens normatif actuel [97c]. Par conséquent, si on veut « sauver » l'usage du mot *état* en informatique [169b] [169c] [169e] [169g] et en physique, on conclut :

170b ARGUMENT DES ÉTATS PHYSIQUES. Certains changements d'état *au sens de la physique* sont compris comme des ***transitions d'états*** *au sens de l'informatique*, alors que d'autres contribuent à réaliser des ***transitions de niveau*** *au sens de l'informatique*.

Nous avions suggéré intuitivement dès le départ [1d] l'existence d'éventuels glissements de sens au sujet du mot *état*. Mais, dès lors que nous situons [151a] la problématique des niveaux dans son implication mutuelle avec celle des états, la question préalable [149a], concernant d'éventuels glissements du mot *niveau*, se transpose au mot *état*, malgré l'évidence apparente de son usage :

170c QUESTION RECONSTITUÉE. Ne sommes-nous pas en présence d'un ***glissement*** qui endort notre sens critique par le jeu d'un effet incantatoire dû à la ***répétition d'un même mot***, le mot ***état***, et qui nous fait croire à une « même réalité objective des états » dans diverses disciplines parce que chacun, pour sa part, emploie ce mot, quoiqu'il l'emploie peut-être en un sens qui demeure étranger à son voisin ?

Le constat d'une diversité d'usage du mot *état* constitue, d'une part, une corroboration de la *première réserve* [151b] qui stipule qu'à chaque manière de comprendre des [transitions entre] états [discrets] est associée une manière de comprendre des [transitions entre] niveaux [discrets] [1], et, d'autre part, contribue paradoxalement à étayer la thèse d'une problématique transversale :

170d RAPPEL. Notre thèse [151a] énonce que l'***invariant*** (ou la ***conservation***) porte sur l'***implication mutuelle*** entre états et niveaux, et non pas sur une ***uniformité de sens*** des mots *état* et *niveau* dans les diverses disciplines qui en font usage.

On peut mesurer à quel point la fragmentation du discours scientifique est tout, sauf évidente [150i] [150h] : quand on fait passer la lame du rasoir entre *informatique* et *physique*, il devient impossible, d'un point de vue théorique, de comparer les états *au sens de la physique* et les états *au sens de l'informatique*, et, dès lors, l'usage du ***même mot*** est supposé valoir pour la ***mêmeté de la chose***, puisque le glissement est épongé par le ***trait de coupe***, c'est-à-dire le ***tiers-lieu*** [118] [150b] inaccessible à chacune des disciplines ainsi séparées.

171 *La discrétisation est liée à un niveau*

Nous rejoignons maintenant ce que notre pratique de l'informatique nous enseigne de la manière la plus quotidienne [10e] :

171a RAPPEL. En informatique, nous ne pouvons définir ni le vecteur d'état d'une machine, ni les transitions afférent à ce vecteur d'état, sans ***choisir un niveau*** (un degré de condensation) ***relativement auquel*** les états et les transitions d'état sont situés.

Nous choisissons ainsi un *grain de discrétisation*, aussi bien pour les états que pour les transitions, de telle sorte qu'à chaque niveau on dispose d'un *modèle prédictif* [90] qui condense et conserve gobalement le [système physique] discrétisé. Effectuer un tel choix revient à arrêter la régression sans fin d'un processus de découpage [100-105] destiné à accroître la détermination [112g], sachant que l'achèvement du développement régressif est théoriquement *équivalent [116a] à l'*effectivité réelle* des transitions d'état et des *interprètes effectifs* [139]. Les thèses que nous avançons s'accordent à notre expérience de l'informatique et nous invitent à formuler un troisième argument :

171b ARGUMENT DE LA POSSIBILITÉ. Si la ***possibilité*** de situer des [transitions entre] états discrets *au sens de l'informatique* requiert préalablement le ***choix d'un niveau***, alors les [transitions entre] niveaux *au sens de l'informatique* ne sont pas réductibles à [transitions entre] états discrets *au sens de l'informatique*.

Cet argument est, à notre sens, le plus décisif, car il ***noue*** de manière très directe la *possibilité* des [transitions entre] états discrets à l'existence préalable des [transitions entre] niveaux. Il s'ensuit que le choix préalable d'un niveau intervient comme une *condition* de la venue des choses à la forme, ce qui s'accorde à notre montage théorique [106] dans lequel chaque venue à la forme d'une chose est recueillie comme l'un des termes d'une régression sans fin (singularité Φ [106f]). Dans le cadre normatif actuel où le concept de *représentation* demeure quelque peu obscur, il convient de remarquer :

171c ATTENTION. L'argument [171b] n'exclut pas qu'il soit concevable de *représenter* des [transitions entre] niveaux au moyen de [transitions entre] états (d'un même niveau) ; mais ***représenter*** une chose par une autre chose n'est pas ***réduire*** cette chose à cette autre chose.

L'étude de l'assertion de codage montre cela avec précision : le glissement d'écritures qui arrête la seconde régression [166] n'autorise qu'une transition de niveau *fictive* qui, en fait, *n'a pas lieu*. De manière imagée : ce n'est pas parce qu'on *représente* le mouvement par des équations, des graphes, des calculs, etc. que le mouvement *en tant que tel* est *réduit* à ces équations, ces graphes, ces calculs, etc. Plus généralement, les *concepts mathématiques* qui interviennent dans les mathématisations des théories *physiques* ne sont jamais substituables aux *concepts physiques* eux-mêmes ; ainsi, par exemple, une force au sens de la physique *n'est pas* un vecteur au sens mathématique.

1. La même remarque se transpose à la *seconde réserve* [151c] concernant le couplage états/niveaux dans des contextes continus.

172 *Quatrième argumentation : les quantités d'information*

Lorsque nous avons prolongé notre étude de la discrétisation des systèmes physiques [79-84] [85-91] pour ébaucher une approche théorique de l'information discrète [92-99], nous avons souligné quatre difficultés majeures : un *choix arbitraire* de lettres pures provenant d'une indétermination inéliminable [81b], la *distinctivité mutuelle* des lettres associées à chaque place [81e] [95a], la *non comparabilité* des lettres associées à des places distinctes [81k] [98b], et l'usage systématique de la technique des *glissements d'écritures* [98c]. Ces difficultés se sont amplifiées avec les niveaux [155b] :

172a CONSTAT. L'étude de l'assertion de codage confirme que les difficultés dégagées dans le cas d'écritures référées à un *même niveau* (choix arbitraires, distinctivité mutuelle, non comparabilité, et glissements), s'étendent aux écritures référées à des niveaux distincts.

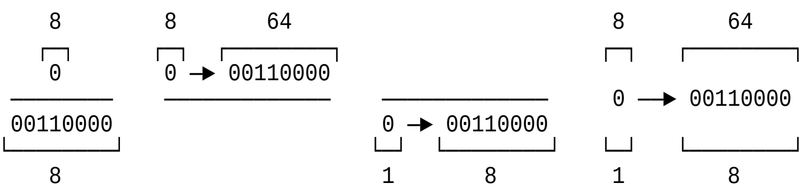
Il s'ensuit que l'extension de l'usage du mot *information* contribue à couvrir le blocage théorique [92a] associé aux [transitions entre] niveaux, ce qui nous invite à utiliser les *quantités d'information* pour approcher certains cas de glissements d'écritures, en particulier ceux qui proviennent de la mise en rapport d'écritures référées à des niveaux distincts :

172b INTERPRÉTATION. D'un point de vue informatique, deux lettres associées à des ***quantités d'information différentes*** ne sont certainement pas « la même lettre », que ces deux lettres coïncident formellement ou non.

Pour un informaticien, il ne fait pas de doute que le 0 apparent, associé à 8 bits, n'est pas « la même lettre » que le 0 binaire sous-jacent, associé à 1 bit. Les choix arbitraires [81b] destinés à lever les indéterminations inéliminables impliquées par la transcription des discrétisations peuvent conduire « fortuitement » à des écritures qui coïncident formellement, quoique ces écritures soient *non comparables* d'un point de vue théorique [81k] [98b]. D'où l'argument :

172c ARGUMENT DES QUANTITÉS D'INFORMATION. Du point de vue de l'informatique et des traitements d'information, la coïncidence formelle d'écritures (resp. de rapports entre écritures) ***n'implique pas*** que ces écritures (resp. ces rapports entre écritures) soient « la même chose ».

172d De manière imagée, les *quantités d'information*, qui ne sont pas « inscrites sur les lettres », peuvent conduire à des distinctions « plus fines » que celles autorisées par le critère de coïncidence formelle :

172e


Ce schéma résume les effets de glissements : le rapport entre niveaux (premier rapport) n'est pas de même « nature » que les transitions d'état (second et troisièm rapport), sachant que ces deux transitions sont distinctes d'un point de vue informatique. La figure de droite amène ces trois rapports en coïncidence formelle, grâce à l'usage indifférent d'une flèche, tandis que les quantités d'information (1, 8, ou 64 bits) permettent de déceler les glissements (une « même » lettre ou un « même » assemblage formel associé tantôt à une quantité d'information, tantôt à une autre).

173 *Cinquième argumentation : le critère de coïncidence formelle*

L'argument [171b] relatif au choix préalable d'un *niveau* peut être prolongé au critère de coïncidence formelle. En effet, puisque [143] l'application *effective* du critère de coïncidence formelle est apparentée à une transition d'état, ne peuvent être comparées, au moyen de ce critère, que des écritures référées à un *même niveau* :

173a ARGUMENT DE LA COINCIDENCE FORMELLE. Le critère de coïncidence formelle ***n'est pas applicable*** à la comparaison d'écritures référées à des niveaux distincts.

Le critère de coïncidence formelle n'est universel que dans le cadre de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, laquelle suppose que les écritures (et les intervalles) sont ***irréductibles***. Or [10g] [171b], l'irréductibilité des écritures est seulement relative, et la possibilité d'obtenir des [transition entre] états réside dans le choix préalable d'un niveau :

173b REPERE. Entre le critère de coïncidence formelle, *universel* ***mais*** *inapplicable*, et chaque instance du critère de coïncidence formelle, *non universelle* ***et*** *effectivement applicable*, s'interpose la *question de la venue à la forme*.

Nous avions noté [143c] que le critère de coïncidence formelle était *inassignable* dans le *sans fin*, ce qui signifie qu'à chaque niveau concevable ou possible est associée *une instance particulière*, à la fois locale et effectivement applicable, du critère « universel » de coïncidence formelle. Ce critère normatif n'est applicable, au mieux, qu'*à l'intérieur* d'un niveau, mais en aucun cas pour des niveaux distincts. Nous disons *au mieux*, car nous avons souligné à l'instant [172d] que les quantités d'information autorisaient des distinctions « plus fines » que celles autorisées par la coïncidence formelle.

174 *Conclusions selon le point de vue informatique*

Pour notre part, après avoir longuement hésité sur la problématique des niveaux à cause de l'enjeu considérable qu'elle implique, nous avons dû nous rendre à l'évidence : en informatique, les transitions de niveaux ne sont ni éliminables ni réductibles à des transitions d'état :

174a PREMIERE CONCLUSION. Pour un informaticien, le dénouement du dilemme des niveaux [160c] est déjà fait (sinon officiellement, du moins *en acte*), car il ne peut à la fois soutenir son savoir-faire et postuler l'homogénéité des [rapports entre] écritures [1].

Bien que l'idée de découper des lettres [7c] [136c] [162c] soit incontestablement incongrue dans le cadre normatif actuel, notre pratique de l'informatique nous enseigne au contraire que l'irréductibilité apparente des lettres est seulement relative (et non pas « absolue »). Nos remarques concernant les accroissements de détermination [110-112] s'appliquent aussi bien aux traces indécelables (intervalles, effectivité, indétermination, etc.) qu'aux traces décelables (lettres, états, exactitude, etc.) :

174b SECONDE CONCLUSION. L'étude de l'assertion de codage confirme [136c] [141] que le principe des découpages et des collages s'applique également aux lettres elles-mêmes.

L'éventualité de ***niveaux d'écritures*** [155], idée également incongrue dans le cadre normatif actuel, s'avère applicable de manière opératoire en informatique, sachant que rien, peut-être, ne nous est plus familier [2] :

1. Peut-être existe-t-il d'autres sortes d'effets discrets irréductibles aussi bien aux [transitions entre] états qu'aux [transitions entre] niveaux ; dans l'immédiat, il importe seulement que nous puissions avérer la non homogénéité des [rapports entre] écritures pour [au moins] un cas particulier.

174c 2. Encore faut-il le *dire* [167g] : le *savoir* interagit avec le « voir ». A cet égard, il convient sans doute de méditer la sûreté avec laquelle l'intuition fraye son chemin sous les critères normatifs officiels, puisqu'elle est parvenue, en quelques années, à dé-enfouir l'inconcevable pour le hisser jusqu'au discours le plus ordinaire et le plus répandu, grâce à un *déplacement* qui ne manque pas d'humour : le syntagme ***couper/coller*** est désormais entendu dans l'harmonie emblématique de ce qui préside au ***traitement des textes***.

174d TROISIEME CONCLUSION. Les ***niveaux d'écritures*** dépendent des processus de ***découpage*** (décondensation, diminution de l'indétermination et de la substituabilité) et de ***collage*** (condensation, augmentation de l'indétermination et de la substituabilité).

Plus précisément, l'étude de l'assertion de codage nous invite à distinguer soigneusement les *barres* et les *flèches* [8g] [101g] [132d] [135d] :

174e QUATRIEME CONCLUSION. En informatique : 1. les ***flèches*** (associées aux [transitions entre] états) ne sont pas les ***barres*** (associées aux [transitions entre] niveaux) ; 2. une flèche est irréductible à une barre, et vice-versa ; 3. une flèche ne peut ***franchir*** une barre ; et 4. une barre ne peut ***couper*** une flèche.

La règle d'usage est simple, et chacun peut l'appliquer sans difficulté dans sa pratique [de l'informatique] [1]. En situant la problématique des fondements de l'informatique [1-25], nous avions souligné [10g] que l'irréductibilité des écritures ne pouvait plus être tenue pour une évidence allant de soi, mais bien au contraire comme une condition nécessaire à la détermination de système de concepts qui n'existent qu'à certains niveaux. Il s'ensuit que les considérations relatives aux quantités d'information [172c] ne sont pas compatibles, directement et sans précautions, avec le critère de coïncidence formelle [172e] [173a] :

174f CINQUIEME CONCLUSION. Les ***quantités d'information*** associées aux lettres *formellement décelables* sont une manière d'approcher certaines traces et différences *formellement indécelables* (au sens du critère de coïncidence formelle).

174g Cette remarque constitue un acquis méthodologique essentiel, puisque des considérations sur les quantités d'information, universellement admises et réputées opératoires, permettent indirectement de mener à bien des *raisonnements sur des *différences indécelables* du premier et du second ordre [156c]. Ce n'est donc pas un effet de manche d'aborder l'*information discrète* comme la manifestation d'un blocage théorique [92a] :

174h SIXIEME CONCLUSION. La conclusion la plus surprenante de cette étude consiste simplement à attirer l'attention sur le fait que la pratique ***la plus courante*** de l'informatique ***n'est même pas concevable*** sans le rejet du postulat [160b] de l'homogénéité des [rapports entre] écritures.

Ainsi, le cliché le plus ancré, aussi bien dans le discours le plus quotidien que dans le discours scientifique le plus autorisé, qui consiste à identifier l'informatique au paroxysme du machinisme calculatoire, est aussi le symptôme d'un « oubli », celui de la « dimension des niveaux », « oubli » incontestablement judicieux, puisque cette « dimension des niveaux » s'avère, d'un point de vue théorique, inaccessible dans le cadre normatif actuel. Cela nous confirme dans la supposition [73] [158i] que le dépassement de la normativité scientifique officielle s'accomplit discrètement depuis plusieurs décennies, et qu'il est déjà bien avancé, compte-tenu, par exemple, de l'extension des *traitements d'information* !

IV-2-3. Remarques sur l'effectivité formelle

■ *Nous étudions quelques aspects de l'articulation entre l'effectivité formelle et l'informatique, dans la perspective de la problématique des niveaux et du postulat d'homogénéité des [rapports entre] écritures.*

175 *Le cheminement de l'argumentation*

Dès qu'on étudie avec soin l'articulation entre l'informatique et l'effectivité formelle (considérée, en principe, comme étant une branche des mathématiques), on ne peut manquer d'éprouver une certaine « gêne » car, d'un côté, la réduction de l'informatique à la théorie de la calculabilité constitue actuellement une évidence

1. En proposant de distinguer les barres et les flèches, nous savons que nous entrons en conflit avec l'évidence selon laquelle les *codages* ou les *représentations* (barres) sont [assimilables à] des fonctions calculables au même titre que les *calculs effectifs* (flèches). Nous allons revenir sur ce point dans la suite.

universellement admise, alors que, d'un autre côté, chacun sait, comme nous l'avons déjà souligné [96e], qu'aucune théorie mathématique actuelle (ni aucune théorie de la calculabilité) n'est liée, quant aux principes fondamentaux, ni à l'information [discrète], ni aux traitements d'information [discrète] :

175a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si les théories de la calculabilité ont inconstestablement anticipé l'émergence des traitements d'information discrète, il n'est pas certain que l'absence, depuis lors maintenue au sein de ces théories, de toute référence aux quantités d'information, signifie de toute évidence que la problématique de ces traitements ait été vraiment pressentie, complètement aperçue et définitivement résolue [dans le cadre de ces théories].

En particulier, puisque les considérations de niveau s'avèrent incontournables en informatique, leur « oubli » dans les approches théoriques qui la concernent devient une problématique à part entière. De manière générale, il s'agit d'affronter la seconde question [93b] relative à la théorie de l'information discrète : *tout traitement d'information peut-il être assimilé à un calcul* ? Notre propos n'est pas de revenir sur les théories de la calculabilité *en tant que théories mathématiques à usage mathématique* : c'est l'affaire des mathématiciens. Notre propos se borne à revenir sur certaines conditions relatives à l'applicabilité de théories, qui, initialement destinées à apporter certaines réponses de nature mathématique à des problèmes mathématiques, interviennent depuis lors dans des contextes bien différents.

Mettre l'assertion de codage [162a] en « contact » [168b] avec la problématique de l'applicabilité des théories de la calculabilité à l'informatique, c'est poser la question de savoir si le rapport entre les deux écritures concernées (le caractère ASCII et son codage binaire) peut être ou non assimilé à une procédure formelle effective, et c'est donc poser *directement* la question du maintien ou du rejet du postulat [160b] de l'homogénéité des [rapports entre] écritures. Puisque les écritures intervenant dans cette assertion de codage sont strictement bornées de toutes parts dans le fini, le postulat est applicable, de sorte que, dans le cadre normatif actuel, un tel codage est supposé réductible à une procédure formelle effective, donc à un calcul. Les arguments qui suivent sont destinés à montrer qu'une telle réductibilité supposée est irrecevable.

176 *Une réduction à un « commun dénominateur »*

L'assertion qui nous sert d'exemple peut être abordée par un autre biais que celui du codage. On peut, en effet, considérer très simplement qu'il s'agit de deux manières d'énoncer ***un même fragment de vecteur d'état*** d'une machine informatique. Chacun sait, en informatique, qu'on peut énoncer un [fragment de] vecteur d'état sous la forme d'une suite de chiffres binaires, octaux, hexadécimaux, etc., ou sous la forme d'une suite de caractères ASCII (ou de tout autre code), ou encore par l'intermédiaire des procédés les plus divers :

176a RAPPEL. En informatique, il est admis qu'à un même vecteur d'état (ou qu'à un même fragment d'un vecteur d'état), il est possible d'associer plusieurs transcriptions distinctes, c'est-à-dire plusieurs écritures distinctes.

Il s'ensuit que si quelqu'un nous présente l'écriture 00110000, par exemple, en affirmant qu'il s'agit de la transcription d'un fragment de vecteur d'état, nous sommes obligé de lui demander s'il s'agit là d'une suite chiffres en base 2, 3, 4, 5, etc., voire d'une suite de caractères ASCII (ou de tout autre code), ou même du résultat de tout autre procédé de transcription. Une manière de s'entendre consiste à rapporter toutes les transcriptions à une sorte de « commun dénominateur », peu importe lequel, pourvu qu'à chaque transcription possible puisse être associé son *répondant* relativement à ce « commun dénominateur ».

Puisque notre propos ne vise que des contre-exemples, autant choisir le « commun dénominateur » qui nous est le plus familier en informatique, à savoir la transcription binaire habituelle[1]. Considérant un [fragment de] vecteur d'état, rien ne nous empêche de former le rapport entre l'écriture provenant d'une transcription quelconque et l'écriture associée à son répondant binaire :

1. Tout ce qui suit peut être transposé à n'importe quelle « base » de transcription, car l'argumentation que nous développons ne repose que sur les conséquences impliquées par le fait qu'il est impossible ne pas en choisir une.

176b

0	00110000	0300	48	30
00110000	00110000	00110000	00110000	00110000
ASCII	base 2	base 4	base 10	base 16

Pour un même [fragment de] vecteur d'état, le « commun dénominateur » est toujours le même, seul change le « numérateur » provenant de la transcription choisie. Ces écritures sont bornées de toutes parts dans le fini, et satisfont donc aux conditions d'applicabilité du postulat [160b] de l'homogénéité des rapports entre écritures. Par conséquent, rien ne s'oppose à la proposition suivante :

176c PROPOSITION. Sous réserve que les écritures en jeu soient strictement bornées de toutes parts dans le fini, et en l'état actuel de l'informatique, à l'affirmation « telle écriture est la transcription d'un [fragment de] vecteur d'état », ***il est toujours possible*** d'associer une ***procédure formelle effective*** admettant cette écriture comme donnée et fournissant en résultat son répondant binaire.

Il serait inutile de requérir un programme, car nous savons déjà [169h] qu'aucun programme (au sens de notre pratique actuelle de l'informatique) ne peut correspondre à de telles situations. Au demeurant, puisque notre propos ne vise que des contre-exemples, même si l'informatique devait ultérieurement évoluer, l'informatique telle que nous la connaissons aujourd'hui n'en demeurerait pas moins possible et réalisable, de sorte qu'un contre-exemple obtenu dans le contexte actuel conserverait sa validité.

177 *Une procédure formelle effective*

Suivons le droit-fil des usages et des évidences actuellement en vigueur, en prenant soin d'éliminer toute complication inutile :

177a *HYPOTHESE SIMPLIFICATRICE. Les deux chiffres binaires sont les lettres *z* et *u*, étant convenu que ces lettres *u* et *z* (ainsi que toutes les lettres auxiliaires dont nous aurons besoin) sont « en plus » des 256 caractères du code ASCII.

En appliquant cette *hypothèse [1] à l'assertion de codage [162a] précédemment étudiée, il vient :

177b

```
   0
↓ ────────
  zzuuzzzz
```

Pour obtenir une procédure formelle effective [2], nous pouvons nous placer dans le contexte des *algorithmes de MARKOV*, et former une *règle de réécriture* dont la *partie gauche* est constituée par le caractère à convertir, et dont la *partie droite* est constituée par le codage binaire :

177c

```
[0→zzuuzzzz]▌0          [0→zzuuzzzz]▌zzuuzzzz
└──────────────┘   →   └──────────────────────┘
  état initial               état final
```

Conformément aux usages relatifs à l'*algorithme universel de MARKOV*, l'*état initial* est obtenu en juxtaposant linéairement, en partant de la gauche, les règles de réécriture (revêtues d'un habillage syntaxique adéquat), puis une barre verticale, puis la *donnée initiale*, en l'occurrence le caractère ASCII 0. Après application de la règle de réécriture, le résultat attendu, en l'occurrence le répondant binaire, se trouve à droite de la barre verticale.

1. Il s'agit d'une **hypothèse* (avec étoile), car cette « simplification » requiert la mise en oeuvre du paradoxe du menteur, puisque le présent texte est saisi en ASCII. Toutefois, les argumentations qui suivent ne concernent pas le cas particulier où une même lettre (par exemple, 0) interviendrait à la fois au-dessus de la barre et en-dessous (par exemple, 00110000). Puisqu'il nous suffit d'un seul contre-exemple, quel que soit son degré de simplicité, pour récuser des évidences et des usages universellement admis, nous choisissons le cas le plus simple.

2. La suite du *raisonnement s'intéresse au codage dans le sens du caractère ASCII vers son répondant binaire. Le même *raisonnement se transpose au décodage.

Puisque, par *hypothèse [177a], les lettres qui figurent en partie gauche sont distinctes des lettres qui figurent en partie droite, l'algorithme s'arrête au bout d'un nombre fini d'étapes, en l'occurrence une seule, puisqu'il n'y a qu'une seule lettre à convertir. Compte-tenu de la même *hypothèse [177a], la procédure [177c] s'étend sans difficulté aux 256 caractères ASCII (chacun étant associé à une règle de réécriture), et à des données initiales comportant un nombre quelconque de caractères ASCII. En rapprochant le schéma du codage [177b] et la procédure formelle effective [177c], il vient :

177d

↓ $\dfrac{\texttt{0}}{\texttt{zzuuzzzz}}$	`[0→zzuuzzzz]▌0`

Puisque cette construction est strictement conforme aux usages et aux évidences actuellement en vigueur, et ne fait appel à aucun procédé qui pourrait être jugé irrecevable au regard de la normativité scientifique actuelle :

177e PROPOSITION. A notre connaissance, rien, parmi les évidences et les usages qui régissent actuellement l'articulation entre l'informatique et la théorie de la calculabilité, ne s'oppose à ce qu'on puisse affirmer que le codage [177b] est réductible à la procédure formelle effective [177c].

178 *Un point de méthode*

La proposition [177e] qui vient d'être énoncée suffit à mettre en évidence une difficulté d'articulation. Car, d'un point de vue informatique, nous savons que ce rapport entre écritures [177b] ne peut pas être référé à une transition d'état (au sens de l'informatique) ni, *a fortiori*, à un programme, alors que, d'un point de vue mathématique (effectivité formelle et théories de la calculabilité), rien, en apparence, ne s'oppose à ce que ce « même » rapport en écritures soit référé à une procédure formelle effective. Indépendamment de toute considération relative à la problématique des niveaux ou au rejet du postulat d'homogénéité, on peut déjà énoncer :

178a PREMIERE CONCLUSION. La ***possibilité*** de tenir pour ***évidente*** la réduction de l'informatique et des traitements d'information discrète à la théorie de la calculabilité, ***est récusée***.

Un seul contre-exemple suffit, quel que soit son degré de banalité, pour récuser une évidence universellement admise. L'articulation entre les traitements d'information et l'effectivité formelle est certainement moins évidente qu'il n'y paraît :

178b REMARQUE. Le contre-exemple qui suffit à récuser la réduction évidente de l'informatique à la théorie de la calculabilité ne concerne ***aucune limitation jusqu'à présent connue*** : il ne s'agit ni d'un calcul non concrètement effectuable, ni d'un problème réductible au problème de l'arrêt d'une machine de TURING, ni d'un problème réductible à un problème d'indécidabilité, etc., ni d'écritures infinies, ni d'une quelconque limitation relative à la matérialité des ordinateurs.

Bref, ce contre-exemple relève de la finitude la plus bornée qui soit, puisqu'il s'agit du rapport entre une écriture d'***une*** lettre et d'une écriture de ***huit*** lettres. Par ailleurs, il n'y a pas de « truc » caché, puisque le texte que *vous* êtes en train de lire suppose l'effectuation concrète du codage en cause.

Cette « petite difficulté » ne troublera certes pas notre pratique courante, où tout semble présentement si évident. D'ailleurs, en manoeuvrant convenablement la ficelle de la fragmentation des discours, on finit toujours par trouver un *trait de coupe* suffisamment épais pour éponger ce genre de difficulté. En l'occurrence,
178c on pourra s'accorder, d'un point de vue *pratique*, sur la supposition qu'il s'agit d'une « difficulté purement théorique », et, d'un point de vue *théorique*, sur la supposition qu'il s'agit d'un « simple détail d'implémentation ». Mais ce serait faire fausse route de croire que les théories [scientifiques] se contentent d'une opérativité acquise grâce à des discours plus ou moins bien rafistolés :

178d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Ou bien une pratique opératoire n'est pas en accord avec « sa » théorie, ***et c'est la théorie qu'il doit être réexaminée***, ou bien la théorie est ***opératoire***, et elle l'est ***sans réserve***

dans le cadre de conditions d'applicabilité explicites (protocoles d'application, limites, conditions restrictives, approximations, probabilités d'échec, etc.).

On n'attend pas des théories [scientifiques] qu'elles s'appliquent *à peu près*, mais qu'elles s'appliquent ***sans réserve*** dans le cadre d'une ***incertitude par elles déterminée***. Nombre de recherches de fondement tiennent à ce *déplacement d'accent* :

178e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. En tout état de cause, la difficulté, *même la plus minime*, concernant la ***réductibilité au calculable***, ne saurait être tenue pour négligeable dans le contexte normatif actuel.

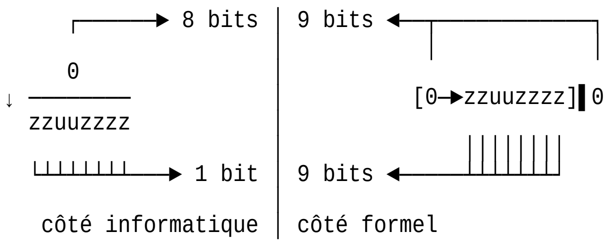
Chacun pourra reparcourir l'histoire des sciences, on a déjà remué les principes les plus fondamentaux de certaines théories les mieux établies pour bien moins. La connaissance des conditions d'applicabilité ne s'affine et ne se précise que progressivement : la détermination de restrictions ou de limites quant à l'applicabilité d'une théorie n'est pas, en général, un problème trivial.

179 *Les quantités d'information*

179a Demandons à l'informaticien d'associer une quantité d'information à chacune des lettres du codage. Au-dessus de la barre (schéma [179c], partie gauche), il associera 8 bits à la lettre 0 (ou à tout autre caractère ASCII), et, en-dessous de la barre, il associera 1 bit à chacune des lettres *z* et *u*.

179b Demandons au mathématicien d'associer une quantité d'information à chacune des lettres (schéma [179c], partie droite) qui entrent dans la composition de la procédure formelle effective (supposée étendue aux 256 caractères ASCII). Puisque, par *hypothèse [177a], les lettres *z* et *u* sont « en plus » des caractères ASCII, il y a au moins 258 lettres à distinguer. Si on admet, ce qui est vraisemblable, que le nombre de lettres auxiliaires est inférieur ou égal à 254, il faut être en mesure de distinguer au moins 258 lettres et au plus 512 lettres, de sorte que 9 bits suffiront[1] :

179c



Il s'ensuit que les caractères ASCII, qui valent pour 8 bits (côté informatique), valent pour 9 bits (côté formel), tandis que les chiffres binaires *u* et *z*, qui valent chacun pour 1 bit (côté informatique), valent aussi pour 9 bits (côté formel). Hélas [172b] :

179d ARGUMENT DES QUANTITÉS D'INFORMATION. On ne fera jamais croire à un informaticien que les lettres intervenant dans le codage (schéma [179c], côté informatique), et qui sont associées à 8 bits (au-dessus de la barre) et à 1 bit (en-dessous de la barre), sont « la même chose » que les lettres qui interviennent dans la procédure formelle effective (schéma [179c], côté formel), et qui valent ***chacune pour [au moins] 9 bits***.

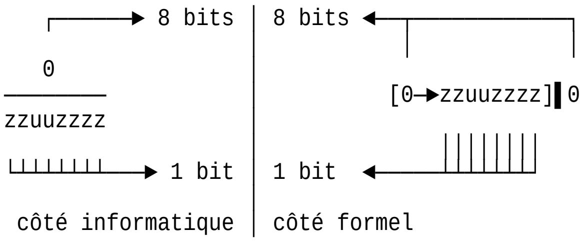
Jamais. Certes, cet argument demeure « en-dehors » des mathématiques actuelles, et relève toujours d'une pratique de l'informatique. Il n'en reste pas moins qu'un informaticien n'admettra jamais, dans le schéma [179c], que la *barre* (côté informatique) a été réduite à la *flèche* (côté formel). On peut recourir aux tours de discours les plus élégants, en disant, par exemple, que le codage se trouve « représenté », « spécifié », « décrit », « dénoté », « défini », « abstrait », etc., etc., rien n'y fait, la réduction n'a pas lieu. S'il est incontestable [175a] que l'effectivité

1. Conformément à notre pratique actuelle de l'informatique, nous raisonnons sur des quantités d'information *entières* exprimées en *bits*. Nos arguments se transposent toutefois au cas général, quelle que soit la base choisie pour exprimer les quantités d'information.

formelle a anticipé certains aspects des traitements d'information discrète, il est non moins incontestable que d'autres aspects sont demeurés inaperçus.

180 *La tentative d'« arrangement »*

Le schéma [179c] montre que le différend noue une *ressemblance formellement décelable* évidente, puisque les écritures sont « formellement les mêmes » de part et d'autre, et une *dissemblance formellement indécelable*, liée à une ***valuation des lettres*** selon les quantités d'information. Toutefois, puisque les principes fondamentaux actuels de la formalisation mathématique et logique demeurent *indifférents* aux considérations qui établissent une telle valuation, pourquoi ne pas tenter un « arrangement » qui s'accorde aux points de vue des deux parties :

180a 

Les lettres sont maintenant associées aux mêmes quantités d'information de part et d'autre, de sorte que la *dissemblance formellement indécelable* s'évanouit, et que la *ressemblance formellement décelable* vaut aussi bien pour le point de vue informatique que pour le point de vue formel.

Cet arrangement nous fait sourire, car l'effectivité de la procédure (côté formel) est liée au critère de coïncidence formelle qui repose, en théorie de la calculabilité, sur le fait que des lettres *formellement non ressemblantes* sont considérées comme étant *distinctes*. De sorte que c'est maintenant l'informaticien qui récuse le statut de *procédure formelle effective* à la partie droite du schéma [180a], indépendamment d'un revêtement syntaxique et formel qui lui en donne l'allure :

180b ARGUMENT DE L'ARRANGEMENT. Pour qu'il soit possible d'admettre comme ***évidente*** la réduction de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité, il convient ***au minimum*** que tous les aspects de ces théories qui sont ***strictement bornés de toutes parts dans le fini*** satisfassent aux conditions dans lesquelles la ***pratique*** actuelle de l'informatique et des traitements d'information discrète est ***jugée opératoire***.

Cette évidente réduction ***oblige***, car elle ne saurait être admise comme telle, que si, en contrepartie, les théories de la calculabilité (tout au moins, dans leurs aspects strictement bornés de toutes parts dans le fini) satisfont, ***de manière également évidente***, aux considérations opératoires relatives aux traitements d'information. Or, puisque l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité requiert la médiation de l'écriture, cette évidente réduction fonctionne *dans les deux sens* à l'endroit de cette médiation, et ***doit donc s'appliquer***, directement et de manière également évidente, aux écritures et, plus particulièrement, aux lettres :

180c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'évidente réduction des traitements d'information aux théories de la calculabilité concerne ces théories ***en premier lieu*** (et non pas l'informatique).

Qu'on le veuille ou non, l'informatique n'a pas besoin des théories de la calculabilité pour établir les conditions de sa propre opérativité *sous l'angle des traitements d'information*, puisque les principes fondamentaux de ces théories ne dépendent, *à quelque degré que ce soit*, d'aucune considération relative aux quantités d'information. En revanche, nul ne saurait affirmer la réductibilité des traitements d'information et de l'informatique aux théories de la calculabilité, et surtout l'affirmer comme évidente, sans prendre la mesure des conditions qui en établissent l'opérativité, même si ces conditions relèvent d'un savoir-faire lié à une pratique, et ne sont pas encore totalement rapportées à des principes fondamentaux explicites.

181 *Les lettres d'un alphabet*

Paradoxalement, on observe donc que la supposition de l'évidente réductibilité des traitements d'information aux théories de la calculabilité confère une sorte de *droit de regard* :

181a REMARQUE. Les considérations relatives aux quantités d'information doivent s'appliquer ***sans réserve et de manière évidente*** sur tout le domaine où la réductibilité est réputée évidente.

Par conséquent :

181b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. ***Sous couvert de l'évidente réductibilité***, les protocoles normatifs de corroboration (côté traitements d'information) et les protocoles normatifs de démonstration (côté formel) ***sont théoriquement équivalents***.

On notera qu'il s'agit d'une ***adhérence très forte*** : ce n'est pas le rapport entre une théorie formelle et un modèle de cette théorie, rapport qui suppose une *interprétation*, mais bien une équivalence théorique *qui se juge à l'évidence* : les *proposition opératoires valent pour des propositions démontrées*.

Détaillons par exemple le raisonnement sous-jacent à l'argument de l'arrangement [180b]. Les considérations relatives à la quantité d'information associée aux lettres d'un alphabet sont cruciales, car c'est l'un des piliers de la réductibilité évidente. Conformément au critère de coïncidence formelle, les lettres qui composent une procédure formelle sont *distinctes* et déterminent l'*alphabet* relativement auquel la procédure est rédigée :

181c THÉOREME. Compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, la quantité d'information associée à ***chacune*** des lettres de l'alphabet relativement auquel une procédure formelle effective est rédigée, ne saurait être inférieure à la quantité d'information requise pour distinguer ***toutes*** les lettres de cet alphabet.

Puisque [1] cet alphabet est unique pour une procédure formelle effective donnée, il s'ensuit :

181d THÉOREME. Compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, ***chacune*** des lettres de l'alphabet relativement auquel une procédure formelle effective est rédigée, est associée à ***la même*** quantité d'information.

En particulier :

181e THÉOREME/ARGUMENT DU BINAIRE. Compte-tenu des évidences normatives actuellement en vigueur, et compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, ***le seul cas*** où, dans une procédure formelle effective, une lettre est associée à 1 bit d'information, est celui où cette procédure formelle effective est rédigée à l'aide d'un alphabet ***composé exactement de deux lettres***.

On notera que les machines informatiques binaires actuelles satisfont scrupuleusement à ce théorème [2], d'où le constat que le codage d'un caractère ASCII ne constitue pas une transition d'état. Nous prenons la précaution

1. On notera l'absence d'étoile devant les intitulés *raisonnement*, *équivalence théorique*, *théorème*, etc. : nous n'appliquons pas nos thèses, mais nous procédons *sous couvert* des évidences normatives actuellement en vigueur. Il va de soi que l'équivalence [181b] *n'est pas recevable*, et qu'il est définitivement exclu, depuis plus d'un siècle, que des jugements d'évidence légitiment l'application d'une théorie mathématique à un domaine de faits. Il n'en reste pas moins que la réductibilité évidente...

2. Dans le cadre normatif actuel, le *binaire* recouvre une confusion entre la représentation des nombres en base *deux* (raccordements aux calculs numériques), les deux « valeurs logiques » (raccordement aux opérations logiques), et ce que notifie une quantité d'information discrète de 1 bit.

de laisser ces théorèmes ouverts, car notre propos n'est pas d'affirmer que l'arrangement [180a] est définitivement stupide ou dénué de sens. Du théorème [181d], il suit[1] :

181f THÉOREME/ARGUMENT DE L'ALPHABET. Compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, une écriture linéaire dont les lettres ne sont pas toutes associées à la même quantité d'information, ne constitue certainement pas l'énoncé d'une procédure formelle effective.

Poursuivons un instant le raisonnement : ...or, un codage détermine un rapport entre écritures dont toutes les lettres ne sont pas associées à la même quantité d'information, donc ce rapport ne peut donner lieu à une procédure formelle effective ; *théorème* : il existe des rapports entre écritures qui ne sont pas [réductibles à] des procédures formelles effectives ; *conséquence* : la proposition [176c] relative aux différentes transcriptions d'un même vecteur d'état est fausse, de même que la proposition [177e] relative à la réduction du codage à une procédure formelle effective ; *conclusion* : le postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures est rejeté. Ce raccourci de nos thèses est saisissant :

181g SECONDE CONCLUSION. Il se confirme que les plus banales considérations relatives aux quantités d'information, universellement admises et quotidiennement appliquées sous le couvert des évidences normatives actuellement en vigueur, ***impliquent d'elles-mêmes le rejet du postulat*** de l'homogénéité des [rapports entre] écritures.

Elles impliquent bien d'autres conséquences, puisque le rejet de ce postulat équivaut à reconnaître l'existence de rapports entre écritures (même si les écritures sont strictement bornées de toutes parts dans le fini) qui ne sont pas calculables (au sens normatif actuel).

182 *Le recours aux glissements*

Le détour [176c] par une procédure formelle effective n'a d'autre effet que celui d'amplifier les difficultés initialement décelées dans l'assertion de codage [162a]. Il ne fait aucun doute que nous comprenons très bien ce que pourrait signifier un intitulé comme : *voici une procédure formelle effective qui énonce (spécifie, représente, etc.) un codage* :

182a

```
                  9     9    une procédure formelle effective
[0→zzuuzzzz]▌0   ───   ───   ──────── à lire comme ────────
                  1     8         l'énoncé d'un codage
```

Nous jouerons mentalement sur une ***double lecture***, l'une conforme aux conditions d'une procédure formelle effective, l'autre à celles d'un codage. Les tournures comme *énonce*, *spécifie*, *représente*, etc., ne sont en fait que des « alarmes » qui nous préviennent que l'injonction ***lire comme*** doit être intercalée. Ainsi, nous pourrons « imaginer » que la lettre 0 (9 bits côté procédure) *désigne*, *dénote*, *représente*, etc., le caractère ASCII 0 (8 bits côté codage), et que les lettres *z* et *u* (9 bits côté procédure) *désignent*, *dénotent*, *représentent*, etc., les chiffres binaires *z* et *u* (1 bit côté codage). L'argument déjà présenté dans l'étude de l'assertion de codage peut être repris :

182b ARGUMENT DES GLISSEMENTS. Compte-tenu des évidences normatives actuellement en vigueur, et compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, le fait de tenir pour évidente la réduction de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité ***exclut*** le recours aux ***glissements d'écritures***, ce qui exclut en particulier les articulations qui impliqueraient une ***variation de la quantité d'information*** associée à une ***même lettre***.

1. Dans le cas particulier du codage [179c], le théorème [181c] suffit à établir la non réductibilité.

L'étau de la contradiction est maintenant en place. En continuant de procéder sous le couvert de la réductibilité évidente [181b], il vient :

182c THÉOREME/ARGUMENT DE LA CONTRADICTION. Compte-tenu des évidences normatives actuellement en vigueur, et compte-tenu des principes appliqués dans toutes les théories de la calculabilité actuellement reconnues, l'évidence de la réductibilité de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité ***exclut et implique*** le recours aux ***glissements d'écritures***.

La contradiction est franche *quant à la forme des énoncés de discours*, car on ne peut soutenir qu'une même lettre, associée à deux quantités d'information différentes, est ***à la fois*** « la même chose » et « pas la même chose ».

183 *Le défaut de forme*

Nous avons maintenant accumulé une argumentation suffisante pour esquisser à grands traits comment un tel problème peut se nouer. Lorsqu'on recueille *quelque chose* dans un rapport ***entre*** écritures, l'***effectivité*** est recueillie comme ***trace indécelable***. Il se peut donc, comme le montre le cas du codage, que des transitions discrètes ***de nature différente*** (irréductibles les unes aux autres) soient recueillies dans « un même » rapport entre écritures (dans des rapports entre écritures formellement indiscernables) :

183a
```
   ┌──────────────────────────┬──────────────────────── trace indécelable
   ↓                          ↓
 0    zzuuzzzz           0    zzuuzzzz       écritures
───────────────────────────────────────────── médiation linéaire
 0 ➔ zzuuzzzz            0 ▶▶ zzuuzzzz       « les choses »

 transition d'état    transition de niveau
```

L'effet est immédiat : ***il n'y a qu'une seule forme*** (côté écritures) ***pour deux sortes de transitions irréductibles*** (côté « choses »). Dans le cadre de nos thèses, l'existence de différences formellement indécelables entre traces formellement indécelables est ***normale*** (*hypothèse des indécelables au second degré), car elle provient du rôle médiateur de l'écriture linéaire [1].

Dans le cadre normatif actuel, une telle éventualité est certes inconcevable, mais elle est cependant incontournable. Reconstituons brièvement quelques aspects du montage normatif actuel, où la seule effectivité reconnue est celle des *calculs*. Les calculs effectifs sont donc contraints d'« occuper » ***tous*** les [rapports entre] écritures, d'où une ***adhérence*** à l'endroit des transitions d'état, et un ***défaut de forme*** à l'endroit des transition de niveau :

183b
```
   ┌───────────────────────────────────────────── calcul
   ↓
 0    zzuuzzzz                               formel
───────────────────────────────────────────── médiation linéaire
 0 ➔ zzuuzzzz            0 ▶▶ zzuuzzzz       « les choses »

 transition d'état    transition de niveau
```

Le postulat selon lequel ***tout*** rapport entre écritures est un calcul permet d'éviter les « ambiguïtés » (différences indécelables) ; mais, en contrepartie, puisque tous les [rapports entre] écritures sont « occupés » à cet effet, les autres sortes de transitons discrètes se trouvent occultées. Le problème posé par le codage (effectivité d'une transition de niveau) est net :

183c ARGUMENT DU DÉFAUT DE FORME. Le [rapport entre] écritures qui devrait recueillir le codage est ***déjà*** associé, ***dans le même contexte***, à une transition d'état (à un calcul) : d'un point de vue formel, il ne reste aucune forme disponible pour recueillir un tel codage.

1. Le *raisonnement se transpose aux « blancs » du discours.

Dans ces conditions, il est clair que, lorsqu'on prend appui sur les écritures formelles, on ne rencontrera jamais une transition de niveau : la *venue à la forme* des transitions discrètes qui ne sont pas des transitions d'état, est bloquée. D'où le fait que seuls des arguments factuels ou non formels peuvent dénouer la problématique. C'est ce qui se produit dès qu'on introduit les quantités d'information :

183d
```
8─┐ ┌─88888888         8─┐ ┌─11111111
  ↓↓                      ↓↓
0 ─► zzuuzzzz         0 ►► zzuuzzzz        formel
─────────────────────────────────────────── interprétation
0    zzuuzzzz         0    zzuuzzzz        écritures
─────────────────────────────────────────── médiation linéaire
0 ─► zzuuzzzz         0 ►► zzuuzzzz        « les choses »

transition d'état    transition de niveau
```

Une interprétation convenable de la quantité d'information associée à chaque lettre établit que la *ressemblance formellement décelable* se double d'une *dissemblance formellement indécelable*, ce qui conduit finalement à reconnaître des différences formellement indécelables, en particulier entre des traces indécelables, c'est-à-dire entre des effectivités irréductibles les unes aux autres [1].

184 *Conclusions relatives à l'articulation entre l'informatique et l'effectivité formelle*

La « gêne théorique » que nous éprouvons lorsqu'il faut reconnaître l'évidente réductibilité d'un savoir-faire, indissociable des considérations relatives aux traitements d'information, à des théories qui ne font pas mystère du statut marginal qu'elles assignent à de telles considérations, a quelque raison d'être :

184a TROISIEME CONCLUSION. La réductibilité de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité est tout, sauf évidente, puisqu'on ne saurait la reconnaître sans mettre en oeuvre des contradictions franches ou renoncer à tout ou partie des conditions qui établissent l'opérativité du savoir-faire de l'informaticien.

Les évidences et les usages, actuellement universellement admis, qui régissent l'articulation entre l'informatique, les traitements d'information discrète, et la théorie de la calculabilité, sont ***insuffisamment déterminés***. L'appui imprévu de l'informatique à un postulat d'homogénéité aussi irréfutable qu'évident, se double d'un revers bien embarrassant :

184b QUATRIEME CONCLUSION. Il se confirme qu'une interprétation convenable des considérations relatives aux quantités d'information se traduit, au regard de la formalisation logico-mathématique actuelle, par le rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures et par l'*hypothèse des indécelables au second degré : existence de traces formellement indécelables, existence de différences formellement indécelables entre des traces formellement décelables, existence de différences formellement indécelables entre des traces formellement indécelables.

C'est par ce biais que nous venons de mener à bien quelques *raisonnements concernant les indécelables [174f], ce qui nous renvoie à l'implication mutuelle états/niveaux [156c] : aucun informaticien ne s'étonnera que notre exemple du codage renvoie à la problématique des niveaux. Les glissements d'écritures sont, hélas, aussi inévitables que les glissements de sens : « Que nous soyons des sauvages tatoués depuis Sophocle, cela se peut.

183e 1. On retrouve le rôle déjà souligné [90e] des armatures syntaxiques, en l'occurrence ─► et ►►, pour ***marquer la place de l'effectivité***, et ***garder mémoire*** des différences indécelables du second degré. On notera qu'au niveau formel (troisième étage du schéma [183d]), ces armatures syntaxiques ***ne doivent pas être décomptées*** pour établir les quantités d'information, puisqu'elles ne sont pas des fragments d'état, mais des marque-places d'effectivité. Cette remarque à caractère fondamental, que nous laissons provisoirement en suspens, permet de souligner au passage l'« erreur » de 1 bit (glissement de 8 à 9 bits) pour les caractères ASCII figurant dans la procédure formelle effective [182a]. Bien entendu, un tel glissement devrait être identifié comme un banal « détail d'implémentation ». Le labyrinthe de glissements, d'évidences, et d'hypothèses *ad hoc* qui doit être mobilisé pour accréditer la réductibilité de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité, est considérablement étendu : nous ne proposons ici que quelques affleurements, car une étude exhaustive, qui mériterait cependant d'être menée, dépasse de beaucoup le cadre du présent exposé.

Mais il y a autre chose dans l'Art que la rectitude des lignes et le poli des surfaces. La plastique du style n'est pas si large que l'idée entière... Nous avons trop de choses et pas assez de formes [1] ».

1. G. FLAUBERT, *Préface à la vie d'écrivain*.

CHAPITRE IV-3

Le double conflit de fondements

•

■ *Dès lors que les considérations relatives aux quantités d'information impliquent l'*hypothèse des indécelables et le rejet du postulat d'homogénéité, il faut choisir entre le savoir-faire de l'informaticien et la conception normative de l'écriture sur laquelle repose la formalisation mathématique. Puisqu'il est impossible de trancher, il y a conflit au degré le plus fondamental [185-189]. Nous pouvons préciser certains repères qui nous acheminent vers un dépassement de cette normativité [190-193], et nous indiquons en quel sens une recherche de fondement est opératoire [194-197].*

IV-3-1. Situation du double conflit de fondements

■ *Les arguments qui viennent d'être exposés permettent de comprendre que les traitements d'information induisent un double conflit de fondements, qui est interne à la normativité scientifique actuelle, et qui se situe au degré le plus fondamental par l'effet du rôle médiateur de l'écriture.*

185 *Le cheminement de l'argumentation*

Le constraste entre les opinions couramment admises et les difficultés d'articulation que nous dégageons peu à peu ne cesse de s'accentuer, puisque l'intervention des plus banales considérations relatives aux quantités d'information dans les théories de la calculabilité implique des glissements d'écritures [182b], des contradictions [182c], le rejet du postulat [160b] de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [174h] [181g], et, partant, l'*hypothèse des indécelables [54d] au second degré [174f] [184b] :

185a PREMIERE CONCLUSION. Dès lors qu'elles impliquent le rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures et l'*hypothèse des indécelables, les considérations relatives aux quantités d'information ***ne sont pas compatibles*** avec les principes fondamentaux de la formalisation logique et mathématique.

Une telle incompatibilité attire d'autant plus l'attention qu'il s'agit moins de l'articulation *locale* entre deux disciplines scientifiques particulières, que du rapport entre les deux piliers les plus massifs de la mise en forme rigoureuse de l'*ensemble* du savoir satisfaisant aux critères normatifs maximaux :

185b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre normatif actuel, aucune difficulté d'articulation entre les traitements d'information discrète et la formalisation logique et mathématique ne saurait être tenue pour négligeable.

Il n'est plus possible d'invoquer le caractère contingent des machines informatiques, ou de déplorer le malencontreux fossé qui sépare la « pratique » et la « théorie », car la difficulté mise en évidence grâce à l'assertion de codage est liée au rôle médiateur des [rapports entre] écritures, et ne concerne, de manière évidente, aucune limitation jusqu'à présent connue dans le cadre des théories de la calculabilité [178b] ou dans celui de la formalisation logique et mathématique. Dans le même temps, les opinions les plus contraires ont actuellement cours, par exemple :

185c OPINIONS (RAPPEL). Dans le cadre normatif actuel, il est couramment admis que les théories de la calculabilité ont ***anticipé*** les traitements d'information ; il est *universellement admis* que [l'informatique et] les traitements d'information discrète sont ***évidemment réductibles*** aux théories de la calculabilité.

Les arguments déjà exposés donnent un relief assez particulier à ces opinions : il est probable que des « anomalies » aussi singulières, installées en un endroit aussi crucial de la normativité scientifique actuelle, ne puissent se dénouer qu'avec le secours d'une pharmacopée[1] elle-même singulière. Resserrons d'abord les arguments qui sont venus en ordre dispersé, et prenons la mesure du problème théorique à résoudre, car plus nous parviendrons à restreindre l'éventail des solutions possibles, plus nous cernerons les conditions d'un éventuel dénouement.

186 *La réductibilité supposée*

Notre propos n'est pas de contester que les théories de la calculabilité constituent un jalon sur le chemin des traitements d'information discrète. Evitons cependant de réduire hâtivement un tel jalonnement au *cliché* qui nous dépeint au recto la précursion clairvoyante d'une nouveauté, s'accomodant bizarrement au verso d'une évidente réductibilité :

186a ARGMENT DU DÉFAUT DE THÉORIE. Pour qu'il soit ***seulement possible*** qu'une réductibilité [évidente] des traitements d'information aux théories de la calculabilité soit munie de quelque fondement théorique, il faudrait ***au minimum*** disposer d'une théorie des traitements d'information qui ne doive rien aux théories de la calculabilité ; mais c'est précisément impossible, puisque l'évidente réductibilité, est invoquée afin d'« expliquer » l'absence de (ou l'inutilité d'élaborer une) théorie des traitements d'information discrète.

Force est donc d'étayer cette réductibilité supposée par une opérativité reconnue. Mais une telle opérativité, qui dépend de la mise en oeuvre de diverses évidences sujettes à critique, ne saurait suffire à régler une problématique théorique et fondamentale. De sorte qu'une telle réductibilité supposée est moins une évidence massive qu'un point de fragilité maximale :

186b SECONDE CONCLUSION. La réductibilité supposée de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité est sans fondement théorique.

Autant le fait d'avérer la réductibilité est délicat à établir, parce qu'il requiert le préalable d'une théorie des traitements d'information discrète qui ne doive rien aux théories de la calculabilité, autant le fait d'avérer l'irréductibilité paraît aisé, puisqu'il suffit de rapporter *un seul contre-exemple*. Cependant, puisqu'on ne saurait aborder la calculabilité autrement que par l'intermédiaire de rapports entre écritures, un contre-exemple destiné à avérer une éventuelle irréductibilité ne saurait être trouvé nulle part ailleurs que dans le champ des [rapports entre] écritures :

186c TROISIEME CONCLUSION. D'un point de vue théorique, le problème de l'irréductibilité [de l'informatique et] des traitements d'information aux théories de la calculabilité est équivalent au problème du rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures.

Nous savons [160d] qu'il est impossible d'opposer un contre-exemple recevable *au sens de la formalisation logique et mathématique actuelle* à un tel postulat. La réductibilité supposée est donc *nécessairement évidente*, puisqu'elle est sans fondement théorique [186b], et qu'on ne peut lui opposer aucun contre-exemple recevable :

186d ARGUMENT DU DIFFÉREND. Aussi longtemps que les critères normatifs maximaux et que les protocoles de démonstration et de corroboration sont assujettis à la conception purement instrumentale de l'écriture, l'opinion universellement admise, quoique sans fondement théorique, selon laquelle [l'informatique et] les

---

185d 1. « Traité sur l'art de préparer les médicaments, qui donne des recettes et des formules » (Dictionnaire P. ROBERT). En grec, *to pharmakon* a la valeur ambivalente du *poison* et du *remède* : « Toute substance au moyen de laquelle on altère la nature d'un corps, toute drogue salutaire *ou* malfaisante », tandis que *o pharmakos* est aussi bien « empoisonneur, magicien, sorcier » que « celui qui sert de remède, de "bouc émissaire" immolé en expiation, purification des fautes d'autrui, notamment des fautes d'une ville » (dictionnaire grec A. BAILLY).

traitements d'information sont réductibles aux théories de la calculabilité, ne rencontre aucune objection recevable au sens de ces critères et de ces protocoles.

Quand on approche l'informatique et les traitements d'information *depuis* la formalisation logique et mathématique, et, en particulier, *depuis* les théories de la calculabilité, on se doit de « constater » l'évidente réductibilité [1]. Par ailleurs, en manoeuvrant convenablement la ficelle de l'émiettement du discours scientifique [150b], les difficultés résiduelles sont épongées par les traits de coupe (fossé entre « théorie » et « pratique », par exemple [178c]), et l'évidente réductibilité se trouve ainsi « corroborée ». D'où une « gêne » théorique non négligeable :

186e ARGUMENT DU RASOIR D'OCKHAM. Si on appliquait *à la lettre* l'évidente réductibilité [de l'informatique et] des traitements d'information discrète aux théories de la calculabilité, il suffirait d'appliquer le *rasoir d'Ockham* [2] pour qu'on soit fondé à considérer les traitements d'information comme un simple tour de discours éliminable.

Battre le tambour pour annoncer l'émergence d'une « nouveauté » qui se fonde d'être réductible de toute évidence à des théories antérieures qui ont déjà fait leurs preuves, serait faire beaucoup de bruit pour une information bien mince.

187 *L'anticipation supposée*

Envisage-t-on sérieusement d'appliquer le *rasoir d'Ockham* aux traitements d'information ? Ce n'est pas certain. Ce qu'on *voit* de l'informatique et des traitements d'information *depuis* la formalisation logique et mathématique est une chose, autre chose est ce qu'enseigne la pratique de l'informatique [174h] [184a] :

187a ARGUMENT DU SAVOIR-FAIRE. Si on prend appui sur les conditions qui établissent l'opérativité reconnue du savoir-faire de l'informaticien, on observe que la tentative de réduire [l'informatique et] les traitements d'information aux théories de la calculabilité récuse l'applicabilité des principes fondamentaux de la formalisation logique et mathématique [à une telle entreprise].

Dès lors que le postulat d'homogénéité des [rapports entre] écritures est mis en cause, l'enjeu du conflit dépasse les théories de la calculabilité pour atteindre la formalisation logique et mathématique *en ses principes les plus fondamentaux* [185a]. Il ne reste donc plus que deux éventualités : ou bien « c'est la même chose », auquel cas il n'y a même pas réductibilité évidente, ni, d'ailleurs, anticipation ; ou bien il n'y a pas réductibilité, auquel cas c'est l'anticipation qui devient problématique :

187b QUATRIEME CONCLUSION. Dans le cadre normatif actuel : si on tranche en faveur de l'irréductibilité et de l'anticipation, on récuse le postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures, et c'est tout le versant de la formalisation logique et mathématique qui doit être réexaminé ; si on tranche en faveur de la réductibilité et de la non-anticipation, c'est l'opérativité des traitements d'information qu'il faut récuser.

Puisque cette formalisation est créditée, dans le cadre normatif actuel, de la rigueur superlative, elle ne saurait appeler un « au-delà » du *nec plus ultra* qu'elle est supposée incarner, et son réexamen est *inconcevable*. Il faut donc récuser l'opérativité des traitements d'information ; mais c'est *également inconcevable*, puisque cette opérativité est ***déjà reconnue*** :

187c DILEMME DES TRAITEMENTS D'INFORMATION. Face à la tension contradictoire qui noue la réductibilité et l'anticipation, *il faut trancher*, mais *il est impossible de trancher*.

1. Chacun sait qu'il y a de l'*informatique théorique*, mais qu'il n'y a pas de *théorie de l'informatique* ; qu'il y a des *sciences du calcul*, mais qu'il n'y a pas de *théorie des traitements de l'information discrète* : la *question du nom* est une question de fondement.

2. C'est J. ARSAC qui a attiré notre attention sur le tranchant redoutable du *rasoir d'Ockham*.

Le problème lui-même doit être passé sous silence, car si quelqu'un s'avisait de l'énoncer en tant que tel, on lui en demanderait raison *au sens des protocoles normatifs actuels*, et : ou bien il développerait les arguments que nous sommes en train d'exposer, ou bien il resterait coi. Il ne reste d'autre « issue » que celle de faire coexister les deux versants incompatibles. Force est donc de s'en remettre à des évidences dont l'effet est de tisser une cécité protectrice qui paralyse temporairement l'application des principes les plus fondamentaux de la normativité scientifique actuelle, grâce à une promotion excessive des considérations d'opérativité :

187d CINQUIEME CONCLUSION. ***Il est impossible*** que les auteurs des théories de la calculabilité soient parvenus à prendre la mesure de la problématique des traitements d'information discrète, de même qu'***il est impossible*** que des recherches menées dans le cadre normatif actuel soient parvenues à prendre la mesure de l'incidence de la problématique des traitements d'information discrète sur les théories de la calculabilité et, plus généralement, sur la formalisation logique et mathématique.

La problématique a été (ou est) peut-être *pressentie*, elle n'a certainement pas été affrontée *en tant que telle* : gageons en effet, d'un côté, que si les auteurs des théories de la calculabilité avaient *vu* la cause de l'irréductibilité, ils ne se seraient pas modestement bornés à l'anticiper, et, d'un autre côté, que si chacun la *voyait* aujourd'hui, l'évidente réductibilité ne serait plus admise depuis longtemps.

188 *Un double conflit de fondements interne*

Ne perdons pas de vue que nous sommes toujours en train d'examiner la plus banale assertion de codage [162a] qui se puisse concevoir en informatique :

188a PREMIER CONFLIT DE FONDEMENTS. L'intervention des traitements d'information induit un *premier conflit de fondements*, qui oppose l'informatique et les théories de la calculabilité, et qui se traduit par le rejet du postulat d'homogénéité [160b] aux termes duquel tout [rapports entre] des écritures strictement bornées de toutes parts dans le fini est assimilable à un calcul.

Mais, par l'effet du rôle médiateur de l'écriture, le rejet de ce postulat d'homogénéité implique l'*hypothèse des indécelables au second degré, d'où :

188b SECOND CONFLIT DE FONDEMENTS. L'intervention des traitements d'information induit un *second conflit de fondements*, qui se traduit par le rejet de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, et qui porte directement atteinte aux principes les plus fondamentaux de la formalisation logique et mathématique, aux critères normatifs maximaux, et aux protocoles normatifs de corroboration et de démonstration.

Or, qu'est-ce qui garantit l'existence de ces conflits ? C'est le fait que *le savoir-faire issu de l'informatique et des traitements d'information est unanimement reconnu opératoire au sein de la normativité scientifique actuelle* :

188c SIXIEME CONCLUSION. Puisque les traitements d'information se sont largement imposés sous le couvert d'une opérativité dûment reconnue, ***les deux conflits de fondements*** induits par les traitements d'information ***sont internes*** à la normativité scientifique actuelle.

188d Il est incontestablement inattendu de constater que la normativité scientifique actuelle cautionne une opérativité qui permet de récuser sa légitimité. Le premier conflit de fondements souligne donc l'existence d'une ***première anomalie***, car on aurait pu espérer que cette normativité ne cautionne pas l'opérativité de considérations incompatibles avec des théories irréprochables d'un point de vue formel, et, surtout, avec les théories de la calculabilité auxquelles cette opérativité est réputée évidemment réductible. Le second conflit de fondements souligne une ***seconde anomalie***, car on aurait pu espérer que les critères et les protocoles normatifs maximaux ne cautionnent pas une opérativité qui permette de les récuser. D'où une ***troisième anomalie***, qui n'est pas la moindre, car on aurait pu espérer qu'une normativité, qui s'affirme garante de la scientificité du savoir qu'elle reconnaît, n'en vienne pas à promouvoir pour son propre compte l'usage de procédés qu'elle réprouve officiellement (contradictions, glissements, évidences sans fondements, etc.), afin de couvrir, avec la discrétion et l'efficacité qui conviennent, des conflits de fondements qui portent atteinte à sa légitimité, et qui demeureront d'autant moins aperçus qu'elle les aura mieux pressentis [1] :

188e SEPTIEME CONCLUSION. Face au double conflit de fondements interne que l'examen attentif de la plus banale assertion de codage permet d'avérer, et indépendamment du dénouement théorique qu'il conviendra d'apporter à ces conflits, on est en droit de s'interroger sur l'exercice d'une normativité qui réussit à détourner la positivité qu'elle affiche officiellement afin de couvrir les conflits internes qui la déchirent jusqu'au degré le plus fondamental.

189 *Un bouclage catastrophique à toute épreuve*

Force est de reconnaître que ce double conflit de fondements bénéficie d'une stabilité à toute épreuve qui provient de son caractère *interne*. Plus particulièrement, le second conflit de fondements notifie que la clé du dénouement se trouve prise dans ce que cette normativité a cru devoir rejeter, au degré le plus fondamental, pour établir sa légitimité :

189a ARGUMENT DU BOUCLAGE CATASTROPHIQUE. Le second conflit de fondements induit un ***bouclage catastrophique*** à toute épreuve : ***toute argumentation*** destinée à étayer, à confirmer, à réfuter ou à restreindre la réductibilité [de l'informatique et] des traitements d'information aux théories de la calculabilité [2], contraint celui qui la soutient à invoquer la normativité scientifique actuelle pour cautionner ce dont l'effet est de récuser la légitimité de cette normativité.

D'où, finalement, la « pâleur » et la « timidité » des arguments avancés : la réductibilité n'excède pas l'*évidence sans fondement*, et l'irréductibilité est estompée par une *anticipation réconfortante* dont on se garde bien de développer les implications théoriques. Un tel bouclage catastrophique délimite un bastion inexpugnable, qui est aussi bien le lieu d'un serrage contradictoire interne qui va s'accentuant, que le lieu de plus en plus inaccessible d'un éventuel dénouement :

189b HUITIEME CONCLUSION. Car ce sont précisément les disciplines scientifiques les plus « dures », tant expérimentales que mathématiques et logiques, qui seraient les seules à pouvoir cautionner des arguments d'un poids suffisant pour dénouer de tels bouclages catastrophiques ; mais, hélas, ce sont aussi celles dont les évidences, les principes, les critères et les protocoles les plus fondamentaux seraient le plus directement mis en cause par de tels arguments.

Rien n'est donc plus normal d'observer, par exemple, que les disciplines les plus formalisées soient aussi les plus zélées à proclamer et à « corroborer » l'évidence de la réductibilité [de l'informatique et] des traitements d'information discrète aux théories de la calculabilité ; ou encore d'observer que, du point de vue de la physique, l'informatique n'est rien d'autre qu'un outillage de calcul ou une application technologique parmi d'autres. *A contrario*, il est fort probable que toutes les disciplines qui s'en remettent au « nouveau paradigme » des traitements d'information se heurtent en fait au bouclage catastrophique que nous avons dégagé, lequel n'est qu'un affleurement de la problématique des niveaux, ce qui donne la mesure du malentendu qu'un tel recours implique, et aussi quelque idée de la surprise que voile un « paradigme » unanimement identifié à la quintescence de la positivité rationaliste et réductionniste la plus étroite [3].

1. Notons au passage que l'assertion de codage, qui sert de prétexte au développement de nos arguments, n'est nullement un cas isolé, et que sa banalité notifie simplement l'étendue de la problématique [196c].

2. La même remarque vaut pour tous les conflits de fondements qui portent atteinte, directement ou indirectement, à la légimité de la normativité scientifique actuelle. Ainsi, par exemple, la *problématique des niveaux* est prise dans ce même bouclage catastrophique.

189c 3. Dans la mesure où ces bouclages catastrophiques sont garantis par les disciplines scientifiques les plus « dures », même les études menées *en-dehors* du discours scientifique ne parviennent pas à atteindre le coeur du problème théorique, quoique les idées et les principes qui permettent de faire levier soient en fait connus depuis longtemps, certains depuis l'émergence des sciences dans l'Antiquité grecque. Mais, pour les appliquer, il faut préalablement restituer le caractère conjectural des principes fondamentaux de ***toutes*** les disciplines scientifiques « dures » : mathématisation des théories expérimentales, mathématiques, logique et formalisation (cf. [194-197]). Le marbre de cette muraille est parfaitement poli par les bouclages catastrophiques, et ne procure aucune prise [159c]

IV-3-2. Compléments sur les dépassements

■ *Puisque nous savons maintenant approcher directement la raison des blocages théoriques, nous pouvons relier synthétiquement plusieurs traits caractéristiques du paysage normatif actuel, et apporter diverses précisions concernant le dépassement de cette normativité.*

190 *Le dénouement préalable*

Peut-être a-t-on pu craindre un temps que nos *hypothèses, énoncées *ex abrupto*, ne soient qu'une sorte d'adjuvant facultatif destiné à rehausser maladroitement l'incapacité d'un discours à commenter autre chose que les évidences les plus banales, égarant le lecteur dans un dédale d'arguties plus ou moins absconses ; ou qu'un tel discours se soit fourvoyé dans des *chemins qui ne mènent nulle part*, prisonnier d'un horizon inatteignable, et définitivement étranger à la « réalité concrète et tangible » aussi bien qu'aux « vrais problèmes scientifiques », ceux dont le « sérieux » est garanti par le consensus normatif.

Mais, voilà que nous sommes déjà au pied du mur, et le sentier, qui part de la plus banale assertion de codage pour mener aux bouclages catastrophiques induits par les disciplines scientifiques les plus « dures », est *tellement direct*, quand on le connaît, que nous avons cru préférable d'en retarder un peu le parcours pour ménager quelques jalons d'intelligibilité :

190a ARGUMENT DU DÉNOUEMENT PRÉALABLE. Il est [vraisemblablement] impossible d'affronter en tant que tel le problème théorique de l'irréductibilité [de l'informatique et] des traitements d'information aux théories de la calculabilité (dénouement du premier conflit de fondements [188a]) sans l'avoir préalablement « résolu », ce qui suppose d'avoir déjà procédé au dépassement de la normativité scientifique actuelle (dénouement du second conflit de fondements [188b]).

Car il ne suffit pas d'avoir l'idée que, peut-être, les « blancs » de l'écriture ne sont pas *rien*. Il faut aussi avoir l'idée de relier une telle supposition (contre laquelle on éprouve les plus grandes préventions) à la supposition (contraire à toutes les opinions admises) que les disciplines scientifiques les plus « dures », y compris la normativité scientifique elle-même, sont édifiées sur un sable de conjectures. Il faut enfin apercevoir que ce sable est de la même matière que ces « blancs » (il est [formellement] indécelable et effectif), pour comprendre que tout cet édifice ne repose nullement (comme on le croit habituellement) sur les fondations les plus solides, les plus massives et les plus intangibles, et qu'il faudra le démonter et le reconstruire « à mains nues », c'est-à-dire sans le secours d'aucune preuve ni corroboration directe *relativement à la normativité scientifique actuelle*.

Toutes les problématiques précédemment esquissées sont donc au rendez-vous : interdit du « savoir absolu », questions de fondements, dépassements, réexamen du principe de contradiction, de la conception normative de l'écriture et du principe d'identité, tout cela supposant *au minimum* la ré-affirmation qu'aucune théorie, même logique ou mathématique, même la plus formalisée, ne saurait se soustraire à l'interdit du « savoir absolu ». Ce n'est déjà pas facile d'en admettre le principe *en général*, quand on se tient à bonne distance de toute difficulté trop insistante ; il est simplement inconcevable d'en faire jouer le ressort pour dénouer des conflits de fondements qu'on ne saurait apercevoir parce qu'on ne peut en affronter l'inconcevabilité. Aussi avons-nous pris soin d'esquisser préalablement le dénouement du double conflit, pour que ce double conflit soit ***seulement concevable***.

191 *Pour un dépassement de la normativité scientifique actuelle*

Il ne va pas tout-à-fait de soi de soupçonner que la normativité scientifique actuelle promeuve pour son propre compte un usage « positif » de procédés qu'elle réprouve par ailleurs officiellement [188e]. L'extension considérable de la formalisation logique et mathématique, depuis un siècle, n'entraîne nullement que le *discours scientifique* soit devenu une sorte de « discours sans discours » duquel ne subsisteraient que de purs énoncés

---

[160g].

formalisés *et rien d'autre*. Quelque exploration qu'on envisage de mener, on ne trouvera pas la plus petite poussière de formalisme logique et mathématique qui ne doive son sens au discours :

191a RAPPEL. Aussi longtemps que la *logique de la forme des énoncés de discours* n'aura pas été déclarée obsolète, aucun exposé, dût-il mobiliser les techniques les plus avancées de la formalisation, ne saurait être dispensé, *en tant que discours*, de s'assujettir à cette logique pour être jugé recevable.

Disons les choses en clair : les injonctions normatives portant sur la formalisation logique et mathématique tendent parfois à faire « oublier » que les sciences sont toujours, d'***abord***, un *discours*, et que les principes fondamentaux de la formalisation logique et mathématique n'autorisent nullement un exposé scientifique à se scinder en une « partie formalisée » et une « partie discursive » de telle manière que la « partie discursive » puisse éponger, avec la discrétion qui convient et le secours d'évidences adéquates, des contradictions qui pourraient s'avérer trop « voyantes » au regard de protocoles formalisés. Certes, nous ne contestons pas que, dans l'immense majorité des cas, ce soit un raccourci efficace d'identifier les *critères normatifs* à la *scientificité*, la *normativité scientifique* à la *science*, et l'*objectivité* à la *vérité scientifique* (ou à toute autre expression du même genre), ou encore d'imaginer que les fondations du discours scientifique, solidement massives, sont intangibles. Mais, dans le cadre normatif actuel, ces raccourcis ne sauraient cependant prévaloir sur le principe de contradiction lui-même :

191b PREMIERE CONCLUSION. Sachant que la normativité scientifique actuelle est supposée satisfaire au principe de contradiction, on ne saurait invoquer la légitimité de cette normativité pour cautionner le développement (démonstration et/ou corroboration) d'arguments ayant pour effet, explicite ou implicite, aperçu ou inaperçu, de récuser cette légitimité.

Compte-tenu de l'universalité que la normativité scientifique actuelle elle-même accorde à certains principes, il n'est pas extraordinaire d'exiger de sa part ce qu'elle impose à toute élaboration qu'elle juge recevable. Ce qui vient d'être exposé montre cependant que le paysage normatif actuel doit une part importante de ses traits caractéristiques à certaines anomalies [188d] :

191c INTERPRÉTATION. La normativité scientifique actuelle se trouve contrainte de promouvoir l'usage de certains procédés qu'elle réprouve afin de contenir le ***double conflit de fondements interne*** qui la déchire : nous regardons ces promotions comme autant de ***symptômes*** qui *font signe* en direction d'un blocage théorique : l'inconcevabilité de la cause de ces conflits.

Ces symptômes sont donc une sorte de moindre mal élaboré par un discours normatif qui ne peut se résoudre à trancher un dilemme qu'il a lui-même contribué à installer [187c]. Il convient alors de remonter des symptômes vers leur cause, qui est à la fois cause des conflits et cause des symptômes, de manière que le dénouement des conflits s'accompagne de la disparition des symptômes. Mais si cette cause est *en souffrance* au coeur de la normativité scientifique actuelle, c'est parce qu'elle n'est accessible que grâce à une pharmacopée inaccessible *depuis* cette normativité :

191d SECONDE CONCLUSION. Puisque le second conflit de fondements [188b] concerne les conditions d'applicabilité des critères normatifs maximaux et des protocoles de démonstration et de corroboration, plus on cherche des « preuves dûment démontrées » et des « faits dûment corroborés » pour dénouer le conflit, plus on accentue le serrage lié au bouclage catastrophique, et plus on retarde le dénouement du conflit.

Il n'y a donc rien à attendre des prochaines brouettées de théorèmes inattendus et d'expériences sensationnelles pour dénouer ce conflit de fondements, car le dénouement n'est à rechercher nulle part ailleurs que dans ce qu'on tente encore vainement de soustraire à l'interdit du « savoir absolu » et à l'indétermination conjecturale qui en est le gage. La pharmacopée singulière tient simplement à ceci :

191e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il faut renoncer aux preuves et aux corroborations pour dénouer le second conflit de fondements.

C'est à ce renoncement que le consensus normatif actuel ne peut se résoudre, et c'est la raison pour laquelle il contribue à retarder le dénouement des conflits qu'il se voit pourtant contraint d'assumer. Dire qu'*il faut renoncer aux preuves et aux corroborations*, c'est simplement énoncer la condition minimale d'un dépassement : le domaine de « récupération » coïncide avec le domaine dans lequel les deux hypothèses opposées présentent une absence simultanée de preuve et de réfutation [55c], ce qui correspond à une *question de fondement* développée jusqu'au stade de la symétrie en miroir [36e]. Ce stade est celui où on restitue le caractère conjectural d'une élaboration théorique fondée, c'est-à-dire assujettie à l'interdit du « savoir absolu » [34b]. Il ne s'agit donc ni de trancher ni de ne pas trancher [1], mais d'***interpréter*** [2] :

191f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Tout acte de fondement est d'abord un acte d'interprétation.

Interpréter au sujet de quoi ? Au sujet de ***ce*** qui s'évanouit dans le domaine de récupération et qui, s'évanouissant, délimite ce domaine en ouvrant l'absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux hypothèses opposées. Mais ***ce*** qui est évanoui dans le domaine de récupération est aussi la singularité inaperçue qui, lors du dépassement, se déploie [33f]. Compte-tenu du rôle médiateur des [rapports entre] écritures dans les critères normatifs maximaux et dans les protocoles de preuve et de corroboration, il faut donc *au moins* que ***ce*** s'évanouisse dans l'écriture :

191g LES DEUX CONJECTURES. La normativité scientifique actuelle *dans son ensemble* repose sur la conjecture que les « blancs » de l'écriture sont des *riens qui ne sont rien* ; pour notre part, nous avançons la conjecture que ces « blancs » sont des traces indécelables qui recueillent une effectivité dont l'*équivalent théorique est l'achèvement d'un développement régressif.

Du point de vue de nos thèses, la conception normative purement instrumentale de l'écriture dit que l'effectivité n'est rien ; il n'est guère surprenant, dans ces conditions, qu'elle y demeure inconcevable [3], d'où l'inconcevabilité d'un éventuel rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures motivé par des effectivités mutuellement irréductibles (implication mutuelle des états et des niveaux).

192 *Irréductibilité et preuve rétroactive de fondement*

Dans le sens *direct* (de la flèche du temps), nous avons noté [159e] qu'un dépassement devait assurer à la fois la filiation et l'ouverture, en prenant appui sur le déploiement d'une singularité jusqu'alors inaperçue mais effectivement présente depuis toujours au sein de la théorie dépassée [33f] [58c] :

192a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Une fois le dépassement accompli, la théorie dépassante ***n'est pas réductible*** à la théorie dépassée.

Certes, rien n'empêche d'imaginer qu'on projette le film du dépassement à l'envers, c'est-à-dire dans le sens *inverse* (de la flèche du temps), et on verra la théorie dépassante replier la singularité (déployée lors du parcours *direct*) et s'évanouir dans la théorie dépassée. Mais ce *repli* (cet *évanouissement*) ne saurait constituer une *réduction*.

1. Nous avons pris soin, en ce qui concerne la réductibilité [évidente] [de l'informatique et] des traitements d'information aux théories de la calculabilité (premier conflit de fondements) d'établir d'une part, que cette réductibilité supposée est sans fondement théorique [186b] et, d'autre part, qu'elle ne rencontre aucun obstacle dans le cadre normatif actuel [186c] [186d]. En ce qui concerne la conception normative de l'écriture, nous avons déjà exposé les arguments, cf. [53-59].

2. Quand bien même le principe de contradiction serait immuable et universel, il demeurerait inapplicable sans le secours d'une interprétation : il n'est pas nécessaire d'être agrégé de droit pour savoir qu'on ne peut appliquer une loi sans l'interpréter. Concernant le dépassement du principe de contradiction, cf. [60-65].

191h 3. Contrairement à l'opinion [universellement] admise, l'extension considérable de la formalisation logique et mathématique depuis un siècle n'a pas eu pour effet de délivrer la logique et les mathématiques des « ambiguïtés » imputées aux imperfections notoires d'un langage « naturel » inadéquat (dont nul ne saurait cependant se passer), mais seulement de ***déplacer*** le *lieu conjectural* : tandis que la maîtrise de la signification (un signifiant signifie son signifié) tente d'éliminer l'effectivité inépuisable du sens (les « ambiguïtés »), la maîtrise supposée des écritures purement instrumentales tente d'éliminer l'effectivité que les « blancs » permettent de recueillir. Mais les « ambiguïtés » du langage sont formellement indécelables (en logique de la forme des énoncés de discours), tout comme sont formellement indécelables les glissements d'écritures (dans les logiques formalisées).

Ce que la *théorie dépassée* prend pour une « réductibilité évidente », c'est la projection du film *à l'envers*, c'est-à-dire l'évanouissement de la singuarité : aussi longtemps qu'on s'en tient aux principes et aux concepts fondamentaux de la *théorie dépassée*, ***il est impossible*** de *voir* la singularité, puisque cette singularité est inaperçue ***du fait*** d'une corrélation forte avec ces principes et ces concepts [57b]. Inversement, ce que la *théorie dépassante* prend pour une « anticipation », c'est le mirage rétroactif d'elle-même dans la théorie dépassée, mirage dont la projection du film *à l'endroit* procure la vision, bien après que le dépassement se soit accompli. D'un point de vue théorique, l'établissement de l'irréductibilité est crucial [36k] [159e] :

192b ARGUMENT DE LA PREUVE RÉTROACTIVE. L'irréductibilité provient du déploiement désormais aperçu (au sein de la théorie dépassante) d'une singularité jusqu'alors inaperçue et inaccessible (au sein de la théorie dépassée), de sorte que cette irréductibilité témoigne à la fois de la ***pertinence du dépassement*** (ouverture) et de la ***preuve rétroactive de fondement*** pour la théorie dépassée (filiation).

Dans tous les cas où le dépassement est *régional*, c'est-à-dire ne porte pas atteinte aux critères et aux protocoles *les plus fondamentaux*, on peut utiliser normalement ces critères et ces protocoles pour avérer l'irréductibilité. Mais, dans le cas particulier des traitements d'information, l'irréductibilité (premier conflit de fondements [188a]) n'est pas dissociable des critères et des protocoles les plus fondamentaux (second conflit de fondements [188b]), et l'irréductibilité *ne peut pas être avérée dans le cadre de ces critères et de ces protocoles* (*hypothèse des indécelables au second degré) :

192c INTERPRÉTATION. Dans le cas singulier de l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité, l'anticipation supposée notifie le pressentiment d'une irréductibilité, tandis que la réductibilité évidente constitue une manière déplacée de notifier, de part et d'autre, l'impossibilité d'établir [formellement] l'irréductibilité, et, partant, l'inconcevabilité de sa cause.

D'où la curieuse situation que chacun vit quotidiennement : le mathématicien regarde l'informatique et les traitements d'information comme une sorte d'annexe des théories de la calculabilité, et, partant, de toute théorie mathématique ou logique qui se plie au calculable, tandis que l'informaticien admet (ou se voit contraint d'admettre) qu'il n'y a d'approche théorique de l'informatique et des traitements d'information que par l'intermédiaire des théories de la calculabilité. Le recto et le verso de cette tension contradictoire ne proviennent pas de la même « imprimerie » : l'*anticipation supposée* est soufflée par l'intuition qui ***pressent une irréductibilité indissociable d'une problématique fondamentale***, tandis que la *réductibilité évidente*, dénuée de fondement théorique, se sert de la caution que lui procure son *opérativité* pour ***pallier l'inconcevabilité de la cause de l'irréductibilité***.

193 *Le dépassement des théories de la calculabilité*

Il faut en effet maîtriser certaines ficelles théoriques pour affronter une telle inconcevabilité dans le contexte normatif actuel, et apercevoir que cette irréductibilité est liée au rejet d'un postulat universellement admis [160b], sachant qu'on a pris soin d'établir préalablement [160d] qu'il est impossible de rapporter le moindre contre-exemple, *même dans le cas strictement borné de toutes parts dans le fini* :

193a ARGUMENT DU DÉPASSEMENT. Indépendamment d'une détermination théorique de l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité [1], ***le seul fait*** d'envisager le rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures implique, ***inévitablement et au minimum***, une procédure de dépassement à l'endroit des théories de la calculabilité, de telle sorte que tout l'acquis tangible qu'elles ont dégagé soit « récupéré ».

193b Le rejet du postulat d'homogénéité signifie en effet que les théories de la calculabilité ne sont pas applicables à ***tous*** les rapports entre écritures, alors qu'une telle applicabilité est admise à titre d'évidence, dans la mesure même où il n'existe aucune procédure formelle effective (ni, d'ailleurs, aucun autre procédé formalisé),

1. Réductibilité dans un sens ou dans l'autre, voire irréductibilité mutuelle.

permettant de détecter à quels rapports entre écritures ces théories ne sont pas applicables. En l'état actuel de la normativité scientifique, l'éventualité d'un tel dépassement est, simplement, ***inconcevable*** :

193c TROISIEME CONCLUSION. Le silence des théories de la calculabilité quant aux traitements d'information, loin de confirmer une évidente réductibilité et une paisible anticipation clairvoyante, manifeste au contraire l'***inconcevabilité*** que recouvre, à leur égard, l'émergence des traitements d'information discrète.

IV-3-3. Remarques sur l'opérativité d'une recherche de fondement

■ *Si l'opérativité de nos thèses se mesure à l'inventaire de difficultés et d'anomalies décelées, il n'y a cependant rien à craindre d'un tel inventaire, puisqu'il constitue la « matière » d'un dépassement.*

194 *L'ancrage d'une recherche de fondement*

Dans un cadre normatif qui se soustrait à la question de ses propres fondements, un *questionnement des fondements* est ***inconcevable*** : on sait peu de choses à ce sujet, on ne dispose que d'un très petit nombre de repères, et ce sont bien souvent, hélas, les évidences, les ficelles, et les critères dont use cette normativité pour se soustraire à cette confrontation, qui servent de référence première à ceux qui tentent de s'aventurer sur ce terrain. Il convient donc de mener une critique (positive ou négative) des évidences les plus admises et des critères normatifs les plus reconnus, *y compris par soi-même*. Sur quoi prendre appui pour mener une telle critique ? Le plus infime recours à un *en-dehors* du discours scientifique normatif frappe d'irrecevabilité l'enchaînement d'arguments qui en dépendent, lequel ne saurait donc porter atteinte à la légitimité de critères et de protocoles qui ont fait leurs preuves. L'efficacité des *bouclages catastrophiques* libère alors son plein rendement, puisque même les débats d'opinion sans issue [150a], parce qu'ils quêtent inlassablement des preuves et des faits, contribuent à accentuer le serrage et retardent d'autant le dénouement [191d] :

194a ARGUMENT « NI DANS NI HORS ». Dans le cadre normatif actuel, qui maintient effectivement la question de ses fondements hors de portée de tout réexamen éventuel grâce à des évidences, des ficelles et des critères qui excluent le recours à tout appui extérieur, une ***recherche théorique*** procédant au réexamen des fondements de cette normativité est ***inconcevable***, puisqu'elle ne peut trouver aucun appui recevable ***ni à l'intérieur ni à l'extérieur*** de cette normativité.

Ce bouclage catastrophique fonctionne d'ailleurs tellement bien que [presque] tout le monde (scientifique ***et*** non scientifique) admet aujourd'hui qu'une recherche menée au degré le plus fondamental des sciences est inconcevable (impossible, dénuée de sens, sans objet, etc. [150b]) ou, à l'extrême rigueur, qu'une telle recherche ne peut être que non scientifique (spéculative, philosophique, métaphysique, etc.), c'est-à-dire, très vraisemblablement, sans réelle incidence possible sur le discours scientifique [189c]. Sans doute, la tenaille « ni dans ni hors » [194a] n'est cependant pas complètement fermée, car ***entre*** « dans » et « hors », il n'y a pas rien, il y a une ***limite*** :

194b REMARQUE. Dans le cadre normatif actuel, certaines problématiques de fondements peuvent affleurer en tant que ***problématiques de limites internes***.

On peut donc, au moins dans certains cas, aller « jusqu'au bord intérieur » de la normativité scientifique actuelle. Ce qui demeure cependant bloqué, c'est le *franchissement* de la limite au moyen d'une ***réinterprétation*** liée à une ***procédure de dépassement***[1] [191f].

194c 1. Ainsi, par exemple, dans le cas des [méta-]mathématiques et de la logique, le seul fait que les *théorèmes de limitation interne* aient rang de théorèmes ***garantit*** que le franchissement de la limite demeure bloqué [191e]. Ce pour quoi nous disons que la crise de fondements, concernant les mathématiques et la logique, qui se développe depuis le premier tiers du XX^{ème} siècle, ne s'est toujours pas dénouée [73]. Cette question est beaucoup plus nette en physique : une expérience destinée à corroborer la limite d'applicabilité d'une théorie se conçoit *depuis* une hypothèse de dépassement ; mais l'expérience, en elle-même, permet seulement de prendre la théorie dépassée *en défaut*, sachant que l'hypothèse de dépassement, qui n'est pas corroborée en tant que telle par cette expérience, permet seulement de proposer une ***interprétation*** des résultats expérimentaux obtenus, alors que la théorie dépassée ne propose

195 *L'opérativité immédiate d'une recherche de fondement*

Certes, le bouclage catastrophique « ni dans ni hors » [194a] est redoutablement efficace ; c'est pourtant de son dénouement que dépend la possibilité de mener des recherches de fondement ***dans*** le discours scientifique. Puisque nous ne doutons pas de l'opérativité des théories élaborées dans ce cadre normatif, le fait d'exclure le recours à un appui extérieur doit être entendu positivement [159e] :

195a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Une recherche théorique portant sur les fondements de la normativité scientifique actuelle doit assurer sa ***filiation de fondement*** au sein du discours scientifique et ne peut être menée que ***de l'intérieur du discours scientifique***[1].

Cette remarque ne contredit pas le bouclage « ni dans ni hors » [194a], ***mais le dénoue***, dès lors qu'une filiation de fondement résulte d'un dépassement, c'est-à-dire de la venue à la forme d'une singularité jusqu'alors inaperçue quoique présente effectivement :

195b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. C'est ***parce que*** la singularité, dont le dépassement va provoquer le déploiement et la venue à la forme, est ***inaperçue dans*** la théorie (ou la normativité) à dépasser, qu'une recherche de fondement ne peut trouver aucun appui officiel ***dans*** cette théorie (ou cette normativité) pour atteindre cette singularité.

Ce n'est pas jouer sur les mots de comprendre que l'appui le plus sûr en vue d'un dépassement d'une théorie ***consiste en l'absence d'appui*** dans cette théorie. Mener une recherche de fondement, c'est prendre la mesure de ce qu'on ignore au coeur même de ce qu'on sait [150d] [150g], et c'est, par conséquent, prendre pour guide le caractère nécessairement conjectural de toute élaboration théorique fondée, c'est-à-dire assujettie à l'interdit du « savoir absolu ». C'est aussi restituer le caractère conjectural, donc indéterminé, de certains principes ou de certaines évidences qu'on croit définitifs, et qu'on identifie abusivement à un clivage franc entre ce qui est scientifique et ce qui ne l'est pas [31].

Mais, si la condition de récupération de tout l'acquis tangible produit par la normativité scientifique actuelle est l'absence simultanée de preuve et de réfutation *quand on adopte strictement le point de vue de cette normativité* (c'est-à-dire le point de vue de la théorie dépassée), il n'en va pas du tout de même quand on regarde cette normativité *depuis nos thèses* (c'est-à-dire depuis le point de vue dépassant) :

195c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si nos thèses sont correctes, elles doivent s'appliquer ***sans réserve*** à la normativité scientifique actuelle : d'une part, elles doivent permettre de dégager les anomalies (***matériau*** d'une recherche de fondement) ; d'autre part, elles doivent guider l'élaboration d'une réinterprétation de ce matériau (***conjecture*** de « savoir absolu »).

Le principe même des bouclages catastrophiques [189a] [189b] et des corrélations fortes avec les protocoles et les critères normatifs [57b] implique inévitablement qu'une recherche de fondement se développe *depuis le point de*

---

aucune interprétation satisfaisante.

1. Cela ne signifie certainement pas que les idées intervenant dans de telles recherches proviennent nécessairement du discours scientifique [actuel] [189c]. Chacun sait que les exposés des théories, y compris les théories les plus fondamentales, sont des *reconstitutions*. Rien n'empêche donc d'utiliser des ficelles officieuses pour mener des recherches de fondement, à condition toutefois qu'elles disparaissent de l'exposé définitif officiel, à la manière d'un échafaudage qu'on retire lorsque le gros-oeuvre est achevé, ou qu'elles acquièrent une légitimité dans une normativité étendue. Pour le reste, il est encore possible de garder mémoire des liens, par le biais de citations, de notes en bas de page, d'exergues, etc., qui constituent les marges d'un texte, ces marges qui ne sont « ni dans ni hors », mais qui font tenir les pages ensembles.

vue dépassant, et rappelle que le problème ne peut être correctement formulé et reconstitué qu'une fois résolu[1] [30i] [190a] :

195e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nos thèses sont d'autant plus opératoires que le matériau problématique dégagé est plus ramifié et plus fondamental, dans le même temps que le disparate apparent de ses termes vient se nouer dans le plus petit nombre de principes et de concepts.

D'où l'accumulation d'évidences sans fondements, de blocages théoriques, de serrages contradictoires, de bouclages catastrophiques, de conflits irréductibles, de causes évanouies, d'hypothèses indémontrables, de postulats rejetés, de critères récusés, d'opinions critiquées, de glissements inaperçus, de fautes de méthode, de contradictions promues, de principes non appliqués, etc., que nous inventorions scrupuleusement, et qui dressent un tableau renouvelé de la normativité scientifique actuelle, dont les lignes de force aboutissent au point de fuite que constitue l'*hypothèse des indécelables, et où les couleurs sont un peu plus plus vives que dans le pastel estompé des évidences habituellement admises.

196 *L'inventaire problématique d'un progrès fondamental*

Certes, nous ne disconvenons pas qu'un tel inventaire puisse entrainer çà et là quelques désagréments, mais nous savons bien que les *hypothèses qui sont cruciales pour le présent exposé sont ***irrecevables*** et ***inconcevables*** dans le cadre normatif actuel. Dans la balance normative qui mesure la recevabilité à l'aune des bastions inexpugnables défendus par les bouclages catastrophiques les plus massifs [189a] [189b], les plus fines argumentations que nous pourrions apporter en faveur de nos thèses ne vaudraient même pas une plume. Par conséquent, *nous n'avons pas le choix* :

196a ARGUMENT DE L'INVENTAIRE. Dans un contexte normatif qui promeut excessivement l'opérativité des théories comme gage de scientificité, nous ne pouvions éviter de [dé]montrer l'opérativité immédiate de la nôtre ; or, si l'application de nos thèses ne permettait de dégager aucune « anomalie gênante » dans la normativité scientifique actuelle, ces thèses n'auraient strictement aucune valeur et tomberaient inévitablement sous le coup du *rasoir d'Ockham* au titre de spéculations douteuses et facultatives.

Chacun sait qu'une nouvelle théorie fondamentale est rarement admise de gaité de coeur ; elle doit plutôt s'imposer en luttant pied à pied *contre* les théories établies, et puiser en elles la force de se frayer un chemin. Par conséquent, dès lors que les difficultés rencontrées en informatique sont indissociables des critères et des protocoles normatifs maximaux (second conflit de fondement [188b]), il convient en premier lieu que nos thèses [dé]montrent leur capacité à ***déceler***, à ***poser*** et à ***résoudre*** des problèmes inaccessibles ou inaperçus *dans* et *depuis* la normativité scientifique actuelle [30b]. Le caractère peut-être surprenant du présent exposé ne tient finalement à rien d'autre qu'au fait de ***regarder*** la normativité scientifique actuelle comme une théorie [32d], fondamentale, certes, mais banale, et de lui appliquer *dans son ensemble*, contre toute attente, une *méthode conjecturale*[2] [32c] [34e] [34j] :

195d 1. Ce qui explique que l'absence d'appui ***dans*** la théorie (ou la normativité) à dépasser [195b] ne soit un obstacle qu'***avant*** d'avoir trouvé la « solution ». Le présent exposé est évidemment une reconstitution didactique, menée *depuis le dépassement accompli*, qui feint de poser un problème *puis* de le résoudre, alors que le souci majeur du cheminement de notre recherche fut de reconstituer les termes d'un problème dont nous connaissions déjà partiellement la « solution ». Même l'idée d'une recherche de fondement, et même le principe des dépassements sont une reconstitution après-coup. Ce n'est que tardivement que nous avons compris que les difficultés rencontrées en informatique avaient des ramifications jusqu'au de degré le plus fondamental de la normativité scientifique actuelle. Et, même si nous savons depuis plus de deux ans que l'assertion de codage est problématique, nous étions loin de nous douter du rôle qu'elle joue maintenant dans l'établissement de nos thèses, et qu'elle constituait l'une des entrées principales du labyrinthe ramifié que nous sommes actuellement en train de parcourir et d'exposer « en temps réel » (fin du mois de mai 1991). En d'autres termes, nous avons initialement franchi la frontière normative *sans nous en apercevoir*, au cours de notre thèse de troisième cycle (novembre 1977) ; mieux, cette frontière étant inconcevable *depuis* le cadre normatif actuel, personne ne s'en est aperçu, pas même nous, car le dessin de cette frontière, et, par suite, son franchissement initial sont, eux aussi, des reconstitutions après-coup.

2. « Au pire », on admettrait peut-être de regarder la normativité scientifique actuelle comme une sorte de « théorie exacte », du moins pour tout ce qui concerne les principes, les critères et les protocoles relatifs à la logique, aux mathématiques, et à la formalisation. Mais appliquer une méthode conjecturale à l'ensemble de cette normativité, c'est inévitablement [ré]affirmer le caractère conjectural de ***tout*** principe, de ***tout*** critère, et de ***tout*** protocole qu'elle légitime.

196b PREMIERE CONCLUSION. Le présent exposé est de facture tout-à-fait classique : il suit le droit-fil d'un cheminement hypothético-déductif, dont le caractère nécessairement conjectural s'accorde naturellement au *principe de l'interdit du « savoir absolu ».

196c Nous avons donc exigé de nos thèses qu'elles [dé]montrent leur opérativité en nous guidant vers des « anomalies suffisamment gênantes ». Pour le présent exposé, nous avons retenu celles qui fournissent le meilleur rendement, à savoir l'association de la plus grande banalité (effectivité formelle, transition d'état, assertion de codage), et de la ramification la plus fondamentale et la plus étendue[1] (contradictions internes, opérativité conflictuelle, glissements d'écritures, etc.). Sans doute aurions-nous préféré une médecine plus douce, mais c'eût été une *condition suffisante* pour qu'une telle recherche n'aboutisse pas [196a], et une *faute de méthode* impardonnable :

196d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès lors qu'une procédure de dépassement conjugue la récupération de l'acquis tangible et la preuve rétroactive de fondement, ***il n'y a rien à craindre de l'inventaire problématique le plus ramifié et le plus fondamental***, tout au contraire, puisque c'est sur la base d'un tel inventaire que s'établit la ***condition de possibilité***, la ***mesure*** et l'***inflexion*** d'un progrès fondamental du discours scientifique.

Il y a désagrément quand on s'accroche à la normativité du moment et qu'on la croit immuable ; quand on se cripse sur les principes fondamentaux que d'autres ont légué, qu'on n'a pas soi-même démontés et reconstruits, et qu'on imagine taillés de toute éternité dans le roc le plus massivement solide ; ou quand on voudrait se soustraire à l'interdit du « savoir absolu », puisque ce sont des opinions, parmi les plus évidentes, et des postulats, parmi ceux qui sont universellement admis, qui doivent être réexaminés ou rejetés. Car, si on légitime son savoir grâce à l'accent de gravité et de sérieux qu'on donne au *progrès des sciences*, il faut bien, de temps à autres, solder l'intérêt du crédit qu'il procure. Aussi avons-nous rappelé à plusieurs reprises que le dépassement a la valeur d'une preuve rétroactive de fondement [192b], eu égard à l'interdit du « savoir absolu » : rien ne serait plus contradictoire, pour une normativité, que de se prétendre à la fois *scientifique* et *immuable* [32f] [62a], contrainte de promouvoir à cet effet tous procédés permettant de dissimuler son caractère *nécessairement conjectural*, donc *dépassable*[2] :

196f SECONDE CONCLUSION. C'est lorsqu'une théorie (ou une normativité) devient caduque qu'elle bascule dans la *phase inversée* de son fonctionnement [158i] ; au lieu de *lâcher prise*, elle tente de *résister*, élaborant une ribambelle d'hypothèses *ad hoc*, de contradictions, de glissements, etc., bref, de symptômes [191c], afin de contenir les conflits internes qui la déchirent [188c], et ***c'est ce basculement qui donne prise à une recherche de fondement*** [195a].

La possibilité de mener des *recherches de fondement*, jusqu'au degré le plus fondamental du discours scientifique, et *depuis l'intérieur du discours scientifique* [195a], est donc gravée *au fondement même du discours scientifique* comme ***indissociable de son progrès*** et comme ***témoignage de son assujettissement à l'interdit du « savoir absolu »***.

197 *Filiation d'une légitimité*

Sans doute, dès qu'un progrès fondamental s'est imposé, s'empresse-t-on bien souvent d'oublier son émergence tumultueuse et conflictuelle, oubli d'autant plus aisé que l'acquis tangible antérieurement obtenu est normalement ***réinterprété*** selon le point de vue dépassant. En tant que cliché, l'anticipation est le mirage anachronique d'un après-coup se retournant vers le passé, l'effet rétroactif d'une réinterprétation qui a gommé

1. Corrélativement, la banalité des cas étudiés (transitions d'états, codages) notifie le caractère *incontournable* et *omniprésent* des difficultés rencontrées.

196e 2. Si nous avons choisi de ne jamais citer d'ouvrage ni d'auteur au cours de l'inventaire problématique déjà exposé (ou de celui qui va suivre), c'est, au risque d'encourir la critique d'une bibliographie insuffisante, parce que nul n'est maître de l'insu qui fonde un savoir assujetti à l'interdit du « savoir absolu ». On notera, une fois encore, la proximité de certaines questions fondamentales concernant le *droit* et les *sciences*.

toute trace du conflit qui lui a pourtant donné lieu, lequel ne s'était en fait dénoué que par l'effet de souffle d'une hypothèse qui était, à l'époque, d'autant plus violemment attaquée qu'elle paraissait plus inconcevable (quoiqu'elle fût en fait plus unifiante). Ce gommage rétroactif des conflits n'est pas sans raison, puisque les dépassements ne sont jamais que des preuves rétroactives de fondement *dans une logique appropriée* :

197a TROISIEME CONCLUSION. On ne saurait invoquer la légitimité d'un consensus normatif pour avancer des arguments destinés à récuser cette légitimité, sans que ces mêmes arguments n'impliquent corrélativement une confirmation [rétroactive] de cette légitimité.

Chaque argument *quant à la légitimité* doit donc être soigneusement équilibré, puisque *la preuve rétroactive de fondement* et le *devenir caduc* doivent être indissociables comme le recto et le verso d'une feuille de papier [191b] :

197b QUATRIEME CONCLUSION. Ne pourra être tenu pour ***rétroactivement prouvé*** que ce qui ***sera devenu caduc*** par l'effet de cette preuve rétroactive, de sorte que ne deviendra rétroactivement « immuable » que ce qui se sera avéré caduc.

Aussi prenons-nous le soin d'assurer que nos arguments pèsent d'un poids égal sur les deux plateaux de la balance, d'autant plus sûrement égal qu'il est « nul » de part et d'autre, puisque nous n'avançons rien d'autre que ce qui ne peut être ni prouvé ni réfuté au regard des critères en vigueur, de manière que le fléau normatif actuel se fige définitivement en son équilibre horizontal.

CHAPITRE IV-4

Etude selon la formalisation stricte

•

■ *Les arguments développés grâce aux considérations relatives aux quantités d'information sont sans doute convaincants pour un informaticien ; ils n'ont cependant aucune prise sur la formalisation logique et mathématique. C'est donc un principe de traduction qu'il faut appliquer, de manière à déceler, dans les théories de la calculabilité, les singularités relatives à la problématique des niveaux [198-207]. Ces singularités concernent les glissements d'écritures couverts par le critère de coïncidence formelle, et la clause d'un usage* purement *instrumental de l'écriture dans sa relation à la possibilité même d'abstraire [208-215]. Les résultats dégagés dans le cas particulier des univers de calcul se généralisent facilement aux univers de formalisation (logique et mathématique) [216-221].*

IV-4-1. Remarques sur les théories de la calculabilité

■ *Sachant que les théories de la calculabilité ont été élaborées sans l'intervention de considérations relatives aux traitements d'information, on doit pouvoir retrouver trace de la problématique des niveaux, au sein de ces théories, sans passer par les traitements d'information.*

198 *Le cheminement de l'argumentation*

La proximité dans le temps nous fait peut-être oublier l'*anachronisme* que constituent les raisonnements hybriques que nous menons habituellement lorsque nous *plaquons* des considérations relatives aux quantités d'information sur des formalismes mathématiques. Avant l'émergence de l'informatique et des traitements d'information, de tels raisonnements n'ont jamais eu lieu, et n'avaient donc jamais été appliqués à ces formalismes, pour la simple raison que le concept n'en avait pas encore été conçu :

198a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les théories de la calculabilité et les formalismes logiques et mathématiques ont pu déployer leurs effets fondamentaux sans que leurs auteurs se soient crus obligés d'élaborer préalablement une théorie de ce que nous nommons aujourd'hui des *traitements d'information discrète*, et, par suite, d'en reconnaître éventuellement le caractère ***incontournable***.

Si nous voulons comprendre ces théories et ces formalismes dans leur *synchronie*, c'est-à-dire dans leur cohérence propre, il convient de supposer que ce n'est pas un défaut ou un manque de ces théories et de ces formalismes de n'avoir laissé aucune place aux traitements d'information, et que ces traitements ne sauraient constituer à leur égard un adjuvant facultatif :

198b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Comprendre les raisons pour lesquelles les théories de la calculabilité et, plus généralement, les formalisations logiques et mathématiques, n'ont laissé aucune place aux traitements d'information, c'est montrer que ces théories et ces formalismes ***n'en ont aucunement besoin***.

Cela permettra peut-être également de comprendre les raisons pour lesquelles personne ne s'est avisé, jusqu'à présent, de rafraîchir l'allure quelque peu « désuète » de ces théories au regard d'un « nouveau paradigme » qui s'est à ce point imposé qu'il nous est déjà presque devenu incompréhensible que le passé des sciences, jusqu'en ses développements récents, soit parvenu à ne même pas en soupçonner l'existence [92].

De ce que ces théories et ces formalismes n'ont laissé aucune place aux traitements d'information *en tant que tels*, il ne suit pas que la problématique sous-jacente à ces traitements soit absente de ces théories et de ces formalismes :

198c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dire que ces théories et ces formalismes n'ont laissé aucune place aux traitements d'information *en tant que tels* signifie : ces théories et ces formalismes ***voient autrement*** la problématique sous-jacente aux traitements d'information.

Il convient donc d'abandonner toute référence à l'information, aux traitements d'information et aux machines informatiques, puisque nous ne cherchons pas à *réduire*, mais à *traduire*, conformément à notre *principe de traduction des théories* [168b] :

198d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans tout le domaine où l'application des théories de la calculabilité aux traitements d'information est reconnue opératoire, toute singularité mise en évidence dans l'un des deux points de vue admet nécessairement une ***traduction*** dans l'autre.

Il s'agit donc de mettre en évidence le biais par lequel les problématiques dégagées dans le contexte des traitements d'information ont leur place et s'articulent entre elles ***dans*** les théories de la calculabilité, en tant que ces théories sont assujetties aux principes fondamentaux de la formalisation logique et mathématique. Il convient par conséquent de prendre acte des « difficultés » que l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité permet d'entrevoir pour interroger les évidences qui enveloppent le concept de calcul, et tenter d'accéder à ce qui nous paraît désormais si évident, et qui ne l'est, en fait, à aucun degré :

198e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il convient de dégager le ***concept de calcul*** de sa gangue d'évidences et de se tenir ***à distance*** pour ***rompre l'adhérence*** qui nous enchaîne à lui, afin de reconstituer, dans la mesure du possible, l'***étrangeté*** de ce concept, et, corrélativement, certaines ***singularités*** des théories qui ont entrepris de l'approcher.

L'étude qui suit est *partielle*, car notre propos n'est pas de démonter complètement le montage qui sous-tend les théories de la calculabilité, mais seulement de nous assurer que nos thèses ont leur place « dans » ces théories.

199 *La possibilité théorique*

Dans le cadre des présentes thèses, le fait que les *théories de la calculabilité* soient des *théories* ne va nullement de soi. Tout commence avec la possibilité, pourrait-on dire, et tout, peut-être, s'y trouve déjà joué et noué :

199a ARGUMENT DE LA POSSIBILITÉ. L'élaboration d'une *théorie* de la calculabilité suppose réunies les *conditions de possibilité d'une élaboration théorique* [en général], au premier rang desquelles figure l'hypothèse que ce à quoi on ***réfère*** cette élaboration théorique est ***inaccessible***[1].

Faute d'une telle hypothèse, il est inutile déployer tant d'efforts et de se tracasser pour de tels soucis : les évidences opératoires habituelles sont amplement suffisantes. Autrement dit, si des mathématiciens se sont crus obligés, il y a moins d'un siècle, d'élaborer une théorie à l'endroit d'une pratique opératoire plus que bi-millénaire, puisqu'antérieure à l'émergence des mathématiques, et qui aurait pu demeurer un archétype d'évidence, c'est parce qu'ils ont aperçu ou pressenti que « quelque chose d'inaccessible » était demeuré voilé par les évidences qui couvraient jusqu'alors cette pratique opératoire :

199b ARGUMENT DE LA PROBLÉMATIQUE THÉORIQUE. La détermination de « ce qui est calculable » ne peut devenir une problématique théorique que dans son rapport à l'éventualité de « ce qui n'est pas calculable ».

Nous disons que l'élaboration d'une théorie de la calculabilité est demeurée ***inconcevable*** aussi longtemps que l'une des entrées donnant sur le labyrinthe de « ce qui n'est pas calculable » n'a pas été décelée :

1. C'est ce qu'on implique, sans peut-être le savoir, lorsqu'on dit : *une science doit avoir un objet.*

199c PREMIERE CONCLUSION. Ce qui est proprement ***en cause*** dans les théories de la calculabilité, c'est « ce qui n'est pas calculable » comme condition *sine qua non* pour qu'il soit *seulement possible* que « ce qui est calculable » se constitue en ***problématique théorique***.

Chacun sait que ces théories furent initialement conçues pour atteindre le plus directement possible au moins
199d un théorème relatif à *quelque chose* dont on puisse affirmer : « ce n'est pas calculable ». Corrélativement, il est devenu depuis lors ***inconcevable*** qu'un exposé traitant de « ce qui est calculable », mais incapable d'obtenir des théorèmes ou des résultats concernant « ce qui n'est pas calculable », puisse avoir le rang d'une *théorie de la calculabilité*. En ce sens, le fait qu'on ne soit pas encore parvenu à déceler des traitements d'information qui ne soient pas réductibles à « ce qui est calculable » constitue une *raison suffisante* pour que ces traitements d'information ne parviennent pas à se constituer en une théorie autonome, et soient actuellement compris comme une « annexe » des théories de la calculabilité (évidente réductibilité) :

199e SECONDE CONCLUSION. Le fait que les difficultés décelées dans le contexte des traitements d'information se traduisent, dans le contexte des théories de la calculabilité, par un questionnement au sujet de « ce qui n'est pas calculable », n'a rien d'extraordinaire.

200 *Le critère de coïncidence formelle*

Il paraît peut-être évident d'affirmer aujourd'hui qu'on ne saurait aborder théoriquement la calculabilité sans passer par la médiation des [rapports entre] écritures. Toutefois, les calculs effectués au moyen d'écritures ne sont, historiquement, qu'un cas particulier parmi divers procédés d'effectuation (bouliers, machines mécaniques, etc.), tandis que l'informatique prend le relai pour nous rappeler qu'aucun traitement d'information effectué au moyen d'une machine automatique ne saurait constituer, *en tant que tel*, un calcul écrit. Il s'ensuit que les écritures qui interviennent dans l'*effectuation des calculs* sont tout aussi ***matérielles*** que les boules d'un boulier ou les transistors d'un ordinateur :

200a ARGUMENT DE LA MÉDIATION. Dès lors qu'une théorie de la calculabilité prétend atteindre l'***effectuation des calculs***, les écritures intervenant dans de tels calculs doivent être abordées ***depuis leur matérialité***, sans égard *a priori* pour les abstractions auxquelles, par ailleurs, on les réfère éventuellement [1].

Sachant, d'une part, que des êtres humains ont su effectuer des calculs bien avant l'émergence des traitements d'information, des machines informatiques, des théories de la calculabilité, de la théorie des ensembles, du concept de fonction, du produit cartésien, etc., et même des mathématiques elles-mêmes, et, d'autre part, que l'*interprète effectif* des procédures formelles effectives est le mathématicien lui-même, c'est-à-dire un être humain, on doit pouvoir approcher la *matérialité* des écritures à partir des règles opératoires appliquées par cette espèce particulière d'interprètes effectifs. Or, puisque l'une des clés [de voûte] de ces effectuations est le *critère de coïncidence formelle* [5c] :

200b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. On doit pouvoir reconstituer des ***règles opératoires***, destinées aux êtres humains, autorisant une ***mise en oeuvre effective du critère de coïncidence formelle*** qui ne doive rien aux traitements d'information, ni aux machines automatiques, ni aux théories de la calculabilité, ni à la théorie des ensembles, etc., ni aux mathématiques elles-mêmes.

Parmi ces règles opératoires, figurent au moins :

200c REGLE DU JUGEMENT QUANT AU TOUT. Une lettre est déclarée constituer ***un tout*** en ce sens que sa forme (son dessin) est choisie parmi des formes dont on ***juge*** qu'elles constituent ***un tout***.

1. Cela souligne simplement que les théories de la calculabilité visent précisément des *règles opératoires* devant être appliquées « les yeux fermés » à des écritures. Rappelons qu'on ne saurait concevoir l'articulation entre des *fonctions* et des *procédures formelles effectives* sans requérir une *représentation formelle effective* des-dites fonctions.

200d REGLE DU JUGEMENT QUANT A LA RESSEMBLANCE. Si deux lettres sont ***jugées** suffisamment ressemblantes quant à leur forme* (quant à leur dessin) ***considérée comme un tout***, on déclare qu'elles *coïncident formellement*, sinon on déclare qu'elles ne coïncident pas.

Ces règles ne sont pas exemptes de difficultés, raison pour laquelle nous soulignons la nécessité d'un ***jugement***. Mais elles ne doivent pas donner de si mauvais résultats, puisqu'on les applique encore en permanence de nos jours, même à l'ère des machines informatiques, jusque et y compris dans toute la formalisation logique et mathématique, ne serait-ce que pour *lire* l'exposé d'une théorie de la calculabilité [1].

201 *L'effectuation préalable*

Attirer l'attention sur la *matérialité* des écritures [200a], c'est examiner certaines ***conditions d'applicabilité*** des théories de la calculabilité. Pour que ces théories soient seulement applicables, il convient *au minimum* de savoir *lire* et *écrire*. Mais, d'un point de vue théorique, le fait que *lire* et *écrire* s'apprennent (dans certaines parties du monde) dès l'école primaire et soient considérés comme allant de soi à l'âge adulte, n'est nullement synonyme d'évidence et de simplicité [2] ; nous remarquons, pour notre part, que l'***effectuation des jugements*** [200c] [200d] intervient comme une *condition sine qua non de possibilité* de ces théories, et demeure donc ***inaccessible depuis ces théories*** : si on envisage de « représenter » ces jugements au moyen d'une procédure formelle effective, il faut rédiger cette procédure formelle effective à l'aide de lettres, et le problème se reproduit *sans fin* :

201a *LEMME DES JUGEMENTS. Les problèmes consistant à ***juger quant au tout*** [200c] et à ***juger quant à la ressemblance*** [200d], sont des ***problèmes régressifs*** relativement au rôle médiateur de l'écriture, et, en particulier, *relativement aux théories de la calculabilité*.

L'enjeu de ce *lemme est l'*effectuation préalable* qui ouvre la possibilité de définir et d'effectuer des calculs au sens des théories de la calculabilité. Ce *théorème ne concerne donc pas l'opposition entre les calculs qui s'arrêtent et ceux qui ne s'arrêtent pas :

201b PREMIERE REMARQUE. Pour qu'il soit ***seulement possible*** qu'un calcul ne s'arrête pas, encore faut-il qu'il ait commencé.

Par ailleurs, l'existence de fonctions dites *non-calculables* dépend de l'impossibilité d'associer des machines mathématiques (ou des procédures formelles effectives) à de telles fonctions :

201c SECONDE REMARQUE. Pour qu'il soit ***seulement possible*** d'établir que certaines machines mathématiques (ou procédures formelles effectives) font défaut, encore faut-il avoir pu recenser effectivement toutes celles qui ne font pas défaut.

Par conséquent, l'effectuation préalable des jugements *quant au tout* et *quant à la ressemblance* est ***toujours requise***, tant en ce qui concerne l'effectivité des calculs (arrêt ou non arrêt) qu'en ce qui concerne le rapport aux mathématiques formelles (fonctions calculables ou non calculables). Convenons ce qui suit :

200e 1. L'écriture n'est pas une invention du discours scientifique ; elle procède d'une longue tradition, dont la typographie est une phase récente, qui n'a pas attendu les considérations modernes sur la séparation entre le signal et le bruit pour apercevoir que la *forme* (le dessin) des lettres devait être judicieusement choisie. Notons à cet égard que, même si on rejetait nos thèses concernant le rôle médiateur de l'écriture dans les protocoles normatifs actuels de démonstration et de corroboration, il n'en resterait pas moins que l'*exigence de publication*, qui s'impose dans tous les domaines de la recherche [scientifique], éventuellement par le biais de divers prétextes normatifs de nature plus ou moins administrative et comptable, et qui conduit à ne reconnaitre officiellement d'autre savoir [scientifique] que ce qui peut s'en consigner dans des textes écrits, impose *ipso facto* à tout ce savoir de n'être tel que venant s'écraser dans ce défilé afin de se plier à l'à-plat des écritures, de sorte que cette *exigence de publication* constitue, en bout de course, le dispositif de sécurité le plus éprouvé pour garantir à l'écriture le rôle médiateur dont nous parlons.

2. La même remarque vaut pour le langage : ce n'est pas parce que nous parlons que nous savons ce que parler veut dire.

201d TERMINOLOGIE. Dans la suite, le syntagme ***[non-]calculable*** renvoie à l'opposition entre « ce qui est calculable » et « ce qui n'est pas calculable » au sens des théories de la calculabilité actuellement en vigueur.

Corrélativement, le vocabulaire habituel des théories de la calculabilité (calcul, calculable, non-calculable, décidable, non-décidable, complexité, etc.) seront toujours référés aux théories de la calculabilité. En revanche :

201e *DÉFINITION. Est dit ***incalculable*** ce qui ne peut être rapporté ni au calculable ni au non-calculable, *au sens des théories actuelles de la calculabilité*, quoiqu'étant impliqué *par* ces théories.

En ce sens, est dit *incalculable* ce qui est impliqué par le [non-]calculable (comme condition de sa possibilité), quoique ne pouvant pas lui être rapporté. Puisque la mise en oeuvre effective des règles de jugement [200c] [200d] est une condition de possibilité du [non-]calculable :

201f *THÉOREME DES JUGEMENTS. L'***effectuation préalable*** des jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] est ***incalculable***.

L'effectuation de ces deux jugements intervient à titre d'ingrédient dans le critère de coïncidence formelle, sans lequel l'écriture est inutilisable [200b] ; nous retrouvons ainsi ce que nous avions souligné très tôt [12c] quant à son caractère régressif :

201g *THÉOREME DE LA COINCIDENCE FORMELLE. La mise en oeuvre effective du critère de coïncidence formelle est ***incalculable***.

Conformément à nos thèses [117b], ces effectuations ne donnent lieu, en tant que telles, à aucune trace décelable dans les théories de la calculabilité, bien que leur *effet* soit de constituer les [formes de] lettres dans leur matérialité en tant que traces décelables assujetties à la conception normative purement instrumentale de l'écriture :

201h TROISIEME CONCLUSION. La mise en oeuvre effective du critère de coïncidence formelle ***implique et éponge*** une ***première espèce d'incalculabilité***.

201i En tant qu'effectuation préalable, cette première espèce d'incalculabilité est « plus petite » que l'opération la plus irréductible que puissent connaître les théories de la calculabilité, et, en ce sens, elle est soumise à la plus stricte finitude (au sens normatif actuel). En outre :

201j REMARQUE. Relativement aux différentes mesures de complexité qui dépendent du [non-]calculable, cette première espèce d'incalculabilité est, en quelque sorte, ***moins que rien***.

Nous pouvons ainsi observer le cas particulièrement net d'une singularité inaperçue [33f], puisque cette incalculabilité s'évanouit *dans* les théories de la calculabilité, où elle demeure formellement indécelable mais effectivement présente, par l'effet d'une *corrélation forte* avec le *critère maximal* de ces théories [57b], à savoir « être [réductible à] un calcul effectif », dont cette singularité est une *condition de possibilité* [37d].

202 *Matérialité et immatérialité de la lettre*

Une clé majeure de la conception normative purement instrumentale de l'écriture tient au dilemme qui règle son rapport à l'*instance de la lettre* :

202a DILEMME DE LA LETTRE. D'une part, il n'y a de lettre que ***présentée dans sa matérialité***, c'est-à-dire *venue à la forme* ; mais, d'autre part, le rôle instrumental d'une lettre est d'autant plus « pur » que sa matérialité (sa forme) peut être tenue pour ***marginale***.

Bref, la perfection de l'usage *purement* instrumental de l'écriture serait de pouvoir utiliser l'écriture sans jamais avoir à écrire d'écriture. Dans le cas des théories de la calculabilité, ce dilemme est particulièrement net :

202b REMARQUE. D'un côté, l'***effectuation d'un calcul*** est directement liée à la matérialité des écritures ; mais, d'un autre côté, un calcul ne saurait ***exactement consister*** en cette matérialité, faute de quoi il serait ***impossible de l'abstraire*** en quelque manière que ce soit.

Les évidences normatives n'aperçoivent pas que le *versant matériel* de l'écriture est à classer parmi les « choses de la réalité », au même titre que les pommes de terre, les ordinateurs, les électrons, les cellules vivantes et les galaxies :

202c IMAGE. Une lettre est, en quelque sorte, *à deux faces*, la ***face matérielle***, tournée vers la *matérialité de la forme*, et la ***face immatérielle***, tournée vers l'*immatérialité de son identité* ; ces deux faces sont liées, comme le recto et le verso d'une feuille de papier, par l'effet d'un ***acte*** (jugement) ***impliquant le sujet***, et ne sauraient être dissociées sans que la lettre ne soit elle-même anéantie.

Cette question de la *matérialité des lettres* au sein des théories de la calculabilité (et, plus généralement, des théories formalisées) est beaucoup plus délicate à approcher qu'il n'y paraît au premier abord, car elle règle le jeu et l'usage d'une indétermination essentielle : *l'élasticité du lien entre les deux faces d'une lettre*. Une telle question intéresse directement le présent exposé :

202d QUATRIEME CONCLUSION. La plus infime indétermination ou difficulté concernant la question du lien entre la matérialité et l'immatérialité des lettres ne saurait être tenue pour négligeable à cause de l'incidence directe d'une telle question sur la problématique du ***codage*** et de la ***représentation***.

C'est la raison pour laquelle, compte-tenu de l'omniprésence de l'écriture dans la normativité scientifique actuelle, l'assertion de codage la plus banale se trouve exactement à l'aplomb de la question la plus fondamentale pour cette normativité : *la question du rapport entre le savoir et l'écriture*.

203 *Le principe de remplacement dans un univers de calcul*

Toutes les théories de la calculabilité insistent sans aucune équivoque possible sur le fait que le ***jeu de lettres*** intervenant dans un ***univers de calcul*** est ***clos***[1]

203b DÉFINITION. Un ***univers de calcul*** est lié à un ***jeu de lettres*** qui est ***clos*** [et fini], et comporte ***tout*** ce qui est nécessaire à l'effectuation des calculs qu'il autorise, y compris l'interprète effectif lui-même.

Un univers de calcul peut être aussi bien un *calcul isolé*, que l'univers de « tous » les calculs relatifs à une machine universelle, à une théorie de la calculabilité, et même, peut-être, à « toutes » les théories de la calculabilité concevables. Peu importe l'étendue d'un univers de calcul, car l'essentiel (pour le présent exposé) est qu'il faille le clore pour que le jeu de ***toutes*** les lettres qui peuvent y figurer puisse être lui-même clos.

En quel sens convient-il d'entendre le mot *lettre* dans l'expression *un jeu de lettres clos* ? Ce qui est clos dans un univers de calcul, tout comme dans une pièce de théâtre, ce sont les ***rôles***, et ce sont ces rôles qui sont attachés à la *face immatérielle* des lettres ; l'essentiel est de conserver la *distinction mutuelle* de ces rôles dont la liste se clôt lorsque se clôt l'univers de calcul associé :

203c REGLE DE VICARIANCE. Le ***jeu de lettres*** associé à un *univers de calcul* n'est clos *à proprement parler* que lorsque chaque lettre (face immatérielle du rôle) aura été ***liée*** à une — ***et à une seule*** — lettre (face matérielle de la forme) comprise comme un tout au sens du jugement *quant au tout* [200c], de telle manière qu'à deux lettres ***distinctes*** (face immatérielle du rôle) soient liées deux lettres ***non ressemblantes*** (face matérielle de la forme) au sens du jugement *quant à la ressemblance* [200d].

203a 1. Et même *strictement fini*. Pour des raisons qui vont devenir claires dans la suite [204g], nous prenons dès maintenant la précaution ne pas employer le mot *alphabet*. Par ailleurs, bien que la plupart des résultats qui vont être exposés dans un instant se transposent directement dans le contexte plus général des *théories strictement formalisées* [222-227], nous avons préféré ne pas combiner tous les problèmes à la fois, et, au risque d'alourdir un peu l'exposé, nous traitons d'abord le cas particulier des univers de calcul.

Cette *règle de vicariance*[1] répond au premier aspect du dilemme de la lettre [202a] : puisque nul n'a jamais vu un rôle (face immatérielle d'une lettre) autrement que matérialisé (face matérielle d'une lettre) grâce à une forme, *il faut choisir une forme pour chaque rôle*. En ce sens, il n'y a pas de calculs effectifs *in abstracto*.

Mais cette matérialité des lettres est beaucoup trop encombrante à l'égard d'une vocation théorique qui ne cesse de référer l'usage de l'écriture à une immatérialité abstraite. Il convient donc, en quelque sorte, de faire contrepoids à une matérialité toute contingente, c'est-à-dire *à la fois fortuite et inévitable*, en la ***creusant*** de telle manière qu'elle demeure indépendante du rôle qu'elle assume dans un univers de calcul. La lettre (face matérielle) n'a d'autres pouvoirs que ceux qui lui sont conférés *ex officio*, c'est-à-dire pour ce (face immatérielle du rôle) dont elle prend la place *à titre strictement vicariant et révocable à tout instant* :

203e PRINCIPE DE REMPLACEMENT. Lorsqu'on a clos un *univers de calcul*, et, par conséquent, lorsque le *jeu de lettres* qui peuvent figurer dans cet univers est lui-même clos, cet univers demeure ***le même*** quand on ***remplace***[2], en toutes ses occurrences, ***une quelconque*** lettre (face matérielle de la forme) par une quelconque lettre (face matérielle de la forme) ne ressemblant, au sens du jugement *quant à la ressemblance* [200d], à aucune autre lettre (face matérielle de la forme) intervenant déjà dans cet univers.

Ce principe répond au second aspect du dilemme de la lettre [202a] et contrebalance efficacement la règle de vicariance [203c]. Il s'ensuit un second principe relatif à l'identité des lettres :

203g PRINCIPE D'IDENTITÉ DES LETTRES. Au sein d'un univers de calcul, sont référées à ***la même lettre*** (face immatérielle du rôle) les lettres (face matérielle de la forme) qui peuvent être remplacées [203e] l'une par l'autre pourvu que l'univers de calcul demeure ***le même***.

203h On entend sans équivoque une musique déjà connue : le principe d'identité des lettres est une transposition du principe d'identité [125a] énoncé par G. W. LEIBNIZ.

204 *Remarques sur le principe de remplacement*

Au premier abord, la règle de vicariance [203c] et le principe de remplacement [203e] ne surprendront personne, car ils sont conformes en tout point aux usages actuellement en vigueur dans toutes les théories de la calculabilité, et même, plus généralement, dans toutes les théories logiques et mathématiques strictement formalisées. On se soumet d'autant plus volontiers à l'exigence matérielle de l'écriture (règle de vicariance) que les formes choisies demeurent sans incidence (principe de remplacement) sur la face immatérielle des rôles. Du moins, le croit-on. Il convient donc de questionner les arguments qu'on invoque fréquemment à cet endroit afin de s'assurer qu'ils ne couvrent pas tout ou partie des difficultés qui occupent le présent exposé.

204a Sans doute comprend-on habituellement cette question comme le rapport entre un « alphabet concret » (face matérielle des lettres) et un « alphabet abstrait » (face immatérielle des lettres). Toutefois, il n'est pas certain que la question de l'*identité des lettres* ait été vraiment aperçue, car on la confond souvent avec le *jugement quant à la ressemblance* [200d] : on réduit alors la difficulté à un problème de légères variations dans la typographie ou dans l'allure graphique, et, au bout du compte, on en vient toujours à bloquer l'étude du problème en recourant à l'argument imparable selon lequel il ne s'agit au fond que de *simples conventions* et de *choix arbitraires* sans aucune incidence théorique :

203d 1. Néologisme dérivé de l'adjectif *vicariant*, de la même famille que *vicaire*, provenant du latin *vicarius* (remplaçant d'une personne ou d'une chose), de la même racine que *vicis* : tour, succession, à tour de rôle, roulement, le tour de quelqu'un dans un roulement (d'où : place, fonction, office), à la place de, en guise de, pour. *Dictionnaire latin F. GAFFIOT*. Malgré les inconvénients qui peuvent résulter de l'usage d'un néologisme, nous avons préféré éviter l'imbroglio indémêlable que sous-tendent des mots comme *représentation*, *dénotation*, *instanciation*, etc., quand il s'agit des lettres elles-mêmes. La suite de l'exposé va amplement confirmer le caractère très précisément *vicariant* de l'usage des lettres dans le cadre normatif actuel.

203f 2. Pour des raisons qui vont être claires dans un instant [205h] [205i], nous réservons le mot « technique » de *substitution* pour l'application des règles de réécriture composant les procédures formelles effectives, et le mot *remplacement* pour ce qui est visé par le principe du même nom.

204b CINQUIEME CONCLUSION. Mais la question de l'***identité des lettres*** ne saurait être réduite au *jugement quant à la ressemblance* [200d], puisque ce sont précisément des lettres ***jugées non ressemblantes*** (face matérielle de la forme) qui peuvent être remplacées les unes par les autres [203e] tout en étant ***référées à la même lettre*** (face immatérielle du rôle) [203g].

Le caractère arbitraire du choix des lettres ne va nullement de soi, et ne saurait être considéré comme une banale évidence, car cet arbitraire ***résulte*** du principe de remplacement [203e], dont l'enjeu est particulièrement fondamental :

204c SIXIEME CONCLUSION. L'enjeu du ***principe d'identité des lettres*** [203g] n'est pas une bonne détection de la ressemblance des formes en dépit d'un bruit de fond, mais une ***dématérialisation*** des lettres ouvrant la possibilité d'abstraire.

Le principe de remplacement [203e] est une manière de « creuser » la matérialité des lettres, puisque n'importe quelle lettre (face matérielle de la forme) peut tenir n'importe quel rôle (face immatérielle de l'identité) au sein d'un univers de calcul, sous réserve de ne pas introduire de confusion des rôles au sein de cet univers. A l'endroit du lien entre les deux faces d'une lettre, on observe donc la conjonction entre un *problème global* et *un degré d'indétermination élevé* :

204d SEPTIEME CONCLUSION. Le principe de remplacement notifie que le choix de la forme (face matérielle des lettres) associée à chaque rôle (face immatérielle des lettres) est un ***problème global*** relativement à la clôture d'un univers de calcul, et que la dématérialisation des lettres, qui ouvre la possibilité d'abstraire, ne s'obtient qu'en injectant une ***indétermination inéliminable*** .

Conformément à nos thèses [128d], le principe de remplacement joue le double rôle d'un principe d'identité et d'un principe d'indétermination à l'égard des lettres et des univers de calcul. On peut comprendre l'articulation entre *identité* et *indétermination* sur un schéma très simple :

204e
```
rôles  | A  B  C |   | A  B  C |   | A  B  C |    identité
------ |---------|   |---------|   |---------|  ------------ V
formes | a  b  c |   | v  w  x |   | b  c  a |  ressemblance
                                                ------------ R
         ... a b c d ... v w x y z ...             excès
```

Pour simplifier, nous avons *nommé* les rôles (face immatérielle) par des lettres capitales. Ce qui figure *dans* un cadre schématise un *univers de calcul* à travers son jeu de lettres : la ligne horizontale V (comme *vicariance*) entre identité et ressemblance correspond à la matérialisation (règle de vicariance [203c]), tandis que la ligne horizontale R (comme *remplacement*) correspond à la dématérialisation (principe de remplacement [203e]). Ces trois univers de calcul sont donc « le même » au sens du principe de remplacement, et c'est bien ***parce que*** le lien entre les deux faces des lettres est le lieu d'une indétermination élevée, que peut s'accomplir une dématérialisation ouvrant la possibilité d'une identité abstraite. Notons dès maintenant[1] un décalage significatif :

204f REMARQUE. Le critère de coïncidence formelle, qui opère à l'endroit de la ligne R (et non pas de la ligne V), est lui-même à deux faces : l'une tournée vers *un univers de calcul donné*, où la coïncidence des formes vaut pour l'identité des rôles *à cause de la règle de vicariance* [203c], l'autre tournée vers *la matérialité non close de formes de lettres possibles*, qui englobe tous les univers de calcul, et où peut s'exercer le principe de remplacement [203e] grâce aux formes de lettres ***en excès***.

Ce que les évidences normatives n'aperçoivent pas, c'est que l'usage *purement instrumental* de l'écriture a pour contrepartie la ***clôture*** qui permet de dématérialiser le jeu de lettres d'un univers de calcul, clôture qui s'inscrit

1. Nous développons cette remarque dans le suite [210].

dans l'ouvert où s'exerce le principe de remplacement. Or, cet ouvert est *sans fin*, car [201a] la détermination de la forme des lettres est un problème régressif *relativement aux univers de calcul* [1].

205 *L'émergence et l'évanouissement des lettres*

Chacun sait que ***toutes*** les théories de la calculabilité actuellement en vigueur reposent sur un ***procédé de réécriture***. Sans doute cela paraît-il évident. On en déduit cependant un **théorème d'émergence* :

205a *THÉOREME D'ÉMERGENCE. Puisque ***toutes*** les théories de calculabilité reposent sur un ***procédé de réécriture***, ne peuvent intervenir, au cours d'un calcul [2] que des lettres (face matérielle de la forme ***et*** face immatérielle du rôle) qui ***figurent nécessairement déjà*** dans le jeu de lettres lié à l'univers de calcul considéré.

En clair, l'effet d'un calcul ne peut être l'*émergence* d'une nouvelle lettre [3], aussi bien quant à la forme (face matérielle) qu'au rôle (face immatérielle). Réciproquement, puisqu'un historique de calcul appartient à l'univers qui l'a produit :

205c *THÉOREME DE L'ÉVANOUISSEMENT. Puisque ***toutes*** les théories de calculabilité reposent sur un ***procédé de réécriture***, l'effet d'un calcul ne saurait être la « disparition totale » d'une lettre (face matérielle ***et*** face immatérielle) de l'univers où ce calcul trouve son *avoir lieu*.

En clair : un calcul ne peut rétroagir pour modifier, en cours d'effectuation, par application d'une règle de réécriture, tout ou partie de l'une quelconque des étapes de calcul antécédentes afin d'effacer *toute trace d'une lettre*. Conformément aux théories de la calculabilité, nous n'envisageons que des processus séquentiels, composés exclusivement d'opérations appliquées à des écritures, et donnant lieu à un historique d'étapes où chaque étape est elle-même une écriture. Par conjonction des *théorèmes de l'émergence et de l'évanouissement, il vient :

205d *THÉOREME DE CONSERVATION. Au sein d'un univers de calcul, le jeu de lettres (face matérielle des formes ***et*** face immatérielle du rôle) lié à cet univers ***se conserve***.

A moins de supposer que les lettres soient immuables et qu'il n'existe qu'un seul jeu de lettres immuablement clos de toute éternité [4], ce qui n'est soutenable ni quant à leur face matérielle [200c] [205b], ni quant à leur face immatérielle [203g], il faut bien admettre, au minimum, l'éventualité que des lettres puissent « apparaître dans le monde » [205b] :

205e *THÉOREME DE LA VARIATION. Le problème de l'adjonction (émergence) ou de la suppression (évanouissement) d'une lettre (face matérielle de la forme ***et*** face immatérielle du rôle) au sein d'un univers de calcul est ***incalculable dans cet univers***.

205f Rien n'empêche, bien entendu, de concevoir que des « émergences de lettres » ou des « évanouissements de lettres » puissent être « représentés » ou « simulés » par des calculs, voire « transformés » en un calcul. Mais les lettres sont les lettres, et on ne peut en faire ce qu'on veut [5].

204g 1. C'est une raison, parmi d'autres, pour laquelle [203a] nous avons préféré ne pas employer le mot *alphabet* qui permet, dans le cadre normatif actuel, d'éluder diverses questions fondamentales.

2. Ou encore : au cours de l'interprétation d'une procédure formelle effective.

205b 3. Notons au passage que la création d'un alphabet (au sens typographique) est toujours considérée, par le législateur, comme une *oeuvre de l'esprit* protégée par le *droit des auteurs*.

4. On devine à *Qui* nous faisons allusion, et on entr'aperçoit à quel point tout se tient *quant aux fondements*.

205g 5. En toute rigueur, le fait d'affirmer [203b] la clôture du *jeu de lettres* lié à un univers de calcul, est un *corollaire du *théorème de conservation [205d] : cette clôture est possible *parce que* les théories de la calculabilité reposent sur un procédé de réécriture, ce qui implique qu'une lettre ne peut ni émerger [205a] ni s'évanouir [205c] au cours d'un calcul. Toutefois, il nous a semblé préférable de procéder dans cet ordre, quitte à prendre provisoirement appui sur des évidences unanimement admises, que nos *théorèmes ne

Dans la pratique, on admet généralement que tout ce qui concerne les « alphabets » relève de l'arbitraire et du conventionnel, c'est-à-dire demeure *sans incidence théorique*, pourvu que les « alphabets abstraits » soient finis (en bijection avec un quelconque intervalle strict des entiers naturels), sachant que le choix des « alphabets concrets » est, en quelque sorte, une simple affaire de typographie. Les *théorèmes de la conservation [205d] et de la variation [205e] permettent cependant d'obtenir plusieurs *théorèmes :

205h *THÉOREME DU REMPLACEMENT. Le problème du remplacement de la forme des lettres (face matérielle) figurant dans un univers de calcul donné est ***incalculable dans cet univers***.

En effet, le problème du remplacement implique l'existence de ***deux*** formes (face matérielle) pour ***un seul*** rôle (face immatérielle) : ou bien il faut *ajouter* un nouveau rôle pour que ce remplacement devienne un calcul, mais c'est impossible [205e], ou bien cet univers de calcul n'a pas de place (pas de rôle) pour cette forme, et ce remplacement ne peut donner lieu à une règle de réécriture *dans cet univers*[1]. Par ailleurs, dès lors que la mise en rapport de deux univers de calcul implique éventuellement un accroissement du nombre de lettres (de rôles), et, dans tous les cas, la précaution préalable d'harmoniser, via les remplacements qui s'imposent, le choix des [formes de] lettres dans chacun des deux univers :

205j *THÉOREME DES INCOMPARABLES. Le problème de la comparaison de tout ou partie d'un univers de calcul à tout ou partie d'un autre univers de calcul, ***est incalculable dans chacun des deux univers***.

A fortiori :

205k *THÉOREME DE L'UNION. Le problème de l'union de deux univers de calcul est ***incalculable dans chacun des deux univers***.

205l *THÉOREME DE L'IMMERSION. Le problème de l'immersion d'un univers de calcul dans un autre univers de calcul est ***incalculable dans chacun des deux univers***.

205m *THÉOREME DE L'EXTRACTION. Le problème de l'extraction d'un univers de calcul à partir d'un univers de calcul est ***incalculable dans chacun des deux univers***.

S'il est tout-à-fait clair que la clôture des *jeux de lettres* au sein d'un univers de calcul est une manière d'approcher la quantité d'information associée à chacune de ces lettres, il est non moins clair, désormais :

205n *CORROLAIRE DU CODAGE. Le rapport entre des écritures extraites d'un univers de calcul comportant 256 lettres et des écritures extraites d'un univers de calcul ne comportant que deux lettres est *incalculable* dans chacun des deux univers.

Si on tente de se placer dans un univers comportant au moins 258 lettres, le *théorème des incomparables [205j] s'interpose encore. Par conséquent :

205o HUITIEME CONCLUSION. L'un des caractères les plus fondamentaux du concept de calcul, à savoir que tout calcul repose sur un procédé de réécriture, implique une ***seconde espèce d'incalculabilité***, relative à la clôture des jeux de lettres.

Corrélativement, le choix de la matérialité des lettres, habituellement considéré comme relevant de l'arbitraire et de conventions sans incidence théorique, ***implique et éponge*** tout ou partie de cette incalculabilité. Or, puisque l'association entre les deux faces d'une lettre implique un degré d'indétermination élevé [204d], et, d'ailleurs, ne saurait être, par définition, formellement énoncée, cette seconde espèce d'incalculabilité ouvre la porte aux *glissements d'écritures*.

---

contestent pas. Cependant, nous ne dissimulons pas que cette question des clôtures est très délicate d'un point de vue théorique, et que nous ne prétendons nullement l'épuiser dans la présente étude.

205i 1. D'où la raison [203f] pour laquelle nous réservons le mot *substitution* pour ce qui peut s'effectuer *dans* un univers, et le mot *remplacement* pour ce qui « ressemble » à une règle de réécriture, quoique ne pouvant en être une *dans* l'univers concerné.

206

Couper et coller

Remarquer [204d] que la clôture du jeu de lettres (jeu de rôles, face immatérielle des lettres) et que le choix de la forme associée à chaque rôle (face matérielle des lettres) constituent des problèmes *globaux* relativement à l'univers de calcul considéré, c'est approcher le caractère également global de la ***distinctivité mutuelle*** des lettres (rôle et forme) au sein d'un univers de calcul :

206a *LEMME DE SÉPARATION. Les lettres (face matérielle de la forme) ne sont ***liées les unes aux autres*** au sein d'un univers de calcul que par l'exigence d'avoir à ***juger de leur ressemblance ou de leur non ressemblance*** au sein de ce calcul, ***et par rien d'autre***.

La clause *et par rien d'autre* signifie : les formes des lettres (face matérielle) ne sont pas là *pour elles-mêmes* en tant que formes, mais seulement *à titre vicariant* pour tenir le rôle (face immatérielle) qui leur est, toujours de manière temporaire et révocable, attribué. Un univers de calcul est « ce qu'il est » sans égard pour la forme des lettres qu'il emprunte pour *venir à la forme*. De manière contractée, on dira que les [formes de] lettres intervenant dans un univers de calcul *sont liées par ce qui les sépare,* ***et par rien d'autre***[1].

Certes, cette clause *et par rien d'autre* semble aller tellement de soi dans le contexte de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, qu'on ne prend pas la peine d'examiner à quel trait caractéristique du concept de calcul une telle telle clause est liée. Corrélativement, on omet de s'assurer que les principes fondamentaux qui régissent les théories de la calculabilité impliquent le respect de cette clause :

206b REMARQUE. La clause ***et par rien d'autre*** du *lemme de séparation [206a] est établie par le fait que le principe de remplacement [203e] stipule que les [formes de] lettres (face matérielle) doivent pouvoir être remplacées ***une à une*** (en toutes les occurrences de la forme remplacée à la fois) au sein d'un univers de calcul.

C'est l'obligation de pouvoir procéder au remplacement des formes ***une à une*** qui est décisive pour « dé-matérialiser la matérialité » d'un univers de calcul :

206c *THÉOREME COUPER/COLLER. Un processus, même exclusivement composé d'opérations appliquées à des écritures, dans lequel une lettre est produite par ***collage*** de plusieurs lettres, ou dans lequel une lettre est ***découpée*** en plusieurs lettres, est ***incalculable***.

Ce *théorème[2] est à double face, car il porte aussi bien sur la face matérielle des lettres (insécabilité des formes) que sur la face immatérielle des lettres (irréductibilité des rôles).

Concernant la ***face matérielle*** des lettres (insécabilité de la forme), de telles opérations de découpage ou de collage supposeraient ***d'autres liens*** entre les formes que cela seul qui permet de séparer les formes de lettres les unes des autres, puisque certaines formes de lettres devraient avoir la même forme que certaines *parties* d'autres formes de lettres :

206e REMARQUE. Si on admettait les opérations de collage et de découpage sur les formes des lettres (face matérielle), on ne pourrait plus remplacer ***une à une*** les formes de lettres, donc la clause *et par rien d'autre* du *lemme de séparation [206a] ne serait pas respectée, et, par conséquent, un tel univers serait, fût-ce dans une infime mesure, lié à la matérialité des lettres.

La dématérialisation (l'abstraction) d'un tel univers serait bloquée, et le principe d'une conception purement instrumentale de l'écriture serait violé.

---

1. On voit les ramifications étonnantes de l'image des *éclats et des miettes tombant en reste* [81g].

206d 2. L'intitulé de ce *théorème souligne que la banalité des opérations du même nom dans le contexte du traitement des textes vient brouiller et occulter l'*inconcevabilité* de ces opérations à l'endroit des lettres irréductibles [174c].

Dès lors que l'insécabilité des formes (face matérielle) est une condition *sine qua non* de la dématérialisation (abstraction) d'un univers de calcul, on peut comprendre l'enjeu de l'irréductibilité des lettres (face immatérielle). Supposons en effet qu'on admette qu'une lettre (face immatérielle) puisse être une partie d'une autre lettre (face immatérielle) :

206f RAPPEL. Admettre l'éventualité que les lettres (face immatérielle) ne soient pas irréductibles est ***inconcevable***, car ce serait ouvrir la porte aux ***régressions sans fin*** à l'endroit de ce qui constitue, par excellence, dans le cadre normatif actuel, le reflètè du reflet matériel de la finitude théorique.

Cette conséquence, déjà suffisante pour postuler que les lettres (face immatérielle) soient irréductibles, se double d'une seconde conséquence :

206g REMARQUE. Sachant que la dématérialisation (l'abstraction) implique nécessairement l'insécabilité de la forme des lettres (face matérielle), admettre l'éventualité que les lettres (face immatérielle) ne soient pas irréductibles impliquerait l'impossibilité de matérialiser la *différence* entre le passage d'une lettre à une autre lettre ***en tant que ces lettres seraient « disjointes »***, et le passage d'une lettre à une autre lettre, ***en tant que l'une serait une « partie » de l'autre***.

Ce serait simplement rejeter le postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures et introduire l'*hypothèse des indécelables au second degré [1]. Il convient de comprendre que, dans un univers de calcul, toutes les lettres sont *mises-à-plat* (appartiennent à un *même niveau*), de sorte que tout calcul se développe dans cet *à-plat*.

Parmi les évidences actuellement en vigueur, figure la confusion entre le fait qu'une forme de lettre (face matérielle) soit supposée *constituer un tout* (jugement *quant au tout* [200c]), et le fait qu'une lettre (face matérielle) soit *réputée insécable* [206c]. Le jugement *quant au tout* est lié au jugement *quant à la ressemblance* et ne vise qu'une « bonne séparation » des formes : il relève du critère de coïncidence formelle ; l'insécabilité de la forme des lettres relève d'un tout autre problème, car rien n'empêche qu'un tout se compose de parties individuées en tant qu'elles aussi sont jugées, selon un autre point de vue, constituer un tout :

206h NEUVIEME CONCLUSION. Le *théorème couper/coller [206c] dégage une ***troisième espèce d'incalculabilité***, puisqu'un univers de calcul n'est tel qu'excluant toute opération ou toute considération qui impliquerait, à quelque degré et de quelque manière que ce soit, que des lettres soient des « parties » d'autres lettres.

206i Sans doute, dans beaucoup de cas, est-il possible de « représenter » ou de « simuler » des découpages et des collages de lettres grâce à des calculs ; mais il ne s'agit là que de vues de l'esprit, car de telles opérations sont, en tant que telles, *incalculables* [2].

Les *théorèmes de l'émergence [205a] et de l'évanouissement [205c] énoncent qu'une lettre ne peut « apparaître » ou « disparaitre » au sein d'un univers de calcul, tandis que le *théorème couper/coller énonce qu'une lettre ne peut être une « partie » d'une lettre du même univers de calcul :

206j *THÉOREME D'INDIVIDUATION. Dans un univers de calcul, l'***état d'individuation*** (ou, peut-être mieux, le ***niveau d'individuation***) est ***le même*** pour toutes les lettres (face matérielle ***et*** face immatérielle) et ***se conserve***.

Ce *théorème ne surprendra personne, et nous ne disconvenons pas que tout ce qui vient d'être exposé puisse sembler évident, d'autant plus évident que ces remarques s'accordent en tout point avec la conception normative actuelle de l'écriture, aussi bien qu'à son utilisation dans le cadre de la formalisation mathématique et logique.

1. Cf. l'argumentation associée au *défaut de forme* [183].

2. Corrélativement, les plus banales considérations relatives aux quantités d'information suggèrent que de telles « représentations » ou « simulations » ne sont rendues possibles que grâce à des *glissements d'écritures inaperçus* [162-167].

207 *Conclusions relatives aux théories de la calculabilité*

Envisager un dépassement des théories de la calculabilité [193a] pour autoriser le rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [160b], c'est établir que ces théories impliquent une indétermination, jusqu'à présent inaperçue, qu'un dépassement soit en mesure de déployer. Sachant que les difficultés qui nous occupent proviennent d'un contexte *strictement borné de toutes parts dans le fini*, nous avons cherché à mettre en évidence une indétermination qui puisse être considérée, elle aussi, comme étant strictement bornée de toutes parts dans le fini. Comme on a pu le constater, notre étude ne conteste nullement la pertinence du calage adopté par les théories de la calculabilité, bien au contraire, puisque nous refusons d'y voir seulement une accumulation d'évidences anodines [71f] [198e] :

207a DIXIEME CONCLUSION. Le calage du concept de calcul adopté par les théories de la calculabilité actuellement en vigueur nous paraît d'autant plus légitime, qu'il nous suffit simplement d'attirer l'attention sur la ***matérialité des écritures*** afin de rappeler quelques ***conditions de possibilité*** de ces théories, pour que nous puissions dégager ***diverses espèces d'incalculabilité*** impliquées par ces théories.

Le fait que ces diverses espèces d'incalculabilité soient impliquées par les ***conditions de possibilité*** des théories de la calculabilité et y demeurent formellement indécelables convient à notre objectif de dépassement [193a] :

207b ONZIEME CONCLUSION. Les conditions de possibilité d'un ***dépassement des théories de la calculabilité*** sont acquises : dépasser ces théories actuelles de la calculabilité n'est pas étendre le domaine du calculable, ni, d'ailleurs, le restreindre, mais c'est ouvrir, ***en tant que champ théorique***, l'incalculabilité impliquée par ces théories et demeurée jusqu'à présent inaperçue en tant que telle.

On pourrait dire : le monde est bien plus grand qu'on ne le croit, et si « ce qui est calculable » a été convenablement situé, donc ne bouge pas, c'est « ce qui n'est pas calculable » qui assure cette « ouverture au monde ». Conformément à ce que nous avons souligné [199c] [199e], dépasser, c'est puiser dans l'indétermination de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ».

Le *théorème d'individuation [206j] convient à l'implication mutuelle entre états et niveaux [151a]. Dans le contexte des théories de la calculabilité, une *transition de niveau* se comprend comme une *variation de l'état d'individuation des lettres*, laquelle variation implique un *changement d'univers de calcul* :

207c DOUZIEME CONCLUSION. Dès lors que l'application des règles de réécriture requiert la ***conservation de l'état d'individuation des lettres*** et occupe la « dimension » des *transitions d'état* pour donner lieu aux *calculs*, toute détermination et toute variation de cet état individuation ne peut se trouver que dans une autre « dimension », à comprendre comme ***incalculable***.

Corrélativement, l'état d'individuation des lettres duquel dépend un calcul doit être *préalablement* déterminé : déclarer que les lettres et que les transitions intervenant dans un interprète effectif sont irréductibles, c'est seulement figer un état d'individuation [10e] [171b]. Comme nous l'avons déjà noté [205f] [206i], rien n'empêche de « représenter » ou de « simuler » des variations d'individuations (émergences, évanouissements, découpages, collages) au moyen d'un calcul ; le *théorème d'individuation notifie seulement que de telles variations sont purement imaginaires, et impliquent en fait des glissements d'écritures, des jongleries de notation, etc. Concernant la matérialité des lettres, nous n'avons considéré que des lettres au sens typographique ; mais il ne s'agit que d'un cas particulier :

207d TREIZIEME CONCLUSION. La « matérialité typographique » n'est qu'un cas particulier de la *matérialité des lettres* : tous les *raisonnements et toutes les remarques qui viennent d'être exposés sont traductibles dans n'importe quel contexte conférant une matérialité aux lettres, un phénomène physique qu'on recueille comme une écriture, par mesure interposée, ou une fonction mathématique qu'on recueille, par représentation interposée, comme une procédure formelle effective, par exemple.

Cette problématique de l'incalculabilité, impliquée ***dans*** et ***par*** la calculabilité, parce qu'elle prend effet *dans la plus stricte finitude*, et non pas à l'issue inatteignable de calculs *sans fin*, vient troubler la transparence évidente du concept de calcul en restituant les singularités inaperçues qui en assurent la possibilité, déscellant ainsi l'adhérence fondamentale qui nous enchaînait à lui [198e] pour délimiter la place qui revient à l'évidence *se manifester comme [réductible à du] calculable* [18a] [18b] [19f] : des univers isolés flottant quelque part dans l'indétermination inéliminable du *sans fin*.

IV-4-2. Remarques sur les univers de calcul

■ *Nous prolongeons certaines remarques précédemment exposées de manière à dégager certains traits caractéristiques des univers de calcul permettant d'approcher la question de l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité.*

208 *Le cheminement de l'argumentation*

En revenant sur les théories de la calculabilité sans rien devoir aux traitements d'information (ni même, d'ailleurs, aux mathématiques habituelles), nous montrons une première application de notre *principe de traduction* [168b] [198d]. Nous n'avons pas cherché à plaquer des considérations relatives aux quantités d'information sur des théories qui n'en ont aucunement besoin [198b], ou à rafistoler l'articulation grippée entre ces considérations et ces théories [178d], tout au contraire :

208a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Notre *principe de traduction* permet de ***prévoir*** l'existence de singularités jusqu'à présent inaperçues, et donc d'en stimuler la recherche, en vue de dégager ces singularités grâce à une ***réinterprétation*** menée ***depuis l'intérieur*** de la théorie concernée.

Ainsi avons-nous pris appui sur la remarque [7b] [169h], liée à notre pratique de l'informatique, selon laquelle le rapport entre un caractère ASCII et son répondant binaire n'est pas une transition d'état (au sens de l'informatique) et n'est pas programmable, pour nous assurer [183c] qu'un tel rapport ne peut pas se comprendre comme un calcul, afin de trouver, ***dans*** les théories de la calculabilité, une *traduction* (*théorèmes couper/coller [206c] et d'individuation [206j]) de cette difficulté qui dépende seulement des règles [200c] [200d] [203c] et des principes fondamentaux [203e] [203g] qui régissent ces théories.

208b Ce *principe de traduction* [1], que nous approchons de manière progressive et intuitive à travers ses applications, permet d'entrevoir que les théories [scientifiques] ne se juxtaposent pas comme les divers rayons hétéroclites d'une sorte de *Bazar de l'Hôtel de Ville* de la connaissance [scientifique]. L'émiettement supposé du discours scientifique est un leurre [149e] [150b], car une discipline peut bien prétendre qu'elle « découpe » son champ d'étude « dans la réalité » ; il ferait beau voir qu'une telle supposition porte atteinte à l'intégrité d'un monde qui n'en a cure, et nous attendons toujours qu'on nous invite à venir visiter, avec le secours des protocoles de corroboration ou de démonstration qu'on voudra, *les fissures abyssales du monde* qui garantiraient « absolument » l'insouciance théorique de telles autonomies. L'une des applications fondamentales de cette approche par les traductions concerne en effet l'articulation des théories :

208c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le rapport des traitements d'information aux théories de la calculabilité n'est pas le fossé qui sépare une « pratique » et une « théorie », mais le rapport *d'un point de vue théorique* ***et*** *pratique* [2] à *un autre point de vue*, lui aussi *théorique* ***et*** *pratique*, sachant que que ces deux points de vue sont éventuellement irréductibles l'un à l'autre.

---

1. A proprement parler, ce principe n'est un principe que pour cette approche intuitive : c'est en fait un **théorème* de notre *théorie de fondement* (non complètement exposée dans le présent travail).

2. Un mathématicien en train d'effectuer un calcul est le *hardware* des machines mathématiques : il n'est pas moins « matériel » qu'une machine automatique réputée « traiter de l'information », et l'effectuation de tels calculs n'est pas moins une *pratique opératoire* que la mise en oeuvre des traitements d'information en informatique.

Notre idée de la *traduction des théories* est liée à l'idée que la *conservation sous-jacente*, qui ouvre la possibilité de traduire, concerne autant les « blancs » (traces indécelables, effectivité) que les « noirs » (traces décelables, faits, écritures formelles), sachant que rien n'impose que ce qui est « en blanc » (resp. « en noir ») dans un point de vue le soit également, et de la même manière, dans un autre [168c] [168d] [168e]. On peut donc concevoir que divers points de vue partagent un même champ opératoire (au moins partiellement), sans que ces points de vue soient nécessairement « le même » (réductibles par l'argument du rasoir d'Ockham [186e]). Avant d'aborder le cas général des *univers de formalisation*, nous relions certains résultats qui viennent d'être acquis à diverses thèses précédemment avancées.

209 *Une problématique d'éponges*

Le principe de remplacement [203e] articule une *exactitude apparente* (qui concerne en fait la face immatérielle des rôles) et une *indétermination inéliminable* (face matérielle des formes). Tenter d'éliminer cette indétermination reviendrait tout simplement à bloquer la dématérialisation des lettres et des univers de calcul [204d], et, partant, à bloquer toute possibilité d'abstraire [204c] :

209a *LEMME D'INACCESSIBILITÉ. Par l'effet du principe de remplacement [203e], aucun [univers de] calcul ne saurait consister en aucune de ses matérialisations : ***un [univers de] calcul est théoriquement inaccessible*** en tant que tel.

On reconnaît la griffe des élaborations théoriques qui prennent le plus grand soin à garantir l'inaccessibilité de leur objet [199a] : on ne connaît que des [univers de] calculs déjà *advenus à la forme* grâce à la *matérialisation* des écritures. Dans le cadre des présentes thèses, on sait [49-52] [91] [107] ce que le *lemme d'inaccessibilité [209a] signifie :

209b *THÉOREME DE COUPURE. Lorsqu'un [univers de] calcul advient à la forme, il se trouve dissocié, par l'effet du **principe de coupure* [91f] [108i], en une « partie décelable » (la matérialisation « en noir » des écritures) et une « partie indécelable » (la séparation des lettres « en blanc »).

On peut comprendre ce *théorème de coupure en un premier sens : l'énoncé « en noir » (où figure la procédure formelle effective) ne vaut rien tant qu'on ne connaît pas l'effectivité « en blanc » (l'interprète effectif) qui lui est associée. Mais on peut aussi le comprendre en un second sens : les « blancs » sont aussi ce qui assure l'aspect discret des lettres « en noir », c'est-à-dire ce qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* [206a] les lettres « en noir » (effectivité des jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d]). D'où :

209c PREMIERE CONCLUSION. Dans les théories de la calculabilité, il n'y qu'***un seul avoir lieu*** (les « blancs ») pour ***deux effectivités*** : la distinctivité mutuelle des lettres et l'application des règles de réécriture.

La situation est comparable à celle des *transitions d'état* [79-84] [100-105], où ce qui figure *entre* les états est aussi bien ce qui permet de les séparer (donc de produire leur aspect discret) que ce qui permet le passage de l'un à l'autre (la transition *entre* les états). Il est incontestable que l'aspect discret des lettres habituelles est apparenté à la discrétisation des systèmes physiques ; il est non moins inconstestable qu'on se heurte de nouveau au glissement du discret sur le fini [86] [105] :

209d REMARQUE. L'effectivité de la « séparation statique » n'est pas « la même chose » que l'effectivité de la « transition dynamique » [82b], bien que cette *différence*, formellement indécelable, s'évanouisse dans les « blancs » des écritures.

Nous retrouvons ainsi [88f] une problématique d'éponges et de concepts qui s'avèrent incompatibles les uns avec les autres *parce qu'ils « marchent trop bien »* [134] :

209e SECONDE CONCLUSION. Il n'y a donc ***qu'une seule place pour deux concepts***, chacun étant cependant capable d'éponger *à lui seul* toute l'indétermination impliquée par les « blancs » des écritures.

Faute de tels évanouissements, la réductibilité supposée de l'informatique et des traitements d'information aux théories de la calculabilité n'aurait jamais pu se répandre dans la normativité scientifique actuelle au point d'y être tenue pour évidente. Pour comprendre qu'une telle articulation puisse être reconnue opératoire en dépit des difficultés que nous avons dégagées, il suffit d'appliquer le **théorème de la double concordance* [120a] :

209f TROISIEME CONCLUSION. L'opérativité d'une articulation entre l'informatique et les théories de la calculabilité dépend autant d'une concordance sur les effets apparents et les traces formellement décelables, que d'une concordance sur les traces formellement indécelables, éventuellement aussi effective qu'inaperçue.

Rien n'empêche alors que la seconde concordance sur les traces formellement indécelables implique quelques « ajustements », des glissements d'écritures, par exemple. On comprend d'autant mieux, maintenant, que l'irréductibilité éventuelle des traitements d'information aux théories de la calculabilité demeure ***inconcevable*** dans le cadre normatif actuel [187d] [191c] [193c], puisque le blocage est déjà à l'oeuvre *dans* les théories de la calculabilité elles-mêmes :

209g QUATRIEME CONCLUSION. L'étude des conditions de possibilité relatives aux théories de la calculabilité confirme [133] que le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique est un effet secondaire d'un blocage théorique, interne aux mathématiques actuelles, lié à l'usage purement instrumental de l'écriture.

Il est inutile de reproduire ici ce que nous avons déjà remarqué lors de l'étude des transitions d'état [133] ; nous voulions seulement préciser quelques raccords indispensables.

210 *Nouvelles remarques sur le critère de coïncidence formelle*

Le labyrinthe de glissements, d'évidences et d'hypothèses *ad hoc* qui assure l'articulation entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité s'avère considérablement étendu [183e], et déploie ses ramifications jusque dans les moindres recoins de l'usage purement instrumental de l'écriture [6c] [47a] [54e]. Le critère de coïncidence formelle, qui paraît si simple et si évident quand on l'énonce [5c], est en fait l'un des fils d'Ariane de ce labyrinthe. Nous avons déjà examiné [143] certains traits généraux de ce critère, nous pouvons maintenant apporter quelques précisions qui prolongent le schéma [204e] et la remarque [204f]. Le critère de coïncidence formelle porte sur la *face matérielle des lettres* : il opère donc sur un domaine (les formes des lettres) qui est *plus vaste* que le jeu de lettres (face immatérielle des rôles) lié à un univers de calcul, puisque c'est l'*ouvert* où s'exerce le principe de remplacement [203e] :

210a *THÉOREME DE LA COINCIDENCE. Le critère de coïncidence formelle (face matérielle de la forme) ne coïncide avec l'identité des lettres (face immatérielle du rôle) ***qu'à l'intérieur*** d'un univers de calcul.

L'usage du critère de coïncidence formelle dans un univers de calcul est lui-même *vicariant* : la distinction des rôles (face immatérielle) n'est solidaire de la distinction des formes (face matérielle) que dans sa corrélation avec la *règle de vicariance* [203c], c'est-à-dire ***dans*** un univers de calcul :

210b CINQUIEME CONCLUSION. A chaque *jeu de lettre clos* (face matérielle ***et*** face immatérielle) d'un univers de calcul est associée une instance ***strictement locale*** du critère de coïncidence formelle.

Il convient de comprendre que le remplacement d'une lettre par une autre (face matérielle de la forme) au sein d'un univers de calcul a également pour effet de « modifier » l'instance du critère de coïncidence formelle *locale* à cet univers. Le schéma [204e] montre cela très bien :

210c
```
rôles   | A B C |  | A B C |  | A B C |   identité
______  |_______|  |_______|  |_______|  ____________ V
formes  | a b c |  | v w x |  | b c a |  ressemblance
                                         ____________ R
         ... a b c d ... v w x y z ...      excès
```

Intuitivement, on comprend que ces trois univers ne sont abstraitement « le même » (face immatérielle des rôles) que si tous les accessoires de matérialisation varient de manière corrélative (face matérielle des formes), y compris l'instance locale du critère de coïncidence formelle (ligne V de la vicariance). Inversement, les jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] concernent l'*ouvert* au sein duquel s'inscrit chaque matérialisation (chaque venue à la forme) de chaque univers. Ce *théorème de la coïncidence [210a] va dans le sens du *principe d'identité des lettres* [203g] impliqué par le principe de remplacement [203e], puisque l'identité d'une lettre (face immatérielle du rôle) n'est définie que *relativement* à un univers de calcul. Il suffit donc de manoeuvrer convenablement la possibilité de choisir arbitrairement les formes de lettres, au sein d'univers de calcul distincts, pour provoquer des « coïncidences » (sans jouer sur les mots) qui permettent de *glisser* d'un univers à un autre sans même s'en apercevoir :

210d *THÉOREME DES GLISSEMENTS. Il suffit de ne pas restreindre correctement les ***conditions d'applicabilité*** du critère de coïncidence formelle pour faire fonctionner ce critère comme un ***opérateur de glissement d'écritures*** entre univers de calcul distincts et/ou entre différentes matérialisations d'un même univers de calcul.

En clair : il suffit de prendre appui sur les évidences normatives actuellement en vigueur pour confondre le jugement *quant à la ressemblance* [200d], qui concerne l'*ouvert* des formes, et la coïncidence formelle *à proprement parler* [210a], qui concerne ***une*** matérialisation d'***un*** univers de calcul, de manière à synthétiser un ***opérateur effectif de glissements d'écritures*** [143d] permettant d'éponger, au coeur des théories de la calculabilité, l'incalculabilité qui régit le rapport entre des univers de calcul distincts et/ou le rapport entre différentes matérialisations d'un même univers de calcul :

210e SIXIEME CONCLUSION. Il suffit de reconstituer avec soin les *conditions de possibilité* des théories de la calculabilité pour constater que la ***possibilité d'effectuer des glissements d'écritures*** inaperçus au coeur de ces théories est directement impliquée par la la conception normative purement instrumentale de l'écriture, c'est-à-dire par la dématérialisation des écritures qui ouvre la possibilité d'abstraire.

Ce qui est particulièrement remarquable, comme le confirme l'étude de l'assertion de codage [166f] [173a], [182c] c'est de parvenir à éponger de l'incalculabilité (des changements de niveau, par exemple) grâce à « rien » *au regard des évidences normatives actuelles*. D'où le fait [163d] que l'injonction *lire comme* ne devient opératoire que si le sujet assume, tout en l'« oubliant », la contradiction *non formelle* impliquée.

211 *Remarques sur le critère de coïncidence formelle dans le contexte des traitements d'information*

Si nous revenons maintenant sur l'usage du critère de coïncidence formelle dans le contexte des traitements d'information[1], nous constatons que les contraintes ne sont pas les mêmes. La distinctivité mutuelle des lettres, liée aux quantités d'information [95a], est attachée *à chaque place* dans le vecteur d'état [81k] :

211a REMARQUE. Dans le contexte des traitements d'information, la *clôture du jeu de lettres* (face immatérielle du rôle) pouvant figurer à une place donnée d'un vecteur d'état, est une ***condition de possibilité*** pour réduire l'élément physique concerné à des transitions d'état (au sens de l'information discrète) : cette clôture détermine la quantité d'information associée à cette place, et, partant, à toute lettre qui peut y figurer.

Le principe de remplacement [203e] s'applique : peu importe la forme (face matérielle) associée à chaque rôle (face immatérielle). En revanche, la clôture du jeu de lettres (face immatérielle des rôles associée à une quantité d'information) est ***figée par le fait même de la discrétisation***. Comme nous l'avons déjà souligné [98c] :

1. Nous prenons appui sur le cas particulier de l'informatique telle que nous la connaissons actuellement, ce qui ne restreint nullement un raisonnement dont l'objectif est de montrer qu'il existe au moins une autre manière de mettre en oeuvre le critère de coïncidence formelle.

211b RAPPEL. Puisque les lettres associées à des places distinctes d'un même vecteur d'état sont ***non-comparables***, en ce sens que le jeu de rôles est *local* à chaque place, comme si chaque place était un « minuscule univers de calcul », on manoeuvre le principe de remplacement de manière à « homogénéiser » les vecteurs d'état grâce aux glissements d'écritures « autorisés » par le critère de coïncidence formelle.

Par conséquent, tout ce qui implique la mise en rapport de deux composantes (deux places) d'un même vecteur d'état implique également l'indétermination liée à la mise en rapport de deux univers distincts. Par excellence, en informatique, une telle mise en rapport qui semble n'être « rien » se nomme l'*affectation* :

211c SEPTIEME CONCLUSION. Tout ce qui, dans le contexte des traitements d'information, relève de l'***affectation***, de la ***recopie***, du ***transfert*** et de la ***transmission***, n'est tel que relativement aux glissements d'écritures qui sous-tendent l'homogénéisation de l'information.

L'affectation est essentielle parce qu'elle est l'opération la plus *polymorphe* (la plus indéterminée quant à son interprétation) dans la mesure où elle permet de faire passer pour « le même » ce qui, en fait, est incomparable [1]. D'où il suit :

211d HUITIEME CONCLUSION. Chaque système de traitement d'information est fermé sur lui-même dans un ***jeu de glissements*** qui homogénéisent l'information au sein de ce système [2].

Cette brève étude montre que la technique des glissements d'écritures est utilisée dans les deux cas sous couvert de la coïncidence formelle :

211e NEUVIEME CONCLUSION. Puisque le principe de remplacement (face matérielle des lettres) est corrélatif de la ***distinctivité mutuelle*** des rôles (face immatérielle des lettres), les glissements d'écritures concernent tantôt les *univers de calcul* (théories de la calculabilité) et tantôt les *places d'un même vecteur d'état* (traitements d'information).

On comprend mieux la raison pour laquelle le concept d'affectation, qui joue un rôle si crucial en informatique *parce que les places d'un même vecteur d'état sont* ***incomparables***, n'ait pas nécessairement lieu d'être dans les théories actuelles de la calculabilité *parce que toutes les lettres du jeu de lettres sont* ***mutuellement distinctes***. Corrélativement :

211f DIXIEME CONCLUSION. Le concept théorique de *place* (de contenant, d'emplacement de mémoire, etc.) d'un vecteur d'état (au sens des traiements d'information), est ***théoriquement inaccessible*** dans le contexte normatif actuel, parce qu'il implique l'***incomparabilité*** des places et, par conséquent, des ***glissements*** d'écritures [3].

Ainsi comprend-on mieux que les considérations relatives aux quantités d'information permettent de détecter des *changements d'univers de calcul* (exemple : l'assertion de codage) là où les procédés formels ne détectent rien. Bornons-nous dans l'immédiat à remarquer :

1. Chacun sait que ce qui semble homogène dans la transciption écrite d'un vecteur d'état, peut correspondre à des circuits électroniques complexes dans le système physique considéré. Par exemple : recopier « une même information » enregistrée sur un support magnétique en « une même information » mémorisée dans une mémoire électronique.

2. Notons cependant, sans développer, qu'il n'existe aucune considération matérielle qui impose que toutes les places d'un même vecteur d'état soient nécessairement « homogènes » (binaires, ternaires, etc.). Notons également que rien n'empêche que ***d'autres glissements*** permettent de « passer » d'un système à un autre ; ces « autres glissements » nous sont particulièrement familiers : d'un point de vue théorique, ils régissent, par exemple, la *compatibilité* (entre processeurs, par exemple), la *portabilité*, la *réutilisabilité* (des composants logiciels), et encore bien d'autres aspects courants de l'informatique. Les remarques qui précèdent sont évidemment essentielles pour l'élaboration d'une théorie de l'information discrète ; elles ne sont pas développées dans le présent exposé.

3. Il y a d'autres difficultés au sujet du concept de *place*, à commencer par la relation entre le *nom* (l'adresse, le contenant) et la *valeur* (le contenu). Ces considérations ne sont pas développées dans le présent exposé.

211g ONZIEME CONCLUSION. Indépendamment de la question de déterminer le rapport entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité [1], on constate que le critère de coïncidence formelle ***n'a pas le même usage*** de part et d'autre, c'est-à-dire : les indéterminations et les glissements d'écritures qui les épongent ne sont pas agencés de la même manière de part et d'autre.

Les évidences habituelles concernant les choix arbitraires et conventionnels de lettres empêchent de prendre la mesure du problème théorique sous-jacent :

211h DOUZIEME CONCLUSION. Dans le contexte normatif actuel, faute d'apercevoir que l'articulation entre le versant des traitements d'information et le versant des théories de la calculabilité implique des indéterminations inéliminables à caractère fondamental, l'articulation entre ces deux versants est ***théoriquement inconcevable*** (d'où la réductibilité évidente) et repose essentiellement sur des ***glissements d'écritures***, aussi inaperçus qu'inconcevables, destinés à éponger, de manière aussi inaperçue qu'effective, cette indétermination inéliminable.

Cette conclusion ne conteste nullement l'opérativité de ces glissements, et n'exclut pas de nombreux tâtonnements dégageant diverses indéterminations localisées, bien au contraire. Elle notifie simplement :

211i INTERPRÉTATION. Les approches théoriques actuelles de l'informatique et des traitements d'information sont contraintes ***à leur insu*** par les fourches caudines d'une singularité qui les restreint, à savoir : caler l'articulation sur des glissements qui puissent passer pour évidents et demeurer **inaperçus**.

Nous obtenons comme résultat général ce que nous avions remarqué pour les couples [132] et les fonctions [135]. Il ne s'agit que d'un cas particulier d'articulation, celui qui « passe pour évident », et toute cette problématique est beaucoup plus ouverte, beaucoup plus indéterminée, et beaucoup plus fondamentale qu'on ne le croit.

212 *Une éventuelle complémentarité des points de vue*

Les conclusions qui précèdent nous invitent à la plus grande prudence pour tout ce qui concerne la réductibilité supposée des traitements d'information aux théories de la calculabilité. C'est en ce sens que nous avons préconisé [208c] des considérations relatives à des changements de points de vue *à la fois théoriques* ***et*** *pratiques* :

212a TREIZIEME CONCLUSION. Le problème le plus fondamental n'est peut-être pas de comparer les deux versants des traitements d'information et des théories de la calculabilité (ont-ils « même puissance » ? sont-ils ou non réductibles l'un à l'autre ?), mais sans doute de mettre en évidence que, très vraisemblablement, le processus grâce auquel on peut tenter de comparer les deux versants ne relève, d'un point de vue théorique, ni de l'un ni de l'autre.

En prenant soin de situer la problématique des niveaux dans son implication mutuelle avec celle des états [151a], rien ne nous oblige à devoir admettre que le concept d'état [discret] soit partout « le même » [151b], et que tous les champs théoriques où figurent des transitions d'états discrets soient [évidemment] réductibles les uns aux autres. Aussi avons-nous préféré opter pour une approche par la *traduction* [208], ce qui ne signifie pas nécessairement *réduction*, de manière à ne pas trancher *trop tôt*, et à dégager préalablement l'incalculabilité impliquée ***dans*** et ***par*** les théories de la calculabilité :

212b QUATORZIEME CONCLUSION. Indépendamment de la question de déterminer le rapport entre les traitements d'information et les théories de la calculabilité [2], on constate que, parmi les composantes qui interviennent dans le dépassement des théories de la calculabilité, figure bien, comme prévu, une problématique de niveaux.

1. Réductibilité dans un sens ou dans l'autre, voire irréductibilité mutuelle.
2. Réductibilité dans un sens ou dans l'autre, voire irréductibilité mutuelle.

En ce sens, s'il ne fait aucun doute que les difficultés relatives à la problématique des niveaux *sur le versant des traitements d'information* (assertion de codage, par exemple) ne sont pas réductibles au concept de calcul élaboré *sur le versant des théories de la calculabilité*, il n'en reste pas moins qu'un dépassement de ces théories permet d'avérer que ces théories impliquent une problématique de niveaux jusqu'à présent inaperçue :

212c QUINZIEME CONCLUSION. En tout état de cause, les traitements d'information ne sont pas ***évidemment réductibles*** aux théories de la calculabilité actuellement en vigueur, et que, si réductibilité il y a, elle concerne un ***dépassement*** des théories de la calculabilité actuellement en vigueur.

Cela convient aux évidences que chacun met en oeuvre quotidiennement : ainsi, par exemple, l'informatique, qui procède à une mise en oeuvre opératoire de traitements d'information, ne peut se passer de considérations relatives à des niveaux. Un autre point mérite attention :

212d REMARQUE. Tout ce que nous avons remarqué concernant le concept de *distinctivité mutuelle* n'implique aucune contrainte de finitude.

Il s'agit plutôt d'un *effet de clôture* (principe de remplacement [203e]) combiné avec un objectif de *dématérialisation* (*lemme de séparation [206a]) corrélatif d'une *indétermination inéliminable* (*lemme d'inaccessibilité [209a]). Or, par ailleurs [95a], nous avons posé l'*équivalence théorique entre la distinctivité mutuelle et la quantité d'information :

212e SEIZIEME CONCLUSION. Les considérations finitistes, actuellement tenues pour évidentes, au sujet des traitements d'information ne sont peut-être que l'effet de traine induit par la confusion entre l'*effectuation concrète* et l'*effectivité réelle* [140], effet lié au glissement du discret sur le fini.

Nos thèses permettent ainsi de souligner que de nombreux problèmes demeurent ouverts sous les évidences actuellement en vigueur. Compte-tenu de l'indifférence des théories formalisées à l'égard des traitements d'information [198b], des variations constatées dans l'usage du critère de coïncidence formelle [211e] [211g], et des divers affleurements de problèmes d'incomparabilité couverts par des glissements d'écritures [81i] [81k] [82g] [98a] [98c], il ne nous paraît pas déraisonnable d'envisager une *complémentarité de points de vue* :

212f DIX-SEPTIEME CONCLUSION. Il convient peut-être d'envisager l'éventualité que les traitements d'information discrète et les théories de la calculabilité soient ***mutuellement irréductibles***, et constituent deux approches fondamentales articulées par l'effet d'une ***complémentarité***.

Cette éventuelle complémentarité est à entendre en un sens fort[1] : il ne s'agit pas de l'addition paisible des deux parties d'une totalité harmonieuse enfin retrouvée, mais bien de l'***irréductibilité mutuelle*** de deux théories fondamentales en ***conflit de fondements*** :

212g CARACTÉRISATION PROVISOIRE. Deux théories sont dites ***complémentaires*** lorsque les quatre conditions suivantes sont ***simultanément réunies*** : 1. ces théories sont incompatibles quant à leurs fondements ; 2. elles se recouvrent partiellement quant à leurs possibilités opératoires ; 3. chacune donne accès à certains aspects ou à certains domaines que l'autre ne peut atteindre ; et 4. leur articulation conflictuelle établit l'existence d'un *quelque chose* qui n'est accessible d'aucune des deux.

Cette caractérisation de la complémentarité, que nous gardons en réserve, convient à nos thèses : la clause 4 garantit la conservation de l'interdit du « savoir absolu », de sorte qu'on peut déchiffrer, en filigrane de la complémentarité, un *principe de conservation*. A certains égards, l'incomparabilité des univers clos est « de la même famille » que la complémentarité.

1. Peut-être analogue à celui que la physique lui confère.

213 *Quelques fragments d'une perplexité*

Prolongeons la remarque [199c] concernant le fait que le concept de calcul soit devenu une problématique théorique :

213a INTERPRÉTATION. Ce qui est ***en cause*** dans les théories de la calculabilité est moins le « contenu autonome » d'un concept de calcul universel et immuable, que ce qu'une théorie de la calculabilité doit ***contenir à l'écart*** comme n'étant pas calculable, quoique nécessaire à la construction d'une théorie de la calculabilité, parce qu'impliqué par ce concept de calcul et ses conditions de possibilité.

Dans l'expression *contenir à l'écart*, le verbe *contenir* est à entendre aussi bien dans le sens d'une *défense* que dans celui d'un *recueillement*, et c'est aussi bien une *exclusion interne*. Les thèses que nous avançons permettent de comparer ce que proposent les théories de la calculabilité et ce qu'on aperçoit depuis les traitements d'information :

213b DIX-HUITIEME CONCLUSION. Il n'est pas déraisonnable d'admettre que différents montages sont possibles quant au concept de calcul.

On doit donc pouvoir reconstituer un *faisceau de questions* [71e] auquel chaque montage apporte *un faisceau de réponses particulières*. Il ne fait guère de doute qu'on se trouve aux prises avec les évidences normatives concernant la finitude, tant concrète qu'abstraite. Tentons de reconstituer l'une de ces questions ; d'un côté [199b] [213a], la calculabilité ne peut devenir une problématique théorique que dans son rapport à ce qui n'est pas calculable ; d'un autre côté, par l'effet du postulat d'homogénéité [160b], tout rapport entre deux écritures *strictement bornées de toutes parts dans le fini* est réputé réductible à un calcul :

213c QUESTION. Où situer la coupure entre « ce qui est calculable » et « ce qui n'est pas calculable » ?

Se contenter de dire que, si la donnée et/ou le résultat d'un calcul n'est pas fini, le rapport de la donnée au résultat n'est pas [effectivement] calculable, est un coup d'épée dans l'eau qui n'apprendra rien à personne. Par conséquent :

213d PREMIERE REMARQUE. Une théorie de la calculabilité qui se propose d'atteindre l'effectuation des calculs, ***doit nécessairement*** placer la coupure entre « ce qui est calculable » et « ce qui n'est pas calculable » ***dans le fini***.

Cela revient donc à affirmer que le rapport discret entre deux termes finis ne relève pas toujours de ce qui est calculable. Nous avons quelque peine à imaginer une telle éventualité dans un contexte normatif où le discret glisse sur le fini :

213e SECONDE REMARQUE. Dans le cadre normatif actuel, sauf à rejeter le postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [160b], donc à introduire l'*hypothèse des indécelables au second degré [156c], ***il est impossible*** de placer la coupure entre « ce qui est calculable » et « ce qui n'est pas calculable » ***dans le fini***.

Les théories de la calculabilité sont en équilibre sur le fil d'un rasoir : d'un côté, elles prennent appui sur les évidences relatives à la finitude des écritures (représentation des données, définition, numérotation et représentation des machines mathématiques) pour les associer à une finitude abstraite ; mais, d'un autre côté, grâce aux fonctions et aux ensembles, après diagonalisation et application du principe du tiers exclu, elles raisonnent sur des rapports *entre* écritures (transitions et historiques d'états) impliquant une effectivité formellement indécelable :

213f INTERPRÉTATION. Quand il s'agit de dénombrer les machines mathématiques[1], les ***riens*** des écritures ***ne sont rien***, car on « oublie » l'interprète effectif relativement auquel la définition ou la représentation a

1. Via, par exemple, une numérotation de GÖDEL, ou l'une de ses variantes.

lieu ; mais quand il s'agit, par exemple, du problème de l'arrêt, on se « souvient » subitement que rien de tout cela ne tient sans l'interprète effectif, auquel cas les ***riens*** des écritures ***ne sont pas rien***.

C'est le piège de l'écrasement des dimensions dans l'écriture linéaire [155], qui implique [156] l'*hypothèse des indécelables au second degré : la juxtaposition XY de deux lettres X et Y au sein d'un même état ne peut pas être confondue avec une écriture XY qui recueille le passage d'un état X à un état Y via l'effectivité d'une transition. Quand on a épuisé la finitude pour les écritures associées aux états, il ne reste plus rien de fini pour atteindre ce qui figure *entre* les états :

213g
```
                    finitude     - - - ->     non finitude
abstrait
────────    ──────── ↑ ───────────│──────────── ↓ ───────────
concret                           │
           discret finitiste      │    discret non finitiste
             « statique »         │          « dynamique »
        (les riens ne sont rien)  │ (les riens ne sont pas rien)
```

Nos remarques sur l'équipotence [157] s'appliquent : quand on a un tas de cailloux, on aura beau ajouter un caillou, puis un autre, et encore un, etc., on n'obtiendra jamais un tas de cailloux infini, mais seulement un tas de cailloux très grand. Bref :

213h INTERPRÉTATION. Le schéma [213g] suggère que les théories de la calculabilité se servent des mathématiques formelles pour ***contourner*** une double singularité bien embarrassante : l'*hypothèse des indécelables au second degré et l'effectivité (structure contradictoire et régressive).

Selon nous, on comprend ainsi beaucoup mieux la cause de certaines « bizarreries » qui surgissent lorsqu'on tente d'ajointer les évidences normatives en vigueur et les résultats obtenus par les théories de la calculabilité. Cependant, ne nous faisons pas d'illusions : si notre interprétation [213h] est correcte, il est très probable que la *possibilité* d'un tel contournement qui, jusqu'à présent, n'a donné lieu à aucune contradiction formellement démontrable, plonge très profondément ses racines dans les mathématiques telles qu'on les conçoit actuellement, de sorte qu'il ne faut pas s'attendre que le présent exposé en démonte les rouages un à un.

214 *Une esquisse de quelques ramifications*

L'interprétation [213h] que nous proposons s'inscrit dans la perspective d'un dépassement :

214a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous préférons accorder les thèses que nous avançons aux résultats acquis grâce aux théories de la calculabilité (ou à d'autres théories) plutôt qu'aux évidences normatives actuellement en vigueur.

Que la critique de certaines évidences appelle, par contre-coup, un réexamen de ce qu'on *imagine* au sujet des mathématiques, ne fait aucun doute. A cet égard :

214b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le sillage d'un débat qui agite la physique fondamentale depuis quelques décennies, nous ne croyons pas que divers caprices, anomalies et autres bizarreries de la « nature », aussi bien que l'« abstrait », réfléchissent l'évacuation définitive de l'intelligibilité pour exiger corrélativement le refuge de la raison dans des manipulations formelles « à prendre ou à laisser » : cette déhiscence est seulement un effet apparent induit par des évidences et des fictions normatives ***inadaptées et caduques***.

Selon nous, on n'aperçoit pas l'enjeu proprement fondamental des théories de la calculabilité, bien au-delà du concept de calcul, aussi longtemps qu'on n'a pas reconstitué *ce qui est en cause*. Formulons cela sous le couvert d'une *hypothèse de travail pour en esquisser quelques ramifications possibles :

214c *HYPOTHESE DE TRAVAIL. Les théories de la calculabilité ***ne sont même pas concevables*** sans le *dépassement effectif* du principe normatif de contradiction, et sans une mise en oeuvre effective de l'*hypothèse des indécelables au second degré.

Le schéma [213g] signifie en effet, côté concret, que les évidences actuellement en vigueur bloquent la mise en rapport *direct* du discret finitiste et du discret non finitiste : l'*hypothèse des indécelables est incompatible avec la conception normative de l'écriture qui sous-tend les mathématiques telles qu'actuellement conçues. Mais, côté abstrait, ce même schéma signifie, contre toute attente, qu'il est possible de manoeuvrer les mathématiques actuelles pour y parvenir *indirectement*, sans qu'elles s'en aperçoivent (pas de contradiction démontrable), par le truchement de quelques bizarreries dès lors bien compréhensibles.

Dans cette *hypothèse, on aperçoit la tenaille qu'hébergent ces théories : en tant que théories formalisées, elles ne peuvent invoquer officiellement l'*hypothèse des indécelables, pas plus qu'elles ne peuvent revendiquer officiellement le dépassement du principe de contradiction, puisqu'elles le requièrent pour obtenir leurs résultats cruciaux :

214d RAMIFICATION POSSIBLE. En tant que théories formalisées soumises au principe de contradiction, les théories de la calculabilité impliquent un ***conflit de légitimité*** [191b] à l'égard de la normativité scientifique actuelle.

Elles sont prises dans le serrage d'un *bouclage catastrophique* [189a] : pour garder leur rang de théories recevables dans le cadre normatif actuel, comportant des théorèmes dûment démontrés, elles prennent appui sur les principes qui régissent actuellement la rigueur théorique superlative (formalisation, application stricte du principe de contradiction) ; de sorte qu'elles ne peuvent avérer *en tant que tel* et officiellement ce qu'elles impliquent, sauf à récuser la légitimité qui les cautionne, et, partant, à se récuser elles-mêmes au regard de cette légitimité. Pour que le conflit de fondements qu'elles impliquent se dénoue, il faudrait affirmer un nécessaire *renoncement aux preuves* [191e], pour procéder à un *acte d'interprétation* [191f], ce qui, actuellement, est inconcevable. Ce pourquoi nous disons [73] que le conflit de fondements qui se propage depuis le début du siècle ne s'est pas encore dénoué :

214e RAMIFICATION POSSIBLE. Conformément à nos thèses [37d] [189b], ce sont bien les évidences, les principes, les critères et les protocoles des disciplines scientifiques les plus « dures » qui, tout à la fois, sont seuls en mesure de légitimer des arguments d'un poids suffisant pour établir la nécessité d'un dépassement de la normativité scientifique actuelle ; mais, hélas, ce sont aussi ceux qui seraient les premiers mis en cause par une telle éventualité.

Autrement dit, les théories de la calculabilité sont bien parvenues [194b] jusqu'aux limites de la normativité scientifique actuelle (démonstration de limitation interne), mais elles doivent rendre à César ce qui est à César : c'est ***parce qu***'elles sont des théories formalisées, et c'est parce que leurs résultats essentiels sont des théorèmes, qu'elles ne peuvent ***passer à la limite***, légitimité oblige [197a]. Le dépassement procède d'une interprétation [36f] [191f], nécessairement conjecturale, qui ouvre à l'indétermination [152e]. Notons, au passage :

214f RAMIFICATION POSSIBLE. Notre *principe de traduction* fonctionne de manière satisfaisante [208a] : dès lors que la problématique des niveaux décelée dans le contexte des traitements d'information se traduit ***dans*** les théories de la calculabilité, il est normal que le conflit de fondement qui oppose ces traitements à la normativité scientifique actuelle se traduise également ***dans*** les théories de la calculabilité.

La problématique des *passages à la limite* est d'abord une problématique de *seuils inassignables*. Bornons-nous à noter :

214g RAMIFICATION POSSIBLE. La coupure entre ce qui est calculable et qui ne l'est pas peut être située ***dans*** le « fini » (au sens normatif actuel) à la condition qu'elle y soit ***inassignable*** (ce « fini » normatif est, en fait, discret et *sans fin* [128g]).

De manière imagée, les arguments déjà exposés permettent de comprendre que les évidences normatives en vigueur, qui se comportent comme des passoires à l'égard des glissements d'écritures et des traces indécelables, ont procuré un arsenal suffisamment convaincant d'arguments irréfragables pour qu'une telle entreprise fût menée à bonne fin, avec une discrétion convenable, et sans éveiller les soupçons. Mais le piège de la légitimité [214d] s'est aussitôt refermé [187d] :

214h RAMIFICATION POSSIBLE. Aussi le silence des théories de la calculabilité à l'égard des traitements d'information [193c] est-il d'abord un silence à l'égard d'elles-mêmes : ***ce qu'elles ont anticipé, elles ne peuvent le dire***.

215 *Remarques sur l'anticipation*

Nous avons déjà noté [144a] qu'un concept de représentation soigneusement calé sur des évidences insoupçonnables pouvait éponger diverses difficultés (contradictions, glissements, etc.) jusqu'au degré le plus fondamental : le schéma [213g] souligne que le contournement de la singularité requiert *au moins* un aller et retour, c'est-à-dire *au moins* deux franchissements de la coupure entre abstrait et concret. Les auteurs des théories de la calculabilité actuellement en vigueur ont-ils *vu* ce qu'ils *anticipaient* ? Ce n'est pas certain [187d]. Mais qu'ils ne l'aient pas *vu* avec les « yeux » du discours officiel ne signifie pas qu'ils ne l'aient pas *vu* (pressenti) avec « d'autres yeux », bien au contraire. Il est même permis de supposer que ces auteurs ont été *jusqu'au bord de l'inconcevable* [189b] [192b] [193b] [199a] :

215a DIX-NEUVIEME CONCLUSION. L'inconcevable dégagé par les théories de la calculabilité tient [au moins] au caractère conjectural qui en est la conclusion énigmatique, alors qu'on aurait été en droit d'attendre, d'une approche théorique du concept de calcul, qu'elle se borne à exhumer les fondations les plus solidement massives.

Ce bord conjectural, dont le tracé est précisément délimité par l'équivalence des diverses approches théoriques explorées, équivalence qui esquisse le principe d'une ***conservation***, a laissé depuis lors entière la question
215b corrélative de déterminer le ***conservé effectif*** d'une telle conservation. Car l'intuition qui pressent l'ouverture à l'indétermination [152e] est aussi celle qui pressent le danger ; elle applique également son zèle pour *dévoiler* et pour *voiler*, tissant, quand il le faut, la texture transparente d'une cécité protectrice [113g] :

215c INTERPRÉTATION. Il n'est pas déraisonnable de supposer que les théories de la calculabilité aient été partiellement rédigées ***en blanc***, c'est-à-dire que la formulation de certaines questions et de certaines difficultés ait été très soigneusement contournée par leurs auteurs, que certains théorèmes, pourtant à portée de la main, n'aient pas été énoncés quoique peut-être, ils aient été *vus*.

Ce sont ces « espaces blancs » inaperçus, ces « terrains en friches » qui subsistent *à l'intérieur* des théories, qu'une normativité scientifique, astreinte à quelques rafistolages [158i] [178d], peut investir librement en usant d'évidences qui ne rencontreront aucun obstacle [160d] [167f], et pour cause.

IV-4-3. Remarques sur les univers de formalisation

■ *Dans ce qui précède, nous avons considéré les théories de la calculabilité et les univers de calcul. Mais le principe de remplacement s'applique en général à tout usage purement instrumental de l'écriture dans son rapport à la possibilité d'abstraire. Nous étendons quelques résultats qui viennent d'être obtenus à la formalisation logique et mathématique.*

216 *Le cheminement de l'argumentation*

Tenter d'approcher l'écriture d'un point de vue théorique, c'est se mettre en chemin vers ce qui demeure peut-être le plus énigmatique au coeur du discours scientifique actuel, pour atteindre le bord de la rationalité qu'il institue :

216a RAPPEL. L'écriture n'occupe pas le rôle médiateur qu'on lui connaît parce que son usage serait ce qu'il y a de plus simple et de plus transparent, mais parce qu'elle éponge les difficultés les plus ramifiées ***dans*** le discours qui lui confie, ***à cette fin***, la mise en forme du savoir qu'il produit.

Bien que nos *raisonnements se soient bornés aux *univers de calcul*, on comprend que le *principe de remplacement* [203e], duquel dépend l'*identité des lettres* [203g], nous a donné l'occasion d'approcher, *depuis le cadre normatif actuel*, quelques aspects de la *question du rapport entre le savoir et l'écriture* : l'usage de l'écriture à des fins de formalisation logique et mathématique ne saurait être tenu pour allant de soi. Certains traits qui viennent d'être dégagés dans le cas particulier des théories de la calculabilité sont en fait très généraux, parce qu'indissociables de la conception normative purement instrumentale de l'écriture :

216b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Conformément à la conception normative purement instrumentale de l'écriture régie par le critère de coïncidence formelle [200c] [200d], le principe de remplacement [203e] est, du moins au plan des principes, applicable à l'ensemble de la formalisation logique et mathématique.

L'éventualité de glissements d'écritures nous oblige à prendre certaines précautions : l'applicabilité supposée du principe de remplacement à la formalisation logique et mathématique en général n'est énoncée que relativement à la conception normative officielle de l'écriture, dont rien ne nous assure qu'elle soit strictement appliquée *dans les faits*. Il est clair, par ailleurs, que le caractère arbitraire et conventionnel qui régit le choix des *dénotants d'abstractions* s'inscrit également dans la perspective d'une dématérialisation des écritures qui n'est pas étrangère au principe de remplacement. Cependant :

216c RÉSERVE. De manière stricte, le principe de remplacement s'applique aux lettres irréductibles de la conception normative purement instrumentale de l'écriture, et non pas aux dénotants d'abstractions.

Nous ne disons pas que les dénotants d'abstractions ne sont pas assujettis à une sorte de principe de remplacement, nous disons seulement qu'une telle question ne doit pas être hâtivement réduite à celle du remplacement des lettres[1]. Nous allons donc nous borner, dans ce qui suit, à étendre le principe de remplacement (considéré jusqu'à présent dans le contexte des théories de la calculabilité) aux lettres des seules théories logiques ou mathématiques ***strictement formalisées***.

217 *Les points essentiels de la transposition*

Puisque la formalisation logique et mathématique prend appui sur la conception normative purement instrumentale de l'écriture, les règles relatives aux jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] (face matérielle de la forme des lettres) sont les mêmes que précédemment ; il est donc inutile de les transposer et, par conséquent, de les réénoncer.

217a Le premier point de la transposition concerne la *clôture du jeu de lettres* et, par conséquent, la *clôture d'un univers de formalisation*. Dans le cas des univers de calcul, la *possibilité de clore le jeu de lettres* provient du fait [205a] [205c] [205g] que toutes les théories de la calculabilité reposent sur un *procédé de réécriture*. Dans le cas des univers de formalisation, ce sont les *procédés logiques* qui gouvernent la production des écritures :

217b REMARQUE. A la manière d'une thermodynamique, les procédés logiques sont de deux sortes : les uns sont « chauds », et ce sont des *procédés de substitution* (substitution des variables syntaxiques, instanciation des schémas d'axiomes, etc.), les autres sont « froids », et ce sont des *procédés de coupure et d'effacement*[2] (règles de dérivation formelle).

1. C'est, une fois encore, la *question de la forme* qui affleure.

2. Ainsi l'usage de l'expression *moteur d'inférences* n'est-il pas seulement allégorique. On notera par ailleurs que les procédés de réécriture à l'oeuvre dans les univers de calcul se conforment eux aussi à une sorte de thermodynamique.

Autant dire que le *jeu de lettres* intervenant dans de tels univers ne saurait être modifié par le cours de tels procédés, et peut donc être clos [1].

217c Le second point essentiel de la transposition concerne l'*effectivité de la logique*. Nous reprenons le raisonnement déjà tenu dans le cas de l'effectivité des transitions d'état [113b] : nul ne saurait nier que l'intérêt des machines informatiques provient précisément du fait que les transitions se produisent *effectivement*, faute de quoi les inscriptions figées sur le papier les remplaceraient avantageusement à un coût nettement moindre :

217d REMARQUE. Si l'effectivité de l'application des règles logiques était seulement facultative, donc inessentielle, les mathématiques et les logiques [formalisées] seraient un paradis, à situer bien au-delà du paradis cantorien, car la connaissance de l'***énoncé figé*** d'une théorie strictement formalisée (règles logiques, axiomes) ***vaudrait exactement***, c'est-à-dire sans que que rien ne doive être fait, pour la connaissance de ***tous les énoncés formellement démontrables*** dans cette théorie.

Requérir l'effectivité de l'application des règles logiques ne surprendra donc personne : une dérivation formelle n'est effectuable que si elle est composée d'un nombre fini d'étapes. Mais, dans le cadre des présentes thèses, cette *finitude apparente* à l'endroit d'une effectivité n'est rien d'autre qu'une éponge à régressions sans fin :

217e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous n'omettrons pas de prévoir la présence d'un ***interprète effectif*** des règles de la logique dans les univers de formalisation : il va de soi que nous ne supposons pas *a priori* que cet interprète soit nécessairement un « interprète de calcul ».

C'est encore le paradoxe de ZÉNON [113c], appliqué maintenant à la *flèche impliquante*, qui vient nous rappeler que *la règle de coupure*, dans son effectivité, ne relève pas du fini, mais du ***sans fin***.

218 *Les univers de formalisation*

Les points essentiels de la transposition étant maintenant en place, nous pouvons transposer (cf. [203b] [203c] [203e] [203g]) :

218a DÉFINITION. Un ***univers de formalisation*** est lié à un ***jeu de lettres*** qui est ***clos*** [et fini], et comporte ***tout*** ce qui est nécessaire à l'effectuation des démonstrations qu'il autorise, y compris l'interprète effectif de la logique lui-même.

218b REGLE DE VICARIANCE. Le ***jeu de lettres*** associé à un *univers de formalisation* n'est clos *à proprement parler* que lorsque chaque lettre (face immatérielle du rôle) aura été ***liée*** à une — ***et à une seule*** — lettre (face matérielle de la forme) comprise comme un tout, au sens du jugement *quant au tout* [200c], de telle manière qu'à deux lettres ***distinctes*** (face immatérielle du rôle) soient liées deux lettres ***non ressemblantes*** (face matérielle de la forme), au sens du jugement *quant à la ressemblance* [200d].

218c PRINCIPE DE REMPLACEMENT. Lorsqu'on a clos un *univers de formalisation*, et, par conséquent, lorsque le *jeu de lettres* qui peuvent figurer dans cet univers est lui-même clos, cet univers demeure ***le même*** quand on ***remplace***, en toutes ses occurrences, ***une quelconque*** lettre (face matérielle de la forme) par une quelconque lettre (face matérielle de la forme) ne ressemblant, au sens du jugement *quant à la ressemblance* [200d], à aucune autre lettre (face matérielle de la forme) intervenant déjà dans cet univers.

218d PRINCIPE D'IDENTITÉ DES LETTRES. Au sein d'un univers de formalisation, sont référées à ***la même lettre*** (face immatérielle du rôle) les lettres (face matérielle de la forme) qui peuvent être remplacées [203e] l'une par l'autre pourvu que l'univers de formalisation demeure ***le même***.

1. Ce qui se traduit par la possibilité d'énoncer une grammaire, relative à un alphabet de symboles terminaux, définissant les assemblages bien formés d'un univers de formalisation.

La clôture d'un jeu de lettres est directement liée à la clôture d'un univers de formalisation de telle manière que le principe de remplacement [218c] soit applicable à cet univers. Peu importe l'étendue de cet univers, car seule importe la possibilité toujours conservée d'appliquer ce principe. Dans le cas des calculs, nous avions à notre disposition le mot *incalculable*, mais, dans le cas de la formalisation, il nous faut forger un néologisme :

218e DÉFINITION. Est dit *informalisable* [relativement à un univers de formalisation] ce qui ne peut être rapporté à ce qui est formalisable *dans* cet univers, quoiqu'étant impliqué *par* cet univers [1].

Bref, il s'agit, comme dans le cas du concept de calcul [198e], de dégager le concept de formalisation de sa gangue d'évidences et de rompre l'adhérence qui nous enchaîne à lui : au regard du principe de remplacement [203e] [218c] un univers de calcul [203b] n'est qu'un cas particulier d'univers de formalisation [218a] ; corrélativement, ce qui est *informalisable* [218e] est *a fortiori incalculable* [201e].

219 *Remarques sur les univers de formalisation*

Il est inutile de redéplier en détail les *raisonnements déjà exposés dans le cas des univers de calcul ; nous ne reprendrons donc que l'essentiel. En premier lieu (cf. [201]), puisque la formalisation est assujettie au critère de coïncidence formelle [5c], les jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] interviennent comme des *conditions de possibilité* pour un univers de formalisation *quel qu'il soit* :

219a *THÉOREME DES JUGEMENTS. Les problèmes consistant à ***juger quant au tout*** [200c] et à ***juger quant à la ressemblance*** [200d], sont des ***problèmes régressifs*** *relativement aux univers de formalisation*, quels qu'ils soient, et sont donc ***informalisables***.

En second lieu, puisque [217b] le jeu de lettres est clos dans un univers de formalisation [205a] [205c] [205d] [205e] :

219b *THÉOREME DE CONSERVATION. Au sein d'un univers de formalisation, le jeu de lettres (face matérielle des formes ***et*** face immatérielle du rôle) lié à cet univers ***se conserve*** : les problèmes de l'émergence et de l'évanouissement d'une lettre sont *informalisables*.

219c *THÉOREME DU REMPLACEMENT. Le problème du remplacement de la forme des lettres (face matérielle) figurant dans un univers de formalisation donné est *informalisable*.

En troisième lieu, par conjonction du *théorème de conservation [219b] et du *théorème de remplacement [219c], il vient (cf. [205j] [205k] [205l] [205m]) :

219d *THÉOREME DES INCOMPARABLES. Le problème de la comparaison de tout ou partie d'un univers de formalisation à tout ou partie d'un autre univers de formalisation, *est informalisable* [dans chacun des deux univers].

219e *THÉOREME DE L'UNION. Le problème de l'union de deux univers de formalisation est *informalisable* [dans chacun des deux univers].

219f *THÉOREME DE L'IMMERSION. Le problème de l'immersion d'un univers de formalisation dans un autre univers de formalisation est *informalisable* [dans chacun des deux univers].

219g *THÉOREME DE L'EXTRACTION. Le problème de l'extraction d'un univers de formalisation à partir d'un univers de formalisation est *informalisable* [dans chacun des deux univers].

Enfin, en quatrième lieu (cf. [206]), le principe de remplacement [218c] stipule la possibilité de remplacer ***une par une*** [206b] chacune des lettres d'un univers de formalisation :

218f 1. Cette définition n'est pas exempte de difficultés, et il conviendra sans doute de la retoucher. Cependant, nous l'utilisons ici dans un sens suffisamment net et restrictif pour que ces difficultés ne surgissent pas. On pourra considérer, au moins provisoirement, qu'est dit *informalisable* ce qui n'est ni *dérivable* ni *non-dérivable* dans cet univers, quoiqu'étant impliqué par cet univers.

219h *LEMME DE SÉPARATION. Les [formes de] lettres ne sont ***liées les unes aux autres*** au sein d'un univers de formalisation que par l'exigence d'avoir à ***juger de leur ressemblance ou de leur non ressemblance*** au sein de ce calcul, ***et par rien d'autre***.

Le *raisonnement concernant le découpage et le collage des lettres (*face matérielle* ***et*** *face immatérielle*) est, en fait, indépendant des univers de calcul et concerne généralement les univers de formalisation (cf. [206e] [206f] [206g]) :

219i *THÉOREME COUPER/COLLER. Un processus, même exclusivement composé d'opération appliquées à des écritures, dans lequel une [forme de] lettre est produite par ***collage*** de plusieurs [formes de] lettres, ou dans lequel une [forme de] lettre est ***découpée*** en plusieurs [formes de] lettres, est *informalisable*.

219j *THÉOREME D'INDIVIDUATION. Dans un univers de formalisation, l'***état d'individuation*** (ou, peut-être mieux, le ***niveau d'individuation***) est ***le même*** pour toutes les lettres (face matérielle ***et*** face immatérielle) et ***se conserve***.

Tout cela est conforme aux usages actuellement en vigueur, car c'est seulement dire que les lettres intervenant dans la conception normative purement instrumentale de l'écriture sont *irréductibles* [5a] et que le jeu de lettres d'un univers de formalisation est clos [218e].

219k Le principe de remplacement [218c] articule, comme précédemment, une *exactitude apparente* (qui concerne en fait la face immatérielle des rôles) et une *indétermination inéliminable* (face matérielle des formes) :

219l *LEMME D'INACCESSIBILITÉ. Par l'effet du principe de remplacement [218c], aucun univers de formalisation ne saurait consister en aucune de ses matérialisations : ***un univers de formalisation est théoriquement inaccessible*** en tant que tel.

Puisqu'on ne peut opérer que sur la face matérielle des lettres, il est impossible de faire figurer une lettre dématérialisée (en fait sa face immatérielle) dans une écriture :

219m *THÉOREME DE LA FACE IMMATÉRIELLE. Par l'effet du principe de remplacement [218c], toute proposition relative à l'articulation entre les deux faces d'une lettre (face matérielle de la forme et face immatérielle du rôle) est *informalisable*.

219n Ce *théorème de la face immatérielle est important[1], car il nous assure qu'aucun théorème obtenu dans un univers de formalisation ne dépend, ***à quelque degré que ce soit***, de ce qu'on suppose de la face immatérielle des lettres et des univers de formalisation :

219o PREMIERE CONCLUSION. Même l'individuation supposée des faces immatérielles est conjecturale.

L'inaccessibilité de ce à quoi on réfère un univers de formalisation étant acquise [219l] [219m], nous pouvons appliquer nos thèses (cf. [49-52] [91] [107]) :

219p *THÉOREME DE COUPURE. Lorsqu'un univers de formalisation advient à la forme, il se trouve dissocié, par l'effet du **principe de coupure* [91f] [108i], en une « partie décelable » (la matérialisation « en noir » des écritures) et une « partie indécelable » (la séparation des lettres « en blanc »).

On comprend la raison pour laquelle nous avons pris soin de supposer [218e] qu'un univers de formalisation comporte l'*interprète effectif* des règles logiques [217c]. Ce sont ces parties « en blancs » des lettres qui « fusionnent » entre elles pour cimenter les assemblages linéaires[2].

---

1. Notons au passage qu'il ouvre la possibilité de comprendre diverses difficultés concernant les théories *strictement formalisées*. Ainsi, par exemple, une démonstration (ou une dérivation) strictement formalisée ***est-elle telle dans sa matérialité***, ou n'est-elle, dans sa matérialité, qu'une ***« représentation » d'une démonstration (ou d'une dérivation) « abstraite »*** ?

2. Nous ne développons pas cette remarque dans le présent exposé : elle renvoie directement à notre *théorie de l'écriture*. Nous

220 *Remarques complémentaires sur la coïncidence formelle*

A chaque *jeu de lettre clos* (face matérielle ***et*** face immatérielle) d'un univers de formalisation est associée une instance ***strictement locale*** du critère de coïncidence formelle (cf. [210]) :

220a *THÉOREME DE LA COINCIDENCE. Le critère de coïncidence formelle (face matérielle de la forme) ne coïncide avec l'identité des lettres (face immatérielle du rôle) ***qu'à l'intérieur d'un univers de formalisation***.

220b *THÉOREME DES GLISSEMENTS. Il suffit de ne pas restreindre correctement les ***conditions d'applicabilité*** du critère de coïncidence formelle pour faire fonctionner ce critère comme un ***opérateur de glissement d'écritures*** entre univers de formalisation distincts et/ou entre différentes matérialisations d'un même univers de formalisation.

Cela se comprend en fait très bien dès lors qu'on aperçoit que tout le montage de la dématérialisation et de l'identité (face immatérielle des lettres et des univers) est *plaqué* sur l'*ouvert des formes* sans donner lieu à la moindre trace décelable (face matérielle des lettres). Reprenons le schéma déjà examiné [204e] [210c] :

220c

```
    rôles         jugement d'identité      | A  B  C  |
───── ↑↓ ──────── règle de vicariance ─────|──────────|─── V
jeu de lettres  jugement de coïncidence    | a  b  c  |
───── ↑ ──────── jugement d'appartenance ──────────────── R
  l'ouvert                                    excès
    des         jugement de ressemblance  (glissements)
   formes
───── ↑ ──────── jugement quant au tout ───────────────── D

 indifférencié                                  ?
   sans fin
```

Partons du bas du schéma. Le jugement *quant au tout* [200c] opère sur l'*indifférencié* et, en quelque sorte, filtre les formes dont on peut juger qu'elles constituent « une totalité » en vue d'une « bonne séparation ». C'est, si on veut, une sorte de discrétisation (ligne horizontale D). Le jugement *quant à la ressemblance* [200d] opère sur ces formes et constitue, si on veut, une sorte de *tri* : figurent dans la même *classe* les formes jugées suffisamment ressemblantes. C'est le niveau de l'*ouvert des formes*, car on peut toujours puiser de nouvelles formes dans l'*indifférencié sans fin*. Quand un univers de formalisation a été défini, et que son jeu de lettres est clos, seules certaines lettres de l'*ouvert des formes* appartiennent à ce jeu de lettres. Or, puisque l'*ouvert des formes* est plus vaste que le jeu de lettres :

220d REGLE DU JUGEMENT QUANT A L'APPARTENANCE. L'applicabilité du critère de coïncidence formelle dans un univers de formalisation dépend d'un ***jugement d'appartenance*** qui ***juge*** si une forme de lettre appartient ou n'appartient pas à l'univers considéré.

220e *THÉOREME DE L'APPARTENANCE. Le problème consistant à juger *quant à l'appartenance* d'une forme de lettre au jeu de lettres d'un univers de formalisation est ***informalisable***.

voulions seulement souligner la distance qui sépare les « lettres habituelles » de la conception normative, et les « lettres théoriques » qu'impliquent les montages fondamentaux qui régissent l'usage de l'écriture dans son rapport au savoir.

Ce jugement *quant à l'appartenance*, qui est couplé au principe de remplacement[1] [218c], doit être néanmoins *effectif*, et se comprend donc comme une *effectuation préalable*, à ajouter aux effectuations préalables requises par les jugements *quant au tout* et *quant à la ressemblance* :

220g REGLE DU JUGEMENT DE COINCIDENCE FORMELLE. Ce n'est que dans le cas où le jugement *quant à l'appartenance* est positif (telle forme appartient bien au jeu de lettres) que le jugement *quant à la ressemblance* a la valeur d'un ***jugement de coïncidence formelle***, et vaut, par le truchement de la règle de vicariance, pour l'identité des faces immatérielles.

A proprement parler, le critère (ou le jugement) de coïncidence formelle n'est applicable qu'***à l'intérieur*** d'un univers de formalisation, faute de quoi on le confond avec le jugement *quant à la ressemblance* qui autorise tous les glissements [220b] :

220h *THÉOREME DU BASCULEMENT. A l'intérieur d'un univers de formalisation, le jugement *quant à la ressemblance* [200d] coïncide avec le jugement *quant à la coïncidence* [220g] et constitue le ***critère de coïncidence formelle*** à proprement parler ; mais à l'extérieur d'un univers de formalisation, ***ce même jugement*** *quant à la ressemblance* bascule et constitue ***l'opérateur de glissements d'écritures*** [relativement aux univers de formalisation].

Or, puique le problème du jugement *quant à l'appartenance* est informalisable [220e], la clôture d'un univers est elle-même immatérielle, donc le seuil de basculement [220h] du critère de coïncidence formelle est lui-même ***formellement indécelable*** :

220i *THÉOREME DU SEUIL INASSIGNABLE. Le problème consistant à assigner le seuil de basculement du jugement *quant à la ressemblance* (entre critère de coïncidence formelle et opérateur de glissement) est ***informalisable***.

Car si on se place *dans* un univers de formalisation, il n'y a pas de glissement possible, et si on se place *hors* des univers de formalisation... on ne peut pas formaliser !

221 *Conclusions relatives aux univers de formalisation*

Le dépassement de la conception normative de l'écriture [53-59] ne concerne pas seulement l'usage de l'écriture en informatique :

221a SECONDE CONCLUSION. Dans le cadre normatif actuel, l'usage purement instrumental de l'écriture est réglé par un ***montage théorique*** au sein duquel la dématérialisation des écritures, qui constitue une condition *sine qua non* pour atteindre des identités abstraites, repose sur un ajointement particulièrement fin composé d'indéterminations inéliminables, d'effectuations préalables, de problèmes informalisables et de traces formellement indécelables.

En ce sens, l'identité est entièrement un *effet de discours* devant être effectivement assumé par le sujet :

221b TROISIEME CONCLUSION. En tant que tel, le montage théorique destiné à assurer la dématérialisation des écritures est ***entièrement effectif*** et ne donne lieu, en tant que tel, ***à aucune trace formellement décelable*** : tous les jugements cruciaux qui sous-tendent ce montage s'avèrent en effet à la fois ***informalisables*** et ***nécessairement effectifs***.

220f 1. On peut imaginer que l'*indifférencié* et l'*ouvert des formes* sont la résidence d'un génie facétieux qui passe son temps à appliquer le principe de remplacement. Mais ce génie facétieux n'est pas trompeur : pour chaque univers de formalisation *dont on lui a déclaré l'existence et communiqué le jeu de lettres*, il tient à jour, au fur et à mesure des remplacements qu'il effectue, grâce à de la craie blanche et un tableau noir, les formes de chaque lettre du jeu de lettres associé. De sorte que, ***si*** on lui demande d'effectuer un jugement d'appartenance, il consulte son tableau, et répond correctement *en fonction de l'état courant du jeu de lettres*.

Sachant que toutes les effectivités demeurent « en blanc », on constate que le glissement du discret sur le fini a plus d'un tour en réserve :

221c QUATRIEME CONCLUSION. Grâce à la conception normative actuelle de l'écriture, le ***glissement du discret sur le fini*** permet d'***éponger***, de ***confondre*** et d'***effacer*** toutes les effectivités requises pour que la formalisation logique et mathématique soit *seulement possible* : elles s'évanouissent dans l'***unique*** « avoir lieu » des ***« blancs »*** de l'écriture ***qui ne sont rien***.

C'est l'application la plus rigoureuse de la « technique de l'éponge », déjà exposée [121] [130] [133] [134] lors de l'étude de la discrétisation, que couvrent donc, jusqu'au degré le plus fondamental de la formalisation logique et mathématique, les évidences concernant l'écriture. Il suffit alors de mettre en couverture apparente l'évidence la plus insoupçonnable :

221d CINQUIEME CONCLUSION. C'est l'évidence la plus insoupçonnable, à savoir le fait que les lettres soient d'allure discrète et finie, qui sert de couverture au fait que les « blancs » sont *en fait* la manifestation condensée de l'accomplissement de toutes les effectivités requises pour que la formalisation logique et mathématique soit *seulement possible*.

Il s'agit aussi bien des effectivités relatives à la « séparation statique » (jugement *quant au tout*, *quant à la ressemblance*, *quant à l'appartenance* et *quant à la coïncidence*), que celles relatives à la « production dynamique » (application effective des règles de la logique, passage d'une écriture à une autre, etc.). Nous pouvons maintenant *traduire*, dans le cadre des présentes thèses, ce que notifie l'exigence de finitude et, surtout, d'effectivité, des règles logiques (étant rappelé [113e] que nous plaçons déjà l'effectuation des calculs du côté des « choses de réalité ») :

221e SIXIEME CONCLUSION. L'effectuation des règles logiques doit être placée ***du côté des « choses de la réalité »*** : le glissement du discret sur le fini concerne ***tous*** les univers de formalisation assujettis à une quelconque logique formalisée, y compris ceux où figurent des logiques formalisées.

Nous ne disconvenons pas qu'une telle manière d'aborder la logique semble peut-être, au premier abord, difficilement concevable dans le cadre normatif actuel. Mais, nul ne saurait se refuser à requérir l'effectivité de démonstrations [217d] qui ont peu de chances de se produire « toutes seules ». Au demeurant, une telle approche va dans le sens de nos thèses [2b] [25a] [49-52] [106] [115] [116] [118] [124] [128] concernant l'existence d'un *unique* montage théorique fondamental sous-jacent aux disciplines expérimentales et aux disciplines non-expérimentales. Le sujet peut bien effacer toute trace décelable de son travail, il est cependant le seul à pouvoir assumer l'effectivité qu'impliquent les montages théoriques qu'il invente. C'est peut-être une manière de mieux comprendre que la « réalité » nous semble assujettie à la logique.

CHAPITRE IV-5

Fragments d'une théorie de fondement

•

■ *Les considérations relatives aux quantités d'information se traduisent, du côté de la formalisation mathématique, par des clôtures. Nous montrons que ces clôtures sont incompatibles avec la conception normative actuelle de l'écriture. Nous montrons alors que les glissements d'écritures sont impliqués par cette conception normative elle-même [222-227]. La véritable problématique n'est donc pas d'imposer l'*hypothèse des indécelables, mais de parvenir à la rejeter. Nous détaillons certains traits caractéristiques de la limite induite par ce rejet impossible [228-231]. Nous esquissons à grands traits les calages relatifs au concept d'effectivité et à notre théorie de fondement en vue d'une réinterprétation de l'acquis légitimé par la normativité scientifique actuelle [232-237].*

IV-5-1. Le concept de clôture et l'usage instrumental de l'écriture

■ *L'application du principe de remplacement aux univers de formalisation permet de revenir sur la conception normative purement instrumentale de l'écriture afin d'en préciser certains aspects.*

222 *Le cheminement de l'argumentation*

L'étude qui vient d'être menée manoeuvre une ficelle que nous pourrions nommer *le passage à niveau*. Nous partons de la clause d'un usage *purement instrumental* entendue en un sens « naïf », à peu près synonyme de « il n'y a pas de problème », pour aboutir à la clause d'un usage *purement instrumental* entendue au sens fondamental de la dématérialisation des écritures régie par le principe de remplacement [1] :

222b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. On ne comprend pas l'imbroglio incroyable que les évidences actuellement en vigueur induisent quant à la formalisation logique et mathématique, tant qu'on ne souligne pas que l'usage de l'écriture à de telles fins est l'effet d'un montage théorique ***plaqué*** sur les écritures habituelles, qui ***parasite*** de part en part la conception « naïve » que nous en avons.

L'intérêt du présent exposé pour l'identité des lettres est directement lié, via le *lemme de séparation [219h], au concept de *distinctivité mutuelle*, dont nous connaissons [95a] l'articulation avec les *quantités d'information* et les problématiques de *codage* et de *représentation* [202d]. Ce que nous venons d'exposer au sujet des univers de formalisation [216-221] permet d'éliminer un doute :

222c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès lors que le principe de remplacement concerne autant les univers de formalisation que les univers de calcul, il est désormais *hors de doute* que les difficultés d'articulation provenant des considérations relatives aux quantités d'information ne sont pas spécifiques au concept de calcul ni aux théories de la calculabilité, mais sont liées ***aux univers de formalisation***, par le biais de la conception normative actuelle de l'écriture.

222a 1. L'intitulé de cette ficelle renvoie, de manière imagée, à l'avertissement dûment apposé dans les installations permettant le croisement des routes et des chemins de fer : *un train peut en cacher un autre*. Il renvoie aussi, dans le contexte de la problématique des niveaux, au fait que les glissements sont des singularités qui permettent de pallier fictivement une transition de niveau impossible [166f]. Il signifie enfin, dans la perspective d'une théorie de fondement, que ces glissements sont « normaux », que l'intuition est têtue, et que des mots, qu'une usure quotidienne banalise sous des figures anodines, se dédoublent pour garder mémoire, comme un phare ou une balise, des hauts fonds qu'on ne voit pas, et qui signalent la présence d'un danger (cf. l'usage du syntagme couper/coller [174c] [206d]). Autant il appartient aux règles de la navigation courante d'en déchiffrer le signe comme un écueil à éviter, autant l'équipe d'entretien du service des phares et balises n'y voit qu'un passage obligé au cours d'une journée de travail comme les autres.

D'un point de vue méthodologique, cette conclusion est importante, car elle notifie qu'il est impossible de résoudre ces difficultés dans le contexte restreint des théories de la calculabilité. Le concept de *distinctivité mutuelle* permet donc, en quelque sorte, de faire le lien entre les quantités d'information (côté traitements d'information) et la clôture des jeux de lettres (les alphabets, côté formalisation) :

222d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre des présentes thèses, il est d'autant plus incontestable que les considérations relatives aux quantités d'information sont liées à la clôture des jeux de lettres, que cette clôture est au coeur du montage théorique de l'identité des lettres impliqué par l'usage dématérialisé de l'écriture à des fins de formalisation logique et mathématique.

L'étude des univers de formalisation montre sans ambage à quelle problématique de fondements les plus banales considérations relatives aux quantités d'information portent atteinte quand on les plaque sans précautions sur les formalismes mathématiques et logiques *tels qu'actuellement compris* :

222e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les plus banales considérations relatives aux quantités d'information se situent au ***même degré de fondement*** que la problématique de l'identité des lettres, laquelle est liée au montage théorique autorisant l'usage dématérialisé de l'écriture à des fins de formalisation logique et mathématique.

Ce n'est qu'à ce degré de fondement que les anomalies et les difficultés précédemment constatées deviennent normales :

222f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès que lors que la quantité d'information associée aux lettres correspond, côté formalisation, à la clôture d'un univers, il devient normal que les plus banales considérations relatives aux quantités d'information mettent en cause certaines évidences, parmi les plus massives, et certains postulats, parmi les plus fondamentaux, concernant l'usage de l'écriture dans le cadre normatif actuel [1].

Cette étude serait dérisoire si elle se bornait à conclure ce que chacun sait déjà, à savoir que la clôture d'un jeu de lettres détermine la quantité d'information associée à chaque lettre. Oublions au contraire cet aspect des quantités, qui n'intervient, côté formalisation, que comme une valuation facultative, pour examiner plus en détail le *concept de cette clôture*.

223 *Le concept de clôture dans la perspective des traductions*

En commençant l'étude des théories de la calculabilité [198-207], nous avons noté que si ces théories ne se réfèrent pas aux traitements d'information [198a], c'est parce qu'elles n'en ont aucunement besoin [198b], ce qui n'implique pas que la problématique sous-jacente soit absente ou oubliée, mais seulement qu'elle est *vue autrement* [198c]. Nous pouvons alors appliquer une première fois notre *principe de traduction* [198d] pour comprendre que la singularité qui correspond, ***dans*** le contexte de la formalisation logique et mathématique, à ce qui se présente par ailleurs comme quantité d'information, n'est autre que le concept de cette clôture. Et nous pouvons l'appliquer une seconde fois pour comprendre le *raisonnement suivant : sachant que les considérations relatives aux quantités d'information se traduisent par des considérations relatives à la clôture des jeux de lettres, si les considérations relatives aux quantités d'information impliquent un double conflit de fondement, alors :

223a *THÉOREME DES CONFLITS. Les considérations relatives aux clôtures [de jeux de lettres] impliquent également un double conflit de fondement, lui aussi interne à la normativité scientifique actuelle.

222g 1. Rappelons brièvement que ces considérations permettent de mener à bien des *raisonnements sur des indécelables du second degré [174f] ; de mener à bien des *raisonnements impliquant le rejet, sans contre exemple formellement recevable, du postulat [160b] d'homogénéité des [rapports entre] écritures [174h] ; de détecter des régressions sans fin [165d], des glissements d'écritures [166f] [179d], des contradictions [163d] [182c], et des défauts de formes sur le versant de la formalisation [183c] ; et enfin d'avérer un double conflit de fondements au sein de la normativité scientifique actuelle [188c].

Nous apposons déjà des crochets généralisants pour deux raisons : d'une part, la clôture des jeux de lettres n'est qu'un cas particulier de clôture, et, d'autre part, puisque les jeux de lettres ont deux faces, les considérations de clôture ont une double incidence, l'une matérielle, relative à la conception normative de l'écriture, l'autre immatérielle, relative aux abstractions auxquelles ces clôtures sont référées (les « alphabets abstraits », par exemple).

Ce **théorème des conflits* n'est peut-être pas « vraiment convaincant », dans la mesure où il dépend d'un *principe de traduction*, lequel, en tant qu'il dépend de notre *théorie de fondement*, n'est peut-être pas, lui non plus, « vraiment convaincant »[1]. Agissons conformément aux règles d'une méthode hypothético-déductive, et provoquons ce *principe de traduction* jusque dans ses retranchements les plus inattendus : si nous avons quelque doute à son égard, plus nous l'appliquerons, plus nous augmenterons les chances de le faire trébucher. Ainsi, par exemple, puisque [222g] les considérations relatives aux quantités d'information ont permis de mettre en évidence des indécelables du second degré, des glissements d'écritures, des régressions sans fin, des contradictions, etc., alors :

223c *COROLLAIRE DES CONFLITS. Les considérations relatives aux clôtures [de jeux de lettres] couvrent la présence effective et inaperçue d'indécelables du second degré, de glissements d'écritures, de régressions sans fin, de contradictions, etc., ***jusque dans les théories logiques et mathématiques*** telles qu'actuellement conçues et pratiquées.

223d Nous suivons de manière très constante l'idée [133f] [209g] que le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique n'est que l'effet secondaire d'un blocage théorique *interne à la logique et aux mathématiques* telles qu'actuellement conçues et pratiquées.

224 *L'acte de clôture*

Lorsque nous avons étudié le principe d'identité en général [122-129], nous avons constaté [125] la difficulté d'en approcher le ressort essentiel, à savoir la clause *salva veritate* [125c]. Dans le fracas de notre modernité positive et performante, le silence par quoi se manifeste l'effectivité d'une telle clause est à peu près inaudible ; mais surtout, qu'il faille énoncer un *principe d'identité* concernant les lettres [203g] [218d] provoque la curiosité :

224a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'étude attentive du ***concept de clôture*** permet, dans le cas particulièrement net de la *clôture des jeux de lettres*, de reconstituer [partiellement] (d'expérimenter, de se heurter à, de se confronter avec) ce que la conjecture d'abstractions immuables et pré-existantes a précisément pour but d'escamoter : ***le montage théorique de l'identité***.

On peut critiquer cette conjecture relative aux abstractions immuables, on peut même, le cas échéant, la moquer et se défendre d'y adhérer ; il n'en reste pas moins qu'il n'y a pas, actuellement, de conjecture de rechange, de sorte que tout est agencé, dans le cadre normatif actuel, pour que l'éternité n'éternue pas, et que l'immuable ne mue pas.

Nous avons déjà noté que la clôture d'un jeu de lettres (le fait qu'elles soient mutuellement distinctes) correspondait à un *problème global* associé à un *degré d'indétermination élevé* [204d]. La charpente du principe d'identité des lettres [203g] [218d] se résume comme suit : *sont référées à la* ***même*** *lettre... pourvu que l'univers demeure le* ***même***. Par conséquent :

224b PREMIERE REMARQUE. L'articulation entre le principe de remplacement [218c] et le principe d'identité des lettres [218d] détermine un *couplage local/global* entre l'***identité des lettres*** (les « atomes localement irréductibles ») et l'***identité d'un univers*** [de formalisation] (la « totalité globale »).

223b 1. Notons au passage que les *généralisations* et les *unifications* de théories, en mathématiques comme ailleurs, ne sont *seulement concevables* que si *tout se tient quant aux fondements*, ce qui revient à postuler [implicitement] qu'un *principe de conservation* régit en sous-main l'exercice, éventuellement insu, d'un *principe de traduction*.

On peut comprendre en effet qu'on ne peut pas affirmer l'identité des faces immatérielles sans passer par la dématérialisation des faces matérielles :

224c IMAGE DE LA TRANSPARENCE. On pourrait dire qu'un univers de formalisation est, en quelque sorte, composé de ***trous*** (dématérialisation de la partie « noire » des écritures) *effectivement séparés* ***et*** *reliés* par des ***traces indécelables*** (partie « blanche » des écritures).

La *transparence* supposée de l'écriture purement instrumentale est sans doute là ; c'est à ce stade de dématérialisation des écritures, et à ce stade seulement, que l'on peut commencer à énoncer des conjectures concernant « les choses », c'est-à-dire ce que ***c'***était *juste avant* de venir à la forme. Notons au passage :

224d SECONDE REMARQUE. L'opposition entre ***décelable*** et ***indécelable*** est à comprendre relativement à des écritures dématérialisées.

Chacun a compris que le fait d'associer le décelable (resp. l'indécelable) à la partie « noire » (resp. « blanche ») des écritures est une image « naïve », qui ne manque pas d'intérêt didactique, mais sans plus. Dès lors qu'on ne confond pas la *ressemblance des lettres* (face matérielle de la forme) et l'*identité des lettres* (face immatérielle du rôle), c'est le principe de remplacement qui, en quelque sorte, *enveloppe* un univers de formalisation, et exige autant sa clôture *à l'extérieur*, que le creusage de sa matérialité *à l'intérieur* :

224e TROISIEME REMARQUE. De même que la clôture du jeu de lettres ***reflète*** la clôture de l'univers de formalisation associé, et vice-versa, de même l'identité de chaque lettre pouvant figurer dans un univers de formalisation ***reflète*** l'identité de cet univers, et vice-versa.

L'*identité d'une lettre* n'est pas définie *en soi* et de manière *autonome*, car cette identité est *indissociable* de l'identité de l'univers de formalisation auquel cette lettre appartient. Bref, on ne fabrique pas un univers de formalisation comme on élève un mur en cimentant des briques. Il est impossible de poser l'identité des lettres ***puis*** l'identité d'un univers, ou inversement, tout comme il est impossible de prendre l'une comme appui pour démontrer l'autre, car il faut, ***en un seul acte***, affirmer ***l'une et l'autre*** :

224f ACTE DE CLOTURE. C'est par un ***acte de clôture*** que le sujet détermine le ***couplage indissociable*** entre l'identité d'un univers de formalisation ***et*** l'identité des lettres qui y figurent, couplage qui ouvre la possibilité de saisir cet univers comme ***abstrait***.

Qu'on ne se résigne pas à un tel acte, et tout se bloque, puisque la dématérialisation des lettres devient impossible. Par l'acte de clôture, toutes les déterminations *dans* un univers se déploient *entre* le plus « atomique » (les lettres irréductibles) et le plus « unitaire » (l'univers lui-même), de sorte que cet acte, rompant les amarres de la matérialité concrète, laisse dériver l'univers de formalisation dans l'indétermination inéliminable du *sans fin*. Les concepts fondamentaux, disions-nous [153d], sont des élaborations profondément bizarres, et le fait d'invoquer l'évidence à leur endroit ne nous assure que d'une seule certitude, à savoir que nous passons *à côté du problème*.

225 *La réinterprétation des univers de formalisation*

L'étude du montage de l'identité des lettres ne nous intéresse pas seulement dans la perspective de la question du rapport entre le savoir et l'écriture. On remarque en effet que l'*acte de clôture* [224f] se présente comme un *acte de fondement* « en miniature » qui nous donne quelque idée du montage qui sous-tend l'abstrait « en grand ». Nous allons donc retrouver très rapidement, dans ce cas particulier, divers résultats acquis en général. Cet acte de clôture est pris dans une sorte de situation symétrique en miroir [36e] : ou bien on attend une « preuve d'identité » *qui ne viendra jamais*, et la dématérialisation est bloquée, ou bien on tranche par un acte de clôture en renonçant aux preuves [36f], et l'identité à laquelle on peut désormais se référer est à la fois *conjecturale* et indissociable d'une *indétermination inéliminable* [128d] :

225a *THÉOREME DE L'IDENTITÉ. Un univers de formalisation au sein duquel on invoque, à quelque degré que ce soit, l'identité des faces immatérielles (lettres et univers), est ***nécessairement conjectural***.

Le *théorème de la face immatérielle [219m] permet de recouper ce que nous avions précédemment établi au sujet de l'identité en général [129] et de la représentation [138] [142] ; il notifie par ailleurs la possibilité [129l] de réinterpréter ***toute*** théorie qui satisfait *rigoureusement* [216b] au principe de remplacement [1], quand bien même cette théorie serait la plus strictement formalisée, puisqu'il énonce une ***condition suffisante*** pour que soit garantie l'absence simultanée de preuve et de réfutation, *relativement aux protocoles normatifs formalisés de démonstration*, concernant toute proposition au sujet du rapport entre les faces matérielle et immatérielle des lettres et des univers de formalisation :

225c *THÉOREME DE RÉINTERPRÉTATION. Le *théorème de la face immatérielle [219m] ouvre la possibilité de ***réinterpréter*** tout univers de formalisation, aussi bien mathématique que logique, *quelle que soit son étendue*.

Le *lemme d'inaccessibilité [219l] est une manière d'énoncer qu'entre la face matérielle de la forme et la face immatérielle de l'identité s'interpose la *question du lien* [49-52], comme ce qui fait obstacle au « savoir absolu » dans la tension contradictoire de ce qui, indissociablement, *sépare* ***et*** *relie* :

225d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Tout ce qui relève de l'identité des lettres, et, plus généralement tout ce qui relève de la face immatérielle des lettres et des univers de formalisation, doit être entendu comme une ***fiction théorique*** toujours conjecturale.

En clair : les évidences et les interprétations qui ont actuellement cours, dans le cadre normatif actuel, au sujet des lettres et des écritures, sont des conjectures (y compris d'ailleurs [219o] la supposition que les faces immatérielles sont individuées) :

225e PREMIERE CONCLUSION. La supposition selon laquelle les écritures concrètes seraient, par excellence, aussi bien l'image du fini que l'image du discret, doit être considérée comme étant *une* interprétation conjecturale *parmi d'autres possibles*.

Pour les objectifs du présent exposé, c'est-à-dire dans le contexte d'une articulation avec les traitements d'information, il nous suffit d'avoir établi la possibilité de réinterpréter les univers de formalisation pour confirmer à leur endroit ce que nous avions énoncé *ex abrupto* [32c], à savoir que la possibilité d'un dépassement des théories n'était pas une spécificité des théories expérimentales, et devait être seulement rapportée [34e] à l'interdit du « savoir absolu » [34b] :

225f SECONDE CONCLUSION. Pour ce qui concerne les univers de formalisation [216c], c'est la clause d'un usage ***purement instrumental*** de l'écriture qui assure l'ancrage théorique de nos thèses concernant la supposition que la possibilité d'un dépassement des théories est ***un trait structural des théories fondées*** [2].

225b 1. La réserve soulignée par l'adverbe *rigoureusement* signifie que des interprétations de résultats théoriques dépendant d'une violation du principe de remplacement, c'est-à-dire d'hypothèses ou d'évidences ayant pour effet d'en bloquer ou d'en restreindre l'application, peuvent ne pas être intégralement réinterprétables et/ou récupérables. D'où l'enjeu fondamental de la *question de la représentation* dans les théories mathématiques et logiques.

225g 2. Cette conclusion se généralise aux élaborations théoriques qui dépendent d'un usage *purement instrumental* du langage, ce qu'on peut approximativement résumer comme suit : 1. un signifiant doit signifier son signifié ; 2. à chaque signifiant doit correspondre un seul signifié ; 3. à chaque signifié doit correspondre un seul signifiant. Appliquer la *logique de la forme des énoncés de discours*, c'est, certes, éliminer les « ambiguïtés locales », mais c'est *ipso facto* s'assujettir à l'interdit du « savoir absolu » en s'assurant du caractère conjectural et *globalement indéterminé* de ce qu'on dit ! Comme chacun sait, appliquer une *logique de la forme des énoncés de discours* revient à « dématérialiser » ces énoncés, c'est-à-dire à *éliminer le sens* de ces énoncés.

226 *Exactitude et indétermination des univers de formalisation*

Nous pouvons maintenant apprécier, pour ce qui concerne les univers de formalisation[1], ce qu'abritent les évidences relatives à la conception normative purement instrumentale de l'écriture, au choix arbitraire des lettres et aux conventions que chacun se croit libre de choisir comme il l'entend [204d] :

226a RAPPEL. Le principe de remplacement [203e], qui autorise la *dématérialisation* des lettres et des univers de calcul, n'ouvre la ***possibilité d'abstraire*** que dans la mesure où il injecte une *indétermination inéliminable*.

Conformément à nos thèses [122c] [122d] [123h] [127f] [128d] [129i], l'exactitude apparente, tout comme l'identité abstraite, sont des effets qu'obtiennent des montages appropriés exploitant des *gisements d'indétermination* [130a] :

226b TROISIEME CONCLUSION. C'est la clause d'un usage dématérialisé (*purement* instrumental) de l'écriture qui établit, ***dans*** le cadre normatif actuel, l'ancrage de nos thèses concernant la conjonction [111c] entre *exactitude apparente* et *indétermination inéliminable*.

Il ne s'agit pas seulement du fait qu'une théorie formalisée puisse être éventuellement associée à plusieurs modèles ; car les thèses que nous avançons concernent la conjonction entre l'*hypothèse des indécelables et l'effectivité dans leur *équivalence théorique aux développements achevés de régressions sans fin :

226c QUATRIEME CONCLUSION. La formalisation n'est pas l'aboutissement d'un processus visant à nettoyer une élaboration théorique de toute indétermination ou de toute ambiguïté, mais un ***montage théorique*** grâce auquel on ouvre cette élaboration à l'***indétermination inéliminable du sans fin***.

L'exactitude apparente ne résulte pas de l'élimination des indéterminations [111], mais seulement d'une application rigoureuse de la technique de l'éponge [121] qui consiste très précisément à convoquer le *sujet* pour assumer *effectivement* ce qui fait obstacle au « savoir absolu » ***dans*** le savoir élaboré, de telle manière que, cette effectivité étant « par nature » recueillie comme trace indécelable [117] [139c], l'obstacle se trouve ***formellement gommé*** quoique ***conservé dans son effectivté*** [121d]. Ce que les sciences expérimentales ont affronté depuis un siècle n'était pas fortuit, ni l'effet de leur méthode [32] [127f] :

226d CINQUIEME CONCLUSION. La supposition que les univers de formalisation (et les théories strictement formalisées qui y figurent) sont [possiblement] affranchis de toute ambiguïté[2] est un *effet apparent* qui résulte de la corrélation forte articulant les protocoles formalisés de démonstration à la conception normative de l'écriture : il échoit aux procédés logiques, en tant que de tels procédés doivent être ***effectivement*** appliqués [221e], d'éponger l'indétermination inéliminable qui assujettit ces univers à l'interdit du « savoir absolu » et leur confère un caractère nécessairement conjectural.

Ainsi des logiques d'appellations diverses peuvent-elles maintenant pulluler, glisser éventuellement sur des calculs, *maintenant qu'on sait* — *sans le savoir* — *que « la » logique est conjecturale et régressive*[3] [60-65]. Sans doute reste-t-il quelques principes universels et immuables ; mais ils ne sont tels qu'inapplicables [63] : l'*effectivité* requise par les logiques formalisées n'est pas une amélioration notable de principes métaphysiques désuets, mais seulement la notification que la *question de la venue à la forme* est, par excellence, dans un tel contexte, la question de *ce qui fait obstacle au « savoir absolu »* :

---

1. Rappelons [216c] que ces résultats ne sont applicables qu'aux *univers de formalisation* et qu'ils ne concernent pas la problématique de la dénotation des abstractions au sein des mathématiques formelles « classiques ».

2. En l'occurrence : de tout glissement d'écritures. Le recours à la formalisation est, dans une certaine mesure, la tentative, désespérée au regard des présentes thèses, d'affranchir le discours scientifique de la réserve qui caractérise la parole [225g].

226e 3. Une application directe de cette remarque correspond à la reprise des règles logiques en vue d'applications informatiques (moteurs d'inférence, programmation [en] logique, etc.) : si les logiques formalisées ne relevaient pas d'une problématique régressive, donc dépassable, il serait impossible de *développer régressivement* l'interprète effectif de ces logiques afin de l'adapter à l'interprète effectif particulier que constitue un ordinateur.

226f SIXIEME CONCLUSION. La *question de la forme* constitue, sans aucun doute possible, un ***point aveugle*** [127g] de la normativité scientifique actuelle.

Même dans les univers de formalisation les plus stricts, tout est beaucoup plus indéterminé et beaucoup plus ouvert qu'on ne le croit : dans le cadre normatif actuel, on ne peut interroger le rapport entre le savoir et l'écriture sans parvenir ***au bord***, c'est-à-dire au fondement et à la limite, de la rationalité qu'il institue [216a]. Ce pourquoi nous avons dit que la crise de fondements qui se développait depuis plus d'un siècle [73] ne s'était pas encore dénouée.

227 *Le serrage contradictoire*

Conformément à nos thèses, ce sont bien les principes les plus fondamentaux et les plus massivement reçus qui déterminent les lieux d'une fragilité maximale [34i] et qui, en tant que fusibles installés à cet effet, sont destinés à sauter en premier [28a]. Mais ces principes sont aussi les plus résistants, car leur fragilité est protégée par les évidences les plus insoupçonnables [159a] [222b]. On observe en effet que le montage de l'identité des lettres impliqué par l'exigence d'une dématérialisation des écritures provoque un ***décalage*** inévitable entre la *ressemblance des formes* et l'*identité des lettres* [220a] [220b] [220h] [220i] :

227a SEPTIEME CONCLUSION. Dans le contexte normatif actuel, c'est la clause d'un usage *purement instrumental* de l'écriture qui implique l'éventualité de ***glissement d'écritures*** et, par conséquent, l'**hypothèse des indécelables au second degré*.

Mais, par ailleurs, les évidences actuellement en vigueur concernant le choix simplement arbitraire et conventionnel des lettres ont pour effet d'éclipser la question de l'identité des lettres de manière que le jugement *quant à la ressemblance* [200d] vaille ***exactement*** pour le jugement *quant à la coïncidence*, et, partant, pour [le jugement quant à] l'identité des lettres, confusion que nous avions jusqu'à présent désignée sous l'intitulé *critère de coïncidence formelle* :

227b RAPPEL. La conception normative actuelle de l'écriture (conception finististe, application du critère de coïncidence formelle, choix simplement arbitraire et conventionnel des lettres, etc.) ***occulte les glissements d'écritures et les traces indécelables*** (signifie leur impossibilité).

227c Quand on compare les deux énoncés [227a] et [227b], on constate la présence d'un serrage contradictoire *au sein de la conception normative actuelle de l'écriture*. Il y a cependant une solution, puisque [220b], ***dans*** un univers de formalisation, *dès lors que le jeu de lettres est clos*, le jugement *quant à la ressemblance* coïncide avec le jugement *quant à la coïncidence* :

227d REMARQUE. Le serrage contradictoire [227a]/[227b] qui se noue au sein de la conception normative actuelle de l'écriture, n'a quelques chances de demeurer inaperçu qu'à la condition que ***toutes*** les formalisations soient relatives à un ***unique*** jeu de lettres clos, et prennent place dans un ***unique*** univers de formalisation.

227e La question de la clôture du jeu de lettres se règle alors comme suit : comme il n'y a pas de catalogue officiel de ***toutes*** les lettres, passées, présentes, et à venir, autant se laisser un peu de marge, et utiliser la clôture que propose le premier ordinal transfini pour clore le jeu de « toutes » les lettres. Si cette clôture est un peu trop choquante pour les évidences courantes, du fait que les lettres sont « concrètes », il suffira de clore *un peu avant* en postulant une clôture inassignable ***dans le fini strict*** (il y a un « grand nombre de lettres », on ne sait exactement lequel, mais ce nombre est strictement fini). Par conséquent :

227f NEUVIEME CONCLUSION. Le serrage contradictoire [227a]/[227b], qui se noue au sein de la conception normative actuelle de l'écriture, ***oblige*** la normativité scientifique actuelle à affirmer l'***universalité de la formalisation logique et mathématique***, et, corrélativement, à imposer une ***conception finitiste de l'écriture***.

Il s'ensuit un bouclage catastrophique particulièrement résistant puisque [220i] le problème d'assigner le seuil de basculement entre coïncidence formelle et glissement d'écriture est informalisable. Et, d'ailleurs, il faudrait poser l'hypothèse d'un « en-dehors » de l'universalité de la formalisation, ce qui est, précisément, actuellement inconcevable. Le *théorème d'individuation [219j], qui s'impose ***dans*** cet unique univers universel de formalisation, permet de recouper diverses galeries du labyrinthe :

227g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Toute problématique portant atteinte à l'état d'individuation des lettres (c'est-à-dire à leur irréductibilité), ou impliquant des changements d'univers de formalisation, se trouve en ***conflit de fondement*** avec la normativité scientifique actuelle : émergence, évanouissement, découpage, collage, niveaux, points de vue, complémentarité, quantités d'information, etc.

Le cas des quantités d'information est particulièrement net : il n'y a *qu'un seul jeu de lettres*, puisqu'il n'y a *qu'un seul univers de formalisation* [227f], donc toutes les lettres d'un tel jeu de lettres sont liées à la même quantité d'information [181d]. Mais, puisque [227e] la clôture est inassignable, cette quantité est elle-même inassignable. D'où ce que nos études ont permis de constater :

227h DIXIEME CONCLUSION. La plus banale considération relative à la quantité d'information associée à une lettre irréductible de « la » formalisation révèle le conflit de fondements, c'est-à-dire récuse l'universalité de « la » formalisation logique et mathématique, avère des glissements d'écritures, et requiert l'*hypothèse des indécelables.

Le rendement du bouclage catastrophique impliqué par le serrage contradictoire qui se noue dans la conception normative de l'écriture est particulièrement élevé. Sachant que tous les problèmes relatifs aux changements ou aux comparaisons d'univers de formalisation sont informalisables dans aucun des univers concernés (aucun univers ne peut accéder à son « en-dehors » [219d]), il faut utiliser, comme nous le faisons, la *logique de la forme des énoncés de discours* :

227i ONZIEME CONCLUSION. Mais à cause des ambiguïtés attribuées au discours et à cause de la supposition que « la » formalisation en est affranchie, il est actuellement ***inconcevable*** que seuls des *raisonnements menés en *logique de la forme des énoncés de discours*, donc exempts de toute formalisation, soient en mesure de récuser théoriquement l'universalité supposée de « la » formalisation logique et mathématique, et, partant, d'en déceler le caractère conjectural.

Conformément à nos thèses, la singularité qu'il s'agit de déployer pour proposer un ***dépassement*** de « la » formalisation logique et mathématique, donc une récupération de tout son acquis tangible, doit y être demeurée inaperçue, c'est-à-dire ***formellement indécelable*** au sens des protocoles de démonstration qui régissent cet unique univers universel de formalisation. Il faut donc renoncer aux « preuves formalisées ».

IV-5-2. Le franchissement d'une limite « vu au microscope »

■ *Ce que nous avions précédemment exposé au sujet des dépassements trouve matière à s'appliquer dans le cas particulièrement intéressant du dépassement de la normativité scientifique actuelle. Nous étudions certains traits détaillés du franchissement d'une limite immatérielle grâce à une « vue en coupe » de la normativité scientifique actuelle placée sous le « microscope » de nos thèses.*

228 *La limite franchie*

A ce stade de l'exposé, nous constatons que les problématiques basculent, comme nous l'avions constaté [46c] au sujet des régressions sans fin. Parce que l'*hypothèse des indécelables est incontestablement incongrue dans le contexte normatif actuel, pour les raisons que nous avons amplement développées, nous avons voulu rendre *au moins plausible* qu'une telle *hypothèse ait éventuellement quelque valeur théorique. D'où les argumentations que nous avons menées selon différents points de vue, de manière à dégager un labyrinthe suffisamment ramifié d'anomalies [196a] dont il soit possible de *rendre compte* grâce à cette *hypothèse. Or, non seulement nous parvenons à dégager un tel labyrinthe, mais, de plus, il s'avère [227a] que c'est l'usage ***purement instrumental*** de l'écriture qui implique l'*hypothèse des indécelables :

228a RETOUCHE. A l'issue de ces argumentations, il nous serait bien difficile de ne pas apercevoir que nous nous sommes *trompés de problématique* depuis le début ; car ce qui est ***vraiment problématique***, dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, ce n'est pas de poser l'*hypothèse des indécelables, même si elle semble incongrue, ***mais c'est de parvenir à la rejeter***[1].

C'est *parce que* l'*hypothèse des indécelables est indissociable de l'usage *purement* instrumental de l'écriture et du montage théorique de l'*identité* des lettres, que son rejet est problématique, et, à vrai dire, ***impossible***. Ce renversement de situation, caractéristique d'une *limite franchie*, est suffisamment net et précis pour que nous puissions brièvement examiner le détail de certains traits grâce au « microscope » de nos thèses.

229 *La face interne du dépassement*

Lorsque nous avons synthétisé certains traits du paysage normatif actuel [185-197], nous avons souligné que le double conflit de fondements [188a] [188b] induit par les traitements d'information, en tant que conflit interne [188c] à la normativité scientifique actuelle, entraînait un *conflit de légitimité* [191b] excluant l'éventualité de prendre appui sur cette légitimité en vue de la récuser ; d'où la conclusion [197a] notifiant que le procédé (en l'occurrence un dépassement) par lequel on récuse cette légitimité doit impliquer corrélativement une preuve rétroactive de cette légitimité. Précisons ce point crucial de méthode de manière à bien dégager les *deux faces* de la procédure de dépassement. D'une part :

229a FACE INTERNE DU DÉPASSEMENT. A l'égard de la normativité scientifique actuelle, ce n'est pas le fait de poser l'*hypothèse des indécelables qui provoque le franchissement de la limite, mais le fait de remarquer l'***impossibilité de son rejet***[2].

Ce qui motive la procédure de dépassement n'est pas la nécessité de greffer une nouveauté sur une normativité scientifique qui en aurait été jusqu'à présent dépourvue, mais le fait que cette normativité se trouve bloquée par un serrage contradictoire [227c] qui se noue par l'effet d'une *hypothèse qu'elle implique, mais qu'elle a cru bon de rejeter *pour se fonder* [37]. L'éventualité d'un tel rejet se comprend très bien, puisque l'*hypothèse en cause concerne des traces indécelables (ou des glissements d'écritures) dont l'existence ne peut être [directement] avérée par des protocoles formalisés [53-59] :

229b RAPPEL. A l'égard des protocoles et des critères applicables dans les univers de formalisation, la question de l'acceptation ou du rejet de l'*hypothèse des indécelables se présente comme une ***question de fondement*** au stade d'une symétrie en miroir [36e] [36f].

Il n'y aura donc pas de preuves [formalisées] [191e], ni dans un sens, ni dans l'autre [56a] : *il faut trancher* [58a]. La conception normative actuelle a tranché *à son insu* en faveur du rejet, par l'effet d'évidences qui se sont imposées comme « absolument évidentes » [222b], *alors que ce rejet est impossible* : un agencement d'énoncés fondamentaux assume normalement une contradiction [36g], tandis qu'il y a équivalence théorique entre la reconstitution des fondements et l'énoncé des limites [36i].

Comme nous venons de le montrer [227f], le *rejet apparent* d'une *hypothèse, qu'il est cependant impossible de rejeter, est envisageable, *mais seulement dans la* ***limite*** *de certaines conditions restrictives*. Prenons soin de prendre la mesure d'une telle remarque qui est tout, sauf évidente. Certes, nous retrouvons la corrélation entre le

---

1. Cette retouche n'est pas un effet de manche. Ce n'est effectivement que sur le point d'achever la rédaction du présent exposé (mi-juin 1991) que nous avons pu *voir* les articulations directes.

2. Constater l'impossibilité du rejet de l'*hypothèse des indécelables n'est cependant qu'une *conséquence* du *principe de remplacement* [218c]. Le ***point de basculement***, qui assure l'ancrage de nos thèses *dans* la normativité scientifique actuelle, et établit ainsi la *filiation de fondement* que nous exigeons, est dans le *passage* qui métamorphose quelques évidences universellement admises, concernant le choix arbitraire et conventionnel des lettres, en l'énoncé d'un ***principe fondamental***. C'était donc à portée de la main, s'étalant sous nos yeux au fil des évidences les plus anodines. Comment un secret pourrait-il être mieux gardé que par notre propre cécité ?

dépassement, comme trait structural des théories fondées [32c] [57f], qu'elles soient ou non expérimentales, parmi lesquelles figure la normativité scientifique elle-même [32d], et la limite des *conditions d'applicabilité* des critères et des protocoles normatifs [33a]. Reserrons cela :

229c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les ***limites internes*** des théories [fondées] sont l'***effet normal*** du montage grâce auquel ces théories établissent leur légitimité temporaire, montage qui se structure autour de la nécessité de *contenir*[1] le rejet, ***pour cause de fondement***, d'hypothèses ou d'éventualités que ces théories ***impliquent***, et qu'il leur est, en fait, ***impossible de rejeter***.

Ces limites sont ***exactement déterminées*** par le bord du domaine (qui deviendra le domaine de récupération lors d'un dépassement [56b]) dans lequel le *rejet* de ces hypothèses ou des ces éventualités est ***indiscernable*** de leur *acceptation* [56b] relativement aux critères et protocoles en vigueur ***dans*** ce domaine[2]. Réciproquement :

229d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Une démonstration de *limitation interne* n'est que le *premier temps* d'une procédure de dépassement : la problématique impliquée n'est pas dénouée (la réinterprétation n'a pas lieu, donc la limite n'est pas franchie) aussi longtemps que les hypothèses et les éventualités indûment rejetées n'auront pas été reconstituées et affirmées ***en tant que concepts, critères ou principes fondamentaux***.

On mesure le travail d'orfèvre que ce *rejet d'un impossible à rejeter* va lentement et minutieusement ciseler dans tout l'édifice ainsi légitimé. Il n'y a là nulle « erreur », car si une théorie devait rejeter ***exactement*** ce qui doit être rejeté, elle serait *sans limites*, donc *indépassable*, c'est-à-dire, dans le cadre des présentes thèses, « absolue » ***et sans fondement*** : une théorie [58d] ne peut revendiquer d'autre fondement que l'*oblitération* de sa propre limite. La limite est *nécessairement oblitérée*, car constater la limite c'est exactement constater l'impossibilité de rejeter ce dont le rejet indû aura été un gage de légitimité :

229e PREMIERE CONCLUSION. L'universalité supposée de la formalisation logique et mathématique, et, plus généralement, de la normativité scientifique actuelle, est seulement un ***effet apparent*** qui provient de la confusion entre une ***absence de limites*** et ***la présente effective de limites encore inaperçues***.

En ce sens, la tendance à l'universalisation est un trait structural des théories fondées. Mais *universel* n'est pas *absolu* :

229f *DÉFINITION. Est dit ***universel*** ce qui, tout en étant fondé (et parce qu'étant fondé), n'a pas encore aperçu sa propre limite, laquelle garantit l'assujettissement de cet universel à l'interdit du « savoir absolu », et par là même, le fonde.

C'est le principe même des dépassements : à l'instant où un universel trouve sa propre limite, il obtient une preuve rétroactive de fondement, mais il devient caduc [58c].

230 *La ligne de partage*

Dès lors que les conflits de fondements sont *internes* à la normativité scientifique actuelle [188c], il se produit un *bouclage catastrophique* [189a] particulièrement résistant, surtout à l'endroit des disciplines les plus « dures » [189b], puisqu'on se trouve conduit à prendre appui sur la légitimité de cette normativité en vue de la récuser [191b]. Le premier temps du dépassement, face interne [229a], précise la méthode à suivre pour que [197a] les arguments destinés à récuser cette légitimité impliquent corrélativement une confirmation rétroactive de cette légitimité :

1. Le verbe *contenir* est à entendre au double sens d'une *défense*, à l'égard d'un souci bien encombrant, et d'une *conservation*, à l'égard d'un gage de légitimité [36h].

2. Ainsi, par exemple, l'absence de toute trace indécelable (hypothèse normative actuelle) est ***indiscernable*** de l'omniprésence de traces indécelables (notre *hypothèse) *relativement aux critères et aux protocoles formalisés*. On remarque que la problématique des limites internes des théories formalisées vise directement l'***évanouissement*** de la négation, donc les conditions d'applicabilité du principe de contradiction et du principe du tiers exclu.

230a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Une normativité [scientifique] n'est pas d'un seul bloc : parmi les principes, les critères, et les postulats les plus fondamentaux qui la légitiment, figurent des ***évidences sans fondement*** qui ont pour mission de *contenir* [229c] les effets intempestifs de ce qui a été indûment rejeté et d'assurer le *calage* du montage théorique qui s'ensuit.

Cette *ligne de partage*, qui divise les énoncés les plus fondamentaux d'une normativité [scientifique], est particulièrement nette dans le cas présent : l'usage *purement* instrumental de l'écriture *autorise* bien un choix arbitraire et conventionnel des lettres, mais il *implique* un décalage entre la *ressemblance des formes* et la *coïncidence formelle*, ce qui *exclut* une conception finitiste et close de l'écriture. Précisons cela :

230b
```
normativité scientifique actuelle│ les thèses que nous avançons
   usage purement instrumental   │    montage de l'identité
                                 │
évidence : choix arbitraire     ◄│► principe de remplacement
– – – – – – – – – – – – – – – – –│– – – – – – – – – – – – – –
évidence : conception finitiste ◄│► multiplicité d'univers clos
          close et homogène      │    dans l'ouvert sans fin
```

Dans la conception normative actuelle, le *choix arbitraire* des lettres demeure une *évidence timidement chuchotée*, faute de quoi les évidences relatives à la conception finitiste, close et homogène de l'écriture seraient ruinées. Corrélativement, dans la pratique, chacun peut vérifier qu'on ne cesse d'invoquer le caractère *évidemment concret* des lettres pour *réaffirmer* les caractères *évidemment fini, clos et homogène* des alphabets, la possibilité d'un *choix arbitraire* passant presque pour un accessoire facultatif mineur absorbé par des considérations de belle typographie ou de confort notationnel. Conformément à nos thèses [58b] [58c] [159a] :

230c RAPPEL. Au cours du développement d'une théorie, l'*acte de fondement* est sans cesse ***répété et réaccompli***, en ce sens que la situation fondatrice inaugurale ne cesse de se ***reproduire*** à chaque « instant » : la *question de fondement* est sans cesse ***reposée et redénouée*** de la même manière, jusqu'à l'« instant » ultime du dépassement où, par l'effet d'une chiquenaude [1], le fragile équilibre de tout l'édifice bascule, parce que le ***dénouement s'accomplit autrement***.

Le schéma [230b] montre que la ligne de partage sépare les deux évidences qui, dans le cadre normatif actuel, semblent être « de même nature » et *également évidentes*. Mais la première (choix arbitraire) est un ***principe fondamental*** qu'on a mis sous le boisseau pour ne pas porter ombrage à la seconde (conception finitiste) qu'on pousse en pleine lumière, ***alors qu'elle est sans fondement***, pire, ***alors qu'elle est contradictoire avec la clause d'un usage purement instrumental***. Conformément à l'*extraordinaire astuce* [119g] des théories fondées, qui consiste à caler les montages fondamentaux de telle manière que rien ne soit perdu, *y compris ce qu'on ignore*, on constate que « tout est là », mais empreint d'une sorte de brouillage anagrammatique, qui provoque, à terme, la *déhiscence* [70e] de ces montages :

230d REMARQUE. Par le fait que le principe fondamental de remplacement est relégué au rang d'une banale évidence, il s'avère impossible d'en développer les implications qui démontreraient la contradiction assurant le calage de la conception normative actuelle de l'écriture.

La contradiction est désormais en *sûreté*, la « sûretitude » que signifie la solidité massive de fondations réputées immuables, puisque ***toutes les logiques formalisées en dépendent*** [62c], elles qui, régissant les protocoles normatifs de démonstration crédités d'une rigueur théorique superlative, occupent l'universalité hégémonique qui en résulte [229e] [229f], et au sein de laquelle les glissements d'écritures assurent d'autant mieux l'ajointement immatériel du grand appareil dont elle se prévaut, qu'on les croit impossibles et qu'ils sont, en tout état de cause, formellement indécelables. Aussi convient-il de noter que le dépassement du principe de contradiction [60-65] est gravé *depuis le premier jour* au coeur des fondations [60a] d'une modernité qui croit tenir l'écriture à sa botte, puisque ces fondations trouvent leur repos provisoire à l'ombre généreuse d'une contradiction [167f] qui,

1. *Coup donné avec un doigt que l'on a plié et raidi contre le pouce et que l'on détend ensuite brusquement*. Le dictionnaire P. ROBERT propose, pour le sens figuré, une citation de B. PASCAL (*Pensées, II, 77*) : « Je ne puis pardonner à Descartes ; il aurait bien voulu, dans toute sa philosophie, pouvoir se passer de Dieu ; mais il n'a pu s'empêcher de lui faire donner une chiquenaude pour mettre le monde en mouvement ; après cela, il n'a plus que faire de Dieu. »

quoique proscrite officiellement, se trouve conservée comme un *gage de légitimité* [36h], la *dette* à l'égard de l'interdit du « savoir absolu » dont l'échéance survient à son heure comme *limite* [61f] [62a] :

230e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès lors que la contradiction impliquée par les évidences relatives à la conception normative actuelle de l'écriture est *aperçue* et dessine la *ligne de partage* (cf. schéma [230b]), le *conflit de légitimité* [191b] ***tombe de lui-même*** : il n'y a ***aucun risque*** à prendre appui sur le *principe de remplacement* ***contre*** *les évidences* relatives à la conception finitiste, close et homogène de l'écriture, ***puisque ces évidences sont sans fondement quant à leur universalité supposée***.

Nous ne disons pas que ces évidences sont *sans aucun fondement*, bien au contraire, puisqu'elles peuvent être reprises, *à titre de cas singulier*, comme une *condition de clôture* de certains univers de formalisation ; mais nous disons qu'elles sont sans fondement *quant à leur universalité supposée*, car le principe de remplacement exclut l'éventualité qu'il n'existe ***qu'un seul univers de formalisation*** :

230f SECONDE CONCLUSION. Tandis que les évidences relatives au choix arbitraire des lettres deviennent le *principe fondamental* de remplacement, et que les évidences relatives à la conception finitiste de l'écriture deviennent des *hypothèses locales de clôture* autorisant la récupération de tout l'acquis tangible obtenu dans le cadre de ces évidences, on observe que l'usage *purement instrumental* de l'écriture, demeuré jusqu'à présent hors de portée de toute élaboration théorique, laisse place au *montage de l'identité des lettres* qui fraye la voie vers une *théorie de l'écriture*.

Cela permet maintenant de comprendre [197a] que des arguments destinés à récuser la légitimité de la normativité scientifique actuelle puissent impliquer ***du même coup*** une confirmation de cette légitimité afin d'obtenir une *preuve rétroactive de fondement* : le dépassement repose sur le *diagnostic* d'une *contradiction interne*, dont l'une des faces (conception finitiste) est un *cas particulier* exhaussé « par mégarde » *au rang d'une sorte d'« absolu »*, tandis que l'autre face (choix arbitraire) est un *principe fondamental* contribuant à garantir l'interdit du « savoir absolu » mais relégué « par mégarde » au rang d'une évidence mineure. La pharmacopée qui convient [185d] n'est donc pas une chimiothérapie exogène procédant de quelque nouvelle molécule aux vertus miraculeuses, encore moins une méta-chirurgie traumatique destinée à arracher quelque organe irrémédiablement infecté, mais une *recherche de fondement*, attentive et patiente, qui confie à l'intuition silencieuse le soin de déployer un fil d'Ariane embrouillé par mégarde, afin de retrouver le chemin du dénouement : un ***acte d'interprétation*** [191f] qui dissipe une cécité protectrice [113g], un *changement de point-de-vue* [43e] qui dé-cèle le champ théorique [30f] d'un [ne pas] *ça-voir* [152f] [167g].

231 *La face externe du dépassement*

Poser l'*hypothèse des indécelables [54d] ne suffit pas. Cette *hypothèse énonce seulement, *à l'égard de la conception normative de l'écriture*, que la possibilité d'un dépassement de cette conception tient à une singularité *qui a dû nécessairement demeurer inaperçue* ***dans*** *les écritures régies par cette conception*. La question demeure entière de déterminer *ce qui s'évanouit en tant qu'indécelable* ***dans*** *les écritures*. Il y a un abîme entre l'*hypothèse des indécelables et le concept d'effectivité, abîme qui n'est pas autrement franchissable que par le ***coup de force*** d'une [ré]interprétation nécessairement conjecturale :

231a FACE EXTERNE DU DÉPASSEMENT. Tandis que l'*hypothèse des indécelables appartient à la face interne du dépassement, comme condition globale d'évanouissement ***dans*** l'écriture, le concept fondamental d'effectivité, saisi dans notre montage théorique par son *équivalence au développement achevé des régressions sans fin, appartient à la ***face externe*** du dépassement, c'est-à-dire à la ***réinterprétation***, et correspond à ce qui ***donne lieu*** aux traces indécelables dans la conception normative actuelle de l'écriture, et qui, par suite, est demeuré ***inconcevable*** dans le cadre de la normativité scientifique actuelle.

Nous disons que l'effectivité, *en tant que concept théorique fondamental*, est demeurée *inconcevable*, parce qu'elle n'a pas sa *place* dans le cadre normatif actuel : il y a une sorte de *défaut de forme* [183c] à cet endroit, puisque les traces indécelables où elle se recueille sont *déjà considérées comme n'étant rien*. Rappelons ce que nous disions concernant l'*effet de miroir* de l'écriture [119e] [119f] :

231b RAPPEL. On fabrique les théories comme on imagine le monde (aussi bien les « choses de l'abstrait » que les « choses de la réalité ») ; mais le monde théorique qu'on imagine n'excède pas le reflet virtuel que ces théories obtiennent d'elles-mêmes grâce au miroir de l'écriture *telle qu'actuellement conçue*.

Les choses ne sont pas leurs *équivalents théoriques, mais comme nous ne concevons les choses que *depuis* leurs *équivalents théoriques, si l'*équivalent fait défaut, la chose demeure, d'un point de vue théorique, inconcevable [140g]. Nous ne disons pas que le concept d'effectivité n'a pas été pressenti ou utilisé localement ; nous disons seulement que son rôle fondamental n'a pas été aperçu dans le cadre normatif actuel, que son élaboration y est restée fragmentaire, et que son accès théorique y est demeuré bloqué.

Le concept fondamental d'effectivité, dont nous ne cachons pas qu'il est le point le plus crucial et le plus énigmatique de notre montage théorique doit être correctement situé :

231c ATTENTION. A proprement parler, le concept fondamental d'***effectivité*** est un *effet* du montage théorique [106] qui lui procure un *avoir lieu* [116a] en tant que — et seulement en tant que — théoriquement *équivalent à des développements régressifs.

Il convient donc de comprendre que ce concept *n'a pas lieu* (du moins au sens du présent exposé) en dehors du montage théorique et de la conjecture de « savoir absolu » qui en proposent un accès théorique [partiel], et qu'il ne saurait aucunement être réduit à son acception courante [222a]. Par ailleurs :

231d RÉSERVE. Dans le cadre du présent exposé, la *théorie des régressions sans fin* et la *théorie de l'écriture* n'ont été approchées que de manière fragmentaire et intuitive ; corrélativement, la situation théorique du concept d'effectivité n'est que partiellement présentée.

Le concept d'effectivité est ***d'abord*** ce qui répond aux indécelables, et c'est en ce sens que nous l'avons introduit à travers les singularités inaperçues [33f] [56e] [59g] et l'étude des transitions d'état [100-105] [106-109]. Mais il se rapporte également, comme nous l'avons déjà noté [141], aux traces décelables et aux lettres.

La face externe d'un dépassement, c'est-à-dire le montage théorique qui sous-tend la réinterprétation, est incomparablement plus délicate à élaborer que l'autre face, c'est-à-dire la démonstration de limitation interne :

231e REMARQUE. Schématiquement, on peut dire que la *démonstration de limitation interne* relève du contre-exemple, donc d'une ***problématique locale***, alors que la *réinterprétation*, qui doit passer par *chaque énoncé* du domaine de récupération à réinterpréter, relève d'une ***problématique d'interaction globale***.

L'*hypothèse des indécelables (face interne) n'est rien tant qu'on ne l'a pas « branchée » dans le montage théorique [106] (face externe) qui articule les traces et les différences indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin[1]. Il est clair que plus le domaine de récupération est étendu, plus la conjecture de réinterprétation est délicate et longue à élaborer. D'un point de vue méthodologique, on notera par ailleurs :

231f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Une démonstration de limitation interne ne notifie pas, en général, jusqu'à quel degré de fondement il convient de remonter pour réunir les conditions d'une réinterprétation, et ce n'est, à vrai dire, que lorsque le dénouement est obtenu qu'on sait exactement où il se trouve.

Ainsi, par exemple, les difficultés que nous avons rencontrées en informatique ne peuvent pas se dénouer « avant » la conception normative de l'écriture, c'est-à-dire sans que tout ou partie du montage théorique fondamental qui sous-tend cette normativité n'ait été préalablement reconstitué. Si les démonstrations de limitation interne sont essentielles, parce qu'elles attirent l'attention sur des évidences jusqu'alors insoupçonnables, elles demeurent cependant en suspens aussi longtemps qu'une *recherche de fondement* ne parvient pas à en suivre les ramifications afin de *franchir la limite* :

1. Nous raisonnons implicitement dans le cadre des thèses que nous avançons. Rien n'exclut cependant *a priori* qu'il puisse exister d'autres réinterprétations et d'autres montages.

231g REMARQUE. Or, pour qu'une recherche de fondement se propose d'élaborer les conditions de franchissement d'une limite interne dûment avérée, ***encore faut-il supposer qu'une limite interne n'a d'autre destinée que celle d'être franchie***.

C'est cette supposition qui fait actuellement défaut, et pour cause, à l'endroit de la formalisation logique et mathématique. Car un tel franchissement ne consiste certainement pas à rendre formalisable ce qui ne l'était pas (ou, dans le contexte des théories de la calculabilité, à rendre calculable ce qui ne l'était pas), mais à prélever, au sein d'une indétermination jusqu'alors inaperçue, le champ d'un savoir en friches jusqu'alors inconcevable afin d'en rendre l'***accès théoriquement praticable***[1] grâce à un ***montage*** qui procure l'*avoir lieu* d'une ***pratique opératoire***. Nous ne contestons pas l'intérêt de poursuivre le balisage des limites en montrant que différentes problématiques sont réductibles à telle ou telle problématique de limite interne ; nous disons seulement que le travail n'est pas terminé :

231h TROISIEME CONCLUSION. L'enjeu proprement fondamental du dépassement de la normativité scientifique actuelle consiste *au moins* à rendre praticable, ***dans*** le discours scientifique, l'accès théorique à des pratiques opératoires dont le champ est demeuré jusqu'à présent inaccessible ou inconcevable parce que pris dans les blocages de cette normativité : le *quelque chose* qu'elles mobilisent n'advient à la forme que dans l'ombre portée inaperçue de l'informalisable et/ou de l'incalculable.

Parmi les pratiques opératoires dont l'accès théorique demeure bloqué figurent celles qui dépendent de changements de niveaux. Les limites auxquelles se heurte la normativité scientifique actuelle ne sont que la contrepartie apparente d'évidences locales érigées par mégarde en universaux définitifs ; mais ces universaux définitifs n'ont jamais été des « absolus » ; ils ne sont universels que ***dans*** les limites, inassignables par eux, de leur propre applicabilité : des univers isolés flottant quelque part dans l'indétermination inéliminable du *sans fin*.

IV-5-3. Aperçu des calages de notre montage théorique

■ *La face externe d'un dépassement requiert des calages pour que le domaine de récupération puisse être réinterprété. Nous précisons certains calages relatifs à notre théorie de fondement.*

232 *Aperçu synthétique du double dépassement*

Le dépassement de la normativité scientifique actuelle est un cas singulier, parce que cette normativité autorise d'autant moins une *théorie de fondement* qu'elle parvient mieux à se soustraire à toute problématique de fondement [194a]. Le calage de notre montage théorique, duquel dépend le calage du concept fondamental d'effectivité [231c], est donc particulièrement délicat d'un point de vue théorique. Essayons de résumer la situation :

232a RÉSUMÉ. D'un point de vue théorique, le dépassement de la normativité scientifique actuelle n'est concevable que dans le cadre d'une *théorie des dépassements*, elle-même inconcevable en-dehors d'une *théorie de fondement* ; mais puisque cette normativité ne propose aucune théorie de fondement, et que celle que nous avançons repose sur l'exigence d'une filiation des théories par le déploiement de singularités inaperçues, il convient donc que notre théorie de fondements soit calée de telle manière qu'elle s'obtienne ***elle aussi*** par le déploiement d'une singularité ***actuellement inaperçue dans*** la normativité scientifique actuelle.

Nous sommes donc aux prises avec ***deux*** dépassements : le premier, qui exige l'ancrage d'une théorie de fondement ***dans*** le discours scientifique ; le second, qui n'est concevable qu'à l'issue du premier, et qui exige l'ancrage, ***dans*** la normativité scientifique actuelle, de nos thèses concernant le dépassement de cette normativité :

1. Le mot *praticable* est emprunté à F. BAUDRY [81g].

232b IDÉE DIRECTRICE. Pour procéder au *double dépassement*, nous appliquons le « même » montage théorique (articulation des indécelables, de l'effectivité, et des régressions sans fin) à ***deux degrés de fondements*** : au degré des *fondements du discours scientifique* (filiation de notre théorie de fondement), et au degré des *fondements de la normativité scientifique actuelle* (dépassement de la conception normative de l'écriture).

On comprend très bien où gît la difficulté : il faut, en quelque sorte, que notre théorie de fondement ne *perde pas le fil* de « ce qui est scientifique », sachant cependant que nul ne saurait assigner le clivage entre « ce qui est scientifique » et « ce qui n'est pas scientifique » [31] :

232c CONSÉQUENCE. C'est ainsi que, de fil en aiguille, les plus banales considérations relatives aux quantités d'information nous invitent à renouer le dialogue avec une question qu'on croyait devenue obsolète : ***la question des fondements du discours scientifique***.

Cette question[1] se présente de la manière la plus énigmatique qu'on puisse concevoir, au stade d'une situation symétrique en miroir [36e], que nous ne savons trancher, dans le cadre des présentes thèses, que par un ***acte de fondement*** [36f], nécessairement conjectural.

233 *Aperçu des calages de l'effectivité*

Dire que nous utilisons le « même » montage à deux degrés de fondements doit être entendu avec prudence. S'il y a bien des principes généraux (et des idées) qui sont liés entre eux par l'interdit du « savoir absolu » et la perspective des dépassements, principes qui déterminent une *structure de montage théorique*, il y a autant de montages théoriques instanciant cette structure, qu'il y a de manières d'instancier ces principes (et ces idées comme concepts) :

233a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Chaque calage est un problème théorique complexe, puisque ***caler*** un montage sur un champ théorique, c'est ***réinterpréter*** ce champ théorique.

Cependant, le concept d'effectivité joue un rôle transversal essentiel, dont nous avons progressivement exposé différentes facettes éparpillées, et qu'il convient maintenant de présenter synthétiquement. Pour ce faire, nous allons comprimer la recherche que nous avons menée pour dégager cinq moments principaux du *raisonnement complet.

Premier moment, *l'informatique*. Nous constatons (transitions *entre* états) que l'élaboration théorique de plusieurs concepts cruciaux de l'informatique est bloquée par *quelque chose* qui, incontestablement, *a lieu* (se produit) quoique, par glissement du discret sur le fini, *n'a pas lieu* (n'a pas de place, n'est rien). Or, il est facile d'observer que ce *quelque chose* n'est pas figé, et qu'on peut le découper (décomposition d'une transition *entre* états) ou, au contraire, le synthétiser par collage (abstraction) :

233b UN PREMIER MONTAGE. La pratique de l'informatique fournit les repères et les moyens de corroboration qui permettent d'élaborer un premier ***montage théorique***, opératoire dans le contexte de l'informatique, articulant déjà les traces indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin.

Toutes les problématiques abordées dans le présent exposé sont déjà là : conception normative de l'écriture, mathématisation des transitions, augmentation et diminution de la détermination, problématique des niveaux, articulation avec les disciplines « classiques », etc.

Second moment : *l'impasse théorique*. Autant chaque détail de notre pratique de l'informatique est prétexte à compléter, à ajuster et à corroborer ce premier montage, autant son articulation avec la normativité scientifique actuelle s'avère impossible : les régressions sans fin (rejetées *a priori*) sont indissociables de

232d 1. Le présent exposé ne voit *en fait* qu'une *vue en coupe* (une projection partielle) de cette question, de sorte que les thèses que nous avançons, qui ne prétendent certainement pas épuiser une telle question, sont à entendre comme une sorte de *vue en coupe* corrélative de la (ou des) réponse(s), nécessairement conjecturale(s), qui sont actuellement *dans l'air du temps*.

contradictions (exclues par principe) ; l'effectivité n'est abordée que dans les théories de la calculabilité, mais sous couvert du glissement du discret sur les fini (elle devient *rien*) ; enfin, la supposition que « quelque chose d'effectif » soit exactement caractérisé par le fait que son accomplissement ne puisse être recueilli que comme trace indécelable est contraire aux idéaux de la positivité courante (problématiques des inobservables, de l'incalculable, de l'informalisable, etc.) :

233c REMARQUE. Dans le cadre normatif actuel, on peut débattre sans fin de l'origine de l'univers ou de la réductibilité de la « réalité » au calculable sans gêner quiconque [191d] ; on ne peut concevoir une impasse théorique plus infranchissable que l'*hypothèse des indécelables.

Cette impasse est une muraille de marbre sans aucune prise apparente, car l'*hypothèse des indécelables porte atteinte au socle le plus massif de l'édifice normatif actuel :

233d L'IMPASSE THÉORIQUE. Il est insensé de croire qu'une théorie prenant appui sur des indécelables puisse se développer « à côté », c'est-à-dire « contre », les bastions les plus massifs de la normativité scientifique actuelle.

Nous avons cru, pendant longtemps, que cette problématique des indécelables était une sorte de bizarrerie de [notre regard sur] l'informatique, et nous avons cherché *par tous les moyens* à éliminer une telle *hypothèse. Mais, ce faisant, nous avons peu à peu compris que ce premier montage [233b] permettait d'avancer là où les évidences courantes restaient bloquées.

Troisième moment : *un détour*. A cette époque-là, nous ne songions ni aux dépassements, ni aux problématiques de fondement, ni, *a fortiori*, à l'éventualité d'un dépassement des sciences « exactes », et encore moins à celui de la normativité scientifique actuelle dans son ensemble. On connaît la difficulté : il faut dénouer ***un à un*** tous les bouclages catastrophiques qui protègent les bastions normatifs ; car il faut défaire ***en soi-même***, fil à fil, la cécité protectrice qu'ont tissé depuis des années les certitudes les plus massives et les évidences les plus universellement admises, à commencer par la supposition erronée selon laquelle les fondations sont un point de solidité maximale. Cette supposition est ruinée par une étude attentive du *procédé de dépassement*, tel qu'appliqué en physique. Or, il se trouve que l'informatique exploite très communément ce procédé [1] :

233e LE PROCÉDÉ DE DÉPASSEMENT. La pratique de l'informatique fournit les repères et les moyens de corroboration qui permettent d'établir que le ***procédé de dépassement***, déjà connu en physique, est indépendant de toute considération relative à la méthode expérimentale et aux approximations de mesures.

Après quelques allers et retours entre la physique et l'informatique, nous concevons le principe général d'un dépassement comme le déploiement d'une singularité évanouie ***dans les limites d'applicabilité*** d'une théorie, lequel déploiement consiste en une réinterprétation *de fond en comble* liée à un réexamen des évidences et des principes les plus fondamentaux [2]. C'est ce détour qui provoque l'infléchissement majeur de notre recherche : s'il n'est pas *a priori* inconcevable d'appliquer des procédures de dépassement aux sciences « exactes », alors il n'est pas *a priori* inconcevable de réexaminer les postulats les plus fondamentaux de ces disciplines.

1. Le cas le plus habituel est la *compatibilité en montant* des machines ou des systèmes. D'autres cas moins évidents concernent, par exemple, les mémoires virtuelles dont l'intérêt pratique réside précisément dans le fait de se rendre « invisibles » au yeux de l'utilisateur. Bref, l'informatique permet de démonter *en détail* le dispositif qui permet d'exploiter, à des fins positives, une *indétermination* qui gît au coeur de ce qui semble *le plus exact*. Par un raisonnement *a fortiori* (si c'est possible, même dans le cas réputé *le plus exact*...) on déduit « aisément » la possibilité *en général*. L'apport de l'informatique pour cette problématique nous semble irremplaçable, car tout repose sur des découpages et des collages appliqués à des lettres et à des intervalles réputés irréductibles dans tout le domaine logique et mathématique.

2. Indépendamment de la place qu'occupe la *théorie de la relativité* dans le paysage de la physique actuelle, A. EINSTEIN a établi la *possibilité* de mener de telles réinterprétations dans le cas le plus exemplaire qu'on puisse imaginer, puisque le plus largement corroboré : on pourra vérifier que la récupération de l'acquis tangible obtenu dans le cadre de la mécanique newtonienne, a été explicitement et délibérément requis par A. EINSTEIN.

Quatrième moment : *les questions de fondements*. Les sciences « exactes » sont bien protégées, et le réexamen de leurs fondements ne peut être abordé que *depuis* un principe *à la mesure* du problème, l'interdit du « savoir absolu », ce qui porte inévitablement la problématique jusqu'aux fondements du discours scientifique lui-même. Nous connaissions donc le principe convenable (point d'appui) et le procédé de dépassement (méthode), mais nous ne savions appliquer ni l'un ni l'autre. Peut-être paraîtra-t-il surprenant que nous n'ayons pas encore aperçu, même à ce stade, que le premier montage élaboré dans le contexte de l'informatique [233b] pouvait se transposer au cas général :

233f REMARQUE. Mais c'est oublier que le montage élaboré dans le contexte de l'informatique implique la mise en oeuvre effective de *raisonnements sans fin et de contradictions, de sorte qu'une telle transposition suppose *déjà acquis* le résultat principal qu'elle serait censée produire, à savoir le dépassement du principe de contradiction.

Le bouclage est net : il est impossible d'élaborer une *théorie des dépassements*, et, plus généralement, une *théorie de fondement*, sans avoir dépassé le principe de contradiction[1]. Une fois encore, c'est notre pratique de l'informatique qui nous fraye le chemin :

233h LA TECHNIQUE DE L'ÉPONGE. L'articulation entre l'informatique et la formalisation mathématique fournit les repères et les moyens de corroboration qui permettent de démonter la ***technique de l'éponge*** par le truchement de laquelle le glissement du discret sur le fini voile que toute effectuation d'un rapport entre écritures relève de l'articulation entre les indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin.

Le caractère *fini* des logiques formalisées n'est donc qu'apparent, et l'application des règles d'inférence doit être comprise comme *effective*. Or, puisque l'effectivité d'un rapport entre écriture peut être régressivement développée, les logiques formalisées sont donc, elles aussi, des théories régressives qui impliquent la mise en oeuvre de contradictions. Il devient alors *évident* que ce sont les protocoles eux-mêmes qui interviennent[2] :

233j LA CORRÉLATION FORTE. Une *théorie des dépassements* (applicable aux théories expérimentales et non expérimentales) repose sur le fait que la singularité en cause est provoquée par une ***corrélation forte*** qui articule les *conditions de possibilité* des protocoles (de démonstration ou de corroboration) et l'évanouissement de ce qui est destiné à se déployer par dépassement.

Ce sont donc les protocoles (de démonstration et de corroboration) eux-mêmes qui provoquent l'évanouissement de ces singularités, d'où l'existence de limites internes *inassignables depuis ces protocoles*. C'est l'absence simultanée de preuve et de réfutation qui détermine le domaine de récupération (donc de réinterprétation) associé à un dépassement, ce qui signifie : à l'égard de la théorie dépassée, *il faut renoncer aux preuves* (démonstrations et corroborations), de sorte qu'un dépassement est nécessairement conjectural.

Cinquième moment : *vers une théorie de fondement*. La possibilité de dépasser les théories (même dans le cas des sciences « exactes » et de la logique) s'accorde évidemment à l'interdit du « savoir absolu », mais s'oppose à l'opinion courante d'une solidité massive de fondations définitives. D'où la question : *qu'est-ce que fonder* ? c'est-à-dire, de manière imagée : *comment s'assujettir à l'interdit du « savoir absolu » sans pour autant errer dans le n'importe quoi* ? La théorie des dépassements propose deux réponses : premièrement, il est particulièrement difficile de provoquer l'évanouissement de *quelque chose* dans la totalité d'un champ théorique (ce *quelque chose* est

---

233g 1. C'est grâce à la discrète insistance de F. DE GRUSON que nous avons fini par aborder *de front* le réexamen du principe de contradiction. Quand nous parlons de *cécités protectrices* [113g] [215b], nous parlons d'expérience : on ne peut pas *voir* ce qu'on n'est pas en mesure de *concevoir* [167g]. Le cas des contradictions est, à cet égard, particulièrement stupéfiant, car nous n'avons eu de cesse, pendant des années, d'éviter soigneusement tout soupçon relatif au principe de contradiction dans le cadre normatif actuel, surtout dans les mathématiques, et, bien plus encore, dans les logiques formalisées ! Or, c'est tout le contraire, puisque rien ne peut se dénouer tant qu'on ne sait pas manoeuvrer les contradictions, y compris pour reconstituer les conditions d'applicabilité du principe de contradiction lui-même.

233i 2. Cf. J. F. LYOTARD, *Le différend*, Editions de Minuit, Paris, 1983. Ce texte, qui recoupe à maints égards ce qui est présentement exposé, n'est pas indifférent à la rupture qui s'est produite, [nous] permettant de *voir* l'intervention des protocoles, que nous désignons ici comme *corrélation forte*, mais qui s'est effacée ailleurs : *Anéantissement*.

donc fortement contraint) ; deuxièmement, il y a *effet de filiation*, puisqu'on ne peut déployer que ce qui était évanoui, donc « déjà-là depuis toujours » (présence effective, preuve rétroactive de fondement, structure régressive). Une fois encore, notre pratique de l'informatique procure un appui essentiel, par le biais du concept d'*interprète effectif* :

233k L'AVOIR LIEU. L'informatique fournit les repères et les moyens de corroboration permettant de s'assurer qu'il est à la fois concevable et opératoire de reconnaître qu'un ***concept fondamental*** puisse correspondre à ***l'avoir lieu*** d'un *quelque chose* qui se présente comme étant ***à la fois*** effectif, indécelable et inaccessible (*équivalent à une régression sans fin).

Par conséquent, le premier montage [233b] que nous avions élaboré « par hasard » dans le contexte de l'informatique n'était en fait que le montage requis par un ***concept fondamental***. L'idée directrice est, au fond, très simple :

233l L'IDÉE DE FONDEMENT. Une théorie fondée n'écarte pas, mais ***se fonde sur*** ce qui lui échappe (ce qui fait, pour elle, obstacle au « savoir absolu ») ***en tant que fondement*** afin de le conserver, ***dans*** le savoir qu'elle produit, comme le ***lien*** qui, contradictoirement, *sépare* ***et*** *relie* ce savoir et le « savoir absolu ».

Dépasser une théorie, c'est déployer une singularité inaperçue, indécelable mais effective, et c'est procéder à un développement régressif partiel de ce qui échappe *dans* cette théorie ***en tant que fondement***. Toute notre théorie de fondement repose sur l'idée que l'exclusion est ***interne***, et non pas *externe*, ce qui conduit inévitablement à des *conservations globales*.

234 *Aperçu du calage de notre théorie de fondement*

Dans l'aperçu synthétique qui précède, nous avons souligné à quel point notre pratique de l'informatique est présente à chacune des articulations majeures de cette recherche de fondement, car le montage théorique le plus fondamental est presque lisible *à livre ouvert* [118a] dans notre pratique la plus quotidienne. Dans les disciplines « classiques », et, plus récemment, dans les disciplines relatives à l'intelligence artificielle et à la cognition, ce à quoi le discours est référé se trouve, par définition, hors d'atteinte, qu'il s'agisse de la « réalité physique », de l'« abstrait », ou de l'« intelligence » :

234a REMARQUE. Dans les disciplines « classiques », la ***confrontation directe*** de *ce qu'on croit savoir* avec *ce à quoi on réfère* ce savoir supposé ***n'a jamais lieu***, parce qu'elle ne peut se produire qu'*indirectement*, c'est-à-dire *par l'intermédiaire* de protocoles de démonstration et de corroboration.

A cause de la corrélation forte [233j], ces disciplines (en particulier les disciplines appartenant aux sciences « exactes ») sont à l'abri de diverses questions fondamentales, puisque ce *hors-champ* constitue, par excellence, le lieu de conjectures dont on peut débattre sans fin, puisque le dernier mot revient toujours à un savoir dûment garanti par les protocoles de démonstration et de corroboration qui l'ont produit (bouclage catastrophique). En ce sens :

234b REMARQUE. Si la question des fondements de l'informatique (et des traitements d'information discrète) ne parvient pas à s'imposer dans le cadre normatif actuel [24b], c'est parce qu'il ne semble pas que *quelque chose* échappe.

Ce que nous disons : il n'y a de théorie que référée à *quelque chose* d'inaccessible. Exiger d'une théorie (ou d'une science) qu'elle ait un « objet », c'est, en fait, exiger cela. Ce que nos thèses énoncent est simple : en informatique (et dans les traitements d'information), il y a bien *quelque chose* qui échappe, *mais on ne le voit pas*. C'est ce trait singulier qui vient troubler la quiétude de la positivité normative, que l'*hypothèse des indécelables met en lumière, et qui nous conduit à renouer le dialogue avec la *question des fondements du discours scientifique*.

Faisons un détour par les sciences expérimentales. A force d'insister sur les applications opératoires, on finit par « oublier » la *question de fondement* qu'implique le principe même d'une application opératoire :

234c QUESTION DE LA CORROBORATION. A moins de supposer que je possède le « savoir absolu », que dois-je supposer du *quelque chose* qui fait obstacle au « savoir absolu » (et que je ne peux même pas imaginer) pour qu'il soit *seulement possible* que je puisse ***déclarer opératoire*** (ou reconnaître corroborée) une théorie (ou un savoir) dans lequel ce *quelque chose* n'a, semble-t-il, aucune place.

Selon nous, on ne comprend pas le ressort de l'*objectivité scientifique* quand on ne souligne pas qu'elle n'est pas autrement concevable que *portée* par l'***évanouissement de ce qui fait obstacle au « savoir absolu »***. C'est l'idée de la *double concordance*[1] [118-121] qui se présente de manière particulièrement nette dans le cas de la corroboration expérimentale :

234d *PRINCIPE DE CORROBORATION. Nul ne peut raisonnablement croire qu'il ait pouvoir sur « la réalité » au point de la découper comme il l'entend ; elle est ***toute présente***, n'en doutons pas, quand il la sollicite à des fins de corroboration expérimentale : ce qui fonde l'objectivité ainsi avérée est la ***certitude*** que le protocole (et/ou le dispositif) utilisé est ***exactement calé*** sur une ***corrélation forte*** avec la « réalité » questionnée, corrélation qui provoque l'***évanouissement*** de ce qui, ***dans*** cette corroboration, demeure inaperçu quoique présent ***effectivement***, récusant d'ores et déjà ***en silence*** toute interprétation qui sera donnée à la corroboration obtenue.

C'est ce fond d'une présence effective et inaperçue qui *donne lieu* à la réponse attendue, comme un écran qui puisse la recueillir pour qu'elle *vienne à la forme* :

234e *DÉFINITION. D'un point de vue fondamental, la ***certitude expérimentale*** coïncide avec « ***ce n'est pas ça***[2] », c'est-à-dire avec la *négation sans appel de l'autonomie* des « faits tangibles » ; tout le reste appartient à la géométrie immatérielle de l'interprétation.

C'est ce fond essentiel qu'on « oublie » avec dilligence, comme on oublie la feuille de papier où se déploie l'écriture, et qu'on aura tôt fait de dissoudre dans les évidences approximatives d'un *bruit de fond* :

234f *CONDITION DE POSSIBILITÉ. Mais ce bruit de fond, où s'entend le ***silence du réel***, n'est pas un défaut navrant qu'il conviendrait d'éliminer, et que des instruments perfectionnés pourraient asymptotiquement réduire à néant : il héberge le ***retrait du réel dans la réalité***, retrait qui constitue ***la condition fondamentale de possibilité*** des sciences expérimentales.

C'est, *phusis kruptesthai philei* [109i], ce *réel en retrait*, comme présence effective et inaperçue *dans* la « réalité », que laisse peut-être entendre ce que l'ancienne Grèce a nommé *phusis*, c'est-à-dire *jaillissement*, réel toujours singulier qui se déploie encore dans les dépassements fondamentaux des sciences expérimentales. Ce que, de nos jours, on prend pour une réalité prédécoupée ou un voile du réel est aussi (et surtout) la cécité transparente et protectrice qui permet encore à la normativité scientifique actuelle d'éluder la question de ce qui fonde la positivité dont elle croit détenir les clés.

Sur le versant des disciplines « exactes », c'est un détour par l'informatique qui ouvre la voie. Alors que, selon la conception « classique » de la formalisation, les écritures sont référées aux « choses de l'abstrait », et n'ont de valeur qu'en tant que telles, notre pratique de l'informatique nous assure qu'il est possible de

1. Cf. K. POPPER, *Conjectures et réfutations*, Payot, Paris, 1985. L'engouement remis à la mode pour les *tentatives de réfutation* n'est certes pas dénué d'intérêt. Mais, faute de critiquer certaines évidences, il contribue à entretenir les bouclages catastrophiques dont il tire sa légitimité. Car, pour qu'il soit seulement possible de réfuter, encore faut-il supposer que les protocoles normatifs invoqués pour légitimer la réfutation ne soient pas de nature à provoquer l'évanouissement de la preuve [233i]. Aussi ces tentatives de réfutation ne dépassent-elles pas ce qui peut être démontré et/ou corroboré, ce qui suffit à renforcer le serrage en cas de *conflit de fondements*. En ce cas, la bévue est à son comble, puisque parmi les « erreurs » à corriger (*trials and errors*) figurent les ***conditions de possibilité*** de la connaissance positive elle-même !

2. C'est G. CAILLETEAU qui a attiré notre attention sur cette *formule* dont les ramifications relient diverses civilisations.

construire des discours qui mobilisent la référence aux « choses de l'abstrait » ***en vue de masquer*** des discours ou des points de vue sous-jacents [1] :

234g L'USAGE INVERSÉ DE L'ABSTRAIT. L'informatique fournit les repères et les moyens de corroboration qui permettent d'établir, dans le cas « le plus exact » des traitements d'information et des calculs, que le procédé consistant à référer des [rapports entre] écritures aux « choses de l'abstrait » peut intervenir « à l'envers » dans des dispositifs ayant pour effet de ***masquer***, avec la plus grande minutie, et ***à l'insu*** de qui s'en sert, que ces [rapports entre] écritures n'ont d'autre valeur que celle de ***prendre la place*** d'autres [rapports entre] écritures dont il ne subsiste ***aucune trace apparente***.

C'est le principe même de l'usage des abstractions mathématiques en informatique. Les *nombres*, les *ensembles*, et les *fonctions* étant des abstractions, il est inconcevable que des nombres, des ensembles et des fonctions interviennent *en tant que tels* en informatique, à moins d'amener en coïncidence une abstraction et l'une de ses représentations, ce qui est tout autant inconcevable. Cette idée se précise dans le cas des *machines mathématiques* intervenant dans les théories de la calculabilité :

234h RAPPEL. Dans le cas des théories de la calculabilité, qui est pourtant le *nec plus ultra* de l'« exactitude », on observe que l'*interprète effectif* des « machines [universelles] », qui n'est autre que le mathématicien lui-même, ***ne donne lieu, en tant que tel, à aucune trace décelable***.

Or, par comparaison avec l'informatique, nous savons que cette effectivité, indécelable à un niveau donné, peut devenir décelable par développement régressif. De là, il est « facile » de passer à l'application effective des règles logiques. Plus généralement, le travail sur les écritures formelles « classiques » (les dénotants d'abstractions) pose les mêmes problèmes :

234i RAPPEL. Même dans les théories formalisées « les plus exactes » et les plus fondamentales, la supposition que certains [rapports entre] écritures puissent être compris comme « absolument irréductibles » doit être rejetée.

Mais, rejeter une telle supposition, c'est déceler le glissement du discret sur le fini, et c'est introduire, selon nos thèses, le montage théorique qui articule les régressions sans fin, l'effectivité et les traces indécelables. D'où il suit :

234j L'EFFACEMENT DU SUJET. Sur le versant des disciplines « exactes », la supposition que certains [rapports entre] écritures puissent être compris comme « absolument irréductibles » s'avère ***contradictoire*** avec l'exigence d'effectuer de tels rapports, et notifie seulement l'***impossibilité d'éliminer le sujet***, quand bien même il aurait effacé toute trace apparente de sa présence ***dans*** les écritures, pour y devenir une *présence singulière*, à la fois effective et inaperçue.

Sachant, par l'effet d'une conception *purement instrumentale de l'écriture*, qu'aucune « chose de l'abstrait » (face immatérielle) ne saurait être, en tant que telle, une écriture concrète (face matérielle en rôle de dénotant ou de représentant), la coupure entre l'« abstrait » (face immatérielle) et le « concret » (face matérielle) notifie qu'aucun théorème démontré dans un univers de formalisation [2] ne dépend, *à quelque degré que ce soit*, de la « nature des choses de l'abstrait » :

234k REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Tout ce qui s'énonce, dans le cadre normatif actuel, quant aux « choses de l'abstrait », doit être entendu comme simplement conjectural : sur le versant des disciplines « exactes », il

1. Le cas le plus courant consiste à effacer toute trace de la machine (états transcrits en binaire, langage machine, etc.) dans les écritures apparentes (langages évolués, par exemple).

2. Nous étendons intuitivement le *théorème de la face immatérielle à l'ensemble de l'édifice mathématique et logique. Notons que ce *théorème s'applique également dans le cas encore plus général des théorèmes obtenus grâce à la *logique de la forme des énoncés de discours*. S'en tenir à la forme, c'est « oublier le contenu », autrement dit : le signifié (face immatérielle) d'un signifiant (face matérielle de la forme) ne saurait être, en tant que tel, ce signifiant.

échoit au ***sujet*** d'assumer *ce qui fait obstacle au « savoir absolu »*, de sorte que le sujet ne subsiste, ***dans ces disciplines***, que sous la forme singulière d'une présence à la fois effective et inaperçue.

Tout ce qu'on imagine actuellement des « choses de l'abstrait » est ***libre de réinterprétation***. En particulier, rien ne nous oblige à tenir pour immuable et définitif que la finitude apparente des écritures concrètes (partie « en noir » des écritures) soit un reflet fidèle des « choses de l'abstrait » réputées finies, une telle finitude étant à entendre comme une *propriété théorique inaccessible en tant que telle*. Mais cette finitude concrète est seulement apparente, et résulte de l'« oubli » du *sans fin* de l'effectivité qu'elle suppose (partie « en blanc » des écritures). Corrélativement, notre pratique de l'informatique nous permet de savoir [234g] qu'il est possible de faire fonctionner « à l'envers » la référence aux « choses de l'abstrait » pour masquer le développement régressif de [rapports entre] écritures réputés « absolument irréductibles » :

234l REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Sur le versant des disciplines « exactes », les « choses de l'abstrait » sont assujetties au principe de coupure : la forme, en tant que « partie décelable », qui résulte de la *venue à la forme* d'une « chose de l'abstrait », a pour corrélat indissociable ***le sujet évanoui***, en tant que « partie indécelable » mais effective.

C'est ainsi que nous pouvons approcher la *question de la forme*, aussi bien dans le cas de la « forme formelle » (la forme d'un énoncé de discours renvoie à un sens *effectif* ***et*** *formellement indécelable* assumé par le sujet), que dans celui de la « forme formalisée » (les écritures ne valent que par leurs *rapports* dont l'effectivité, assumée par le sujet, demeure formellement indécelable).

235 *Le su et l'insu*

A l'égard du cadre normatif actuel, la pratique de l'informatique est particulièrement singulière, puisqu'elle permet de dégager les repères essentiels à partir desquels on peut élaborer un montage théorique autorisant un dépassement de ce cadre normatif. Seule l'opérativité reconnue d'une telle pratique est de nature à faire plier cette normativité [28a] :

235a RAPPEL. Dans un conflit de fondement irréductible entre une pratique opératoire et des principes fondamentaux, ce sont les principes fondamentaux qui sautent.

Si nous prenons un recul suffisant à l'égard de cette recherche de fondement, nous pouvons remarquer que l'impasse dans laquelle nous avait initialement conduit l'*hypothèse des indécelables, à savoir qu'il est insensé d'élaborer une théorie reposant sur les indécelables « à côté » des bastions normatifs actuels, se dénoue par une *hypothèse ***encore plus extraordinaire*** :

235b IDÉE DIRECTRICE. [Tout se passe comme si] les indécelables étaient « depuis toujours » ***déjà-là***, inaperçus mais effectivement présents, ***dans*** le discours scientifique.

A moins de renoncer à l'*hypothèse des indécelables, il n'y a pas d'autre dénouement concevable que celui de déplier les théories reposant sur cette *hypothèse ***depuis l'intérieur*** de ces bastions normatifs. Certes, ce dénouement convient à l'idée générale qu'un dépassement consiste à déployer une singularité jusqu'alors inaperçue *dans la théorie dépassée*. Toutefois, ce dénouement ne paraît « naturel » que dans la mesure où on admet préalablement qu'il soit *seulement possible* de déployer une singularité évanouie, c'est-à-dire effectivement présente quoique demeurée inaperçue (*raisonnement sans fin). Prenons la mesure d'une telle supposition, puisque, compte-tenu du rôle médiateur de l'écriture dans la normativité scientifique actuelle, s'il y a « quelque part » des traces indécelables dans l'écriture, il y en a « partout » :

235c PREMIERE REMARQUE. Déplier les théories reposant sur l'*hypothèse des indécelables ***depuis l'intérieur*** des bastions normatifs actuels suppose préalablement d'admettre que *quelque chose* ait pu demeurer à la fois effectivement présent (agissant) et inaperçu (indécelable), dans toutes les théories [scientifiques], y compris dans les domaines crédités d'une rigueur théorique superlative, en dépit de la vigilance des consensus normatifs les plus universels, ceux d'hier et ceux d'aujourd'hui.

Or, parmi les théories qui reposent sur l'*hypothèse des indécelables, figure *en premier lieu* notre théorie de fondement, de laquelle dépendent les dépassements. Par conséquent, le calage de cette théorie de fondement se situe, en quelque sorte, au second degré :

235d SECONDE REMARQUE. La singularité évanouie dont le déploiement donne lieu à notre théorie de fondement n'est autre que la supposition que *quelque chose* ait pu demeurer à la fois effectivement présent (agissant) et inaperçu (indécelable) ***dans*** le discours scientifique, ***sachant que ce quelque chose est la supposition elle-même*** (*raisonnement sans fin).

On aperçoit que cette supposition développe *rétroactivement son toujours déjà-là*. Disons cela autrement :

235e DILEMME DE LA FILIATION. Ou bien notre théorie de fondement s'inscrit dans la filiation du discours scientifique, auquel cas la singularité qu'elle déploie était déjà-là depuis toujours ; ou bien cette singularité est une « invention », auquel cas le lien de filiation est rompu.

Bien évidemment, nous avons pris soin de caler notre théorie de fondement de telle manière que le dilemme fondamental qui l'inaugure se présente comme une question de fondement au stade d'une symétrie en miroir, stade auquel il y a absence simultanée de preuve et de réfutation pour les deux conjectures opposées :

235f LES DEUX CONJECTURES. Le concept théorique fondamental de la ***conscience***, conscience qui est attribuée à une raison « consciente de son savoir », dépend d'un montage théorique qui repose sur le ***rejet de l'inaperçu dans le savoir élaboré par cette raison*** ; le concept théorique fondamental de *sujet*, qui assume la conservation à la fois effective et inaperçue de l'interdit du « savoir absolu », dépend d'un montage théorique qui repose sur ***la conservation d'un insu effectif dans un savoir fondé***, comme fondement même de ce savoir.

La conscience, en tant que concept théorique fondamental, n'est pas notre conscience individuelle vécue au quotidien :

235g REMARQUE. Dans le montage théorique où la raison est dépourvue d'insu, la conscience est un ***concept contradictoire*** qui a le statut d'un ***effet sans cause***.

Nous disons qu'elle est *sans cause*, sinon elle serait l'effet de « quelque cause » qui aurait lieu « en-deçà ». Du point de vue des présentes thèses, le concept théorique de conscience est un « truc » pour arrêter discrètement une régression sans fin au moyen d'une singularité contradictoire, tout comme la cause première ou le moteur immobile d'ARISTOTE. Au demeurant, nous ne faisons pas mystère que notre théorie de fondement se borne à effectuer quelques retouches dans l'agencement relatif des contradictions qui autorisent l'ajointement de la charpente dont dépendent les montages théoriques fondamentaux :

235h REMARQUE. Dans le montage théorique où la raison se fonde sur l'insu effectif qu'elle conserve, l'effectivité est un concept contradictoire (au sens d'une contradiction surmontable) qui ***fait le lien entre*** (*sépare* ***et*** *relie*) ce qui satisfait au principe de contradiction (absence de contradiction) et le « savoir absolu » en tant que concept contradictoire (au sens d'une contradiction insurmontable).

Seul le principe d'un interdit du « savoir absolu » peut servir d'appui en la matière, impliquant du même coup la *question des fondements* : c'est parce que le « savoir absolu » est inaccessible qu'il y a exigence de fonder, comme une manière de demeurer ***séparé de*** et ***relié à*** cet inaccessible :

235i REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les montages théoriques fondamentaux se différencient notamment par la manière, propre à chacun d'eux, de mettre en scène ***ce qui fait obstacle au « savoir absolu »***.

Qu'on revienne sur les moments fondamentaux de l'*histoire* des sciences dans la perspective que nous indiquons, ce qui suppose de nombreux détours par des textes prélevés dans les champs les plus divers, on ne manquera pas d'éprouver la sensation d'un *déjà entendu*, la présence lointaine et allusive d'une sorte de mélodie silencieuse se déployant dans le filigrane multicolore d'harmonisations orchestrales à chaque fois différentes.

236 *Un cas de conscience*

Arrêtons-nous un instant pour prendre la mesure de l'*énormité théorique* que doit contenir une normativité qui, quoique n'étant pas maître de ce dont elle se suppose légitimée à trancher sans appel, parvient à faire passer pour une évidence que la question de ce qui fonde cette légitimité n'a même pas *lieu d'être*. La faute de méthode impardonnable serait de tirer argument de cette *énormité théorique* pour suspecter le bien-fondé de cette légitimité. Tout au contraire convient-il d'y reconnaître l'*ancrage* d'une *preuve rétroactive de fondement* :

236a REMARQUE. La ***différence*** entre, d'une part, le ***clivage fondamental*** entre « ce qui est scientifique » et « ce qui n'est pas scientifique », et, d'autre part, le ***clivage normatif*** entre « ce qui est recevable » et « ce qui n'est pas recevable », est ***à la fois indécelable et effective***.

La normativité scientifique actuelle n'a jamais exclu la question de ses propres fondements pour la simple raison que c'est impossible. Mais ce qui fut recueilli comme *théorie de fondement*, sous couvert de *philosophie première*, de *métaphysique*, de *théologie*, et de *philosophie naturelle*, jusqu'après le XVII$^{\text{ème}}$ siècle, s'est trouvé perdu et depuis lors maintenu hors d'atteinte lorsque le discours scientifique s'est affirmé comme tel, pour se *détacher* de ces élaborations théoriques. La question disparaît-elle parce que les réponses jusque-là proposées ne conviennent plus ? Mon Dieu, non !

Selon nous, on ne comprend pas l'incroyable bricolage qui sous-tend le discours scientifique tant qu'on ne restitue pas la tenaille contradictoire qui articule, d'un côté, un principe de contradiction universel *mais* inapplicable, et, d'un autre côté, le discours officiel d'une applicabilité de ce principe, à la fois évidente et, depuis quelques temps, universelle. Dégageons cette contradiction de manière imagée. Quand le discours scientifique est considéré avec un peu de recul, chacun sait que nul ne sait pour quelles raisons « ça marche » ; mais, par ailleurs, force est d'admettre que « ça marche ». Il faut donc bien supposer, d'une manière ou d'une autre, que la connaissance [scientifique] parvient à ***mettre en oeuvre*** *quelque chose* qui *a lieu effectivement* (effectivité du lien, opérativité), mais qui demeure inconcevable au regard de cette connaissance, quoiqu'elle y parvienne effectivement ***à son insu et sans le savoir*** (effectivité de l'insu) :

236b IMAGE. Convenons simplement qu'il faut tout l'appui d'un consensus normatif rôdé de longue date et sûr de ses ficelles, pour parvenir à croire, sans éclater de rire et sans remarquer l'ombre de la moindre contradiction, que la connaissance scientifique est l'oeuvre intégrale d'une conscience consciente de son savoir !

Une telle énormité est à la mesure d'une normativité qui réussit à faire passer pour une évidence qu'il n'y a pas de question de fondements la concernant. Ce glissement confusionnel de la conscience *en tant que concept théorique fondamental* sur la conscience individuelle *« au niveau du vécu »*, comme on dit, est l'effet direct du coup de hache qui prive les « montages classiques » de leur part la plus fondamentale, à savoir le rapport de la conscience à l'interdit du « savoir absolu » : ***tous*** les « montages classiques » convoquent une instance tierce (le dieu des philosophes et des savants, par exemple) *au lieu de* ce que nous nommons ici le « savoir absolu », et requièrent la garantie d'un *lien* (par exemple : les idées claires et distinctes sont garanties par un dieu non trompeur) à l'*autre face* de la conscience (l'*âme*, par exemple) :

236c BRIBE D'INTERPRÉTATION. *Du point de vue des présentes thèses*, et de manière *exagérément schématique*, le concept théorique de conscience, impliquant une *toute-puissance contradictoire* à l'égard du savoir, est à entendre comme un ***concept transitoire*** qui assure le relais ***entre*** les « montages classiques », liés à un « ***hors*** *du monde efficient et inaccessible* », et les « montages modernes », qui conjecturent « *l'effectivité d'un* ***retrait dans*** *le monde* » comme une manière d'assujettissement à l'interdit du « savoir absolu ».

Par cette *interprétation*, nous voulons seulement suggérer, compte-tenu des réserves expresses signalées, que notre théorie de fondement, qui repose sur un montage articulant l'effectivité, les traces indécelables et les régressions sans fin, se borne à *prendre acte* du basculement de la tradition scientifique elle-même [1]. On observera :

236d BRIBE D'INTERPRÉTATION. *Du point de vue des présentes thèses*, et de manière *exagérément schématique*, notre théorie de fondement s'inscrit dans la tradition d'une « explication » du « monde sensible » par un « monde invisible », c'est-à-dire intelligible [2] ; mais au lieu d'imaginer cet « invisible » comme ***méta-physique*** (hors ou au-delà), notre théorie l'imagine comme ***méta-physique*** (en participation avec), c'est-à-dire ***en retrait dans*** le monde.

En retrait *dans* le monde, mais inaccessible en tant que tel. Le calage de notre théorie de fondement et du concept d'effectivité est principalement guidé par la conservation de cette inaccessibilité : les questions du *lien*, de la *venue à la forme*, de l'*interprétation*, des *singularités inaperçues*, de l'*indétermination inéliminable*, etc., sont des variations autour d'un même thème, à savoir « ce » qui fait obstacle à un « savoir absolu » qu'on ne peut que conjecturer [3]. Par ailleurs :

236e INTERPRÉTATION. *Du point de vue des présentes thèses*, et de manière *exagérément schématique*, tandis que l'interdit du « savoir absolu » était garanti, dans les « montages classiques », par le caractère irrémédiable de la coupure entre « le monde d'en-haut » et le « monde d'en-bas », il se trouve garanti, dans le montage que nous proposons, par l'***effectivité*** qui régit la ***venue à la forme***, tant en ce qui concerne l'« objet » (la venue des « choses » à la forme, comme manifestation) que le « sujet » (la venue de l'« insu » à la forme, comme savoir).

Nous ne disconvenons pas que ces interprétations exagérément schématiques méritent d'amples développements, et qu'elles appellent de nombreuses nuances et précisions. Qu'on veuille bien considérer qu'il ne s'agit que d'une manière succincte d'ébaucher diverses ramifications du labyrinthe.

237 *Conjecture et réfutations*

Le dialogue ainsi renoué avec la question des fondements du discours scientifique chemine conformément à nos thèses ; et ce n'est qu'après avoir renoncé à toute possibilité de prouver ou de réfuter ce que nous avançons, que nous trouvons la possibilité d'établir la filiation de notre théorie de fondement, au point conjectural d'une *fragilité et d'une indétermination maximales* :

237a DOMAINE DE RÉCUPÉRATION. L'éventuelle filiation de notre théorie de fondement à l'égard du discours scientifique n'est *seulement possible* que si ***tout l'acquis tangible*** produit dans le cadre de la normativité scientifique actuelle (pas d'inaperçus, pas d'indécelables, pas d'effectivité, pas de contradictions, etc.), ou dont cette normativité a hérité, est récupérable, c'est-à-dire réinterprétable dans le cadre de cette théorie.

Il est clair que cette filiation est elle-même conjecturale (au sens habituel), puisque nous n'avons pas réinterprété, énoncé par énoncé, et théorie par théorie, tout cet acquis tangible. En revanche, les arguments déjà exposés montrent qu'une telle éventualité n'est pas déraisonnable, d'une part, parce que nous avons étudié la possibilité de dépasser divers principes et postulats particulièrement fondamentaux (principe de contradiction, principe d'identité, postulat d'homogénéité, critère de coïncidence formelle, univers de formalisation, conception normative de l'écriture, etc.), d'autre part, parce que nous avons mis en évidence l'existence de diverses anomalies inaperçues au sein de la normativité scientifique actuelle, que notre théorie permet de dénouer (conflits de fondements internes, glissements d'écritures, contradictions, etc.).

1. Cf. M. HEIDEGGER, *Le mot de Nietzsche « Dieu est mort »* (dans *Chemins qui ne mènent nulle part*, Gallimard, Paris, 1962).
2. Cf. E. KANT, *Critique de la raison pure*.
3. Les *raisonnements sans fin et les contradictions sont indispensables : une conjecture de « savoir absolu » n'est fondée que dans la mesure où elle assure *pour elle-même* la conservation de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Cette remarque vaut pour le principe de contradiction.

Alors qu'on a peut-être craint, de prime abord, que les idées avancées dans le présent exposé relèvent de spéculations hasardeuses, que l'indécelabilité et l'inaccessibilité soient des concepts dont on puisse faire tout et n'importe quoi, on constate au contraire que la marge de manoeuvre concernant le calage de nos thèses est extrêmement faible, au point que l'issue d'une telle problématique semble ce qu'il y a de plus improbable :

237b CHAMP DE CORROBORATION. Le ***champ de corroboration*** de nos thèses est, en premier lieu, le domaine de récupération relatif à la normativité scientifique actuelle ; en second lieu, le dénouement des anomalies décelées dans le cadre de cette normativité ; et enfin, en troisième lieu, la capacité de cette théorie à ouvrir l'accès à des champs théoriques encore inaperçus et/ou inconcevables, ou actuellement aperçus mais non fondés.

On ne saurait rêver d'un *matériau factuel* plus étendu pour trouver matière à réfutation. Aussi nos thèses ne dureront pas plus que le temps nécessaire pour la trouver, et elle viendra, trop tôt si nous nous sommes fourvoyé par mégarde dans une impasse, à son heure, si nous avons vu juste :

237c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. En ouvrant notre théorie de fondement sur une ***conjecture*** *de « savoir absolu »*, nous notifions que cette théorie est nécessairement conjecturale et possiblement fondée en son sens grâce au caractère régressif de sa conjecture ; elle ne saurait donc revendiquer aucun privilège, puisqu'elle n'est, à l'égard des autres théories, que la théorie la moins déterminée de toutes.

Nul discours ne saurait se croire *hors du discours*, et encore moins *hors du monde*, ce qu'énonce, à sa manière, l'interdit du « savoir absolu ». Au sens des présentes thèses, une théorie de fondement ***n'est donc qu'une théorie conjecturale***, la moins déterminée de toutes, puisqu'elle ne propose jamais qu'une manière de situer ce qui fait obstacle au « savoir absolu », *en tant seulement qu'il y fait obstacle*. Bref, dans le cadre des présentes thèses, *il n'y a pas de méta-théorie* (de théorie au-delà) à proprement parler :

237d REMARQUE. Peut-être jugera-t-on que nos thèses sont bien hardies ; ce à quoi nous répondrons que la timidité en un tel domaine est une ***faute de méthode***, et notifie seulement que la ***mesure du problème théorique*** n'a pas été aperçue.

« *harmoniè aphanès phanérès kreittôn* [1] »

1. *L'ajustement non apparent est plus fort que l'ajustement apparent*. HÉRACLITE, fragment 54 (DIELS-KRANZ), *traduction française par M. CONCHE, PUF, Paris, 1986*.

V

LES ÉTATS ET LES NIVEAUX DANS LES MATHÉMATIQUES FORMELLES

PARTIE V

LES ÉTATS ET LES NIVEAUX DANS LES MATHÉMATIQUES FORMELLES

•

■ *Les études de cas ont montré que le blocage de la mathématisation de certains concepts cruciaux de l'informatique résultait très probablement d'un blocage théorique interne aux mathématiques, de sorte qu'il n'est guère plausible d'admettre que la problématique des niveaux, qui traverse de part en part la normativité scientifique actuelle, soit absente des mathématiques. Or, puisque les ensembles et les fonctions sont couramment utilisés pour articuler les mathématiques et les traitements d'information (aussi bien que les théories de la calculabilité), il est plausible de supposer que les singularités décelées du côté des traitements d'information et des théories de la calculabilité se traduisent, du côté des mathématiques formelles, sous la forme de singularités impliquées par les ensembles et les fonctions. Considérant le degré le plus fondamental de l'individuation des abstractions, nous mettons en évidence une succession de singularités qui nous conduisent, via les concepts de couple et de fonction, à réexaminer l'égalité : c'est le coeur du blocage théorique, puisque le montage de l'égalité consiste en une articulation rigoureusement ajointée de contradictions liées à des changements de niveau, à des glissement d'écritures et à des non-identités. Nous proposons de réinterpréter l'égalité comme un passage à la limite, et nous esquissons quelques applications de cette interprétation (représentations, états, niveaux et fonctions) qui montrent de quelle façon le triple dépassement du principe de contradiction, du principe d'identité et de la conception normative de l'écriture est déjà communément mis en oeuvre, quoique de manière inaperçue, dans les mathématiques elles-mêmes.*

Le premier chapitre [238-258] propose une situation des problématiques étudiées, aussi bien d'un point de vue méthodologique que mathématique.

Le second chapitre [259-280] prend appui sur la question de l'individuation des abstractions pour étudier les concepts de couple et de fonction dans la perspective de saisir le rapport *entre* deux abstractions comme une abstraction : l'essentiel de ces montages demeure voilé par l'effet de l'égalité.

Le troisième chapitre [281-310] propose une étude du montage de l'égalité et met en évidence que, par le truchement de glissements d'écritures, ce montage permet en fait de manoeuvrer les contradictions et les régressions sans fin impliquées aussi bien par la non-identité des abstractions que par ce qui se trouve *entre* les abstractions. Nous montrons que l'égalité peut se comprendre comme un passage à la limite.

Le quatrième chapitre [311-329] concerne la problématique de la représentation, aussi bien d'un point de vue « statique » (alphabets et mots abstraits) que « dynamique » (représentation des fonctions) : les montages associés sont des sortes de traductions partielles du montage de l'égalité, où se retrouvent les singularités liées à l'implication mutuelle entre états et niveaux.

Le cinquième chapitre [330-365] complète la réinterprétation du montage de l'égalité et esquisse quelques incidences et perspectives concernant l'opposition entre extension et compréhension, les seuils inassignables, la transformation des fonctions, les méta-mathématiques et la logique.

CHAPITRE V-1

Situation des problématiques étudiées

•

■ *Après avoir précisé les objectifs et la méthode de l'étude [238-240], nous vérifions que les principaux ancrages de l'articulation entre l'effectivité formelle et les mathématiques sont problématiques [241-248], ce qui nous conduit à rappeler quelques principes et repères généraux relatifs à la formalisation mathématique et logique [249-252], puis à situer le centre des blocages théoriques au degré le plus fondamental de l'individuation des abstractions [253-258].*

V-1-1. Objectifs et méthode

■ *Nous présentons quelques idées directrices de l'étude que nous allons mener dans le cadre des mathématique en appliquant notre méthode d'analyse par les régressions sans fin.*

238 *Premières idées directrices de l'étude*

Jusqu'à présent, les arguments que nous avons proposés se réfèrent à notre pratique de l'informatique (et supposent donc l'intervention de considérations relatives aux traitements d'information), aux théories de la calculabilité (en tant que ces théories concernent l'effectivité des calculs), et aux univers de formalisation (abordés seulement sous l'angle de la conception normative purement instrumentale de l'écriture). Cependant, nous ne pouvons ignorer que les mathématiques formelles habituelles, c'est-à-dire, pour rester bref, ce qui relève des *ensembles* et des *fonctions*, s'articulent aussi bien avec les théories de la calculabilité qu'avec l'informatique. Puisque nous ne cherchons pas à *plaquer* des considérations relatives aux quantités d'information sur des théories qui ne leur ont laissé aucune place [198], nous allons donc, une fois encore, « oublier » ce qui a été dit, et ne considérer que ce qui est généralement admis pour l'exercice des mathématiques formelles.

Notre appui le plus ferme pour mener une telle étude est l'*effectivité formelle* : elle constitue une sorte de *pivot d'articulation* entre le point de vue des traitements d'information et les mathématiques formelles. Or, puisque nous avons montré que les singularités décelées grâce aux considérations relatives aux quantités d'information se *traduisent* dans les univers de calcul et de formalisation [198-221] :

238a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Notre *principe de traduction des théories* [208a] permet de prévoir que les mathématiques formelles ne sauraient s'articuler avec des théories [mathématiques] impliquant une effectivité formelle sans que les singularités décelées d'un côté ne soient traductibles de l'autre [et vice-versa].

Nous suivons toujours l'idée que le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique n'est que l'effet secondaire d'un blocage théorique *interne* aux mathématiques. Ce serait une naïveté de croire qu'un tel blocage pourrait céder sous la pression de considérations exogènes, étrangères aux mathématiques et à la logique. Il convient, tout au contraire, de faire jouer l'articulation entre les mathématiques et l'effectivité formelle, en se conformant *le plus strictement possible* à ce qui est admis au sujet de cette articulation :

238b PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. Si, comme nous le soutenons, le blocage théorique est ***interne*** aux mathématiques, alors il *suffit* de prendre appui sur ***ces*** mathématiques pour déceler le blocage et mettre en évidence tout ou partie des moyens permettant de le dénouer.

Trois problématiques majeures se sont dégagées : le glissement du discret sur le fini (le « sans blancs » de l'écriture), la mathématisation des transitions discrètes (articulation entre le discret et le continu), et l'implication mutuelle entre états et niveaux (effectivités irréductibles). Sachant que nous ne contestons pas l'acquis tangible déjà obtenu :

238c SECONDE IDÉE DIRECTRICE. Déceler et dénouer (dans la mesure du possible) le blocage théorique interne aux mathématiques est aussi bien un passage obligé pour surmonter le blocage relatif à l'informatique, qu'une manière [de tenter] d'ouvrir une voie mathématiquement praticable pour accéder à certains champs théoriques inaccessibles depuis les mathématiques telles qu'actuellement conçues et pratiquées.

238d L'obstacle principal est le *discret*, conçu comme *fini*, puisqu'il joue le triple rôle d'un *socle* (les entiers naturels) relativement à la construction de divers objets mathématiques habituels, d'une *exigence* relativement à la logique (effectivité des démonstrations, nombre fini d'étapes), et d'une *évidence* relativement aux théories de la calculabilité (effectuation concrète des calculs). Il ne fait donc aucun doute que le blocage est installé au degré le plus fondamental des mathématiques, puisque nous concevons que ces différents aspects du *discret* sont en fait différentes facettes du *sans fin*. Par conséquent :

238e TROISIEME IDÉE DIRECTRICE. Dans la perspective d'un dépassement, la réinterprétation doit être déployée *depuis l'intérieur* des mathématiques : les singularités, qui se manifestent comme blocage théorique à l'endroit de l'effectivité formelle, sont présentes depuis toujours *dans* les mathématiques, et depuis toujours manoeuvrées, quoique de manière inaperçue, *par* ces mathématiques.

A cet égard, il est probable qu'une partie des théories de la calculabilité n'a aucun rapport avec des « calculs naïfs », dont il s'agirait de faire la théorie, et concerne bien plutôt *ce* blocage, interne aux mathématiques, qui se manifeste de manière particulièrement nette dans le *cas particulier* de l'effectivité formelle. En un sens, l'étude qui suit ne relève pas de l'informatique, ni des traitements d'information, et n'a pas sa place dans le présent exposé ; mais, par ailleurs :

238f QUATRIEME IDÉE DIRECTRICE. Sachant que l'articulation entre l'effectivité formelle (ou les traitements d'information) et les mathématiques passe sous les fourches caudines du discret, il serait miraculeux qu'un blocage théorique fondamental installé à l'aplomb du discret soit sans aucune incidence sur la mathématisation de l'effectivité formelle (et, partant, de l'informatique et des traitements d'information).

Si nos thèses sont correctes, *il est sans espoir* d'attendre que les mathématiques autorisent une mathématisation convenable de l'informatique et des traitements d'information aussi longtemps que le blocage théorique *interne* aux mathématiques n'aura pas été dénoué ou surmonté, d'une manière ou d'une autre. Nous ne visons donc pas une étude de ce blocage *en tant que problématique mathématique*, mais en tant que *problématique de fondement*, de manière à établir, autant que faire se peut, que ce blocage existe, qu'il est surmontable, et que son dénouement permet d'envisager la mathématisation de champs théoriques jusqu'à présent inaccessibles. Nous n'ignorons pas les difficultés et les préventions considérables qui s'opposent à une telle entreprise, aussi la plaçons-nous, de la manière la plus explicite, sous réserve :

238g ATTENTION. *Toute* l'étude [238-365] relative aux mathématiques formelles est placée sous une ***triple réserve*** : premièrement, parce que cette étude demeure *partielle* (tout l'édifice n'est évidemment pas étudié) ; deuxièmement, parce que cette étude dépend d'*interprétations standard* (qui ne font peut-être pas l'unanimité) ; et enfin, troisièmement, parce que les réinterprétations proposées prennent appui sur nos *thèses* (sachant que d'autres réinterprétations seraient sans doute possibles).

On gardera présent à l'esprit que cette étude conjugue deux cheminements, l'un qui ***questionne*** les mathématiques, afin de signaler diverses difficultés, obscurités, flous, anomalies, évidences bizarres, glissements, etc., qui surgissent lorsque certains problèmes sont examinés dans le détail ; l'autre qui ***propose*** une réinterprétation, c'est-à-dire une réponse conjecturale en vue de relier ces difficultés à un blocage théorique interne aux mathématiques.

238h ATTENTION. Dans ce qui suit, bien que certains *raisonnements soient des raisonnements conformes aux mathématiques formelles actuelles, nous avons partout maintenu les étoiles [31b] (préfixant les intitulés **hypothèse*, **lemme*, **théorème*, etc.) à cause de la réserve [238g] sous laquelle nous plaçons cette étude.

239 *L'augmentation des contraintes*

Si le discret finitiste n'est pas irréductible pour l'informaticien, il ne l'est pour personne ; et, sauf à admettre que le discret (au sens de l'informaticien et de l'effectivité formelle) n'est pas le discret (au sens des mathématiques formelles habituelles), ce qui bloquerait *ipso facto* toute articulation évidente impliquant ces discrets, on peut s'interroger :

239a QUESTION ET RÉPONSE. Question : que se passe-t-il, quant à l'édifice mathématique actuel, si on suppose que le *discret finitiste* est une variété du *sans fin* ? Réponse : rien, parce que le *discret finitiste* n'est pas *vraiment* ce que les fictions normatives énoncent à son sujet.

Puisque nous visons exclusivement des dépassements, la conclusion de la présente étude est *par avance* connue : la *logique d'un dépassement* consiste précisément à jouer l'acquis tangible *contre* les fictions et les interprétations normatives. Dans le cas présent, c'est le triple rôle du discret [238d] qui nous conduit à requérir un dépassement :

239b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si, comme nous le soutenons, le blocage théorique est à l'aplomb du discret finitiste, il est sans espoir d'attendre un dénouement de ce blocage par l'effet d'une théorie mathématique (à développer ou à élaborer) qui laisserait en l'état le discret finitiste tel qu'actuellement conçu.

Car une telle théorie prendrait elle-même appui sur ce discret, ne serait-ce que pour satisfaire l'exigence de finitude des démonstrations, renforçant ainsi le blocage qu'elle serait censée dénouer. Aborder ce blocage dans la perspective d'un dépassement est donc déjà une exigence de méthode ; mais c'est aussi une contrainte générale pour les réinterprétations :

239c CONTRAINTE GÉNÉRALE DE CALAGE. En tant que nous visons exclusivement des dépassements, toute *hypothèse ou conjecture intervenant dans les réinterprétations, qui impliquerait une non-récupération partielle ou totale de l'acquis tangible (formellement démontré) des mathématiques formelles, devrait être immédiatement rejetée ou retouchée.

C'est-à-dire que si nos thèses ne sont pas correctes, elles tomberont d'elles-mêmes. Cette contrainte de calage est suffisamment forte pour restreindre considérablement le champ des réinterprétations possibles :

239d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il se peut que certaines de nos thèses surprennent : on gardera présent à l'esprit qu'une telle éventualité est seulement relative aux fictions et interprétation normatives standard actuellement en vigueur, dont rien ne garantit qu'elles soient définitives, et que la contrainte de calage [239c] est sans commune mesure, quant à son poids théorique, avec ce qu'une normativité accrédite comme étant le « vraisemblable » ou le « normal ».

Mener un développement hypothético-déductif visant exclusivement des dépassements est précisément destiné à favoriser l'élaboration d'hypothèses et de conjectures *fortement improbables* (pour ne pas dire *franchement inconcevables*) au regard de la normativité du moment, grâce à une *augmentation des contraintes* : ces hypothèses et ces conjectures doivent présenter un bon *rendement théorique* [196a] (déceler, expliquer et rendre accessible ce qui ne l'est pas autrement) conjugué à une *récupération de l'acquis tangible* antérieurement obtenu [239c] (contrainte générale de calage). Ce qu'on peut résumer *a contrario* :

239e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les normativités sont beaucoup moins pointilleuses quand on propose des hypothèses, des conjectures et des évidences qui se coulent dans ce que leurs fictions cautionnent comme étant « vraisemblable » ou « normal ».

Est-ce là une garantie de validité définitive ? Ce n'est pas certain [150e], car ce serait plutôt la voie royale par laquelle s'engouffrent les blocages théoriques. Les concepts fondamentaux, disions-nous [153d], sont des élaborations profondément *bizarres*, et, dans la perspective d'un dépassement, on n'a rien à craindre [196d] de l'inventaire problématique le plus ramifié et le plus fondamental [237d]. A l'égard des concepts, on dit beaucoup de choses qui sont bien peu convaincantes, quoique nulle élaboration théorique, même mathématique, même la plus strictement formalisée, ne puisse se dispenser d'en mobiliser le ressort :

239f REMARQUE. Au cours de cette étude, nous tenterons d'approcher, pour autant que ce soit possible, et de manière évidemment partielle et fragmentaire, l'articulation entre ***idée*** et ***concept théorique*** comme ***montage***, le concept théorique, associé à l'idée ainsi recueillie, demeurant ***relatif*** au montage qui lui procure son *avoir lieu*.

240

Un point de méthode

Quand nous forçons nos thèses à s'appliquer jusque dans leurs retranchements les plus inattendus, c'est encore une question de méthode ; car si ces thèses ne sont pas correctes, ou si elles sont simplement sans intérêt, elles trébucheront à la première difficulté, et on les rejettera (ou on les modifiera) comme il convient, c'est-à-dire au plus tôt. Par conséquent :

240a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Nous ne souhaitons aucunement protéger nos thèses afin de « prouver », grâce à des exemples choisis à cet effet, qu'elles « marchent bien » ; tout au contraire, nous voulons les appliquer sans aucun ménagement aux champs théoriques les plus hostiles *a priori* aux structures contradictoires et régressives.

A cet égard, une étude menée dans le cadre des mathématiques formelles convient à nos objectifs, aussi bien pour [tenter de] dénouer le blocage théorique dont dépendent l'informatique et les traitements d'information, que pour provoquer une mise à l'épreuve de nos thèses au degré le plus fondamental qu'on puisse sans doute actuellement imaginer : *qu'apprend-on de l'abstrait mathématique quand on lui applique une méthode d'analyse par les contradictions et les régressions sans fin* ?

Certes, nous allons « oublier » ce qui a été précédemment obtenu grâce aux plus banales considérations relatives aux quantités d'information. Toutefois, par l'effet du principe de traduction [238a], nous savons approximativement ce que nous cherchons. Sachant, premièrement [33i], que les critères normatifs actuels ne s'appliquent pas [de manière satisfaisante] quand les écritures sont placées en position d'objet ; deuxièmement [6c] [45f] [53a], que toute articulation des mathématiques actuelles avec un champ d'application *passe par l'écriture*, et enfin, troisièmement [227a], que c'est la clause d'un usage *purement* instrumental de l'écriture qui implique l'*hypothèse des indécelables :

240b CINQUIEME IDÉE DIRECTRICE. On doit s'attendre à déceler des glissements d'écritures et des contradictions dans les théories mathématiques qui s'articulent avec l'effectivité formelle (aussi bien qu'avec l'informatique et les traitements d'information).

Nous prolongerons ainsi ce que nous avons déjà remarqué concernant le glissement du discret sur le fini [86], les représentations [142] [144], et même certains glissements entre les énoncés de fonctions et les spécifications fonctionnelles [130-134] [135-139]. Cependant, les résultats qui viennent d'être acquis suggèrent une autre idée :

240c SIXIEME IDÉE DIRECTRICE. Ce qui est problématique n'est pas le fait que des glissements d'écritures et des contradictions puissent intervenir dans des théories mathématiques ou dans leurs applications, mais le fait qu'on croie qu'il est possible de s'en passer.

Nos arguments ne visent pas à mettre en évidence des « erreurs », puisque nous ne contestons pas l'opérativité qui résulte de l'usage bien compris de glissements et de contradictions. Nos arguments visent au contraire à montrer qu'*il est impossible de s'en passer* pour obtenir certains effets recherchés, d'où :

240d SEPTIEME IDÉE DIRECTRICE. C'est grâce au rejet officiel de toute contradiction et de tout glissement, rejet qui laisse supposer que leur intervention dans la pratique courante des mathématiques est impossible, ou, du moins, qu'elle serait aisément détectable, qu'un usage raisonné, à la fois effectif et inaperçu, de certaines contradictions et de certains glissements, autorise divers ajointements incontournables, lesquels sont tenus pour évidents, et pour cause, ce qui « corrobore » après-coup la validité du rejet officiel de *toute* contradiction et de *tout* glissement.

Ce que nos thèses [dé]montrent, jusqu'au degré le plus fondamental, c'est que de tels effets doivent être compris comme « normaux », et même cruciaux, pour que des progrès fondamentaux (des dépassements) puissent avoir lieu [196f]. La seule « erreur », si « erreur » il y a, serait de croire que ces progrès sont impossibles et que les sciences « exactes » sont immuables. Cette perspective rejoint ce que nous avions noté [115c] en étudiant le montage théorique que nous proposons :

240e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans une recherche de fondement, ***bien poser un problème*** c'est d'abord ***bien asseoir les contradictions*** qui en sont les repères stables, car résoudre un problème fondamental, c'est simplement ***trouver un montage*** permettant de ***surmonter*** ces contradictions.

Laissons provisoirement de côté les objections *a priori* qu'une telle méthode, appliquée aux mathématiques formelles, pourrait éventuellement susciter : à l'heure qui convient, on jugera.

V-1-2. La fiction de l'abstrait : inflèchissements et frictions

■ *Nous passons brièvement en revue les principaux ancrages habituels de l'articulation entre les mathématiques et l'effectivité formelle (ou les traitements d'information).*

241 *L'identité ineffective*

Ce qui est « choquant », dans la perspective des calculs (et des traitements d'information), lorsqu'on s'en remet aux mathématiques formelles habituelles, c'est le fait que l'***évaluation effective***, pourtant essentielle dans un calcul, soit référée à une *identité ineffective* :

241a
```
                C           trois             Y
abstrait        |            / \             / \
────────        |           /   \           /   \
concret         |          /     \         /     \
              (x,y)       2+1 ──▶ 3     f(x) ──▶  y
```

Si on comprend le rapport entre *donnée* et *résultat* comme un couple, l'effectivité de ce rapport s'évanouit dans l'identité du couple (figure 1) ; si on comprend ce rapport comme le rapport entre deux dénotants d'une même abstraction (en général, le résultat), l'effectivité de ce rapport s'évanouit dans l'identité de cette abstraction (figures 2 et 3) :

241b OBJECTION QUANT A L'IDENTITÉ. Qu'on aborde le rapport entre *donnée* et *résultat* comme un couple ou comme le rapport entre deux dénotants d'une même abstraction, on corrompt l'essence même d'un calcul, puisque l'*effectivité* d'un tel rapport s'évanouit dans une identité ineffective.

Car ***passer*** de `2+1` à `3`, c'est considérer les écritures `2+1` et `3` *pour elles-mêmes*, indépendamment du fait qu'elles soient toutes deux référées au même dénoté (nommé *trois* dans le schéma [241a] pour faciliter l'exposé) : une chose est de poser que l'égalité `2+1=3` est [mathématiquement] vraie, autre chose est de *passer* de `2+1` à `3` *quand on n'a que* `2+1` *sous les yeux* ; ou encore, une chose est de définir le couple `(x,y)`, autre chose est de *passer* de `x` à `y` *quand on n'a que* `x` *sous les yeux*.

242

Les fonctions ineffectives

La troisième figure du schéma [241a] fait directement allusion aux fonctions. Examinons un peu plus en détail l'éventualité d'une approche par les fonctions ; on peut envisager au moins deux cas de figure :

242a

```
                      F                 :
             X ──────────────▶ Y        :     X     F          Y
abstrait     │                / \       :     │     │         / \
────────     │               /   \      :     │     │        /   \
concret      │              /     \     :     │     │       /     \
             x        f(x)  =     y     :     x     f    f(x)  =   y
             └──────▶─┘ └───▶───┘       :                  └──▶──┘
                APP        EVAL         :                   EVAL
```

La figure de gauche suggère qu'une fonction est une sorte de *passage abstrait* entre les données et les résultats. Mais, d'un point de vue mathématique, l'*expression du résultat* `f(x)` et le *dénotant du résultat* `y` sont référés à la même abstraction :

242b OBJECTION QUANT AU PASSAGE. Si on imagine qu'une fonction est une sorte de *passage abstrait*, ce passage correspond concrètement aux broutilles de l'*application d'une fonction* (flèche `APP` : concaténations, substitutions), tandis que l'*évaluation effective* (flèche `EVAL` : surcharge de l'égalité), qui est pourtant l'essentiel, est référée à l'identité ineffective du résultat.

Toutefois, ce premier cas de figure « oublie » un petit détail, à savoir que les fonctions sont elles-mêmes des abstractions, et que rien n'autorise à imaginer qu'elles soient des sortes de passages effectifs entre abstractions. C'est donc le second cas de figure qu'il faut considérer :

242c OBJECTION QUANT A L'ENTRE-DEUX. Dès qu'on prend acte du fait que les fonctions sont elles-mêmes des abstractions, alors les soi-disant passages entre abstractions ne sont pas des abstractions, de sorte que l'*application d'une fonction* (flèche `APP`) n'est pas référée, tandis que l'*évaluation effective* (flèche `EVAL`), qui est pourtant l'essentiel, demeure référée à l'identité ineffective du résultat.

Si on en croit les mathématiques, chaque abstraction est une sorte de monolithe immuable, ineffectif et identique à soi, c'est-à-dire étanche et sans communication, refoulant dans le non-sens l'éventualité de *passer* d'un monolithe à un autre.

243

les enchaînements

Dès qu'on articule l'effectivité formelle (et les traitements d'information) avec les mathématiques par le truchement des fonctions, se pose immédiatement le problème des *enchaînements* entre transitions d'états :

243a

```
           H   G       F           X            Y
abstrait   │   │      / \          │           /│\
────────   │   │     /   \         │          / │ \
concret    │   │    /     \        │         /  │  \
           h   g   f   =   h°g     x    f(x) = y = h(g(x))
```

Certes, on peut être tenté d'imaginer qu'un *enchaînement* « et puis après » ait quelque ressemblance avec la *composition* des fonctions. Hélas, il n'en est rien :

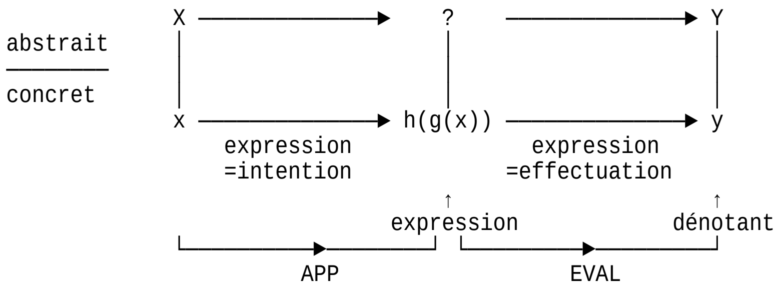
243b OBJECTION QUANT AUX ENCHAINEMENTS. Quand on prend acte du fait que les fonctions sont des abstractions pourvues d'une identité à soi, la *composition des fonctions* est assujettie à l'*identité des fonctions*, et refoule dans le non-sens l'éventualité qu'une fonction « en une étape » ne soit pas « la même » que la « la même » fonction « en plusieurs étapes ».

Cette problématique des enchaînements ne saurait être négligée, compte-tenu de son rôle crucial pour l'effectivité formelle, ni passer pour évidente, compte-tenu de son caractère immédiatement contradictoire au regard des mathématiques.

244 *Une singulière coïncidence d'expression*

Le recours à l'infl**é**chissement de l'abstrait normatif n'est nullement fortuit, car un schéma fléché est incontestablement plus *parlant* :

244a



On souhaiterait, en quelque sorte, suspendre le vol du temps, et immobiliser un *instant*, celui où on vient juste de *finir d'exprimer* ce qu'on veut faire, mais juste avant de commencer *l'effectuation* des prescriptions qui conduisent au résultat :

244b REMARQUE. On aimerait pouvoir distinguer l'*expression* de ce qu'on a l'***intention*** de faire (ce qu'on fera *plus tard*), et le ***résultat*** de l'effectuation de ce qu'on avait l'intention de faire (ce qu'on *voulait*).

Certes, une telle manière de dire n'est guère conforme aux exigences d'une intemporalité de l'abstrait, mais, il suffit que nous prêtions quelque attention à notre pratique pour y reconnaître une situation bien courante. Dans cette perspective, on comprendrait alors, dans le schéma [243a], que l'*expression* `h(g(x))` est « abusivement » référée au résultat `Y` ; en ce sens, il y aurait « quelque chose de non-réalisé » (en suspens) dans l'expression, que l'effectuation ultérieure parviendrait à « réaliser », quoique ce « quelque chose » soit déjà présent d'une certaine manière, pour qu'il soit possible de « produire » le résultat attendu. Cependant :

244c OBJECTION QUANT AU DÉFAUT D'ABSTRACTION. Dans le cadre des mathématiques actuelles, dès qu'on tente de distinguer l'***expression d'une intention*** et l'***expression d'un résultat***, on met en circulation des écritures qui ne sont référées à aucune abstraction.

En d'autres termes : il est inutile (ou irrecevable) de convoquer les mathématiques pour manipuler des écritures non référées à des abstractions. Le schéma [244a] permet en outre d'apercevoir une singulière coïncidence :

244d REMARQUE. Le même mot *expression* peut prendre trois places : la première correspond à l'*expression de l'intention*, qui est l'intention du sujet de composer telle et telle fonction ; la seconde correspond à l'*expression du résultat*, qu'on tente précisément de distinguer du [dénotant du] résultat ; et la troisième est l'*expression en tant qu'écriture*, qu'on pourrait presque comprendre comme l'expression [écrite] des deux autres expressions.

On pourrait d'ailleurs appliquer la même remarque au mot *composition* qui peut, lui aussi, occuper les trois places d'une intention de composer, d'une effectuation de la composition, et de l'écriture qui exprime la composition.

245 *Alphabets et ensembles*

Revenons un instant[1] sur l'étude de l'assertion de codage [162-167] et sur les considérations relatives aux quantités d'information associées aux lettres des alphabets [179]. La comparaison entre l'assertion de codage (point de vue informatique) et la procédure formelle effective proposée (point de vue des calculs) nous avait conduit au schéma [179c] reproduit ci-dessous :

1. Ce cas aurait pu être traité au fil des arguments relatifs aux quantités d'information ([172] ou [179]) ; nous avons préféré le traiter ici de manière à regrouper tous les arguments relatifs aux mathématiques formelles.

245a
```
      ┌──────▶ 8 bits | 9 bits ◀──┬────────────┐
                      |           |            |
        0             |
 ↓  ────────          |      [0─▶zzuuzzzz]▌0
    zzuuzzzz          |
                      |           ||||||||
    └┴┴┴┴┴┴┴─────▶ 1 bit | 9 bits ◀──────┘

     côté informatique | côté formel
```

Le raisonnement [179b] que nous avions prêté au mathématicien pour obtenir les quantités d'information peut être maintenant repris en termes d'ensembles :

245b
```
C = { <256 éléments associés aux 256 caractères du code ASCII> }
B = { z , u }
X = { [ , ] , ─▶ , ▌ , ... }

C ∩ B = ∅  et  C ∩ X = ∅  et  B ∩ X = ∅
A = C U B U X
```

L'alphabet C regroupe les 256 « lettres abstraites » associées aux 256 caractères du code ASCII, l'alphabet B regroupe les deux « lettres abstraites » associées au deux chiffres binaires[1] u et z, et l'alphabet X regroupe les « lettres abstraites » auxiliaires requises pour l'armature syntaxique ou pour la mise en oeuvre de l'algorithme universel. L'intersection de ces ensembles pris deux à deux est vide, et la procédure formelle effective est rédigée à l'aide de l'alphabet A, union des trois alphabets C, B et X. La proposition [177e] peut être reformulée :

245c PROPOSITION. A notre connaissance, rien, parmi les évidences et les usages qui régissent actuellement l'articulation entre l'informatique et la théorie de la calculabilité, ne s'oppose à ce qu'on puisse affirmer que le codage ([245a] à gauche) est réductible à la procédure formelle effective ([245a] à droite) énoncée sur l'alphabet A [245b].

Le raisonnement [179b] concernant la quantité d'information associée aux lettres de l'alphabet A se transpose aisément : puisque l'intersection des ensembles C et B est supposée vide, l'ensemble A comporte au moins 258 éléments. En admettant que l'ensemble X est suffisamment petit, chaque élément de l'ensemble A est associé à [au moins] 9 bits d'information.

Ces raisonnements relatifs aux quantités d'information associées aux éléments d'ensembles finis nous sont familiers, et prennent appui sur la *cardinalité* de ces ensembles. On pourrait être tenté de lier directement la cardinalité d'un ensemble fini et la quantité d'information associée à chacun de ses éléments ; chacun sait cependant que ce n'est pas tout-à-fait exact :

245d REGLE DE CARDINALITÉ. La ***quantité minimale d'information*** associée à chaque élément d'un ensemble [fini] est le logarithme, dans la base choisie pour exprimer cette quantité, du cardinal de l'ensemble.

Si nous considérons « isolément » chacun des deux ensembles C et B [245b], l'application de la *règle de cardinalité* [245d] nous demande d'associer *au moins* 8 bits aux éléments de C, et *au moins* 1 bit aux éléments de B. Mais dès que nous ***déclarons*** ou ***rappelons*** que les ensembles C et B sont ***aussi*** deux sous-ensembles disjoints de l'ensemble A, ***la même règle de cardinalité*** nous demande maintenant d'associer *au moins* 9 bits à chacun des éléments de A, et au moins 9 bits à chacun des éléments de B et de C :

245e
```
             C = { ... , 0 , 1 , 2 , ... }     B = { u , z }

« avant »          8 bits par élément        1 bit par élément
─────────────────────────── ↓ ──────────────────── ↓ ──────────
« après »          9 bits par élément        9 bits par élément

             A = { ... , 0 , 1 , 2 ,    ...    , u , z ,  ... }
```

1. Rappelons [177a] que, pour simplifier, les deux chiffres binaires z et u, ainsi que les lettres auxiliaires de l'alphabet X, sont en supplément des 256 caractères ASCII (ensemble C).

Nous avons dessiné une barre pour séparer « avant » et « après », mais c'est illusoire, car les éléments des ensembles C et B ***sont les mêmes***, que ces ensembles soient ou non considérés comme des sous-ensembles de l'ensemble A. Comme on ne fera jamais croire à un informaticien qu'une « chose » demeure « la même » quand on fait varier la quantité d'information qui lui est associée [172b] [172c] [179d] [180b] [181f] :

245f OBJECTION QUANT A L'INFORMATION. Il y a un hiatus entre la propriété de ***distinctivité***, associée à l'identité des éléments d'un ensemble, et la propriété de ***distinctivité mutuelle***, associée aux quantités d'information.

La règle de cardinalité [245d] stipule une quantité *minimale* d'information qui correspond bien au fait que les éléments d'un ensemble sont *au moins* distincts ; l'absence de toute considération relative à des *maxima* notifie que les ensembles ne sont pas « isolés », que chaque élément de chaque ensemble est supposé coexister avec « tout autre » objet mathématique et s'en distinguer, ce qui est conforme à la supposition d'un *à-plat* (pas de niveaux) et d'une *immuabilité* des abstractions. Nous pouvons maintenant « oublier » les quantités d'information et raisonner dans le cadre mathématique strict :

245g OBJECTION QUANT A LA DISTINCTIVITÉ. La propriété de ***distinctivité mutuelle*** à l'endroit des éléments des ensembles est ***sans fondement théorique*** relativement aux théories des ensembles actuellement reconnues, car elle dépend de *clôtures* elles-mêmes sans fondement.

Les éléments d'un ensemble sont certes distincts, mais ils ne sont pas *mutuellement* distincts. Le seul domaine où, d'un point de vue mathématique, on pourrait peut-être rejoindre l'idée de distinctivité mutuelle, serait le domaine de ***tous*** les objets mathématiques ; mais, chacun sait qu'il est « préférable » d'éviter ce genre d'éventualité dont l'étayage contradictoire est connu. Il s'ensuit :

245h OBJECTION QUANT A LA DÉCLARATION. A l'égard des théories des ensembles actuellement reconnues, le fait de *déclarer* qu'un ensemble fait office d'alphabet n'a ***aucune incidence*** sur [l'identité de] cet ensemble ni sur [l'identité de] ses éléments : un ensemble demeure « le même » qu'il soit, ou qu'il ne soit pas, ***déclaré*** faire office d'alphabet.

Or, seuls les éléments de l'ensemble *déclaré* faire office d'alphabet sont réputés *mutuellement distincts*. Par conséquent :

245i OBJECTION QUANT AUX ALPHABETS. Ou bien ce qui différencie un alphabet d'un ensemble affecte l'identité des éléments de cet ensemble, auquel cas ***un alphabet n'est pas un ensemble***, et le concept d'alphabet est *sans fondement théorique* relativement aux théories des ensembles actuellement reconnues ; ou bien ***un alphabet est*** [la même chose que] ***un ensemble***, auquel cas on applique le *rasoir d'Ockham*, et toute considération directement ou indirectement liée aux alphabets est un tour de discours toujours éliminable.

Nous ne contestons certainement pas l'application opératoire des considérations relatives aux alphabets ; nous soulignons seulement à quel point le rôle des lettres, aussi bien dans le contexte des traitements d'information que dans celui de l'effectivité formelle, requiert des considérations qui sont *plaquées* sur les mathématiques formelles. Ce que nous avons déjà exposé permet de comprendre que l'une des ramifications de la *problématique des niveaux* vient s'échouer là, au bord de la théorie des ensembles.

246

Le produit cartésien

Bornons-nous à compléter brièvement ce que nous avons déjà noté [84a] au sujet du *produit cartésien* lors de l'étude de la discrétisation. D'une part, prenant appui sur les alphabets, il est habituellement convenu de comprendre que l'union des puissances successives (au sens du produit cartésien) de cet alphabet donne lieu à des ensembles de « mots abstraits » ; mais, d'autre part, les fonctions, en tant qu'abstractions, sont elles-mêmes des ensembles [de couples] obtenus par produit cartésien. En tout état de cause, le produit cartésien de deux ensembles est un ensemble, c'est-à-dire un monolithe ineffectif :

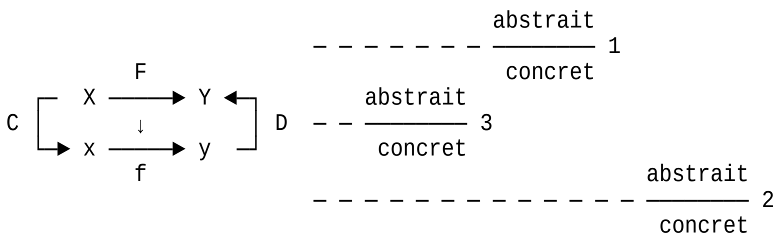
246a OBJECTION QUANT AU PRODUIT CARTÉSIEN. Il est « théoriquement gênant » d'admettre qu'il est ***également évident*** de rapporter au produit cartésien, aussi bien la *juxtaposition réputée ineffective* des lettres des mots, que le *passage réputé effectif* impliqué par l'évaluation des résultats (ou par les transitions entre états).

Par ailleurs, tandis que la juxtaposition des lettres est « de toute évidence » *linéaire*, le même produit cartésien se comprend en termes de *dimensions*, dans le contexte de la géométrie (coordonées cartésiennes), et autorise l'écrasement des dimensions (équipotence) [157].

247 *Un schéma pourtant classique*

Le schéma classique [247a] est censé signifier qu'une fonction (flèche `F` associant un élément `X` à un élément `Y`) est associée à un calcul effectif (flèche `f` associant une donnée `x` à un résultat `y`), sachant que les éléments de l'ensemble antécédent sont *codés*, ou encore *représentés*, (flèche `C`), et que les résultats sont décodés (flèche `D`). Se pose la question : *où placer et comment comprendre la coupure entre abstrait et concret dans le schéma classique* ?

247a



Si la coupure est placée « au-dessus » (hypothèse 1), tout est concret (`X`), `Y`, `x` et `y` sont des écritures, donc toutes les flèches `F`, `f`, `C` et `D` sont des rapports entre écritures) : aucun lien aux abstractions n'est *théoriquement assumé*. Si la coupure est placée « en-dessous » (hypothèse 2), tout est abstrait : aucun lien aux écritures concrètes n'est *théoriquement assumé*. Si la coupure est placée « au milieu » (hypothèse 3), alors les flèches `C` et `D`, qui assurent la médiation entre le concret et l'abstrait, ne sauraient être, *en tant que telles*, ni des fonctions (cf. hypothèse 2) ni des rapports entre écritures concrètes (cf. hypothèse 1) : aucun lien entre les abstractions et les [rapports entre] écritures n'est *théoriquement assumé*. Par conséquent :

247b OBJECTION QUANT AU SCHÉMA CLASSIQUE. Le schéma classique [247a], qui nous est pourtant si familier et si évident, est cependant ***bizarre*** : d'une part, il est ***double***, en ce sens qu'on peut aisément l'interpréter quand tout est abstrait (hypothèse 2) ou quand tout est concret (hypothèse 1) ; mais, d'autre part, il ne convient pas ***au seul cas*** qu'il est censé signifier (hypothèse 3), à savoir la mise en rapport des deux bords de la coupure abstrait/concret.

Ce schéma a une histoire, laquelle n'est pas séparable des divers conflits (fondamentaux ou autres) qui résultent d'une question de fondement non encore dénouée : ce sont souvent les évidences les plus familières et les plus simples qui sont les plus délicates à démonter.

248 *La problématique de la représentation*

Le schéma classique [247a] traduit, de manière particulièrement condensée, la *problématique de la représentation des abstractions* en tant que tentative pour violer la coupure irrémédiable entre l'abstrait et le concret. Cette problématique, du moins sous la forme insistante que nous lui connaissons dans son rapport à l'écriture, date d'à peine plus d'un siècle. Elle n'émerge qu'avec le basculement décisif des mathématiques et de la logique *formelles* vers les mathématiques et les logiques *formalisées* permettant d'installer des [rapports entre] écritures en position d'objet et de prendre en considération l'*effectuation concrète* des rapports entre écritures (calculabilité, dérivations formelles, etc.). Nous pouvons donc transposer ce que nous avions dit au sujet des traitements d'information [198a] [198b] [198c] :

248a OBJECTION QUANT A LA REPRÉSENTATION. Le concept de *représentation* est ***plaqué*** sur des mathématiques formelles qui n'en ont aucunement besoin et qui ne lui ont laissé aucune place, parce qu'elles ***voient autrement*** la problématique sous-jacente.

Nous ne disons pas que la problématique n'a pas lieu ; mais seulement que les mathématiques formelles ont progressivement forgé les moyens qui leur permettent, relativement aux principes et aux fictions qui les légitiment, d'éponger et de manoeuvrer les difficultés qui résistent : il ne fait aucun doute que diverses dispositions relatives au *concept de nombre* ont été conçues à cet effet [78]. L'étude du dépassement du principe d'identité [122-129] nous a déjà montré [138] que le concept de représentation est en conflit de fondements avec le principe normatif d'identité, ce que corroborent les objections qui viennent d'être proposées. Nous préférons remonter des symptômes vers les causes, et des réponses particulières vers les questions fondamentales [71e] :

248b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans la perspective d'une traduction des singularités, il est inutile (et vain) de chercher à « résoudre » la problématique de la représentation : cette problématique n'est elle-même que l'***effet secondaire*** (un effet *déplacé*, un *symptôme*) destiné à ***couvrir*** ou à ***pallier*** une problématique plus fondamentale.

Ce serait une faute de méthode d'attaquer de front la problématique de la représentation, car les anomalies qu'elle implique proviennent du fait que le concept de représentation est déjà une tentative pour pallier un blocage, lequel persiste, d'où ces anomalies, parce que sa cause n'a pas été aperçue. Les bizarreries du schéma classique [247a] ne sont pas fortuites, car elles rappellent que le problème doit être situé à l'endroit de la coupure irrémédiable entre l'abstrait et le concret, laquelle constitue, pour les mathématiques formelles, ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Il est donc peu probable qu'une telle coupure puisse être correctement manoeuvrée à l'aide de quelques évidences :

248c INTERPRÉTATION. Car ce qui fait tenir le schéma classique [247a], en dépit de sa *bizarrerie*, c'est que personne ne sait le démonter, ni du côté de l'effectivité formelle (ou des traitements d'information), ni du côté des mathématiques formelles, dans le même temps que personne n'est en mesure de proposer un schéma de rechange ; de sorte que chacun s'y *plie*, malgré les « gênes théoriques » et les frictions qu'il ne manque pas de susciter ici et là.

V-1-3. Rappels généraux relatifs à la formalisation

■ *Nous rappelons ou précisons quelques principes généraux relatifs à la formalisation mathématique et logique.*

249 *Formalisation et formalisation*

Ce qui nous paraît [peut-être] actuellement si « naturel » quant à la formalisation mathématique, ne l'est à aucun degré, et constitue une *invention* qui résulte d'un lent basculement associé à une multitude d'essais, de tâtonnements, de réglages, d'ajustements, etc. :

249a REMARQUE. La formalisation mathématique est à comprendre comme une ***invention*** liée à des conjectures qui ne vont nullement de soi.

Nul n'a jamais « vu » une abstraction, et nul ne rapportera jamais la preuve (surtout pas formalisée) d'une quelconque adéquation entre les [rapports entre] abstractions et les [rapports entre] écritures. Rien ne permet donc d'exclure *a priori* que les conjectures qui régissent la formalisation mathématique n'appellent, à terme, un réexamen. Au demeurant, « la » formalisation mathématique n'est peut-être pas homogène :

249b TERMINOLOGIE. Nous réservons [provisoirement] l'expression ***mathématiques formelles*** pour désigner le [principe de] montage dans lequel les abstractions sont *premières* (supposées toujours déjà-là) et les écritures *secondes* (en rôle purement instrumental de dénotation, d'expression ou de représentation) ; nous réservons l'expression ***mathématiques formalisées*** pour désigner le [principe de] montage dans lequel les écritures sont *premières* (univers clos de formalisation et/ou de représentation) et les abstractions *secondes* (effet d'interprétation des écritures).

Si la différence, déjà maintes fois approchée dans le présent exposé, entre le *formel* et le *formalisé* n'est pas sans susciter de nombreuses questions auxquelles une simple précision terminologique ne saurait répondre, il n'en reste pas moins que nul ne saurait actuellement soutenir *qu'il n'y a pas de différence* :

249c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre normatif actuel, l'expression *formalisation mathématique* (et ses dérivés) glisse sans cesse, car elle désigne « simultanément » ***deux processus inverses l'un de l'autre***.

De manière imagée, dans les mathématiques formelles, les abstractions « descendent » dans les écritures : c'est le premier usage du verbe *formaliser* (provoquer la venue à la forme des « choses de l'abstrait »). Mais, à l'inverse, lorsqu'on installe des [rapports entre] écritures comme matériau premier, il faut « remonter » vers l'abstrait : c'est le second usage du verbe *formaliser* (interpréter des [rapports entre] écritures *comme* des « choses de l'abstrait ») :

249d TERMINOLOGIE. Nous réservons l'expression ***formalisation*** (sous-entendu *classique*) pour désigner la mise en relation d'abstractions supposées pré-existantes avec des écritures purement instrumentales, et l'expression ***formalisation inversée*** pour désigner la mise en relation de [rapports entre] écritures, en rôle de matériau premier, avec des abstractions en rôle second.

Cette différence est particulièrement nette dans le cas de l'informatique[1] : on ne trouvera jamais l'ombre d'un nombre dans une machine, ni celle d'un ensemble, d'une fonction, d'un opérateur de substitution, d'une règle de réécriture, etc. ; mais cette différence est également cruciale dans les mathématiques elles-mêmes :

249f REMARQUE. Diverses théories mathématiques et logiques reprennent, à titre de matériau premier en vue d'une *formalisation inverse*, des [rapports entre] écritures obtenus par ailleurs grâce à une *formalisation classique*.

Le principe même des *méta-mathématiques* tient à cette articulation, et divers aspects des logiques formalisées sont liés à une telle reprise. Ce que nous proposons en quelques mots pour situer cette différence n'est peut-être pas complètement satisfaisant, ne recueille vraisemblablement pas l'unanimité, et ne se veut certainement pas définitif [238g].

250 *La problématique de la référence*

Sans doute est-il difficile d'accorder tous les mathématiciens sur le rôle de l'écriture dans les mathématiques, sur la « nature » des abstractions, et sur ce qui relie les unes et les autres. Nul ne peut cependant douter que les écritures interviennent en mathématiques ; nul ne peut douter non plus qu'il y a « autre chose » que les écritures comprises dans leur matérialité :

250a REMARQUE. Même dans l'hypothèse extrême où les mathématiques les plus strictement formalisées seraient conçues sans aucune référence à un univers de « choses abstraites », il n'en resterait pas moins que cette formalisation reposerait sur la mise en oeuvre de rapports ***entre*** écritures, rapports qui ne sont pas, en tant que tels, des écritures.

249e 1. Dans le cas des sciences expérimentales, par exemple, l'interprétation des écritures recueillies comme des résultats de mesures obtenus dans le cadre d'un protocole expérimental donné, sont également une manière particulière de *référer* des [rapports entre] écritures à des « choses de la réalité physique », tandis que la reprise de ces [rapports entre] écritures dans le cadre d'une mathématisation est une manière particulière de *référer* ces « mêmes » [rapports entre] écritures à des « choses abstraites ». Il est donc très vraisemblable que la mathématisation des sciences expérimentales n'est *seulement possible* que par le truchement de *glissements d'écritures*.

De sorte que, même dans cette hypothèse extrême, il faudrait quand même référer les écritures « en noir » à « autre chose » que des écritures « en noir ». Nous voulons dire que les écritures « toutes seules » sont inutilisables :

250b RAPPEL. Quiconque s'est trouvé dans la situation de déchiffrer un historique d'états binaires provenant d'un programme inconnu exécuté sur une machine inconnue est définitivement convaincu qu'une écriture « toute seule » est ***inutilisable***[1] .

Ce qu'on imagine habituellement des « choses de l'abstrait » n'est peut-être qu'une *fiction théorique*, il n'en reste pas moins que cette fiction notifie, à sa manière, la *problématique de la référence* :

250c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. De manière générale, l'usage de l'écriture [à des fins d'élaborations théoriques] n'est pas dissociable de la ***problématique de la référence*** [50a], c'est-à-dire de la nécessité de ***référer*** ces écritures à « autre chose » qu'elles-mêmes.

En ce sens, la dénotation, la représentation et le codage sont des manières particulières de *référer* des [rapports entre] écritures à des « choses abstraites ». Résumons cela par le gérondif d'une injonction énigmatique :

250d INJONCTION. Il faut référer les écritures.

251 *Le critère normatif d'univocité*

Du point de vue des mathématiques (et de la logique) formelles, les lettres (ou les dénotants) ne figurent jamais ***pour elles-mêmes*** (matérialité), mais toujours ***au lieu de*** ce à quoi elles sont référées (abstraction) :

251a `a` **`est`** `a`

Cette assertion ne signifie pas que la lettre qui figure à gauche est la même lettre que celle qui figure à droite (jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] relatifs à la face matérielle des lettres) :

251b *THÉOREME DES JUGEMENTS PRÉALABLES. Dans le contexte des mathématiques et de la logique formelles, *il est impossible* d'***asserter formellement*** les propriétés de la ***face matérielle*** des lettres et des dénotants : les jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] sont réputés effectivement assumés par le mathématicien.

C'est une manière de rappeler le statut ***purement*** *instrumental* de l'écriture [5], lequel interdit [11a] [11b] [33i] à ces écritures d'être en situation d'objet. C'est aussi une manière de s'assujettir à l'injonction [250d] *il faut référer les écritures*, car l'assertion [251a] porte sur ce à quoi les deux occurrences de la même lettre sont référées. De même, dans l'assertion ci-dessous [251c], toutes les occurrences de la lettre a sont référées à « la même chose » (la même proposition ou le « même » contenu), ce qui présuppose le jugement préalable [251b] *quant à la ressemblance* :

251c `(a` ***`est`*** `a)` ***`et`*** `(` ***`non`*** `(a` ***`est`*** `a) )`

De manière imagée, on ne peut pas exiger des écritures qu'elles soient « à la ville et aux champs », qu'elles vaillent tantôt pour elles-mêmes et tantôt pour « autre chose », ou, pire, « à la fois » pour elles-mêmes et pour « autre chose ». Pour ce qui concerne la présente étude, il suffit de rappeler deux règles principales :

251d REGLE DE VICARIANCE. Les ***écritures formelles***, c'est-à-dire les écritures qui interviennent dans les mathématiques formelles, ne sont jamais là « pour elles-mêmes », considérées pour leur matérialité concrète, mais toujours ***en lieu et place de ce à quoi on les réfère***.

---

1. Qu'on songe aussi à J. F. CHAMPOLLION.

De nombreuses habitudes motivent le choix régulier de certaines dispositions typographiques ; chacune d'elles n'a cependant qu'un rôle instrumental, et pourrait être modifiée, à la manière d'un *principe de remplacement*, sans que les mathématiques deviennent pour autant différentes. Ces dispositions typographiques peuvent être complexes, et nous ne voulons pas entrer dans le détail que des usages multi-séculaires ont lentement tissé. Si certaines lettres ont un rôle syntaxique, et ne sont pas, en tant que telles, référées à des abstractions, d'autres lettres ou assemblages sont compris comme des ***dénotants d'abstractions***, et sont soumis, d'une manière analogue aux lettres, à un *jugement quant au tout* (un dénotant est supposé constituer un tout) et à un *jugement quant à la ressemblance* (coïncidence formelle des dénotants). En dehors de toute discussion au sujet de la « nature » des abstractions, et compte-tenu de l'usage instrumental des écritures formelles, la dénotation est soumise à une *règle d'univocité* :

251e REGLE D'UNIVOCITÉ. Dans un exposé de mathématiques (ou de logique) formelles, et *a fortiori* dans un même assemblage formel, ***toute*** occurence d'un ***dénotant*** est réputée dénoter ***une seule et même abstraction***.

A notre connaissance, cette règle ne souffre aucune exception dans les mathématiques formelles telles qu'actuellement conçues, puisque sa violation impliquerait inévitablement les « ambiguïtés » qu'on souhaite précisément éviter :

251f
```
                X       Y
abstrait         \     /
--------          \   /
concret            \ /
                    a      (a est a) et ( non (a est a) )
```

Plus précisément, dès lors qu'un dénotant a est référé à deux dénotés distincts X et Y, l'assertion [251c] devient démontrable :

251g *THÉOREME D'AMBIGUITÉ. Un exposé qui ne satisfait pas à la règle d'univocité [251e] implique [au moins] une proposition formellement contradictoire.

Ce que nous avons déjà exposé nous invite à la plus grande prudence en matière de contradiction ; aussi ce *théorème n'enchaîne-t-il que sur un critère de recevabilité :

251h CRITERE D'UNIVOCITÉ. Un exposé qui ne satisfait pas à la règle d'univocité [251e] n'est pas un exposé recevable au sens des mathématiques (ou de la logique) formelles telles qu'actuellement conçues et pratiquées.

251i Ce critère normatif d'univocité ne signifie pas qu'un tel exposé soit dénué de sens ou qu'il ne soit pas scientifique, ni qu'il ne conduise pas à des applications opératoires, ni même qu'il ne constitue pas un exposé théorique ; il se borne à *prendre acte* de la violation de l'un des critères normatifs régissant officiellement les mathématiques (et la logique) formelles telles qu'actuellement conçues et pratiquées.

252 *Jeux d'écritures*

Les objections qui viennent d'être présentées [241-248] suggèrent dès maintenant quelques remarques générales quant à l'exercice des mathématiques :

252a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il ne fait aucun doute que divers tours de discours dont use le mathématicien (l'infl***é***chissement du concept de fonction, par exemple) ne sont utilisables que ***dans le cadre*** d'une pratique des mathématiques qui, ***en fait***, manoeuvre à cette occasion l'***équivalent théorique*** de ces tours de discours.

Ces tours de discours sont opératoires ***dans*** cette pratique, parce qu'ils y trouvent leur fondement, quand bien même ce fondement demeurerait inaperçu :

252b IMAGE. Certains tours de discours dont usent les mathématiciens font allusion à un ***savoir*** qui n'est pas cristallisé (formellemment décelable), mais qui demeure ***en solution*** dans la totalité de l'édifice des mathématiques (formellement indécelable).

Nous voulons dire que, lorsque le mathématicien dispose des flèches entre les abstractions, ce n'est parce que ces flèches signaleraient un quelconque passage (tour de discours), mais, tout au contraire, parce que ces flèches sont une manière de méta-phore (dé-placement, dif-férence) pour une sorte de *saveur des abstractions* [121c] (formellement indécelable), que le *goût* des mathématiques permet d'apprécier, mais qui n'est pas [encore] *cristallisée* (venue à la forme). Quand on regarde le schéma simplissime [242a], on ne peut éviter de remarquer :

252c IMAGE. Dans les mathématiques formelles, l'égalité est une sorte d'appareillage tourbillonnaire et homéostatique qui maintient *en solution* (formellement indécelable) une certaine *saveur* des abstractions.

Quand on a bien usé de l'infl***é***chissement du concept de fonction, et qu'on a tenté d'en approcher la saveur grâce à des tours de discours éliminables, on en vient toujours à *écrire des égalités*, et toute cette panoplie d'accessoires allégoriques s'évanouit comme par enchantement :

252d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Ce que les mathématiciens disent au sujet des abstractions ***ne tient pas debout*** sans l'intervention du ***montage de l'égalité***.

Le montage de l'égalité, tel que mis en oeuvre et pratiqué dans les mathématiques formelles, est très probablement calé pour éponger diverses difficultés sous-jacentes à ces tours de discours éliminables :

252e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Lorsqu'on prend les tours de discours du mathématicien ***au pied de la lettre***, ou bien on admet qu'ils s'***évanouissement*** dès qu'on ***passe à l'égalité*** (pratique habituelle des mathématiques), ou bien on élimine l'égalité pour retenir leur évanouissement, mais il faut alors élaborer ***un autre montage***, qui soit de nature à ***remplacer*** le montage de l'égalité, et qui éponge *autrement* les difficultés.

Tenir l'égalité pour une évidence, et croire qu'on en est maître, serait une faute de méthode : si, comme nous le soutenons, l'égalité permet de négocier l'accès à ce qui demeure *en solution* (insu) dans les mathématiques formelles, elle ne peut assumer ce rôle fondamental que ***comme évidence***, faute de quoi on en saurait « quelque chose » (l'insu ne serait pas insu), ou l'égalité serait bloquée (accès barré à l'interdit). Nous retiendrons donc deux règles générales :

252f REGLE DES JEUX. Dans les mathématiques formelles, on peut jouer, côté écritures, sur les différence concrètes entre les dénotants et expressions d'une ***même*** abstraction, mais à la condition de ***ne jamais référer***, sauf à une identité [1], de tels ***jeux d'écritures***.

Toutefois, cette règle est *un peu trop aiguisée*. Aussi convient-il de prévoir une seconde règle à destination des praticiens avertis :

252g REGLE DE VIOLATION DE LA REGLE DES JEUX. Dans les mathématiques formelles, il est possible de violer la *règle des jeux* [252f], sous réserve cependant qu'il soit ***impossible*** d'avérer les contradictions ou autres anomalies qui pourraient s'ensuivre.

L'articulation avec les mathématiques formelles est peut-être beaucoup moins immédiate qu'elle ne paraît, et constitue sans doute à elle seule une question particulièrement fondamentale, qui ne saurait être négligée dans le contexte normatif actuel :

252h QUESTION DE MÉTHODE. A-t-on proprement ***mathématisé*** quand on a seulement rapporté l'objet de son étude à des jeux d'écritures, qui s'évanouissent dans l'abstrait, et à des tours de discours, qui fournissent la matière des explications ?

1. Cette clause relative à l'identité est reprise en détail dans la suite [259] [261].

V-1-4. La double question de l'individuation et de l'entre-deux

■ *Nous situons le dénouement probable des blocages théoriques au degré le plus fondamental de l'individuation des abstractions. Nous dégageons la structure régressive de l'entre-deux.*

253 *La question de l'entre-deux*

Les objections qui viennent d'être brièvement présentées confirment que les difficultés d'articulation avec les mathématiques formelles ne sont pas la spécialité des traitements d'information ni de l'informatique, et que l'effectivité formelle joue bien le rôle d'un pivot intermédiaire [238a], lui-même aux prises avec ces difficultés :

253a OBJECTION GLOBALE. Qu'il s'agisse du passage entre les abstractions, des fonctions, de la composition des fonctions, des alphabets, des produits cartésiens, et de la représentation, ***chaque point d'articulation***, pourtant réputé évident, s'avère, à l'égard des mathématiques formelles, sinon irrecevable, du moins problématique.

Mais, le plus surprenant réside peut-être dans le fait que les mathématiques elles-mêmes hébergent ces anomalies, puisque les théories de la calculabilité ne sont liées aux fonctions [calculables] par une telle articulation :

253b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Cela suffit à nous prévenir que les anomalies soulignées par nos objections couvrent un blocage particulièrement fondamental, puisque la tolérance de ces anomalies, certes adoucie par les évidences actuellement en vigueur, s'avère cependant préférable au dénouement du blocage.

Croire qu'il ne s'agirait que de *jeux de langage*, qu'une bonne théorie pourrait aisément dissiper, serait sous-estimer l'enjeu fondamental d'un blocage qui ne trouve d'autre voie pour s'accomplir et se manifester que ces anomalies. Nous sommes de nouveau aux prises avec l'infl***é***chissement de l'abstrait normatif que nous avons approché lors de l'étude des transitions d'état : nous avons mis en évidence que l'usage des *flèches* [8g] [101g] [132d] [135f] était tout, sauf évident, qu'il autorisait des glissements et des tours de discours laissant supposer que les fonctions pourraient être effectives [133a] [135k], et qu'il se mélangeait avec les barres de changement de niveau [172e] [174e] ; par ailleurs, l'étude du dépassement du principe d'identité [122-129] permet d'envisager l'éventualité que, par glissement du discret sur le fini [86], l'identité des abstractions soit précisément destinée à éponger les difficultés liées à l'effectivité des rapports entre écritures [134] [135m]. La problématique des passages, déjà délicate à aborder comme effectivité dans le contexte des rapports *entre* écritures, est violemment incompatible avec la fiction normative qui nous dépeint un abstrait éternel peuplé de monolithes immuables :

253c QUESTION DES PASSAGES. Des expressions comme « *passer* d'une abstraction à une autre », « rapport *entre* deux abstractions », « relation *entre* deux abstractions », etc., sont-elles théoriquement fondées, ou ne sont-elles que des tours de discours éliminables ?

Compte-tenu de nos objections, on hésitera [peut-être] pour le *passage* d'une abstraction à une autre ; mais aucun mathématicien ne saurait sérieusement récuser les *relations entre* abstractions. Pourtant, cette question des relations est drapée dans un voile obscur :

253d QUESTION DES RELATIONS. Lorsqu'on parle d'une *relation entre* abstractions, doit-on entendre qu'une relation n'est pas nécessairement une abstraction, auquel cas : *qu'est-ce si ce n'est pas une abstraction* ? ; ou doit-on entendre qu'une relation est nécessairement une abstraction individuée, auquel cas : *que signifie entre* ?

S'en remettre à des théories strictement formalisées pour éluder la question, revient simplement à *traduire* la difficulté sous la forme de structures contradictoires et régressives [198-221]. De fil en aiguille, on constate que les difficultés initialement rencontrées en informatique ne sont certainement pas fortuites, et qu'elles s'accordent aux questions les plus fondamentales en mathématiques :

253e QUESTION DE L'ENTRE-DEUX. *Qu'y a-t-il* ***entre*** *les abstractions, en tant qu'elles sont* ***seulement individuées*** ?

Cette question paraîtra peut-être saugrenue ; mais l'est-elle plus que l'évidence consistant à référer l'effectivité d'un rapport entre écritures à une identité supposée ineffective ? Selon nous, c'est donc au degré le plus fondamental des mathématiques, savoir la *question de l'individuation*, qu'il convient de s'adresser pour obtenir le dénouement d'un blocage, interne aux mathématiques, dans lequel est pris, par ricochet, le blocage relatif aux concepts de cruciaux de l'informatique.

254 *Postulats et interprétations standard*

On sera peut-être tenté de regarder cette question de l'entre-deux [253e] comme un faux-problème à l'égard des mathématiques ; et, d'ailleurs, dans le contexte d'un usage purement instrumental de l'écriture, la coupure irrémédiable entre l'abstrait et le concret autorise, du moins en principe, une assez grande souplesse quant à ce que chacun conçoit au sujet de l'abstrait. En revanche, dès qu'il s'agit de représenter ou d'appliquer, certains tours de discours, dont on pourrait autrement user (et abuser), peuvent devenir la cheville ouvrière des articulations, et, à cet égard, le cas de l'effectivité formelle est exemplaire. Sachant que les fictions normatives ne recueillent sans doute pas l'unanimité, tentons de rappeler ou de reconstituer des repères *minimaux*. Qu'exige-t-on, *au minimum*, d'une abstraction ? Qu'elle se *distingue* des autres, et qu'il soit possible de la *désigner* (dénoter, nommer, etc.) *individuellement* :

254a POSTULAT D'INDIVIDUATION. L'***individuation*** des abstractions est une évidence.

C'est une condition *sine qua non* pour, seulement, exister. Corrélativement, ce qui n'est pas *au minimum* individué ne saurait exister *comme abstraction* :

254b POSTULAT DE L'ENTRE-DEUX. ***Entre*** les abstractions *en tant qu'elles sont seulement individuées*, *ce* n'est pas une abstraction, donc *ce* n'existe pas *comme abstraction individuée*, et, en ce sens, *ce n'est rien*.

Le point crucial est de considérer les abstractions *en tant seulement qu'elles sont des abstractions individuées*, et non pas en tant qu'elles sont ceci ou cela : nombres, ensembles, fonctions, ordinaux, etc. Le postulat de l'entre-deux énonce que l'abstrait est exclusivement peuplé d'abstractions d'individuées [1]. Cet abstrait est un *à-plat*, dépourvu de niveaux, de sorte que l'individuation vaut pour l'identité :

254d POSTULAT DE L'IDENTITÉ MONOLITHIQUE. L'***identité*** d'une abstraction en tant qu'elle est seulement individuée est un ***monolithe***.

Les abstractions ne sont pas assujetties à des degrés de détermination, ne comportent aucune effectivité, sont immuables et n'impliquent aucune non-identité : elles sont d'*un seul bloc*. Enfin :

254e INTERPRÉTATION STANDARD. L'***égalité*** est calée sur l'identité monolithique des abstractions : le signe = relie deux noms (ou expression) d'une ***même*** abstraction.

En tant que *fiction théorique*, ces postulats ne sont pas à comprendre *positivement*, comme s'il s'agissait d'un savoir objectif ; il convient plutôt de les lire comme une sorte de double négation : *ce qu'on ne peut pas ne pas supposer*. Par ailleurs, ils assument un rôle d'éponge, ce qui se voit déjà à l'endroit de l'identité (exclusion de la non-identité contradictoire). Au demeurant, on ne peut pas vraiment dire qu'on les *applique*, puisqu'ils concernent l'*abstrait en tant qu'abstrait*, c'est-à-dire en tant qu'inaccessible. D'un point de vue méthodologique, nous avons cru nécessaire de rappeler ou de reconstituer ces postulats afin de rendre *explicites* les points d'appui de notre étude [238g] :

254c 1. Rappelons [5d] que, bien que le mot *abstraction* ne soit guère satisfaisant, nous l'avons cependant préféré au mot *objet*, encore plus délicat à utiliser. A cet égard, ce que nous désignons ici comme étant « une abstraction [mathématique] en tant seulement qu'elle est individuée » correspond à ce qu'on désigne souvent comme étant « un objet [mathématique] en tant qu'objet », c'est-à-dire un *objet quelconque*, ou encore un *objet indéterminé*.

254f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il est probable que les postulats qui viennent d'être proposés ne recueilleront pas l'unanimité : la seule difficulté [248c] est alors de trouver des postulats de rechange qui conviennent à la *totalité* de l'édifice mathématique, car [250d] *il faut référer les écritures*.

Que ces postulats ne soient pas satisfaisants est une chose ; autre chose est de les modifier. Pour situer le degré de difficulté, on peut dire que la tentative de changer la *fiction théorique* de l'abstrait normatif standard est une problématique qui est approximativement équivalente à l'élaboration d'une *réinterprétation* des mathématiques formelles [1].

254h TERMINOLOGIE. Dans la suite, l'expression : ***abstraction quelconque*** abrègera : *une abstraction en tant qu'elle est seulement une abstraction individuée* [254c].

255 *Trois images*

La question de l'entre-deux n'est, somme toute, qu'une manière de questionner au sujet d'un *lieu*, cet « ailleurs inaccessible » qui procure aux abstractions leur *avoir lieu*. Empruntons à notre pratique la plus courante la matière d'une image :

255a IMAGE. Lorsqu'on réfère des écritures (dénotants) à des abstractions (dénotés), à quoi réfère-t-on la feuille de papier (le fond « en blanc ») qui supporte ces écritures (les traces « en noir ») ?

Cette image fera sourire, car, en mathématiques, à l'égard de l'abstrait, on ne se soucie pas plus d'une feuille de papier que d'un rouleau de ruban adhésif ou d'une paire de ciseaux. Mais, comment les lettres pourraient-elles *tenir ensembles* sans le fond qui les accueille ? Et sans le « blanc », comment verrions-nous le « noir » ?

Si nous prenons la peine, dans l'énoncé des postulats, de distinguer l'*individuation* et l'*identité*, quitte à postuler [254d] que l'une vaut pour l'autre dans l'abstrait normatif, c'est pour amorcer le déploiement d'une singularité mise à l'abri dans ce glissement. Donnons-nous une image *provisoire* qui s'accorde à notre conception de l'identité [125] :

255b IMAGE. L'*individuation* est, en quelque sorte, associée à la ***place***, alors que l'*identité* est associée à la multiplicité de « choses absolument singulières » qui sont indiscernables [129e] parce qu'elles peuvent être substituées les unes aux autres, *salva veritate*, précisément ***à cette place***.

Cette image signifie que l'individuation détermine *la place d'une substituabilité* au sens de l'identité leibnizienne [2]. On peut donc comprendre que l'abstrait normatif en *à-plat* repose sur la *confusion* entre l'***absolue singularité*** et la ***mêmeté***, confusion qui produit ce que nous avons épinglé, de manière imagée, les *monolithes*. Cette confusion n'est pas fortuite, puisqu'elle contribue à éponger les contradictions impliquées par la non-identité, ce qui a pour effet d'exclure toute variation de détermination et, partant, toute considération de niveau :

255d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le blocage théorique relatif à la problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux est lié aux postulats d'individuation de l'abstrait normatif.

254g 1. Du point de vue des présentes thèses, cette réinterprétation est en cours depuis [au moins] la seconde moitié du XIX$^{\text{ème}}$ siècle [73a]. C'est ce que nous suggérons [249] via la différence entre *formel* et *formalisé*, dans sa conjonction avec les deux processus de formalisation inversés [249c] [249d]. Mais cette réinterprétation est partiellement bloquée, faute d'une *théorie de l'écriture* (glissement du discret sur le fini), et faute d'une *théorie de fondement* adéquate (caractère conjectural et dépassable des sciences « exactes »). Bien que le problème *mathématique* d'une réinterprétation des mathématiques n'ait pas sa place dans le présent exposé, nous sommes contraint de l'aborder par une sorte de *vue en coupe*, pour atteindre quand même les résultats théoriques préalables ouvrant la voie à un dénouement du blocage relatif à l'informatique.

255c 2. De l'articulation entre *individuation* et *identité* dépend l'approche théorique du concept d'*interaction*, selon nous l'un des concepts parmi les plus énigmatiques (peut-être le concept le plus obscur) avec lequel le discours [scientifique] ne cesse de se confronter. Cette remarque n'est pas fortuite dans le contexte de l'identité leibnizienne, car le concept de *fonction*, qui doit une part essentielle de son acception moderne (et encore actuelle) à l'oeuvre de G. W. LEIBNIZ, est précisément destiné à saisir « quelque chose » de l'interaction *entre*.

Cependant, selon nos thèses, rien n'est perdu ni laissé de côté, de sorte que ce dont on a débarrassé l'abstrait doit se retrouver quelque part :

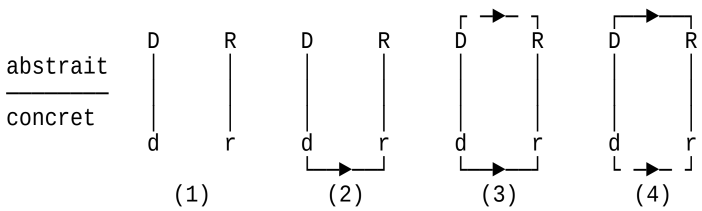
255e IMAGE. Dans les mathématiques formelles, la coupure entre abstrait et concret est exactement calée pour que la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures (usage *purement* instrumental) ***éponge*** tout ce qui bouge ou gêne : tout ce qui est contradictoire, régressif, effectif, non-identique, etc., est refoulé du côté des écritures, tandis que tout ce qui demeure immuable, identique à soi et non contradictoire est conservé du côté abstrait (mais inaccessible).

Inévitablement, dès qu'on examine *de trop près* cette « cuisine sans importance » au moyen d'une *formalisation inversée* [249d], resurgissent les anomalies dont on avait méticuleusement nettoyé l'abstrait [249f].

256 *La structure régressive de l'entre-deux*

Sans doute admet-on assez facilement que les abstractions soient individuées, comme autant de petits cailloux juxtaposés. Mais qu'en est-il de l'*entre-deux* ? Esquissons[1] un *raisonnement prenant appui sur les *passages* :

256a



Deux dénotants distincts, `d` et `r`, sont référés à deux dénotés distincts `D` et `R` (figure 1). Rien n'empêche de *passer effectivement* du dénotant `d` au dénotant `r`, grâce à des opérations effectivement appliquées par le mathématicien à ces dénotants (figure 2). Rien n'empêche non plus d'*imaginer* corrélativement qu'on passe du dénoté `D` dénoté `R` (figure 3). Peut-être même en viendra-t-on à croire que le passage entre les dénotés `D` et `R` est *premier*, et que le passage entre les dénotants n'est que le reflet concret, mais *second*, de ce passage (figure 4). Dans ce schéma, la question de l'entre-deux est signalée par les flèches : quel est leur statut et leur usage d'un point de vue théorique ? Du côté des écritures concrètes, ce que nous avons déjà exposé [8g] [101g] permet de noter :

256b *LEMME DE LA FLECHE CONCRETE. Du côté des écritures concrètes, la flèche qui relie les deux dénotants notifie la présence d'une trace indécelable, sachant que l'effectivité du passage d'une écriture à une autre ne donne lieu, en tant que telle, à aucune trace décelable.

Du côté abstrait, la question est de déterminer si la flèche entre les deux abstractions *est ou n'est pas* une abstraction individuée au même titre que les abstractions qu'elle est supposée relier :

256c $\boxed{\mathtt{D} \longrightarrow \mathtt{R}}$ $\qquad$ $\boxed{\mathtt{D}}$ $\boxed{\longrightarrow}$ $\boxed{\mathtt{R}}$

Supposons (figure de gauche) que le passage *adhère* aux abstractions ainsi reliées : alors ces abstractions ne sont plus individuées et le problème du passage disparaît ; supposons (figure de droite) que le passage est une abstraction individuée au même titre que les abstractions reliées : alors le problème du passage se reproduit régressivement, car, pour passer de `D` à `R`, il faut d'abord passer de `D` à la flèche abstraite :

256d *LEMME DE LA FLECHE ABSTRAITE. Si on pose que le passage ***entre*** deux abstractions [individuées] ***est*** une abstraction [individuée] au même titre que les abstractions reliées, alors le problème du passage entre deux abstractions est un problème régressif.

---

1. Le *raisonnement qui suit est condensé afin de brosser rapidement l'ensemble de la problématique. Il est repris plus en détail dans la suite de l'étude.

Or, le problème du passage n'est qu'un cas particulier d'entre-deux, de sorte que :

256e *THÉOREME DE L'ENTRE-DEUX. Si le problème du passage entre deux abstractions est régressif, alors l'***entre-deux*** [qui se trouve entre deux abstractions] est une ***structure contradictoire et régressive***.

Dans le contexte des mathématiques formelles habituelles, une telle éventualité est inconcevable, puisqu'elle concerne toute abstraction *en tant qu'abstraction*, ce qui exclut que le rapport entre entre deux abstractions, même bornées de toutes parts dans le fini, puisse être lui-même de nature *finie* et, surtout, *irréductible* :

256f *COROLLAIRE DE L'ENTRE-DEUX. Dans le cadre des mathématiques formelles, à moins de postuler que le passage entre deux abstraction n'est rien, et que toute allusion à ce passage est *sans fondement théorique* : ou bien ce passage ***disparaît par adhérence*** aux abstractions reliées, et il est encore *sans fondement théorique* ; ou bien ce passage ***devient un abîme infranchissable***, car il déclenche une régression *sans fin*, et il est encore *sans fondement théorique*.

Le lien direct entre la problématique du passage et la problématique de l'individuation est établi. Les postulats [254] de l'abstrait normatif ne sont donc nullement innocents, puisqu'ils contribuent à nettoyer l'abstrait de toute trace de la structure contradictoire et régressive de l'entre-deux :

256g REMARQUE. Hélas, il est [évidemment] impossible d'éliminer l'entre-deux contradictoire et régressif ! De sorte que le montage des mathématiques formelles est emberlificoté dans le serrage contradictoire qui le conduit à rejeter officiellement ce dont, par ailleurs, il ne saurait se passer [240d].

257 *L'amorce d'un dépassement*

Faute d'une théorie de fondement adéquate, on ne peut concevoir un réexamen du montage des mathématiques formelles en vue d'un dépassement ; et, comme on ne saurait trivialement *mettre sur le côté* un tel édifice, parce qu'on en a toujours le plus grand besoin, force est de négocier des arrangements, lesquels donnent prise à une *recherche de fondement* [196f] :

257a PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. Au lieu d'admettre que l'individuation [des abstractions] est une évidence allant de soi, nous abordons la *question de l'entre-deux* par le détour de ce qui, indissociablement et contradictoirement, *sépare* ***et*** *relie* les abstractions, pour qu'il soit *seulement concevable* qu'elles soient individuées.

Cette idée est sans surprise dans le cadre des présentes thèses, aussi bien à l'égard des *raisonnements développés lors de l'étude de la discrétisation [79-84] [85-91], qu'à l'égard du montage théorique que nous proposons [106-109] dans la perspective d'un usage raisonné de certaines contradictions, que les évidences et les principes les plus fondamentaux des théories sont destinés à exclure, certes, *mais à l'intérieur* :

257b SECONDE IDÉE DIRECTRICE. Dans le cadre des présentes thèses, nous concevons ce qui, indissociablement et contradictoirement, *sépare* ***et*** *relie* les abstractions, comme une *effectivité théorique* [140b] qui, par le jeu de son *équivalence à une régression sans fin, peut partager le même *avoir lieu* régressif que l'effectivité d'un passage.

Il est difficilement contestable que cette problématique de l'individuation intervient au degré le plus fondamental comme *condition de possibilité* des protocoles normatifs de démonstration :

257c *THÉOREME DE CORRÉLATION. En tant que l'individuation intervient comme *condition de possibilité* des protocoles normatifs de démonstration, les propositions relatives à ce qui figure [éventuellement] entre les abstractions sont en ***corrélation forte*** avec ces protocoles, et sont donc soumises à une absence simultanée de preuve et de réfutation.

Le rôle de l'écriture est déterminant, car on peut imaginer tout ce qu'on veut au sujet de l'abstrait, il n'en demeure pas moins que les démonstrations *formelles* sont discrètes (individuation des lettres et des dénotants) et effectives. On peut donc soutenir sans sourciller qu'entre deux abstractions, il n'y a rien, et que les abstractions sont immuables, puisque tous les passages et toutes les mises en relation n'auront jamais lieu... que dans l'écriture (l'abstrait est inaccessible). C'est l'amorce d'un dépassement :

257d LES DEUX CONJECTURES OPPOSÉES. Dans le cadre des mathématiques telles qu'actuellement conçues et pratiquées, on postule qu'***il n'y a rien entre*** les abstractions quelconques ; nous supposons, pour notre part, que ce qui *sépare **et** relie* les abstractions quelconques est une structure contradictoire et régressive.

Puisque le présent exposé ne s'intéresse pas à la question de l'individuation *pour elle-même*, mais seulement quant à l'effectivité des calculs et des transitions (d'état ou de niveau), nous conserverons le plus souvent l'appui intuitif des *passages* :

257e REMARQUE. De manière à ne pas alourdir l'exposé, nous ne développerons, pour l'essentiel, que l'étude des *passages*, étant entendu que ces passages ne sont qu'un cas particulier de ce qu'on nomme, de manière générale : les *relations* ***entre*** *abstractions*.

258 *Le discret et le continu : aperçu des apories*

Nos thèses s'appliquent : rien n'est oublié dans le montage des mathématiques formelles [134], y compris les effectuations concrètes, assumées par le mathématicien, qui demeurent des « calculs naïfs » dont l'effectivité est référée à des identités ineffectives. On aura beau inventer de nouveaux objets mathématiques, rien n'y fera, car le blocage est indissociable du montage théorique qui sous-tend tout l'édifice, et qui articule [au moins] le principe de contradiction, le principe d'identité, la problématique de la référence [250d], l'usage instrumental de l'écriture [251d] et la règle d'univocité [251e]. Le blocage est donc bien ***interne*** aux mathématiques actuelles [133] [209g] [223], et ce sont bien les fondements les mieux établis qui s'avèrent, à terme, la cause des blocages les plus étendus [37d] [158g] [189b].

A maints égards, la *question de l'entre-deux* [253e], que nous posons à l'occasion de l'effectivité des calculs et des transitions, reprend, dans une perspective discrète, ce qui s'est débattu pendant plusieurs siècles dans une perspective continue. On retrouve (avec surprise ?) le *raisonnement déjà appliqué pour la discrétisation [80] : si ce qui sépare deux abstractions individuées est lui-même une abstraction individuée, alors on tombe dans une régression sans fin [256] ; arrêter cette régression, c'est précisément affirmer que les abstractions sont individuées et qu'elles sont *séparées **et** reliées* par ce qui figure *entre* elles. Dire qu'il n'y a rien *entre* les abstractions [254b], c'est seulement « oublier » l'effectivité de ce qui figure *entre* ces abstractions. Que cette effectivité soit comprise comme un passage n'est qu'un cas particulier :

258a REMARQUE. L'***effectivité du passage*** d'une abstraction à une autre, imaginée comme une sorte de « dynamisme », n'est pas moins problématique que l'***effectivité de l'étendue***, imaginée comme une sorte de « statisme » constituant l'espace d'un déploiement.

Et si la géométrie endort nos soupçons, parce que l'espace semble se soustraire au vicissitudes du temps et du devenir, c'est seulement parce que nous ne concevons pas que c'est l'*étendue* elle-même qui est à comprendre comme *effective*, tout comme le *temps*, elle qui procure un *avoir lieu* aux points immatériels individués :

258b INTERPRÉTATION. Le lent basculement des mathématiques vers l'écriture[1] aboutit à la situation actuelle [255e] où le rôle médiateur de l'écriture est calé de telle manière que l'effectivité associée à ces écritures et

1. Pour rester bref, on s'accorde généralement à reconnaître que l'introduction, par R. DESCARTES, de méthodes algébriques dans la Géométrie des Anciens, constitue une étape importante de l'histoire des mathématiques. Dans son *Cours d'Algèbre* (Hermann, Paris), R. GODEMENT rappelle que le *produit cartésien* est ainsi nommé en référence à l'inventeur du système de coordonnées grâce auquel le plan est assimilable à l'ensemble RxR.

aux opérations qui les concernent soit en mesure d'éponger ce qui demeure inconcevable quant à la « nature » des abstractions et à l'***au lieu de*** qui en constitue la trame régressive [1].

Dans les nombres naturels, c'est l'énigmatique *acte de compter*, en tant qu'effectif, qui est placé en couverture apparente pour éponger ce qui figure *entre* les nombres : *passer d'un nombre au suivant*. Puis les nombres se cassent (nombres fractionnaires, encore nommés *nombres rompus* au XVII$^{\text{ème}}$ siècle), puis leurs intervalles se peuplent, etc. Plus on saisit abstraitement, par individuation, ce qui figure effectivement *entre* les abstractions, plus l'abstrait se peuple par développement régressif de cette effectivité. Mais le rôle médiateur des [rapports entre] écritures provoque, dans le contexte normatif actuel, un étonnant court-circuit :

258d REMARQUE. A cause du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [160b], et compte-tenu de la conception normative actuelle de l'écriture, à la fois finitiste (glissement du discret sur le fini), transparente (les écritures sont sans « blancs ») et purement instrumentale (l'usage de l'écriture n'a aucune incidence sur l'abstrait), il ne reste plus, *en apparence*, qu'une seule sorte d'effectivité concrète pour éponger ***toutes les effectivités***, à savoir « ce qui est calculable ».

De sorte que l'infl***é***chissement du discours normatif actuel, qui laisse entendre que les fonctions pourraient constituer des passages fléchés effectifs, non pas comme une allégorie destinée à soutenir l'imagination, mais bien en lieu et place d'identités immuables et ineffectives, introduit (ou ré-introduit), à son insu, la problématique des niveaux et des points de vue, c'est-à-dire tout à la fois, des indécelables, des régressions sans fin et des contradictions, au coeur d'un abstrait immuable, universel, ineffectif, sans niveaux, et réputé (ou supposé) exempt de toute contradiction.

Qu'il y ait toujours une infinité de nombres réels entre deux nombres réels n'empêche nullement que chacun de ces nombres soit individué, quelque nombreux qu'ils soient, chacun distinct des autres, et qu'*entre* deux nombres réels ainsi distingués, *en tant seulement qu'ils sont des abstractions individuées*, il n'y ait, semble-t-il, rien ?

258e REMARQUE. On aperçoit ainsi l'enchevêtrement labyrinthique de ramifications qui relie de multiples questions, parmi lesquelles figurent la problématique des niveaux, le glissement du discret sur le fini, l'effectivité, le principe d'identité, le principe de contradiction, la conception normative de l'écriture, etc., aux apories qui régissent l'articulation entre le discret et le continu.

L'ironie éléatique n'est pas une sophistique de débutant. La logique non plus. Car l'une et l'autre sont renvoyées dos à dos, par cela même qui les sépare *et* les relie, à travers la question de ce qui, indissociablement et contradictoirement, *sépare* ***et*** *relie*. A cet égard, le mouvement que le paradoxe de ZÉNON met en avant n'est qu'une mise en scène, propre à capter l'imagination par l'effet d'un dynamisme problématique s'opposant de toute évidence au repos d'un statisme insouciant, et qui garde en coulisses, manoeuvrant dans l'ombre les cintres compliqués du théâtre, l'aporie discrète, mais effective, que voile la supposition lumineuse, mais obscure, d'une individuation immuable, éternelle et définitive :

258f INTERPRÉTATION. Les mots ***discret*** et ***continu*** sont assujettis à deux glissements coordonnés : le ***discret-1*** (réputé irréductible et glissé sur le fini) s'oppose au ***continu-1*** (le continu numérique mathématique) ; par ailleurs, le ***discret-2*** (ici nommé *individuation*) est lié à la *venue à la forme* d'un « ***continu-2*** », lequel *n'est pas du continu*, mais du *non-individué*, du *non-séparé*, du *non-divisé*, du *non venu à la forme*, etc. (ce que nous nommons *les choses*), qui, dans le cadre des présentes thèses, n'est concevable que dans son *équivalence théorique à l'*achèvement* d'une régression *sans fin*, donc à une ***contradiction*** [insurmontable] : c'est notre conjecture de « savoir absolu ».

258c 1. On comprend peut-être mieux, compte-tenu du rôle de l'écriture en cette affaire, que la formalisation stricte ait pu faire preuve de capacités surprenantes pour « résoudre », voire éponger, diverses difficultés, puisque cet entre-deux qu'on ne parvient pas à penser dans l'abstrait est « de même nature » (une structure contradictoire et régressive) que l'entre-deux d'un rapport entre écritures, lequel peut être rendu à la fois effectif et formellement indécelable, c'est-à-dire *rien* dans l'écriture normative « sans blancs ». On comprend aussi que les logiques formalisées aient tenu bon sur l'exigence d'une *effectivité* des dérivations formelles.

Le *vrai continu* est une manière de mettre en scène une certaine *conjecture de « savoir absolu »*, qu'on peut esquisser : *ce que* ***c'****était* ***avant*** *d'advenir à la forme individuée* ; ce *vrai continu* est à situer *au lieu de* l'absolument inconcevable. En revanche :

258g INTERPRÉTATION. Ce qu'on épingle le *continu numérique* est un *montage*, dont les ingrédients de base sont des abstractions individuées, ce que rappelle à notre attention le fait que R est un *ensemble* ; en ce sens, la continuité (en fait : le *lissé*) de ce continu est l'*effet apparent d'un montage*, mais certainement pas une propriété d'un ensemble *en tant qu'ensemble* ou de ses éléments *en tant qu'éléments*.

On notera que cette interprétation est compatible avec les théories axiomatisées des ensembles, dont le substrat présupposé est *de l'abstraction individuée* : la relation fondamentale $\in$ est une relation ***entre*** abstractions individuées. On comprend maintenant que le glissement du discret sur le fini provoque un gigantesque court-circuit, par l'effet d'un changement de niveau inaperçu [222a] :

258h INTERPRÉTATION. Glisser le discret sur le fini équivaut à brancher en court-circuit le degré le plus fondamental de l'individuation (trame contradictoire et régressive de l'individuation) sur le « sans blancs » du fini.

L'*à-plat* de l'abstrait normatif est seulement l'effet apparent qui résulte de l'arrêt d'une régression sans fin, arrêt qui constitue l'*avoir lieu* des abstractions individuées, *avoir lieu* inconcevable que le discours normatif situe, à juste titre, comme un « ailleurs inaccessible ». Qu'on se place dans une perspective de finitude, d'infinitude ou de transfinitude, le problème fondamental demeure, en son principe, contradictoire et régressif [128g].

258i Aussi, dans le contexte d'une recherche de fondement, le discours normatif concernant la rigueur formelle des mathématiques actuelles et les effets unificateurs de la théorie des ensembles, loin de signifier la quiétude d'un repos massif succédant aux turbulences de difficultés et d'ambiguïtés enfin éclaircies, confirme au contraire que la cause est d'autant mieux *saisie* que cette unification et cette rigueur n'en sont jamais que l'*effet apparent*, un accroissement d'exactitude et de généralité n'étant pas concevables, selon nous, sans un accroissement corrélatif d'indétermination dû à l'oxygène de nouvelles conjectures. Et si l'on accorde si facilement que les « machines à démontrer », errant dans une combinatoire aveugle de manipulation d'écritures, ne sauraient rivaliser avec l'acuité du mathématicien, avec son jugement, et encore moins avec son intuition, c'est peut-être aussi parce que l'écriture ne joue pas le rôle qu'il lui suppose, et que la rigueur qu'il invoque pour en légitimer l'usage est aussi le prétexte à faire jouer des ressorts qu'il ne dit pas, lui confiant alors en toute sûreté la lettre de son savoir.

CHAPITRE V-2

La problématique « saisir comme »

•

■ *Nous constatons que toute tentative de référer l'effectivité d'un rapport entre écritures aboutit à l'ineffectivé de l'identité d'une abstraction, et nous reconstituons le montage théorique relatif au concept de couple, comme une manière de saisir le rapport entre deux abstractions comme une abstraction [259-264]. Quelques rappels concernant la définition des fonctions suffisent pour établir que diverses anomalies proviennent de la tentative de référer des « calculs naïfs » [265-270]. Un complément d'étude concernant la composition des fonctions [271-275] nous conduit à proposer un aperçu du montage théorique associé aux fonctions [276-280].*

V-2-1. Aperçu du montage théorique associé au concept de couple

■ *Nous présentons quelques aspects du montage permettant de saisir le rapport entre deux abstractions comme une abstraction individuée, en l'occurrence un couple.*

259 *Référer le rapport entre les dénotants d'un même dénoté*

D'un point de vue concret, ce sont des opérations effectivement appliquées à des écritures qui permettent de passer du dénotant d'une abstraction au dénotant d'une [autre] abstraction. S'il est exclu, par la règle d'univocité [251e], qu'un même dénotant (au sens du jugement *quant à la ressemblance* [200d]) soit référé à plusieurs dénotés distincts, rien ne s'oppose à ce que plusieurs dénotants distincts (non ressemblants) soient référés à un même dénoté (à une même abstraction) :

259a
```
                X             X             X             X
abstrait       / \           / \           / \           / \
────────    1 /   \       2 /   \       3 /   \       4 /   \
concret      /     \         /     \         /     \         /     \
            w       x       w ───── x       w ────▶ x       w ◀──── x
```

Dans ce schéma, figure 1, les dénotants `w` et `x` distincts sont référés au même dénoté (dénotent la même abstraction) `X`. Puisque les dénotants `w` et `x` sont des écritures distinctes, on peut envisager de *référer* leur rapport, *en tant que ces dénotants sont référés à la même abstraction* :

259b *THÉOREME DES DEUX RÉFÉRENCES. Si on réfère le rapport entre deux dénotants [distincts] d'un même dénoté à l'***identité*** de ce dénoté, ce rapport s'***évanouit*** dans cette identité.

L'identité à soi d'une abstraction est un monolithe [254d] ; il n'y a donc pas de différence concevable *entre* une abstraction et « elle-même ». Sous couvert de la règle de vicariance [251d], les dénotants n'interviennent jamais *pour eux-mêmes*, de sorte que les dénotants distincts d'un même dénoté sont, à cet égard, substituables les uns aux autres : seul importe le dénoté, et on dira [254e] que `w` *égale* `x`.

Dans le cas particulier où on comprend ces rapports comme des « calculs naïfs », le rapport entre une *donnée* et un *résultat* est ***orienté*** : le fait de passer de `w` à `x` (figure 3) n'est pas « la même chose » que le fait de passer de `x` à `w` (figure 4). Le *théorème des deux références [259b] se prolonge donc :

259c PREMIER *THÉOREME DE L'ÉPONGE. Si on réfère les rapports entre dénotants d'un même dénoté, puis les rapports entre ces rapports, etc., à l'***identité*** de ce dénoté, ***toutes les différences*** entre ces rapports et ***toutes les manières d'être de l'effectivité*** de ces rapports s'évanouissent dans cette identité.

Si on se transportait *de l'autre côté* de la coupure en adoptant le point de vue du dénoté, on « verrait » tous ces dénotants (resp. tous ces rapports entre dénotants, ces rapports entre rapports, etc.) comme ***indiscernables***. Par ailleurs, puisque les dénotants sont des écritures concrètes sur lesquelles il est possible d'*effectuer* des opérations, on « verrait » l'effectuation éventuelle de ces rapports comme « immobile ».

260 *L'entre-deux saisi comme couple*

Dès qu'on articule l'individuation et l'entre-deux, on vérifie que l'instrumentation concrète dont se sert le mathématicien (discours ou écriture) n'est pas d'un mince secours pour contrecarrer la fiction d'un abstrait peuplé de monolithes immuables. Cependant, tôt ou tard, on en vient à l'idée de *remonter l'entre-deux dans l'abstrait* :

260a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans les mathématiques formelles, on se sert souvent du ***concept de couple*** pour ***saisit*** l'entre-deux de deux abstractions individuées ***comme*** une abstraction individuée.

Nous soulignons qu'il s'agit de *saisir comme*, car [254b] [256e] l'entre-deux *n'est pas* une abstraction individuée. Le concept de couple est crucial, puisqu'il intervient dans les produits cartésiens et les fonctions, sachant que l'étude des transitions d'état a déjà montré [84a] [131] [132] qu'il convenait de l'aborder avec prudence. Le schéma ci-dessous résume l'essentiel :

260b

```
             (   ,   )        C
             ┌ ─►─ ┐      ┌ ─►─ ┐
             D     R      D     R         C           (D,R)
abstrait     │     │      │     │        / \           / \
────────    5│     │     6│     │      7/   \        8/   \
concret      │     │      │     │      /     \       /     \
             d ──► r      d ──► r     c     (d,r)   c     (d,r)
```

La figure 5 ne convient pas, car l'armature syntaxique n'est rien. La figure 6 non plus, car le passage n'est pas une abstraction individuée :

260c *THÉOREME DU COUPLE. Si on ***saisit*** l'entre-deux de deux abstractions ***comme*** un couple, alors ce couple n'est ni l'*entre-deux* lui-même, ni *aucune des deux* abstractions concernées.

De cette manière, la régression sans fin visée par le *théorème de l'entre-deux [256e] ne se déclenche pas. Il reste maintenant à examiner ce que recouvre le *saisir comme*, c'est-à-dire :

260d QUESTION DU COUPLE. Quelle rapport y a-t-il ***entre*** un couple et chacune de ses deux composantes ?

Indépendamment du fait que le problème est incontestablement régressif, la figure 8 montre la difficulté : doit-on comprendre que les deux abstractions `D` et `R` interviennent, en quelque sorte, à titre d'*ingrédient* pour former le couple `(D,R)`, sachant cependant, comme le suggère la figure 7, qu'un couple est *une* abstraction individuée, au même titre que ses composantes ? Ou encore : doit-on comprendre (figure 8) qu'un couple `(D,R)` est associé à un dénotant particulier `(d,r)` qui représente l'intervention des dénotés `D` et `R` à titre d'*ingrédient*, ou, au contraire (figure 7), que l'évocation des composantes dans le dénotant `(d,r)` est l'effet d'une coïncidence fortuite ? A notre connaissance, l'interprétation ci-dessous est standard :

260e INTERPRÉTATION STANDARD. Dans les mathématiques formelles : côté abstrait, un couple est ***le même***, qu'on le considère comme ***une*** abstraction ou comme un ***collage-de-deux*** abstractions ; côté concret, la notation d'un couple est une sorte d'*expression* dans laquelle ce sont bien les dénotants des composantes qui figurent.

Par rapport au schéma [260b], cette interprétation signifie que les deux figures 7 et 8 sont *indiscernables*, étant précisé que l'assemblage `(d,r)` n'est pas une notation arbitraire destinée à provoquer une coïncidence fortuite (figure 7), mais qu'il est à considérer comme une sorte d'expression qui resterait en suspens, non évaluée, comme `2+1` ou `5+0`.

261 *Le rapport à soi d'une abstraction*

Revenons un peu en arrière pour compléter l'étude des rapports entre les dénotants d'un même dénoté [259]. On pourrait objecter que, lorsqu'on tente de référer le rapport entre deux dénotants d'un même dénoté, il convient peut-être de référer ce rapport au *rapport à soi* de ce dénoté, c'est-à-dire au rapport de ce dénoté « avec lui-même », et non pas à son identité. On peut alors *saisir* un tel rapport à soi *comme* un couple dont les deux composantes sont ce dénoté :

261a
```
             X                 (X,X)
abstrait    / \                  |
--------   /   \    -------------+-------------
concret   /     \   |     |      |     |     |
         w       x (w,x) (x,w)   c   (w,w) (x,x)
```

Ce couple est une abstraction individuée, distincte de chacune de ses deux composantes. Puisque ces deux composantes sont la même abstraction, tous les rapports entre deux dénotants de cette même abstraction donnent lieu à des expressions du même couple, c'est-à-dire que tous ces rapports sont référés à un même couple :

261b *THÉOREME DU RAPPORT A SOI. Si on comprend le rapport entre deux dénotants [distincts] d'un même dénoté comme le ***rapport à soi*** de ce dénoté, alors le rapport à soi de ce dénoté peut être saisi comme un couple dont les deux composantes sont ce dénoté, et tout rapport entre deux dénotants de ce dénoté est référé à l'identité de ce couple.

On gagne un peu en « précision », puisqu'on distingue l'*identité* et le *rapport à soi* d'une abstraction (distinction qui n'est pas sans susciter de nouvelles questions [254d]) ; mais, par ailleurs, on n'a rien gagné, puisque c'est maintenant l'*identité* du couple obtenu qui éponge la différence qu'on voulait référer. La figure de droite du schéma [261a] montre que tous les rapports entre les dénotants `w` et `x` du dénoté `X` correspondent à différents dénotants du même couple. On peut alors réappliquer ce *théorème [261b] au rapport entre les dénotants du couple obtenu, et ainsi de suite :

261c SECOND *THÉOREME DE L'ÉPONGE. Si on réfère les rapports entre dénotants d'un même dénoté `X` à un couple `(X,X)` dont les deux composantes sont ce dénoté `X`, ***toutes les différences*** entre ces rapports et ***toutes les manières d'être de l'effectivité*** de ces rapports s'évanouissent dans l'identité du couple `(X,X)` ; par suite, si on réfère les rapports entre dénotants du couple `(X,X)` à un couple `((X,X),(X,X))` dont les deux composantes sont le couple `(X,X)`, ..., etc.

Dans cette perspective, il y a, en quelque sorte, *deux identités* des abstractions : d'un côté, une *identité froide*, contractante et impliquante (*théorème des deux références [259b], premier *théorème de l'éponge [259c]), qui provoque et recueille l'évanouissement de *toutes* les différences et de *toutes* les manières d'être de l'effectivité des rapports ; d'un autre côté, une *identité chaude*, dilatante et explicante (*théorème du rapport à soi [261b], second *théorème de l'éponge [261c]), qui provoque l'évanouissement différencié (ou différé) des différences et des effectivités par l'effet d'une ***prolifération sans fin*** :

261d REMARQUE. Il n'est pas invraisemblable que l'interprétation standard de l'égalité [254e], conjuguée avec l'interprétation standard des couples [260e], constitue en fait une sorte de ***point double*** (glissement conceptuel) qui joue en sous-main deux rôles antagonistes dans les mathématiques formelles.

262 *Une tentative pour forcer l'impossible*

Ce que nous avions abordé, d'un point de vue informatique, à partir de l'étude des transitions d'état, n'est ainsi qu'un cas particulier d'un problème fondamental que nous atteignons par un raisonnement conforme aux mathématiques formelles les plus classiques : c'est bien le principe d'identité qui est convoqué pour éponger tout ce qui, côté [rapports entre] écritures, est compris comme effectif [134]. Plus précisément, en conjuguant le *théorème des deux références [259b] et le *théorème du couple [260c], il vient :

262a *THÉOREME D'ÉVANOUISSEMENT. Dans le cadre des mathématiques formelles, soit par le biais d'un rapport entre deux dénotants référés à un même dénoté, soit par le biais d'un rapport entre deux dénotants référés à des dénotés distincts, *il est impossible* de référer l'***effectivité*** d'un rapport entre deux écritures autrement qu'à une ***identité ineffective*** où elle s'***évanouit***.

Par ailleurs, en conjuguant les deux *théorèmes de l'éponge [259c] [261c], il vient :

262b *THÉOREME D'INDISCERNABILITÉ. Dans le cadre des mathématiques formelles, ***il est impossible*** de référer les différences entre [rapports distincts entre] dénotants d'un même dénoté autrement qu'à [la prolifération sans fin de] l'identité de ce dénoté.

C'est extrêmement gênant pour l'effectivité formelle (donc pour les théories de la calculabilité et les traitements d'information), puisque les évaluations effectives (cf. schémas [241a] [242a] [243a]), se répartissent selon les deux cas : rapports entre dénotants d'un même dénoté, ou rapport entre les dénotants des composantes d'un même couple. D'où le blocage que le concept de représentation tente de pallier [248b] :

262c INTERPRÉTATION. Sous couvert de l'évidence selon laquelle une même abstraction peut être associée à plusieurs représentations, le ***concept de représentation***, et les montages qui lui sont associés, sont une manière détournée (et opératoire) de ***référer des différences concrètes*** qui, dans le cadre des mathématiques formelles habituelles, s'***évanouissent*** [262a] et/ou sont ***abstraitement indiscernables*** [262b].

Qu'il s'agisse de différentes manières de *coder* ou de *représenter* une « même » abstraction, de *représenter*, d'*implémenter*, de *programmer* plusieurs manières de passer d'une *donnée* à un *résultat*, ou, plus généralement, d'associer plusieurs algorithmes ou programmes à une même fonction, il s'agit toujours de référer du multiple (côté concret) à du « même » (côté abstrait).

Prenons la peine de détailler ce qui pourrait tenir en deux lignes, afin de bien prendre la mesure du problème : d'une part, on ne veut pas trivialement écarter les mathématiques formelles dont on a le plus grand besoin, mais, d'un autre côté, le montage qui sous-tend ces mathématiques bloque l'accès à ce qu'on veut atteindre. Il faudrait donc, en quelque sorte, *forcer* le montage :

262d PROBLEME DU FORÇAGE. L'idéal serait de concilier le *point de vue de la dénotation*, qui gourverne les mathématiques formelles, donc la définition des abstractions habituelles dans leur identité (ensembles, fonctions, etc.), et le *point de vue de la représentation*, qui vise à ***différencier l'identité*** des abstractions définies par les mathématiques habituelles.

Le serrage contradictoire est là : si on écarte trivialement les mathématiques habituelles, on se prive *ipso facto* de tout ce qu'elle légitime, à commencer par les abstractions qu'on souhaite, précisément, représenter. Par conséquent, le problème du forçage [262d] se réduit directement ou indirectement à référer, à des abstractions distinctes, des [rapports distincts entre des] écritures distinctes, *sachant que ces écritures sont déjà référées à une même abstraction* :

262e
```
            M        X        N    (X,X)   (M,X)   (X,N)   (M,N)
abstrait     \      / \      /       |       |       |       |
---------     \    /   \    /        |_______|_______|_______|
concret        \  /     \  /                     |
                W ------> X                    (W,X)
                    r
```

Pour différencier abstraitement ces [rapports entre] dénotants, il convient *au minimum* de référer les dénotants distincts [d'un même dénoté] à des dénotés distincts. Dans le schéma ci-dessus, W et X, dénotants distincts du dénoté X, sont par ailleurs référés à des dénotés distincts : W est référé à M, tandis que[1] X est référé à N :

1. Dans cet exemple, on aurait pu se borner à un seul dénoté supplémentaire, M, par exemple.

262f *LEMME DU FORÇAGE. Pour qu'il soit *seulement possible* de rendre ***abstraitement discernables*** des [rapports distincts entre] dénotants distincts d'un même dénoté, il faut que l'un au moins de ces dénotants soit simultanément ***référé à deux dénotés distincts***.

L'idée consiste à *forcer* la « prison de l'identité » de manière à contourner les deux *théorèmes de l'éponge [259c] [261c] afin de passer outre au *théorème d'indiscernabilité [262b] :

262g *THÉOREME DU FORÇAGE. La violation de la règle d'univocité [251e] est une ***condition nécessaire*** pour ***forcer l'impossibilité*** de référer des [rapports distincts entre] dénotants distincts d'un même dénoté à « autre chose » qu'à [la prolifération sans fin de] l'identité de ce dénoté.

262h Avec humour, on peut dire que ce forçage de l'impossible n'est pas impossible, étant toutefois remarqué que l'opération est assez lourdement *taxée* :

262i *COROLLAIRE DU FORÇAGE. Pour ***forcer l'impossibilité*** de référer des [rapports distincts entre] dénotants distincts d'un même dénoté à « autre chose » qu'à [la prolifération sans fin de] l'identité de ce dénoté, une théorie doit ***violer la règle d'univocité*** [251e], donc ***s'affirmer contradictoire*** [251g] et, par conséquent, ***se reconnaître non recevable*** (au sens du critère de l'univocité [251h]) en tant que théorie mathématique formelle.

263 *Le calage du concept de couple*

On mesure tout l'intérêt de l'interprétation standard [260e] des couples (qui se prolonge aux produits cartésiens et aux n-uples), laquelle permet de jouer, *dans une certaine mesure*, sur un ***double point de vue*** : le premier, selon lequel un couple est ***un***, le second, selon lequel un couple est un ***collage-de-deux***. Cependant, puisque ces deux points de vue sont référés à la même abstraction, on peut appliquer le *corollaire du forçage [262i] :

263a *THÉOREME COUPER/COLLER. Une théorie (ou un exposé) qui réfère le rapport entre deux dénotants d'***un même couple***, quelle que soit la forme de ces dénotants (une ou plusieurs lettres), au rapport entre deux abstractions *dont l'une au moins* ***n'est pas*** *ce couple*, tombe sous le coup du *corollaire du forçage [262i] (contradiction et non recevabilité).

Côté abstrait, le couple est « le même », qu'on l'imagine comme un *un* ou comme le *collage-de-deux*, et côté concret, tous les dénotants de ce couple sont référés à « la même » abstraction (ou à la prolifération sans fin de son identité). Par conséquent :

263b *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Dans une théorie (ou un exposé) conforme aux mathématiques formelles habituelles, la ***différence*** entre un couple compris comme un *un*, et ce même couple compris comme un *collage-de-deux*, est ***théoriquement inaccessible***.

Il est impossible d'accéder à l'éventualité de ce qui n'est *ni le même ni un autre*, ce que nous nommons la non-identité [138d] [138e], raison pour laquelle nous disons que les abstractions coexistent dans un *à-plat*. Le concept de couple (et, partant, celui de produit cartésien) est donc en équilibre sur le fil de ce rasoir théoriquement inaccessible, car :

263c ARGUMENT DU RASOIR D'OCKHAM. Puisque [263b] la différence entre les deux points de vue sur un couple est théoriquement inaccessible (c'est « la même » chose), qu'est-ce qui retient *quand même* le mathématicien d'appliquer le rasoir d'Ockham et de comprendre le concept de couple comme un simple tour de discours éliminable ?

Nous pouvons dès maintenant proposer une première réponse [255e] [258b] :

263d INTERPRÉTATION. Dans les mathématiques formelles, le concept de couple est calé sur la ***limite de l'identité*** : la face immatérielle (abstraite) d'un couple est associée à l'identité d'une abstraction, tandis que la face matérielle (écritures) est associée à la non-identité de cette abstraction.

Conformément à la *règle des jeux* [252f], on pourra jouer, côté écritures, sur les différence concrètes entre les dénotants d'un même couple (jeux d'écritures de la famille couper/coller), mais à la condition de ***ne jamais référer*** (sauf comme identité), de tels jeux d'écritures.

264 *Un aperçu du montage théorique*

Revenons sur la question [260d] du rapport entre un couple et ses composantes. Procédons comme à l'accoutumée, c'est-à-dire remontons des évidences vers les problèmes, et des réponses vers les questions :

264a PROBLEME DU BOOT-STRAP. Puisque [254b] l'*entre-deux* de deux abstractions individuées n'est pas une abstraction individuée, le rapport entre l'*entre-deux* (de deux abstractions individuées) et le *couple* (comme lequel est saisi cet entre-deux) ***n'est pas*** un rapport entre deux abstractions.

Le caractère régressif du problème est net, et c'est bien parce qu'il est impossible de « résoudre » la question de l'*entre-deux* [253e] qu'il faut recourir à un *saisir comme* [260e]. Seulement, un impossible ne se laisse pas arraisonner avec des artifices de pacotille ; il exige son dû, comme une barrière d'octroi où chacun est astreint à verser les *taxes* du passage [262h] :

264b *THÉOREME DU BOOT-STRAP. Ce ***grâce à quoi*** l'entre-deux de deux abstractions individuées est ***saisi comme*** une abstraction individuée (un couple, par exemple) est un ***acte***, assumé par le sujet, qu'il est ***impossible*** de référer à une abstraction individuée (ou même à un rapport entre abstractions), et qui est donc ***abstraitement inaccessible*** dans l'abstrait standard des mathématiques formelles.

Cet acte est une *condition de possibilité* pour [tenter de] saisir ***tout autre*** rapport entre abstractions comme une abstraction et, à ce titre, cet acte *échappe* au discours, aux constructions et aux preuves dont il contribue à établir la possibilité. Dans le cadre des mathématiques formelles actuelles, rien ne peut donc être démontré ou réfuté au sujet de cet acte qui correspond à une *indétermination maximale* :

264c *COROLLAIRE DU BOOT-STRAP. Dans le cadre des mathématiques formelles, le fait d'affirmer que l'entre-deux de deux abstractions est ***saisi comme*** une abstraction individuée (un couple, par exemple) doit être entendu comme ***simplement conjectural***.

Ce *corollaire intéresse directement le présent exposé, puisqu'il décèle une *conjecture* au lieu d'une évidence qui gouverne ultérieurement, par produits cartésiens et fonctions interposés, une manière d'accéder, dans les mathématiques formelles, à ce que nous approchons ici comme effectivité :

264d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le *corollaire du boot-strap [264c] ouvre trois éventails d'éventualités : les premières sont relatives au *degré de détermination*, puisque l'entre-deux est une structure régressive ; les secondes sont relatives à la possibilité de saisir l'entre-deux comme des abstractions qui ne sont pas des couples ; enfin, les troisièmes sont relatives à la possibilité de manoeuvrer ou d'aborder l'entre-deux par un autre biais que celui des abstractions monolithiques.

L'interprétation standard [260e] a donc quelque raison de demeurer hésitante et de retenir le *rasoir d'Ockham* [263c], quitte à jouer un peu sur les écritures. On notera :

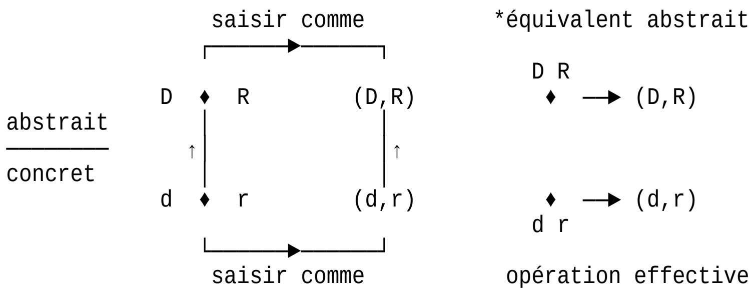
264e REMARQUE. Le montage théorique des couples vaut pour les abstractions quelconques, et concerne donc le degré le plus fondamental des mathématiques.

Par ailleurs, deux abstractions étant données, il n'existe que deux couples (selon l'ordre choisi) qu'il soit possible d'associer directement à leur entre-deux :

264f *THÉOREME D'INDÉTERMINATION. Lorsqu'on saisit l'entre-deux de deux abstractions comme un couple, alors ce couple correspond au ***degré maximal d'indétermination*** de cet entre-deux (relativement à l'ordre choisi).

Examinons maintenant l'aspect concret du problème ; convenons que le poinçon ♦ est à *lire comme* l'entre-deux de deux abstractions (côté abstrait) et à *lire comme* une trace indécelable (côté concret) :

264g



La figure de gauche montre que c'est en fait une trace indécelable ♦, côté concret, qui est référée à l'entre-deux ♦, côté abstrait, lequel *n'est pas* une abstraction :

264h REPERE MÉTHODOLOGIQUE. On ne peut pas apercevoir le double problème théorique auquel le concept de couple apporte une réponse, aussi longtemps qu'on s'en tient au discours normatif selon lesquelles les écritures sont « sans blancs » et l'abstrait exclusivement peuplé de monolithes.

264i Côté concret, ce qui est à saisir est une ***trace indécelable*** ♦ (effectivité d'un rapport entre deux écritures) : on *pince* le « blanc » entre ses deux bords « noirs » `d` et `r` pour obtenir l'*expression* `(d,r)` —— remarquer le rôle de l'armature syntaxique —— d'une abstraction, à savoir le couple `(D,R)`. Côté abstrait, ce qui est à saisir, et ce n'est pas facile, c'est *nihil*, rien, autrement dit, c'est de l'*avoir lieu* :

264j INTERPRÉTATION. C'est une ***trace indécelable*** qui se trouve référée à l'***entre-deux*** : on puise dans l'indétermination inéliminable de cet entre-deux pour provoquer une ***émergence***, c'est-à-dire pour [commencer à] ***faire*** un objet mathématique à partir de l'***effectivité*** d'un [pas-]rien [1].

La figure de droite [264g] montre le dénouement simplissime :

264l INTERPRÉTATION. C'est l'***effectivité*** de l'opération de formation d'un couple, laquelle n'est en fait qu'un *jeu d'écritures* assumé par le sujet, qui est référée, côté abstrait, à l'***acte saisir comme***, lequel n'est même pas un rapport entre abstractions (problème du boot-strap [264a]).

S'en tenir à la *concaténation des lettres* en une telle circonstance, c'est passer à côté du problème : faudrait-il supposer que le rapprochement des lettres aurait pour corrélat le rapprochement des monolithes ?

264m *THÉOREME DE L'IRRÉFÉRENÇABLE. Il est ***impossible*** de référer à une abstraction individuée l'opération effective grâce à laquelle on ***passe*** du dénotant de deux abstractions à l'expression d'un couple de ces deux abstractions.

264k 1. Le verbe *faire* est à entendre ici au sens fort du verbe grec *poiein*. C'est d'un *faire-être* qu'il s'agit, c'est-à-dire d'une *poïèsis*, autrement dit : une *poésie*. Nous voulons dire aussi : comme une sorte de *rime*, non pas une rime selon la voix (*phônè*), mais une « rime » selon l'écriture (*grammè*) ; c'est là, peut-être, une manière de nouer le *devenir*, l'*immuable* et l'*émergence*. Dans le présent exposé, nous ne pouvons que frôler allusivement une telle question. Ce que nous approchons comme effectivité d'un [pas-]rien est, traversant la totalité des présentes thèses, le témoignage de ce que nous devons à l'oeuvre de V. JANKÉLÉVITCH ; si *Le Je-ne-sais-quoi et le Presque-rien* (Puf, Paris, 1957, et Le Seuil, Paris, 1980) s'impose en premier lieu, c'est cependant *Philosophie première* (Puf, Paris, 1953 & 1986) qui a frayé l'un des principaux chemins, qui est aussi bien musique (*Debussy et le mystère de l'instant*, Plon, Paris, 1976). Les chemins sont multiples, et ramifiés ; parfois brûlés, sur le point d'être effacés, *anéantis*. Passage ; *Le différend* de J. F. LYOTARD (Minuit, Paris, 1983) est aussi une manière de passage. Pour rejoindre d'autres ramifications, citons simplement, de M. HEIDEGGER, *L'origine de l'oeuvre d'art* (dans *Chemins qui ne mènent nulle part*, trad. française : Gallimard, Paris, 1962).

Moyennant cette taxe en abîme versée au crédit de l'impossible, le jeu d'écriture devient *évidence simplissime*, et il ne reste qu'à manoeuvrer convenablement la ficelle des choix arbitraires de notation pour noyer le poisson [1].

V-2-2. Situation de la problématique des fonctions

■ *Nous situons l'approche théorique du concept de fonction par rapport au montage théorique relatif au concept de couple.*

265 *Remarques liminaires*

Une fréquentation assidue de l'informatique et de ses ficelles nous a depuis longtemps averti qu'un mode d'emploi ou une règle d'usage, d'apparence simple et irréductible, soigneusement formulé afin d'éliminer toute ambiguïté, est très précisément la *technique* permettant de voiler un montage complexe, d'éponger une indétermination inéliminable, ou de jouer sur les écritures pour saisir « quelque chose » d'inconcevable. L'interprétation que nous proposons au sujet du concept de couple en est un exemple : ce n'est qu'en remontant le fil des questions [253e] qu'on peut déceler le germe problématique (*théorème du boot-strap [264b]) qui se résoud en une conjecture (*corollaire du boot-strap [264c]) déployant ses effets dans l'orfèvrerie d'un montage [264l] aux ajointements multiples, dont la cheville ouvrière est un jeu d'écritures (*théorème de l'irréférençable [264m]).

Lors de l'étude des transitions d'état [74-146], nous avons amorcé diverses remarques [135-139] concernant l'articulation entre les traitements d'information et les fonctions telles que conçues dans les mathématiques formelles. L'étude du concept de couple [259-264] confirme déjà qu'il est très probable qu'une part importante de cette articulation repose sur des glissements d'écritures corrélatifs de glissements conceptuels [131] [132] [135], et que les opérations couper/coller jouent un rôle essentiel [136] [137].

Le fait que le concept de *fonction* ait une *histoire* suffit à nous prévenir que divers traits désormais acquis de ce concept, qu'on tend peut-être parfois, dans la pratique habituelle, à tenir pour évidents (ou évidemment intuitifs), ne le sont certainement pas, et résultent sans aucun doute de montages dont les calages sont à la mesure des blocages qui ont requis [au moins] trois siècles pour être dénoués [2]. La présente étude ne propose donc pas l'abord d'un tel concept dans sa généralité, mais seulement [238g] quelques remarques qui intéressent directement son usage dans le contexte de l'effectivité formelle, de l'informatique et des traitements d'information afin d'examiner quelques incidences de la problématique des niveaux sur un tel concept.

266 *Rappels et interprétations standard*

Dans la présente étude, conformément aux mathématiques formelles habituelles, nous considérons très strictement qu'une fonction est [définie comme] un ensemble de couples :

266a DÉFINITION. Une fonction ***est*** [définie comme] un ***ensemble de couples*** assujetti à deux conditions : d'une part, cet ensemble de couples est un sous-ensemble non vide d'un produit cartésien de deux ensembles [supposés définis] (désignés dans cet ordre *ensemble de départ* et *ensemble d'arrivée*), d'autre part, cet ensemble de couples est tel qu'il n'existe pas deux couples ayant la même composante gauche.

266b TERMINOLOGIE. Dans la suite, l'expression *f-ensemble* abrège *un ensemble de couples satisfaisant à la définition* [266a].

266c DÉFINITION. L'***égalité de deux fonctions*** est l'égalité des f-ensembles qui leur sont associés.

1. Notons au passage, que, à notre connaissance, dans les théories mathématiques qui font intervenir le concept de couple, l'existence des couples est *toujours* établie par un axiome, ce qui suffit pour héberger le jeu d'écritures crucial.

2. Sans oublier ceux qui ne sont pas encore dénoués, et dont l'histoire n'est pas encore écrite.

Compte-tenu des difficultés déjà rencontrées au sujet de l'articulation entre identité et égalité, et des réserves déjà formulées [238g], explicitons les interprétations qui interviennent dans la suite :

266d INTERPRÉTATION STANDARD. Dans le cadre des mathématiques formelles habituelles, dire de deux ensembles qu'ils sont égaux, c'est dire qu'ils sont [référés à] ***la même*** abstraction.

266e INTERPRÉTATION STANDARD. Dans le cadre des mathématiques formelles habituelles, dire de deux fonctions qu'elles sont égales, c'est dire qu'elles sont [référées à] ***la même*** abstraction (au même f-ensemble).

Nous venons de nous assurer que les fonctions se conformaient aux principes généraux relatifs aux abstractions individuées dans les mathématiques formelles habituelles, par conséquent :

266f REMARQUE. Sous couvert des deux interprétations [266d] [266e], les *théorèmes relatifs aux rapports entre des [rapports distincts entre des] dénotants (ou expressions) distincts référés à une même abstraction s'appliquent aux f-ensembles (fonctions) : le *théorème des deux références [259b], les deux *théorèmes de l'éponge [259c] [261c], le *théorème d'évanouissement [262a], le *théorème d'indiscernabilité [262b], et enfin les *théorèmes du forçage [262f] [262g] [262i].

Est-ce dire pour autant que le *concept* de fonction soit « le même » que celui de f-ensemble ? Ce n'est pas certain :

266g ARGUMENT DU RASOIR D'OCKHAM. Si une fonction est « la même chose » qu'un f-ensemble, qu'est-ce qui retient *quand même* le mathématicien d'appliquer le rasoir d'Ockham et de comprendre les fonctions comme un simple tour de discours éliminable ?

Bornons-nous à énoncer :

266h *THÉOREME D'INACCESSIBILITÉ. Dans le cadre des mathématiques formelles, la différence entre une ***fonction*** et un ***f-ensemble*** est ***théoriquement inaccessible***.

Autrement dit, il n'y a pas d'abstraction spécifique aux fonctions qui soit *abstraitement discernable* d'un f-ensemble, et l'argument du rasoir d'Ockham [266g] s'applique *quant à l'abstrait*. La question s'est déjà posée [263c] pour le concept de couple, et, dès lors que, depuis environ un siècle, les fonctions sont [définies comme] des f-ensembles, le concept de couple est affirmé dans son rôle de passage obligé pour atteindre le concept de fonction, lequel hérite du montage, des problématiques et des singularités liées aux couples, les amplifie, les détourne ou les complète le cas échéant, mais, dans tous les cas, s'y trouve assujetti. En particulier :

266i REMARQUE. Par le fait [264f] qu'un couple ne permet de *saisir* abstraitement le rapport *entre* deux abstraction qu'***à un degré maximal d'indétermination***, on ne cesse, dans ces mathématiques, de tout faire pour contourner, détourner, occulter, forcer ou exploiter cette indétermination inéliminable.

Dans la perspective d'une opposition entre *situation* et *détermination* [110-112], nous avons montré [131] qu'un tel calage pouvait se comprendre, au moins dans le contexte des transitions d'état, comme une manière de saisir l'*effet apparent*, faute d'atteindre l'effectivité elle-même, l'identité du couple étant convoquée pour éponger la multiplicité innombrable des manières d'être possibles du rapport *entre* deux abstractions :

266j REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans les mathématiques formelles, [il est vraisemblable que] le concept de fonction, à l'instar du concept de couple [263d], est calé sur la ***limite de l'identité*** : la face immatérielle (abstraite) d'une fonction est associée à l'identité d'une abstraction, tandis que la face matérielle (écritures) est associée à la non-identité de cette abstraction.

266k On sait ce qui nous conduit à aborder les fonctions par la limite de l'identité : une telle question gouverne tout ce qui se déplie ***à partir d'une même fonction***, du moins dans les approches fonctionnelles des calculs et des traitements d'information, sous les intitulés les plus familiers : algorithme, représentation, procédure formelle effective, spécification, raffinement successif, programme, implémentation, etc. :

266l RAPPEL. Que ce soit pour une approche théorique de la calculabilité, ou pour la mise en oeuvre de traitements d'information, la problématique de la représentation des fonctions est la même : il y a interférence avec le principe d'identité tel que conçu et appliqué dans les mathématiques formelles habituelles [122] [123] [133] [138].

267 *la composition des fonctions*

Nous avons brièvement objecté [243b] que l'*enchaînement* « et puis après » ne pouvait être assimilé à la *composition* des fonctions ; il convient de préciser cette objection. Au cours de l'étude des transitions d'état, nous avons montré [102] que, pour augmenter la *détermination* d'une transition entre états, on pouvait *découper* cette transition, initialement considérée comme irréductible, pour faire apparaître des états intermédiaires. Rien n'est donc plus tentant, d'un point de vue mathématique, que de jouer sur la *ressemblance* entre un tel découpage et la *composition* des fonctions. Reprenons le schéma [243a], où on suppose[1] l'existence de trois fonctions distinctes `f`, `g` et `h` telles `f=h°g` :

267a
```
           H   G       F           X          Y
abstrait   |   |      / \          |         /|\
--------   |   |     /   \         |        / | \
concret    |   |    /     \        |       /  |  \
           h   g   f   =   h°g     x    f(x) = y = h(g(x))
```

Il y a bien trois abstractions distinctes `F`, `G` et `H`, mais l'écriture `h°g` est référée à la même abstraction (au même f-ensemble) que `f`. De même, si on suppose que le couple `(x,y)` figure dans la définition de `f`, les deux écritures `h(g(x))` et `f(x)` *sont référées à la même abstraction* `Y`. Par ailleurs :

267b
```
                  F      H°G
abstrait         / \     /
--------        /   \   /
concret        /     \ /
              f      h°g
```

Si on tente de référer une différence entre `f` et `h°g`, on produit une ambiguïté [251g], puisqu'on réfère une même écriture `h°g` à deux abstractions distinctes :

267c *THÉOREME COUPER/COLLER. Dans le cadre des mathématiques formelles, une théorie (ou un exposé) qui réfère le rapport entre deux dénotants (ou expressions) d'une même fonction, quelle que soit la forme (une ou plusieurs lettres) de ces dénotants (ou expressions), au rapport entre deux abstractions *dont l'une au moins n'est pas cette fonction*, tombe sous le coup du *corollaire du forçage [262i] (contradiction et non recevabilité).

La *règle des jeux* [252f] permet des jeux d'écritures, et autorise diverses lectures de ces jeux d'écritures *au titre de tours de discours éliminables* ; elle exclut cependant qu'on les réfère. De manière imagée : juste au passage du concret vers l'abstrait, la différence entre `h°g` et `f` s'***évanouit*** dans l'identité de l'abstraction `F`. Dire [266j] que la coupure entre abstrait et concret est ***calée*** sur la limite de l'identité, et préciser que la non-identité des abstractions est tournée *côté concret* (c'est-à-dire du côté des écritures), c'est dejà dire cela.

La lecture d'écritures comme `h°g` ou `h(g(x))` dans le sens d'une application de la fonction `g` ***puis*** de l'application de la fonction `h`, est sans aucun doute un support intuitif efficace, un aide-mémoire précieux pour évaluer des égalités, ou une source d'inspiration pour disposer des flèches sur des diagrammes ; il ne s'agit cependant que d'un tour de discours éliminable, en tant que tel *sans fondement théorique*. Supposons une valeur intermédiaire dénotée par `z` :

1. Dans tous les exemples qui suivent, nous allégeons l'exposé en convenant que toutes les conditions les plus strictes pour que les exemples soient valides sont satisfaites.

267d

$$\begin{array}{l|cccc}
\texttt{abstrait} & X \xrightarrow{G} Z & Z \xrightarrow{H} Y & X \xrightarrow{F} Y & X \xrightarrow{F} Y \\
\hline
 & g & h & f & h^\circ g \\
\texttt{concret} & x \xrightarrow[g]{} z & z \xrightarrow[h]{} y & x \xrightarrow[f]{} y & x \xrightarrow[g]{} z \xrightarrow[h]{} y \quad (g \circ h)
\end{array}$$

Les diagrammes ne sont pas les mêmes si on considère *les référés* (côté abstrait) ou *les écritures* (côté concret) : côté abstrait, f et $h^\circ g$ sont ***référés à la même*** abstraction F, et, dans ***aucun des deux cas***, on ne « passe » par l'intermédiaire Z pour « aller » de X à Y (il n'y a rien entre deux abstractions individuées) ; côté concret, on ***imagine*** que f et $h^\circ g$ sont deux « choses » différentes, et on leur associée deux diagrammes différents : on dira qu'on passe directement de x à y dans le cas f, mais qu'on passe par l'intermédiaire z dans le cas $h^\circ g$. Ce serait simplement oublier que, dans l'abstrait des mathématiques formelles habituelles, il n'y a pas de « et puis après », de sorte qu'un enchaînement ne peut pas être référé *en tant que tel*[1] :

267e *THÉOREME DES ENCHAINEMENTS. Une théorie (ou un exposé) qui assimile ***directement*** des enchaînements entre transitions d'état à des compositions de fonctions est, ***relativement*** aux mathématiques formelles, au mieux, sans fondement théorique, au pire, contradictoire.

Nous soulignons avec force, d'une part, l'adverbe *directement*, parce qu'on peut éventuellement envisager d'intercaler le joint d'élasticité d'une *représentation* ; d'autre part, l'adverbe *relativement*, car rien n'exclut que de telles théories (ou exposés) soient théoriquement fondées *relativement* à d'autres montages, en particulier des univers de calcul [198-207] et de formalisation [216-221] :

267f REMARQUE. Le *théorème [267e] énonce seulement que la problématique des enchaînements, qui régit le concept de ***séquentialité***, doit être comprise comme une ***problématique fondamentale***, laquelle, à ce titre, ne saurait être « résolue » par l'effet proprement miraculeux de coïncidences et de ressemblances fortuites, prélevées dans des jeux d'écritures et cautionnées par quelques solides évidences, dont le mathématicien use dans sa pratique courante, certes, mais sous couvert d'être en mesure, du moins en principe, de les éliminer à tout instant.

L'effet couper/coller est particulièrement net dans la figure 4 du schéma [267d], puisque c'est la *petite bulle* qui occupe la place charnière de l'***enchaînement*** :

267g REMARQUE. Un ***état*** a sans doute une *valeur* ; mais, d'un point de vue théorique, il assure aussi l'***enchaînement entre*** deux transitions, d'où la ***dualité*** entre états et transitions, suggérée dès le début de l'exposé [8f], et qui, à notre connaissance, n'a pas été aperçue d'un point de vue théorique.

Il n'est guère surprenant qu'on se heurte à cette problématique des enchaînements dans l'approche fonctionnelle, puisque c'est aussi un *point aveugle* des théories de la calculabilité (sans lequel, pourtant, un calcul effectif n'est même pas concevable) qui, par ailleurs, correspond au dynamisme propre de l'automaticité des machines automatiques, non sans constituer le chemin le plus direct [8] pour accéder à l'effectivité, aux traces indécelables et aux régressions sans fin. En ce sens, le *théorème des enchaînements [267e] notifie qu'il y a un problème théorique à résoudre, lequel est loin d'être trivial, sachant que de son dénouement dépend l'accès théorique à plusieurs concepts fondamentaux, parmi lesquels figurent les concepts d'*état* et d'*interprète effectif*.

---

1. L'enchaînement temporel, ou, mieux, *séquentiel*, est tout aussi problématique qu'un enchaînement dans l'étendue, sous la forme de deux chemins distincts [258a].

268 *Côté abstrait : l'épreuve de remplacement*

Pour déceler des anomalies, il suffit d'appliquer *très strictement* les principes et les critères normatifs en vigueur [238b]. Sachant [266h] qu'il est impossible, dans les mathématiques formelles, de discerner abstraitement une fonction et un f-ensemble :

268a EPREUVE DE REMPLACEMENT. Toute occurrence du mot *fonction* dans le discours mathématique est [en principe] remplaçable par l'expression *f-ensemble*.

Rien n'empêche que l'épreuve de remplacement échoue dans des tours de discours éliminables ; il n'en reste pas moins que, d'un point de vue théorique, tout ce qu'on dit des fonctions, on le dit ***en fait*** du f-ensemble associé. Par conséquent, parler de *fonctions calculables*, n'est qu'un tour de discours pour parler de *f-ensembles calculables*. Or, puisqu'un tel ensemble est une abstraction individuée, immuable, ineffective, etc. :

268b *THÉOREME D'IMPROPRIÉTÉ. Sous couvert de l'épreuve de remplacement [268a], ou bien la propriété de ***calculabilité*** est assignée à des f-ensembles *en tant qu'ils sont abstraits*, auquel cas cette propriété est indépendante de toute effectuation concrète ; ou bien l'expression « fonction calculable » est impropre.

Dans le contexte normatif actuel, on a quelque peine à imaginer ce que signifie l'expression *un f-ensemble calculable*. D'une part, parce que repasser par une sorte de « fonction caractéristique », de « fonction d'appartenance », de « fonction de reconnaissance », etc., serait soit un tour de discours éliminable, soit l'amorce d'une régression sans fin ; d'autre part, parce que les théories de la calculabilité actuellement en vigueur n'ont guère marqué d'empressement pour accréditer une telle interprétation. Dans le même ordre d'idées :

268c RAPPEL. Puisqu'une fonction est la même, qu'on la considère en une seule étape ou en plusieurs étapes (*théorème couper/coller [267c]), un f-ensemble est le même, qu'on le considère « en une seule étape » ou « en plusieurs étapes ».

Si on imagine très bien la composition des fonctions grâce au secours des flèches, on a cependant quelque peine à comprendre ce que peut bien signifier « un f-ensemble en plusieurs étapes ». De même, on ne comprend plus très bien ce que devient la *représentation des fonctions* (comme algorithmes, comme procédures formelles effectives, ou comme programmes) dès lors qu'il s'agit de la *représentation de f-ensembles*. Bref, il est inutile de multiplier les exemples, car l'épreuve de remplacement [268a] désagrège toutes les allégories qui soutiennent l'usage courant des fonctions sous le couvert de tours de discours éliminables.

269 *Côté concret : la compréhension et l'extension*

Il est difficilement contestable que les fonctions et le déploiement algorithmique des fonctions calculables se rejoignent par le biais de la *définition en compréhension*. Dans le cadre des mathématiques formelles, la manière de définir un ensemble est [réputée] sans incidence sur l'ensemble lui-même :

269a INTERPRÉTATION STANDARD. Dans le cadre des mathématiques formelles, un ensemble est le même, qu'il soit défini *en compréhension* ou *en extension*.

Rappelons également, à toutes fins utiles :

269b RAPPEL. Dans le cadre des mathématiques formelles, si un élément[1] x appartient à l'intersection (supposée non vide) $A \cap B$ de deux ensembles distincts A et B, cet élément ***est le même***, qu'il soit considéré selon son appartenance à l'ensemble A, à l'ensemble B, à l'ensemble $A \cap B$, ou à tout autre ensemble auquel cet élément pourrait appartenir.

1. Il est entendu que les mots *élément* et *ensemble* sont des tours de discours qui résultent du fait que la relation ***entre*** deux abstractions, habituellement symbolisée par la lettre $\in$, est *orientée*.

Puisqu'un f-ensemble est un ensemble, tout ce qui vaut en général pour les ensembles vaut en particulier pour les f-ensembles. Reprenons l'exemple [136k] brièvement esquissé lors de l'étude des transitions d'état. Soit le couple `(3,4)` d'entiers naturels : il demeure ***le même*** de quelque manière qu'on le considère. En revanche, on *hésitera* à dire que le rapport ***entre*** `3` et `4` ***est le même*** si on l'imagine provenir de `successeur_x`, de `x_plus_un` ou de `x_div_deux_plus_x`. D'un point de vue de mathématiques formelles, il n'y a *aucune difficulté* :

269c

```
                         (TROIS,QUATRE)
                                |
   ┌─────────┬──────────────────┼──────────────────┐
   |         |                  |                  |
(3,4)  (3,successeur_3) (3,3_plus_un) (3,3_div_deux_plus_3)
```

Ce schéma est exactement décalqué sur le schéma [261a] relatif au rapport entre les dénotants distincts d'un même couple, car les écritures `successeur_3`, `3_plus_un`, et `3_div_deux_plus_3` sont de simples dénotants substituables de `4`. On peut même *imaginer* que ces variantes de dénotation sont des sortes d'*expressions*, fournissant une recette à suivre pour l'évaluation ; le résultat est toujours le même :

269d

```
                             (TROIS,QUATRE)
                                    |
     ┌──────────┬───────────────────┼───────────┐
     |          |                   |           |
( 3 , 4 )  ( 3 , suc(3) ) ( 3 , 3+1 ) ( 3 , (3/2)+3 )
```

D'un *strict* point de vue de mathématiques formelles, on peut tenir tous les discours que l'on veut sur le rapport entre les deux *écritures* `(3/2)+3` et `4`, inventer on ne sait quel échafaudage d'effectuations et d'opérations, ce ne sera jamais qu'un « truc » pour se souvenir de quelques synonymes substituables :

269e REMARQUE. Le discours normatif des mathématiques a sans aucun doute de bonnes raisons d'entretenir un certain ***flou théorique*** quant à la distinction entre les ***dénotants*** et les ***expressions***.

Installer par-devant le discours le paravent de la *syntaxe* ne résoud certainement pas la problématique des *enchaînements*. D'ailleurs, comme nous l'avons rappelé [268c], on serait bien en peine de distinguer un f-ensemble « en une étape » et ce même f-ensemble « en plusieurs étapes ». Et, puisque les différentes écritures de la composante droite sont référées à la même abstraction `QUATRE`, l'évaluation effective est, *au mieux*, référée au rapport à soi de `QUATRE` :

269f

```
                              (QUATRE,QUATRE)
                                    |
     ┌───────────────┬──────────────┼───────────────┐
     |               |              |               |
( 4 , 4 )  ( suc(3) , 4 ) ( 3+1 , 4 ) ( (3/2)+3 , 4 )

  4 = 4      suc(3) = 4     3+1 = 4     (3/2)+3 = 4
```

On voit le problème régressif qui se profile à l'horizon de l'égalité : du point de vue des rapports entre écritures, le fait de passer de l'écriture `3` à l'écriture `4` est de même « nature » (effectivité formelle) que le fait de passer de l'écriture `3` à l'écriture `3+1` ou de l'écriture `3+1` à l'écriture `4`. D'où les schémas [242a] [244a] qui suggèrent l'*enchaînement* de l'application (flèche `APP`) et d'une égalité (flèche `EVAL`) :

269g

```
                   x_PLUS_UN
            TROIS ──────────► QUATRE
abstrait      |               /      \
────────      |              /        \
concret       |             /          \
              3        3_plus_un   =    4

                   APP      °    EVAL
              |──────────────►|─────────►|
              |─────────────────────────►|
```

Dès qu'on tente de *référer* l'effectivité de l'application (flèche `APP`) ou l'effectivité de l'évaluation (flèche `EVAL`), on déclenche une régression sans fin :

269h DILEMME DE L'ÉGALITÉ. Ou bien le problème du passage (effectivité) ne se pose ***ni*** pour le passage `3→4` ***ni*** pour les passages `3→3_plus_un` et `3_plus_un→4`, et c'est le montage monolithique des mathématiques formelles ; ou bien il se pose ***à la fois*** pour les trois passages, et le problème est ***régressif***.

On peut même noter que le problème se pose au *second degré*, puisqu'on se heurte à la problématique de l'enchaînement : ZÉNON n'est pas bien loin.

270 *Un montage en bonne santé*

Dans les mathématiques formelles, la clause d'un usage *purement* instrumental de l'écriture, impliquant le caractère *strictement vicariant* [251d] des écritures, n'est certainement pas anodin [255e] :

270a RAPPEL. Les mathématiques formelles sont cohérentes avec elles-mêmes : tout ce qui ***gêne*** (effectivité, non-identité, entre-deux, etc.) est refoulé dans la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures.

Cette clause appartient au même degré de fondements que les postulats [254] qui régissent la fiction des abstractions monolithiques, puisque cette fiction ne tient debout que grâce au fait qu'on ferme les yeux sur cette « cuisine sans importance » :

270b REMARQUE. Il ne fait désormais aucun doute que le montage de l'égalité est destiné à ***éponger*** des structures contradictoires et régressives incontournables ***dans*** les mathématiques formelles.

La brève étude relative à l'opposition entre compréhension et extension permet d'entrevoir la source des difficultés :

270c INTERPRÉTATION. Jusqu'à ce que les fonctions soient « remontées » dans l'abstrait (vers la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle), les *paléo*fonctions demeuraient confinées dans des manipulations d'écritures ***non référées*** ; mais, grâce à la théorie des ensembles, la généralisation du concept de fonction donne lieu aux *néo*fonctions (identifiées à des f-ensembles), récupérant les *paléo*fonctions à titre de cas particulier : c'est l'infl***é***chissement de l'abstrait normatif.

On tente alors de référer les « calculs naïfs » (théories de la calculabilité, méta-mathématiques), c'est-à-dire la « cuisine sans importance » qui constitue la contrepartie nécessaire de la fiction d'un abstrait peuplé de monolithes immuables et ineffectifs :

270d INTERPRÉTATION. Ce sont donc les mathématiques formelles ***elles-mêmes*** qui tentent de violer leurs propres postulats fondamentaux, et qui, ce faisant, basculent en *phase inversée*, et s'installent durablement dans le bouclage catastrophique protégeant le ***conflit de fondements interne*** qui les déchire.

Dès qu'il est question de fonctions (f-ensembles), on *imagine* l'effectivité d'un passage. Hélas, ce que nous avons exposé quant aux couples [264] permet déjà de comprendre qu'il n'en est rien :

270e INTERPRÉTATION. Parce qu'on ne peut concevoir, dans le cadre des mathématiques formelles, que la structure de l'entre-deux des abstractions [253e] soit contradictoire et régressive [256], on s'empresse d'*imaginer* qu'une fonction (f-ensemble) ***est*** un rapport entre abstractions ; mais une telle supposition est ***sans fondement théorique*** [266a], car une fonction (f-ensemble), héritant [266i] du montage des couples [259-264], est seulement [260c] [264c] ***ce comme quoi est conjecturalement saisi de l'entre-deux***.

Tous les blocages liés à l'individuation, aux passages et à l'effectivité formelle viennent de là, de l'« oubli » de l'*acte saisir comme*, c'est-à-dire d'une *conjecture*. S'il est incontestable que le montage théorique qui sous-tend les mathématiques formelles vise l'élimination apparente de tous les problèmes régressifs, non sans les conserver méticuleusement, il est non moins incontestable qu'il fonctionne ***parce qu***'il les éponge :

270f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. On ne peut pas avoir le beurre et l'argent du beurre : ce qui est contradictoire, c'est de vouloir ***forcer*** [262] un montage destiné à éliminer les régressions sans fin, donc l'effectivité et l'entre-deux, lequel (par malheur !) y parvient à la perfection, en vue d'accéder à ces régressions sans fin (donc à cette effectivité et à cet entre-deux) !

On notera le caractère proliférant (sans fin) de ce montage, puisque chaque entre-deux est saisi (ou peut l'être) comme une abstraction (un couple, une fonction, etc.), laquelle implique à son tour des entre-deux, etc. :

270g REMARQUE. Certaines relations entre abstractions doivent être assumées effectivement par le sujet, qu'elles soient — ou qu'elles ne soient pas — référées à des abstractions individuées (cf. la question des relations [253d]).

C'est le cas pour l'opération de formation des couples [264m] ; c'est également le cas pour les projections gauche et droite d'un couple (passer effectivement d'un couple à l'une de ses composantes) ; et c'est encore le cas pour l'application (flèche APP) et l'évaluation (flèche EVAL) dans le montage de l'égalité. Il est probable, par ailleurs, que « l'évaluation de la valeur de vérité » d'une relation n'est pas épargnée par les problèmes que nous sommes en train d'évoquer. Bref, ce qui est *vraiment gênant* dans les mathématiques formelles telles qu'*actuellement* conçues et pratiquées, c'est le montage des mathématiques formelles lui-même !

270h SYNTHESE. Il ne faut pas s'étonner qu'à tenter de distordre le montage des mathématiques formelles *classiques*, on ne cesse de s'enfermer dans des impasses : c'est une preuve de sa ***bonne santé***.

V-2-3. Etude de cas : la composition des fonctions

■ *Nous choisissons l'exemple de la composition des fonctions pour approcher le montage qui sous-tend le concept de fonction.*

271 *Composer avec une loi*

Constater [270h] que le montage des mathématiques formelles *classiques* est en bonne santé ne signifie pas qu'il faille s'arrêter à ce montage. Au contraire, ce constat notifie que les mathématiques formelles *actuelles*, quoiqu'elles se réclament encore officiellement du montage classique, mettent en oeuvre *un autre montage*, qui est très probablement un dépassement (une réinterprétation) du montage classique. Notre idée est donc la suivante :

271a IDÉE DIRECTRICE. Si on gratte un peu la patine récente qui cautionne certaines fictions relatives aux mathématiques formelles *actuelles*, on ***doit*** trouver trace du montage théorique qui sous-tend ***en fait*** ces mathématiques depuis [au moins] un siècle.

Il convient donc de rechercher de telles traces, ce qui suppose que nous *tentions* de passer outre à certains postulats classiques, quitte à payer les taxes (contradiction et non recevabilité à l'égard du montage officiel) :

271b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans la présente étude, nous saisissons le prétexte de la composition des fonctions pour proposer une reconstitution possible de certaines questions auxquelles un montage opératoire doit apporter une réponse.

Ce qui suit doit donc être lu comme une sorte d'*étude exploratoire*. Au demeurant, l'examen de la composition des fonctions est particulièrement intéressant, indépendamment de son rapport à la problématique des enchaînements : les fonctions étant des abstractions « comme les autres », le principe de la composition de deux fonctions se transpose à toute autre [loi de] composition. Il s'agit donc d'étudier la composition des fonctions, telle qu'actuellement conçue dans les mathématiques formelles, et non pas de proposer une autre réponse que nos thèses permettraient de concevoir [1], de sorte que l'objet de la présente étude est de *comprendre* (reconstruire) la réponse attendue d'un point de vue théorique, afin d'en mesurer [partiellement] les tenants et les aboutissants. Enonçons le problème théorique, en prenant appui sur ce qui vient d'être dit :

271d PROBLEME DE LA COMPOSITION DES FONCTIONS. Dans le cadre des mathématiques formelles, sachant déjà [267c] qu'il est impossible de référer une même écriture à deux abstractions distinctes (ambiguïté, contradiction), il est impossible [243b] d'affirmer qu'une fonction « en une étape » n'est pas la même [abstraction] que cette « même » fonction « en plusieurs étapes » (contradiction).

L'étayage contradictoire du problème est net [240e], bien que, à notre connaissance, toutes les illustrations, diagrammes, schémas, explications, etc., habituellement proposées au sujet de la composition des fonctions laissent supposer [2] qu'il est « naturellement possible » de distinguer (soit comme séquentialité, soit comme différence dans l'étendue) une fonction « en une étape » et la « même » fonction « en plusieurs étapes » [267d]. Plus généralement [244], il s'agit de référer l'*expression d'une intention* à une abstraction distincte de l'abstraction *censée résulter* de l'interprétation (ou de l'évaluation) de cette expression. Bref :

271e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il s'agit dans tous les cas d'affronter le *dilemme de l'égalité* [269h], afin de manoeuvrer, avec la discrétion qui convient, les contradictions (ambiguïté, non-identité, etc.) qui surgissent lorsqu'on *force* [262] le montage classique officiel par violation de certains postulats fondamentaux.

272 *Premier moment : saisir la composition comme un rapport*

Nous avons noté incidemment [269e] que le le discours normatif entretenait un certain *flou théorique* quant à la distinction entre *dénotants* et *expressions*. Dans le cas de la composition des fonctions, on peut aisément proposer [au moins] cinq lectures :

272a
```
1.   h°g   =   f       : dénotants synonymes
2.   h°g   =   f       : loi       de composition
3.   h°g   =   f       : opération de composition
4.   h°g   =   f       : fonction  de composition (notation infixe)
5. °(g,h)  =   f       : fonction  de composition (notation préfixe)
```

La première lecture correspond à une simple synonymie où `h°g` est une sorte de lettre calligraphiée au même titre que `f`. Les trois suivantes appellent une question :

272b QUESTION DES LOIS ET OPÉRATIONS. Dans le cadre des mathématiques formelles, est-on fondé à distinguer les ***lois***, ***opérations*** et ***fonctions*** [de composition], et si oui, comment se fait-il que ces distinctions soient (ou puissent devenir) ***formellement indécelables*** ?

Comme nous ne doutons pas qu'un mathématicien pressente certaines raisons qui le conduisent à choisir le mot qui convient dans la circonstance appropriée, bornons-nous à l'argument du *rasoir d'Ockham* :

272c ARGUMENT DU RASOIR D'OCKHAM. Qu'est-ce qui retient *quand même* le mathématicien d'appliquer le *rasoir d'Ockham* pour ne retenir que les *fonctions*, c'est-à-dire les f-ensembles, et d'éliminer les lois et les opérations au titre de tours de discours éliminables ?

Evidemment, notre argument est stupide à l'égard du montage officiel, puisque les deux membres d'une égalité sont référés à une même abstraction ; il reste cependant à déterminer s'il est concevable d'affirmer que la

---

271c 1. Ce problème est, en effet, apparenté à la problématique des niveaux. La distinction entre l'*effet apparent* et l'*entre-deux* [100] permet de concevoir que l'effet apparent puisse demeurer le même quoique la détermination de l'entre-deux varie [102]. Mais, dans le cadre des mathématiques formelles, une telle distinction est impossible, et c'est la problématique des *niveaux d'abstractions*. Nous esquissons un développement de cette perspective par le biais des *transformations de fonctions* [344-350].

2. Tout au moins, n'affirment pas le contraire. Si nous explorons la problématique à résoudre en suivant le droit-fil du montage officiel pour dégager l'étayage contradictoire sous-jacent, il va cependant de soi [271c] qu'une réinterprétation convenable de ce montage donne raison à ces distinctions.

« fonction de composition » des fonctions, notée °, est une fonction (ou, plus généralement, une abstraction individuée) :

272d REMARQUE. Si la « fonction de composition » [des fonctions] associée à la loi de composition [des fonctions] ***n'est pas*** une abstraction individuée, alors la clause d'un usage purement instrumental de l'écriture [251b] et la règle de vicariance des écritures [251d] ***ne sont pas applicables*** à [la totalité de] l'exercice des mathématiques formelles actuelles.

Une telle éventualité, que nous laissons en suspens, peut se généraliser à d'autres *lois de composition*, voire aux *relations* [253d] [270g] (la relation $\in$ par exemple) ; elle prolonge les *théorèmes du boot-strap [264b] et de l'irréférençable [264m] qui notifient des *défauts d'abstractions* [244c] relativement à la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures.

Puisque l'idée principale, surtout dans la perspective de la problématique des enchaînements, reste de distinguer l'expression d'une intention et ce qui résulte d'une interprétation ou d'une évaluation de cette expression, nous allons étudier ce qui se produit lorsqu'on *dé*lie ce que l'égalité `h°g=f` *re*lie, en prenant appui sur l'*hypothèse [de travail] suivante :

272e *HYPOTHESE DE LA COMPOSITION. [L'idée intuitive de] la composition de deux fonctions ***est*** [saisissable comme] une manière d'être de l'***entre-deux*** de ces deux fonctions (est un rapport *entre* ces deux fonctions).

Bien que cette *hypothèse soit tout, sauf évidente, la notation infixe `h°g` suggère très directement l'idée d'un rapport *entre* les fonctions ainsi *com*posées. Cette *hypothèse est un *boot-strap* qui embraye directement sur le montage relatif au concept de couple [264], et, après remplacement convenable des lettres, le schéma [264g] devient :

272f
```
                saisir comme          *équivalent abstrait
                ┌────────►───────┐
           G  ♦  H        (G,H)            ♦  ──► (G,H)
abstrait       │                 │
────────      ↑│                 │↑
concret        │                 │
           h  °  g        (g,h)            °  ──► (g,h)
                └────────►───────┘
                saisir comme           opération effective
```

Dans ce schéma, la petite bulle a le statut d'une *trace indécelable*, puisqu'elle *marque la place* du rapport ***entre*** les écritures `h` et `g` ; elle est donc référée à l'*entre-deux* ♦ des deux abstractions `G` et `H`, lequel *n'est pas* une abstraction individuée. L'intervention d'un acte *saisir comme* est donc requise, ce qui donne lieu à l'expression de couple `(g,h)` :

272g REMARQUE. Ce premier moment, au cours duquel on *saisit* l'entre-deux des deux fonctions à composer *comme* un couple, pourrait peut-être s'interpréter comme une manière de ***regrouper les arguments***.

Si on comprend la composition de deux fonctions comme une fonction qui, à deux fonctions (convenablement choisies) prélevées dans un ensemble `E` associe une fonction de cet ensemble, on dira que cette fonction est définie de `ExE` dans `E` ; or, cette fonction de composition est elle-même un f-ensemble, sous-ensemble de l'ensemble `(ExE)xE` :

272h REMARQUE. Il saute aux yeux que le premier produit cartésien `ExE` (regroupement des arguments) n'a pas le même statut que le second `(ExE)xE` (rapport entre donnée et résultat), de sorte qu'on hésitera, ***dans ce cas***, à laisser tomber les parenthèses, pour obtenir `ExExE`, ou à les déplacer, pour obtenir `Ex(ExE)`.

La notation préfixe `°(g,h)` suggère très bien cette idée d'un regroupement des arguments, sachant que, puisqu'une fonction est f-ensemble, c'est-à-dire un ensemble de couples, le couple associé à l'égalité `°(g,h)=f` dans le f-ensemble de la fonction de composition sera `((g,h),f)`. D'où :

272i REMARQUE. Si l'idée d'un regroupement des arguments, en vue de saisir l'entre-deux de ces arguments comme une abstraction, peut se généraliser à un nombre d'arguments supérieur à deux (n-uples, fonctions n-aires), elle demeure cependant bloquée dans le cas singulier où il n'y a qu'un seul argument [apparent] [1].

273 *Second moment : définir la composition*

Le fait de saisir l'entre-deux des deux fonctions `G` et `H` comme un couple `(G,H)` constitue-t-il une composition de ces deux fonctions ? Obtient-on le résultat attendu de cette composition, savoir `F` ? Certainement pas :

273a REMARQUE. Au couple `(G,H)` est associé un *degré d'indétermination maximal* [264f], c'est-à-dire ***n'importe quelle*** manière d'être du rapport (de l'*entre-deux*) entre les abstractions `G` et `H`.

De manière imagée, ce qu'on a réussi à distinguer, à savoir `(G,H)` et `F`, afin d'éviter les contradictions [271d], se retourne maintenant contre notre entreprise, comme un abîme qui bloque le retour vers `F`. On a, en quelque sorte, introduit *trop* de distance. Mais, dans l'abstrait standard, une telle distance *n'a pas de degrés*, car c'est seulement l'abîme de la disjonction entre « être le même » et « ne pas être le même » :

273b REMARQUE. Si, dans l'abstrait normatif standard, on pouvait « passer », il suffirait de « passer » de `(G,H)` à `F` pour « rejoindre » `F` ; hélas (?), c'est impossible.

Puisque `(G,H)` ne sera jamais « la même chose » que `F`, la distinction est irrémédiable, de sorte qu'il n'y a pas d'autre issue [2] que celle de tenter de *définir* la composition de `G` et `H`, c'est-à-dire de spécifier ***cette*** manière d'être de leur rapport, par le biais du rapport entre `(G,H)` et `F` :

273c *HYPOTHESE DE LA DÉFINITION. La ***définition intuitive*** de la composition de `G` et `H` (à savoir que, de la composition de `G` et `H` doit résulter `F`) est ***théoriquement saisissable comme*** une manière d'être du rapport (l'*entre-deux*) entre `(G,H)` et `F`.

On recommence donc le *raisonnement relatif aux couples, de manière à saisir le rapport entre le couple `(G,H)` et la fonction `F`. On forme donc, à cet effet, le couple `((G,H),F)` (la figure de gauche reprend le schéma [272f]) :

273d

```
            saisir comme        :       saisir comme
            ┌────►────┐         :       ┌───────►───────┐

          G ♦ H    (G,H)        :   (G,H) ♦ F     ((G,H),F)
abstrait                        :
────────     ↑|        |↑       :         ↑|             |↑
concret                         :
          h ° g    (g,h)        :  (g,h) °=  f    ((g,h),f)

            └────►────┘         :       └───────►───────┘
            saisir comme        :       saisir comme
                                :
 *hypothèse de la composition   :  *hypothèse de la définition
```

Notons bien, du côté des écritures, qu'il ne s'agit pas du rapport entre `h°g` et `f`, mais bien du rapport entre les deux abstractions `(G,H)` et `F` respectivement dénotées par `(g,h)` et `f`. Comme précédemment [273a] :

1. Nous reviendrons sur cette singularité dans la suite, car il faut être en mesure de manoeuvrer la non-identité des abstractions.

2. Du moins, nous n'en connaissons pas d'autre actuellement.

273e REMARQUE. Au couple `((G,H),F)` est associé un *degré d'indétermination maximal* [264f], c'est-à-dire ***n'importe quelle*** manière d'être du rapport (de l'*entre-deux*) entre les abstractions `(G,H)` et `F`.

Intuitivement on *voudrait* que ce rapport, noté `°=` dans le schéma [273d], *définisse* que l'abstraction dénotée par `f` résulte de la composition des abstractions dénotées par `g` et `h`. Ce rapport [qu'on voudrait] définitoire de la composition, n'est certainement pas le rapport de composition lui-même (partie gauche du schéma), ni un rapport qui notifierait que les deux dénotants concernés dénotent la même abstraction :

273f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La lettre `°=` est, en quelque sorte, ***en avance d'un temps*** sur l'abstrait : alors qu'elle a le statut d'une trace indécelable, et qu'elle n'a d'autre valeur théorique que celle d'une indétermination à un degré maximal, son choix, certes arbitraire, mais incontestablement motivé, notifie ***l'intention de sens*** que le sujet lui prête.

Cette lettre est peut-être toute emplie de l'effectivité du sujet qui la propulse à *sa* place ; d'un point de vue théorique, elle n'est référée qu'à *n'importe quelle manière d'être* de l'*entre-deux* des abstractions dénotées par les deux écritures que cette lettre, précisément, *sépare* ***et*** *relie*. La machine infernale est maintenant déclenchée :

273g *THÉOREME DE LA DÉFINITION. Dans le contexte des *hypothèses de la composition [272e] et de la définition [273c], le *problème théorique* de la définition est un ***problème régressif*** (relativement à l'abstrait normatif standard).

En effet, nous constatons que le problème consistant à définir une certaine manière d'être du rapport entre les deux abstractions `G` et `H` se réduit au problème de définir une certaine manière d'être du rapport entre les deux abstractions `(G,H)` et `F` ; que faire, maintenant, pour définir une certaine manière d'être du rapport entre `(G,H)` et `F` ?

274 *Troisième moment : l'arrêt de la régression*

Bien sûr, si on pouvait dire les choses [271c], on dirait peut-être que le rapport entre `(G,H)` et `F` est une variation de détermination, ou un changement de niveau, ou un changement de point de vue, ou encore une opération couper/coller ; et qu'en tout état de cause, il faudra tôt ou tard convoquer l'effectivité du sujet pour arrêter les régressions sans fin ; mais, dans ce monde-là, de telles choses ne peuvent être dites, car on froisserait l'*à-plat* qu'implique la pure individuation d'abstractions immuablement identiques à soi : *il y aurait des plis dans l'abstrait*, c'est-à-dire des contradictions. Faisons rapidement le tour de l'impasse :

274a
```
1  rapport entre (G,H) et F : déjà saisi ((g,h),f)
2  spécifier ((G,H),F)      : impossible
3  rapport à soi            : prolifération ( ((g,h),f) , ((g,h),f) )
4  rapport à F              : régression ( ((g,h),f) , f )
5  décomposer ((G,H),F)     : régression
```

(1) on ne peut rien dire de plus du rapport entre `(G,H)` et `F`, puisque le couple `((g,h),f)` le saisit *déjà* ; (2) par l'effet du principe d'identité il est impossible de spécifier (d'accroître ou de diminuer la détermination de) ce couple ; (3) si on tente de développer le rapport à soi de ce couple, on tombe dans une prolifération sans fin qui n'apporte rien ; (4) si on tente de développer le rapport à F, on poursuit la régression et on n'apprend rien ; enfin (5), si on réapplique l'idée de composition en cherchant deux couples dont la composition (en un sens qui sera, hélas, à définir) soit « la même chose » que `((g,h),f)`, on reprend le problème à zéro, et on tombe dans un problème régressif. Par conséquent :

274b INTERPRÉTATION. Puisque le *problème de la définition*, à défaut d'être contradictoire ou insoluble, est régressif [273g], c'est-à-dire qu'il implique une ***indétermination inéliminable***, le ***montage de l'égalité*** doit être en mesure d'***éponger*** cette indétermination inéliminable (l'achèvement d'un développement régressif).

275 *Bilan de l'étude*

Lorsqu'on aborde le montage de l'égalité *au pied de la lettre*, on constate que l'évaluation (rapports *entre* écritures) doit être comprise comme effective [242b] [270b] ; lorsqu'on aborde ce montage par la problématique de la définition, on constate que l'égalité est installée au lieu d'une indétermination inéliminable. Ce que nous venons d'obtenir dans le cas un peu compliqué de la composition des fonctions, nous pouvons le redire dans le cas du couple `(3,4)` déjà étudié [269]. D'une part :

275a RAPPEL. Conformément à la théorie des ensembles [269b], c'est bien le ***même*** couple `(3,4)` qui figure dans les f-ensembles associés aux fonctions `successeur_x`, `x_plus_un`, `x_div_deux_plus_x`, etc.

C'est déjà une première source d'indétermination, qui correspond au fait [264f] qu'un couple ne permet de saisir le rapport entre deux abstractions qu'à un degré maximal d'indétermination. Mais, d'autre part :

275b RAPPEL. Une expression de couple, comme `(3,4)`, n'a jamais signifié particulièrement : ***passer*** de `3` à `4`.

Il en va de même pour les produits cartésiens, raison pour laquelle nous avons souligné, il y a instant [272h], que le produit cartésien associé au regroupement des arguments n'avait pas le même statut que celui associé à un f-ensemble :

275c RAPPEL. Un f-ensemble n'a jamais signifié particulièrement : ***est une fonction***.

D'où une seconde source d'indétermination : un f-ensemble est seulement [270e] *ce comme quoi est conjecturalement saisi de l'entre-deux* ; ce n'est donc certainement ni l'entre-deux lui-même, ni *a fortiori* un passage (cas particulier d'entre-deux). Tout le montage des *néo*fonctions (les fonctions comprises comme f-ensembles [266a]) étant calé à un degré maximal d'indétermination [266i], on ne cesse de se heurter à l'argument du *rasoir d'Ockham*, y compris pour le concept de fonction lui-même [266g], ce qui est tout-à-fait *normal*, et conforte le montage *classique* dans sa santé en béton [270f] [270h] :

275d INTERPRÉTATION. Dès lors que les fonctions sont [définies comme] des f-ensembles, la différence entre *fonction* et *f-ensemble* devient théoriquement inaccessible [266h], donc le ***concept théorique*** de fonction ***n'est pas assumé*** dans le montage, et toute intervention des fonctions devient un tour de discours éliminable.

Dans les mathématiques actuelles, d'un point de vue théorique, il n'y a pas les ensembles ***et*** les fonctions, mais seulement les ensembles ***dont*** les f-ensembles. C'est la délicate problématique [239f] de la place des concepts dans un montage : le concept de fonction n'ayant pas *lieu d'être* dans le montage officiel, on ne parvient pas à le trouver officiellement :

275e RAPPEL. Tout ce qui « gêne », disions-nous [270a], est refoulé dans la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures, de sorte que le concept théorique de fonction est entièrement manoeuvré grâce à cette « cuisine sans importance » : conformément à nos thèses, rien n'est perdu ni laissé de côté.

On peut en effet comprendre qu'un f-ensemble *en tant que* fonction est *plus déterminé* qu'un f-ensemble *en tant que* f-ensemble seulement ; hélas, dans l'abstrait normatif standard où l'identité des abstractions est monolithique [254d], un tel accroissement de détermination est ***inconcevable***, puisque lié à la contradiction de la non-identité [271c]. Il faut donc composer, et négocier quelques arrangements via des jeux d'écritures suffisamment discrets [252]. Ce sont donc nos thèses qui s'appliquent :

275f INTERPRÉTATION. Le montage de l'égalité permet d'éponger des ***indéterminations inéliminables*** (problématiques de définition) grâce à la *mise en coïncidence* de ces indéterminations avec des rapports entre écritures (évaluations effectives) qui *ne sont pas référés*, puisqu'ils appartiennent à la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures.

Notons qu'il est très probable que certaines indéterminations ont un autre destin : on peut envisager de laisser flotter l'indétermination quand il convient d'énoncer une *thèse*, ou d'*exploiter* diversement l'indétermination comme autant de gisements inépuisables (représentations, approximations, développements en série, limites, etc.). Synthétisons ce qui vient d'être proposé sur un schéma :

275g
```
                saisir comme
                ┌────►────┐           composer
              G ♦ H     (G,H) ───────────────────────► F
abstrait        │                                     / \
────────      ↑ │                                    /   \
concret         │                                   /     \
              g   h ─────────────────────────► h°g   =   f

                 saisir           appliquer          évaluer
                └───►───┘ └──────────►────────┘ └───►───┘
                   ARG              APP               EVAL
```

Conservons encore un peu la lecture fléchée de l'abstrait normatif pour décrypter les trois *phases* :

Phase ARG : on ***saisit*** le rapport entre les abstractions à composer ***comme*** un couple (degré maximal d'indétermination) ; c'est un ***acte*** [264m], qui passe inaperçu (regroupement des arguments) quand on le colle avec l'application de la fonction [1].

Phase APP : on *dit* qu'on ***applique*** la fonction (ou l'opération) aux arguments, d'où est supposé résulter le résultat ; c'est la phase qui se traduit par la substitution des arguments ; ce passage est incontestablement ***effectif*** quant aux écritures.

Phase EVAL : puisque le passage a *déjà* eu lieu, l'expression à évaluer est *déjà* référée au résultat, et il ne reste qu'à « cuisiner » un peu cette écriture pour obtenir le dénotant « patenté » ; côté abstrait, on fait du « sur-place », puisqu'il ne s'agit que d'une égalité entre écritures référées à une même abstraction ; il n'en reste pas moins, côté concret, que cette « cuisine » d'évaluation est ***effective***.

Cette « explication » est, à quelques détails près, l'explication habituelle. Cependant, le schéma [275g] est encore chargé de nos interprétations, et il se simplifie, puisque tout le monde s'accordera sur le fait que rien ne saurait passer ni résulter au sein d'un abstrait peuplé de monolithes immuables :

275h
```
              G   H                   F
abstrait      │   │                  / \
────────      │   │                 /   \
concret       │   │                /     \
              g   h             h°g   =   f
                             °(g,h)   =   f
```

C'est la forme normale y=f(x). La sobriété du schéma mérite d'être soulignée, car elle brille dans l'évidence
275i simplissime de l'égalité où toute trace de difficulté a, semble-t-il, disparu : l'entre-deux n'existe pas, les abstractions sont identiques à soi, l'effectivité n'est qu'une « cuisine sans importance » ; par ailleurs, les régressions sans fin, les indéterminations inéliminables et les conjectures sont remisées dans un « ailleurs » inaccessible. Le montage de l'égalité remplit correctement sa mission ; l'impasse [274a] est surmontée, et on retrouve l'abstrait normatif standard :

275j REMARQUE. Le montage de l'égalité fonctionne *tellement bien* qu'une seule chose est claire : ***on n'y voit que du feu***.

1. En informatique, la phase de constitution de la *liste des paramètres effectifs*, à transmettre à une procédure qu'on se prépare à appeler, est nettement distincte de l'appel proprement dit, et, surtout, de l'exécution du corps de procédure.

V-2-4. Aperçu du montage théorique associé au concept de fonction

■ *Nous esquissons le montage relatif au concept de fonction et nous précisons quelques effets de ce montage sur le concept d'algorithme.*

276 *Tours/détours*

Le concept de fonction, compris comme abstraitement indiscernable [266h] d'un f-ensemble, s'est dégagé il y a environ un siècle pour *généraliser* la compréhension en termes de « formules » qui prévalait jusqu'alors. Il est improbable qu'on envisage de revenir en arrière, tant la fécondité d'une telle généralisation est désormais avérée. Toutefois, l'étude qui vient d'être menée ne laisse pas apercevoir les évidences qu'on s'attend habituellement à trouver, tant il faut de conjectures pour étayer la construction, d'indéterminations inéliminables pour atteindre les définitions, et d'interventions effectives pour en arrêter le cours régressif, avant de parvenir enfin, grâce au concours d'une égalité, au schéma simplissime [275h] en quoi tout se résoud :

276a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La simplicité du concept de fonction (comme f-ensemble) doit être tenue pour ***seulement apparente***, et comprise comme un ***effet*** qui résulte de l'***intervention du montage de l'égalité***.

Juste « avant » l'égalité [274a], on se débat dans une tourmente d'impasses ; mais dès que l'égalité paraît, les passages et les indéterminations se dissipent, tandis que le ciel s'apaise dans la certitude crépusculaire d'un abstrait immuable et ineffectif. Le seul « défaut » de ce montage, au regard d'une recherche de fondement, c'est [275j] qu'on n'a rien vu.

276b Rappelons le leit-motiv du présent exposé : nous visons toujours des *dépassements* qui assurent la *récupération* de tout l'acquis tangible, de sorte que les anomalies que nous relevons sont autant de singularités qui nous *guident* vers l'élaboration d'une *réinterprétation* [196]. D'un point de vue théorique, ces anomalies ne sont pas des erreurs, mais l'effet d'un dépassement *déjà accompli* (peut-être seulement partiellement), éventuellement *encore inaperçu* comme tel. En ce sens, ces anomalies sont *en avance d'un temps* sur le rythme normatif. Ainsi, le fait de comprendre les fonctions comme des f-ensembles maintient les fonctions, en tant qu'abstractions, à un degré maximal d'indétermination : le nombre d'étapes n'intervient pas (composition des fonctions) [268c], la différence entre définition en compréhension et définition en extension n'intervient pas [269a], et l'identité des couples est indépendante de leur appartenance éventuelle à tel ou tel f-ensemble [269b]. L'articulation entre la coupure abstrait/concret et le montage de l'égalité est nette :

276c PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. Dans le cadre des mathématiques formelles, dire [263d] [266j] que les concepts de couple et de fonction sont calés sur la limite de l'identité, c'est dire que toute tentative d'*accroître la détermination* d'un couple ou d'une fonction (f-ensemble) se solde par des ***jeux d'écritures*** épongés par le montage de l'égalité.

On peut donc multiplier les dénotations et les expressions d'un même couple ou d'une même fonction (la non-identité est tournée vers la face matérielle des écritures), on peut tenir tous les discours que l'on veut sur ces différences, toute cette prolifération s'évanouit dès qu'on repasse par l'égalité. Corrélativement, on peut supposer que les anomalies liées à l'*épreuve de remplacement* [268] proviennent de glissements :

276d SECONDE IDÉE DIRECTRICE. Le concept habituel de *fonction* est assujetti à un ***glissement*** entre, d'une part, une manière d'être d'un rapport ***entre*** des abstractions (rapport qui n'est pas une abstraction individuée), et, d'autre part, ce comme quoi un tel rapport est conjecturalement saisi dans les mathématiques formelles (un f-ensemble).

Autrement dit, la généralisation des fonctions aurait eu *en fait* un effet de ***dédoublement*** qui se comprendrait comme suit : si on admet que les *paléo*fonctions sont un moyen pour manoeuvrer l'entre-deux des abstractions, le fait de *saisir* cet entre-deux *comme* une abstraction individuée (une *néo*fonction, c'est-à-dire un f-ensemble) n'épuise nullement le sujet, non seulement parce que l'entre-deux ainsi saisi demeure, mais aussi parce que surgissent de nouvelles manières d'être de l'entre-deux, de sorte que les *néo*fonctions (les f-ensembles) n'élimineraient pas les *paléo*fonctions (manière d'être de l'entre-deux), mais viendraient s'y ajouter. Plus précisément :

276e TROISIEME IDÉE DIRECTRICE. Le ***glissement*** entre les deux sens du mot *fonction* correspond à l'***acte*** de ***saisir une fonction*** (manière d'être de l'entre-deux) ***comme une fonction*** (un f-ensemble).

On comprend l'intérêt du glissement : si les *paléo*fonctions avaient *vraiment* été éliminées, on *verrait* ce qu'elles recouvraient, à savoir la structure contradictoire et régressive de l'entre-deux. L'usage extensif des flèches disposées ***entre*** les abstractions (ou leurs dénotants), et, surtout, la supposition d'une *effectivité* de ces flèches (algorithmes, théories de la calculabilité, traitements d'information, etc.) convient beaucoup mieux aux *paléo*fonctions (passages effectifs) qu'aux *néo*fonctions (identité immuable et ineffective), d'où le distors qui se manifeste quand on branche directement un fléchage effectif sur des monolithes immuables.

277 *Aperçu du montage théorique des fonctions*

Le *problème du boot-strap* abordé lors de l'étude des couples [264a] se reproduit pour les fonctions, à un degré d'intégration supérieur. Il suffit de reprendre le schéma [264g] de l'acte *saisir comme*, en lui donnant une forme plus synthétique, pour obtenir une esquisse[1] du montage :

277a
```
NEO         fonction        saisir comme        fonction
            relation       ┌──────►──────┐      f-ensemble
          (entre-deux)     │             │    (abstraction)
              └──────►  ♦        1       F  ◄──────┘
abstrait
────────        référer  ↑ │  3       4  │ ↑  référer
concret
              ┌──────►  ♦        2       f  ◄──────┐
            fonction                            fonction
          effectivité      └──────►──────┘      écriture
PALEO    (entre-deux)       saisir comme      (expression)
```

On comprend les difficultés qui surgissent dans le cadre normatif actuel : côté abstrait, l'entre-deux d'abstractions n'est pas une abstraction individuée et n'est rien [254b] ; côté concret, l'entre-deux d'écritures (les rapports entre écritures) est effectif et n'est rien (conception purement instrumentale de l'écriture). Par conséquent, les deux actes *saisir comme* (flèches 1 et 2) sont inconcevables, de sorte que l'acte de référer l'entre-deux d'écritures à l'entre-deux d'abstractions (flèche 3) l'est également. Il ne reste plus que la flèche 4 qui soit concevable (dénoter, exprimer, définir), et c'est donc elle qui doit ***supporter*** tous les glissements :

277b LE QUADRANGLE DE GLISSEMENTS. Le concept de *fonction* est pris dans l'aire d'un ***quadrangle de glissements*** : 1. l'***acte*** de saisir une fonction (manière d'être de l'entre-deux d'abstractions) comme une fonction (un f-ensemble) ; 2. l'***acte*** de saisir une fonction (manière d'être de l'entre-deux d'écritures) comme une fonction (une écriture) ; 3. l'***acte*** de référer une fonction (manière d'être de l'entre-deux d'écritures) à une fonction (manière d'être de l'entre-deux d'abstractions) ; et 4. l'***acte*** de référer une fonction (écriture) à une fonction (f-ensemble)

De manière imagée, le quadrangle vient s'écraser sur la flèche 4, puisque les trois autres flèches sont inconcevables. Il se dégage donc corrélativement quatre sens principaux du mot fonction :

277c LA QUADRUPLE DÉFINITION. Dans le cadre des mathématiques formelles, le mot *fonction* est, à des degrés divers, employé dans ***quatre sens*** différents : 1. comme ***relation entre*** abstractions (statut d'entre-deux d'abstractions), 2. comme ***f-ensemble*** (statut d'abstraction individuée), 3. comme ***effectivité*** (statut de « blanc » dans un rapport ***entre*** écritures), et 4. comme ***écriture*** (statut de « noir sans blancs » : définition, expression, dénotation).

---

1. L'aperçu du montage théorique associé aux fonctions ne prétend certainement pas épuiser le sujet : cette esquisse partielle est destinée à donner une première idée du montage, sachant que la suite de l'exposé apporte plusieurs compléments.

Au premier sens, une fonction est une *relation fonctionnelle* ***entre*** *abstractions*, c'est de l'entre-deux contradictoire et régressif, donc inconcevable, « heureusement » glissé sur (confondu avec) le second sens, c'est-à-dire la fonction comme f-ensemble (abstraction individuée à un degré maximal d'indétermination) :

277d INTERPRÉTATION. Dans le cadre des mathématiques formelles, ce qui est ***en cause*** dans le concept de fonction (néo), à savoir la structure contradictoire et régressive de l'entre-deux, étant ***inconcevable***, on ne peut concevoir ni le caractère ***conjectural et indéterminé*** du *saisir comme* de cette cause (épongé par glissement), ni la possibilité d'un ***accroissement de détermination*** de cette cause (bloqué au degré maximal d'indétermination pour éliminer la non-identité).

277e Ces *néo*fonctions demeurent prisonnières d'un abstrait en *à-plat*, peuplé de monolithes immuables et ineffectifs, que la théorie des ensembles est venue généreusement bétonner. Nos thèses s'appliquent [37d] [158g] : le blocage est d'origine, et résulte de ce que les mathématiques formelles « modernes » ont cru devoir rejeter *pour se fonder*. Au demeurant, ce montage est exploitable [275e], pourvu qu'on ait du *goût* [252b] à manoeuvrer les jeux d'écritures et les glissements [252f] [252g] que l'égalité éponge.

278 *Quelques blocages impliqués par le quadrangle de glissements*

Le côté concret du schéma [277a] nous est familier, autant parce qu'il se rapproche des *paléo*fonctions (les « formules »), que parce qu'il est proche des fonctions telles qu'elles interviennent dans les théories de la calculabilité et dans les traitements d'information. La flèche 3 du schéma, inconcevable dans le cadre normatif actuel, permet de comprendre la confusion déjà étudiée [116] [140] entre l'*effectuation concrète* et l'*effectivité théorique* :

278a INTERPRÉTATION. Dans le cadre normatif actuel, l'***effectuation concrète*** des rapports entre écritures, dont la structure contradictoire et régressive est *déjà* inconcevable, vient se substituer, faute de mieux, à l'***effectivité théorique***, laquelle n'est qu'une manière de parler de l'inconcevable structure contradictoire et régressive de l'***entre-deux*** des abstractions : la mathématisation de l'effectivité des rapports entre écritures est bloquée là (flèche 3 du schéma [277a]).

Cette effectivité des rapports entre écritures correspond au troisième sens du mot fonction [277c], qui intervient, par exemple, quand on saisit *l'effectivité d'un interprète* (machine mathématique ou machine informatique) comme une *fonction de transition d'états*. Nous avons déjà étudié ce problème [100-105] : on n'en saisit en fait que l'*effet apparent*, qui va glisser sur le quatrième sens du mot fonction, c'est-à-dire sur une écriture « sans blancs ». Rien n'est alors plus « facile » que d'imaginer une transition d'état comme un couple, et cette fonction de transition d'état comme un f-ensemble ineffectif :

278b IMAGE. Le glissement du discret (problème contradictoire et régressif de l'effectivité et de l'individuation) sur le fini (le « sans blancs » de la finitude) provient du coup de hache normatif qui élimine l'inconcevable moitié gauche du schéma [277a].

Dans le même temps, la coupure horizontale entre abstrait et concret fonctionne comme une *limite de détermination*, le moins déterminé côté abstrait, et le plus déterminé côté concret. Ce qui est conforme à notre expérience : dès qu'il est question de l'effectivité d'un rapport entre écritures, ou d'une transition d'état, il est question de la manière d'être de cette effectivité (en une ou en plusieurs étapes, quelles sont ces étapes, etc.), ce qui implique un *accroissement de détermination*. Hélas :

278c INTERPRÉTATION. Puisque, côté abstrait, les couples et les f-ensembles sont maintenus à un degré maximal d'indétermination, toute tentative de ***référer directement*** une indétermination moindre que ce degré maximal d'indétermination est ***bloquée*** ou ***épongée*** par l'égalité.

Comme précédemment [277e], si le blocage concerne la tentative de référer *directement*, il n'en reste pas moins que le montage est cependant praticable *indirectement*, par le biais de techniques appropriées : soit qu'on abuse de jeux d'écritures sans trop attirer l'attention sur les ambiguïtés qu'on introduit (forçage discret du montage [262]), soit qu'on intercale des joints d'élasticité (représentation, par exemple). Plusieurs concepts fondamentaux de l'informatique sont bloqués là, étant entendu qu'il est évidemment inutile d'évoquer la problématique des niveaux dans un tel contexte :

278d INTERPRÉTATION. A l'égard d'un montage qui maintient les fonctions à un degré maximal d'indétermination, les concepts qui dépendent de variations de détermination (accroissement ou diminution, changements de niveaux, etc.), dans le contexte de l'effectivité formelle aussi bien que dans celui des traitements d'information, s'***évanouissent*** dans des jeux d'écritures sans lendemains théoriques : statut d'outil, détails d'implémentation, etc.

Cependant, puisque nous concevons [276b] que les mathématiques *actuelles* opèrent en fait relativement à un dépassement officieux du montage classique officiel, il se peut que l'informatique puisse intervenir de manière singulière [69c] [70f] :

278e INTERPRÉTATION. Il est probable que, dans certains cas, la référence à l'informatique puisse servir de *prétexte*[1] pour couvrir, grâce à la mobilisation d'évidences qu'une opérativité irrécusable cautionne, l'expérimentation discrète de détournements ou de forçages (contradiction et non-recevabilité) de certains postulats fondamentaux des mathématiques (et/ou de la logique) formelles *depuis* les mathématiques (et/ou la logique) formelles elles-mêmes.

Nous ne contestons pas l'opérativité et l'importance des diverses approches théoriques partielles de l'informatique, bien au contraire, puisque c'est précisément le fait que de telles applications soient reconnues opératoires qui ***démontre*** (au regard des présentes thèses) que le montage des mathématiques formelles a été ***détourné*** ou ***forcé*** avec succès. Mais on comprend aussi que les questions de fondements ne soient jamais abordées de front [24b], et pour cause [25g], de sorte que les approches théoriques demeurent *fragmentaires* [1a], laissant dans l'ombre d'une articulation inconcevable [1b] les difficultés qu'elles ne sauraient affronter sans payer les *taxes de l'ajointement* [36h].

279 *Les algorithmes*

279a L'étude [partielle] du montage théorique des fonctions exige que nous disions quelques mots d'un autre concept, une sorte de concept *chewing-gum*, caméléon, mimétique et polymorphe, ambigu par construction, car spécialement destiné à se couler dans les diverses fonctions qu'on lui confie par interim, nomadisant avec son troupeau de contradictions et de régressions sans fin dans le quadrangle désertique de glissements [277a] que balise le mot *fonction* [277c], ou guidant les caravanes qui transportent le sel provenant des oasis du sud-ouest vers les métropoles impériales du nord-est :

279b INTERPRÉTATION. Le concept d'***algorithme*** est ***insaisissable*** et ***sans fondement***, puisqu'il se situe au ***non-lieu*** qu'implique le quadrangle de glissements du concept de fonction, dans le même temps qu'il est ***inévitable*** et un ***symptôme*** de ce non-lieu, c'est-à-dire ce grâce à quoi un tel *non-lieu* est rendu praticable à des fins d'élaborations théoriques ou d'applications opératoires.

Si un algorithme est spécifié comme une fonction (f-ensemble), il n'est cependant pas une fonction, puisqu'il *accroît la détermination* de la fonction qui le spécifie. En ce sens :

279c INTERPRÉTATION. Si un algorithme, spécifié comme une fonction (f-ensemble), pouvait être référé, il devrait être l'un des termes du développement régressif de la non-identité de cette fonction : à son degré maximal d'indétermination, un algorithme coïncide avec la fonction qui le spécifie (algorithme en un pas).

Il est clair, en effet, qu'un algorithme apporte une détermination quant à la manière d'être du rapport ***entre*** donnée et résultat (alors que la fonction ne détermine rien à cet égard). Une telle éventualité est sans doute *inconcevable* dans le cadre normatif actuel, il n'en reste pas moins que c'est ***exactement*** ce qu'on demande à un algorithme vis-à-vis de la fonction qui le spécifie :

1. Outre divers effets « commerciaux » qui peuvent lui être associés.

279d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Quand on souhaite accroître la détermination d'une fonction (f-ensemble) sans pour autant préciser ou requérir un interprète effectif, on feint de ne pas « sortir de l'abstrait » en écrivant un ***algorithme***.

Pour que ce procédé n'attire pas trop l'attention, on ne lui accorde pas de statut officiel (ce n'est pas *vraiment* une abstraction individuée), et on joue, en général, sur la ficelle de la composition des fonctions (cf. distinguer `h°g` et `f` sachant que `h°g=f`) pour laisser supposer qu'on est bien en présence d'une abstraction. Ce n'est pas grave, car c'est en fait une manière de mobiliser des jeux d'écritures que l'égalité éponge. Les remarques sur l'extension et la compréhension [269] ont déjà souligné le statut de ces « calculs naïfs » :

279e INTERPRÉTATION. Dans le cadre des mathématiques formelles, rien n'empêche de jouer sur les choix arbitraires pour [s']imposer une police des écritures de manière que certains dénotants (les expressions) soient déchiffrables comme une sorte de recette (ou de devinette, voire de charade à tiroirs) : on dit qu'on dispose d'un ***algorithme*** pour retrouver un synonyme crypté.

Et on retrouve des *paléo*fonctions, c'est-à-dire des « formules » (face concrète du quadrangle de glissements [277a]) : ces décryptages interviennent comme des rapports entre dénotants d'une même abstraction [262a], et sont normalement épongés par l'égalité (flèche d'évaluation `EVAL`). Toutefois, les « calculs naïfs » que sont ces décryptages supposent une *interprétation effective*, normalement assumée en coulisses par le sujet au titre d'une « cuisine sans importance », de sorte que pour mathématiser ces « calculs naïfs », il faut mettre en évidence un interprète effectif :

279f REMARQUE. Quand on précise *un peu trop* le concept d'algorithme, il devient un programme (informatique) ou une procédure formelle effective (théories de la calculabilité), ce qui notifie la présence explicite d'un ***interprète effectif*** (une machine automatique, ou un sujet faisant office d'interprète) impliquant la présence de « blancs » dans les écritures associées.

Dans un contexte normatif où les écritures ne comportent pas de « blancs », on comprend aisément que, dans le quadrangle de glissements [277a], les « mêmes » écritures puissent éventuellement glisser depuis le statut de *programme* (ou de procédure formelle effective) jusqu'à celui de *dénotant d'une fonction*, tout en passant par celui de *recette d'évaluation*.

280 *Syntaxe et sémantique*

Ce n'est pas sans quelque surprise que nous pouvons apercevoir les mathématiques formelles sous une lumière inhabituelle et inattendue [258i] qui, peut-être, leur restitue une proximité qu'elles semblaient avoir perdu. Le bouclage catastrophique [240d] concernant le rejet officiel de toute contradiction et de tout glissement en vue de manoeuvrer certaines contradictions et certains glissements pour ajointer les montages, se confirme peu à peu, tandis que la problématique de la représentation se présente bien comme un palliatif [248b] destiné à couvrir, contourner ou forcer certains effets secondaires gênants des conjectures et postulats qui sous-tendent les mathématiques formelles. Mais ces palliatifs ne peuvent approcher le coeur des blocages : une multiplication d'hypothèses *ad hoc* et de palliatifs astucieux ne viendra jamais à bout d'un blocage théorique aussi fondamental que celui de la structure contradictoire et régressive de la non-identité et de l'entre-deux. Tout notre effort consiste donc à déceler une ligne de conjectures et de réinterprétations frayant le chemin vers un dépassement des mathématiques formelles : nous ne perdons pas de vue [238d] que l'obstacle principal est le discret compris comme fini.

Nous avons déjà retracé brièvement [232-237] les raisons pour lesquelles l'informatique se trouvait jouer un rôle particulièrement singulier [70] à l'égard de la normativité scientifique actuelle ; ce que nous venons d'exposer au sujet du concept de fonction confirme surtout que le blocage est *interne* aux mathématiques [113] [133] [209] [223]. Nous pouvons ainsi mieux comprendre, avec un peu de recul, les tenants et les aboutissants de diverses « curiosités » liées à l'informatique. Le premier langage évolué, Fortran, ouvrait la voie qui affecte désormais chacun de nous :

280a IMAGE. C'est grâce au vertigineux glissement du ***signe d'égalité*** des formules mathématiques (*paléo*fonctions) sur le ***signe d'affectation*** (degré maximal d'indétermination), rapidement lesté (sans doute par l'effet d'une frousse d'ambiguïté bien compréhensible) d'un ***deux points*** lui donnant l'apparence paisible d'un ***mouvement***, qu'émerge le premier ***langage évolué***.

D'autres glissements, non moins vertigineux, ont suivi, chaque langage exploitant pour son compte tel ou tel gisement de glissements adapté aux effets qu'il vise. On peut demeurer perplexe devant le contraste entre la résistance, qui a accompagné le glissement de l'égalité sur l'affectation, et la tolérance qui favorise la valse des écritures évoquant les fonctions. Il se produit même l'effet inverse [278e], et tel langage d'origine mathématique, épinglé par la lettre grecque qui, en jargon familier, peut servir à signifier un degré maximal d'indétermination, a pu être comparé à un *langage d'assemblage*. Quand on sait que le fait de plaquer les plus banales considérations relatives aux quantités d'information sur les écritures formelles implique l'*hypothèse des indécelables au second degré, comment un tel nomadisme des écritures aurait-il pu passer inaperçu si les mathématiques elles-mêmes ne recouraient pas, pour leur propre compte, aux mêmes ficelles ?

280b REMARQUE. Ce n'est pas forcer les mots, croyons-nous, lorsque nous disons [77a] que les approches théoriques partielles de l'informatique ne sont *seulement possibles* que depuis la mise en oeuvre effective [et inaperçue] de singularités propres aux approches concernées.

On voit que les ruses de la raison ne s'embarrassent pas des principes officiels prônés par la normativité du moment ; sans doute nous méprenons-nous sur la raison elle-même, qui n'est peut-être que cette sorte d'arraisonnement de la ruse, où se joue la conservation de ce qui fait, pour elle, obstacle au « savoir absolu ». L'abri le plus sûr n'est-il pas de n'être caché nulle part, si ce n'est dans l'intelligence de l'artifice — *se* dérobant ?

CHAPITRE V-3

Le montage théorique de l'égalité

•

■ *Puisque l'étude du concept de fonction vient heurter l'égalité, il convient de démonter le montage normatif de l'égalité. Après avoir montré que l'égalité permet effectivement d'éponger les difficultés précédemment décelées grâce à un enchevêtrement de contradictions [281-284], nous demeurons perplexe. Partant de la supposition que ce montage dissimule une problématique plus fondamentale, diverses remarques nous mettent sur la voie de glissements d'écritures et de changements de niveaux [285-290]. Nous esquissons un dépassement du principe du tiers exclu qui ouvre la possibilité de comprendre l'utilisation mathématique des contradictions de la non-identité et de l'entre-deux [291-297], ce qui permet de réinterpréter le passage à la limite comme une manière de manoeuvrer ces contradictions (et les régressions sans fin qu'elles impliquent) pour provoquer l'évanouissement de l'individuation des abstractions [298-303]. Il ne reste plus qu'à remonter le montage de l'égalité, en comprenant l'égalité comme un passage à la limite, replié sous l'égalité grâce à la complicité de quelques glissements d'écritures [304-310].*

V-3-1. Aperçu du montage normatif de l'égalité

■ *Nous prolongeons l'étude du montage relatif aux fonctions en proposant quelques éléments concernant le montage normatif de l'égalité.*

281 *Vers un démontage de l'égalité*

La comparaison entre l'impasse à plusieurs facettes [274a] à laquelle se heurte la définition d'une égalité [274b], le quadrangle de glissements qui sous-tend le montage des fonctions [277a], et le schéma simplissime [275h] qui en est le dénouement dans le cadre des mathématiques formelles, nous avertissent que l'évidence qui en couvre la mise en oeuvre est particulièrement riche et dense :

281a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Compte-tenu de l'omniprésence de l'égalité, le montage de l'égalité concerne le degré le plus fondamental des mathématiques formelles.

Nous renouvelons les réserves déjà formulées [238g], car ce n'est pas l'objet du présent exposé d'en démonter tous les rouages. Le démontage se bornera à ce qui intéresse directement le présent exposé, en particulier : l'effectivité des opérations appliquées aux écritures, les glissements d'écritures et les changements de niveaux. Prenons d'abord un peu de recul, et brossons un croquis général du paysage normatif tel qu'il se dégage à ce stade de l'exposé.

L'attention portée depuis environ un siècle à la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures, met en évidence des *nuances*, que l'abstrait normatif des monolithes ne permet pas d'*apprécier* comme il convient, d'où les frictions qui se manifestent quand on tente d'ajointer les pièces du puzzle et de référer *toutes* les écritures conformément aux fictions normatives : en ce sens, l'abstrait normatif *n'est plus* adapté à *certaines*
281b pratiques opératoires, trop étroitement dépendantes de la matérialité des [rapports entre] écritures. L'insistance de tous les schémas [fléchés] à distinguer l'*expression* d'une intention et ce qui *résulte* de l'interprétation ou de l'effectuation de cette expression, est exemplaire [244] [267c] [271d] :

281c

```
                 saisir comme
                 ┌────►────┐
             G ♦ H      (G,H) ──────────► ?  ────► F
abstrait     │          │                 │        │
────────     │          │                 │        │
concret      │          │                 │        │
             g   h      (g,h) ──────────► h°g ───► f
             └────►────┘
                saisir       exprimer    effectuer
             └────►────┘ └──────►──────┘ └───►───┘
                 ARG          APP           EVAL
```

281d Un tel schéma, beaucoup plus proche de notre pratique quotidienne que la fiction des monolithes, est, hélas, particulièrement problématique : structure contradictoire et régressive de l'entre-deux [256e] [256f], boot-strap *saisir comme* [264a], effectivités régressives [269h], indéterminations inéliminables [273g], écritures non référées et défauts d'abstractions [1] [244c] [270g], quadrangle de glissements [277b], etc. :

281f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Les montages normatifs prennent peut-être appui sur des bastions inexpugnables provenant de bouclages catastrophiques particulièrement efficaces, mais l'intuition est *têtue* : elle ne cède pas, elle ***plie***.

Il y a donc des tours de discours et des images qu'il convient de prendre *au sérieux* [2] : si le schéma [281c] convient mieux à notre pratique, c'est peut-être qu'il *fait image* parce qu'il ***dit*** *quelque chose* que le discours normatif ***inter***dit. C'est ce *quelque chose inter*dit *comme* égalité, cet *entre-deux du dire*, ce *lire entre les lignes*, qui intéresse le présent exposé :

281g IDÉE DIRECTRICE. Laissons à l'intuition la bride sur le cou, et comprenons avec elle que le montage normatif de l'égalité a précisément pour mission d'***exclure à l'intérieur*** des mathématiques ce qu'amorce le schéma [281c].

Comprendre l'égalité comme un *montage théorique*, c'est reconstituer le faisceau de difficultés et de problèmes que ce montage a pour mission de *voiler* ***et*** *d'assumer*.

282 *Le soubassement d'effectivité*

Dans le cadre des présentes thèses, cette *exclusion interne* [281g] signifie une *conservation méticuleuse*. Cela se comprend comme suit :

282a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il convient de souligner que le montage de l'égalité est d'abord une ***déclaration*** destinée à produire un ***effet de discours*** : car on ne peut pas *ne pas faire ce qui doit être fait*, on peut seulement lui *conférer un sens autre* en *superposant* un *effet de discours*.

Tous les termes du schéma [281c] doivent donc se retrouver *dans* ou *sous* l'égalité :

281e 1. Ce problème d'écritures non référées est classique en mathématiques, et prélude à un dépassement. Il suffit de rappeler, dans le contexte du concept de nombre, le destin d'*expressions* comme `2-3` (écriture non référable dans un monde où n'existent que des nombres naturels, d'où les nombres ***relatifs***), `√2` (écriture non référable dans un monde où n'existent que des nombres rationnels, d'où les nombres ***irrationnels***), ou encore `i²=-1` (écriture non référable dans un monde où n'existent que les nombres réels, d'où les nombres ***imaginaires***). L'intervention des couples pour résoudre ces difficultés est connue, chaque dénouement étant lié à une *variation du concept de nombre*, ce que nous comprenons ici comme un *dépassement*, accompagnée d'une *récupération* des ***écritures*** associées au concept dépassé (immersion des nombres naturels dans les nombres relatifs, etc.).

2. Le discours scientifique, surtout formel et formalisé, ne s'entend pas bien avec les *images* : avec les unes, parce qu'elles sont un temps *en retard* (image trop naïve ou trop approximative), et avec les autres, parce qu'elles sont un temps *en avance* (en conflit de fondements).

282b

```
                saisir comme
                ┌────►─────┐        composer
               G ♦ H     (G,H)                        F
abstrait       │   │                                 / \
────────       │   │                                /   \
concret        │   │          appliquer            /     \
               g   h - - - - - - - - - - - ► h°g   =   f   ◄ dénotant
                   │                          ───       ─
                   │       (g,h) ──────────► h°g ────► f   ◄ expression
                   └────►─────┘
                saisir comme    exprimer     effectuer
                └────►─────┘ └──────►──────┘ └────►────┘
                     ARG           APP           EVAL
```

La partie inférieure du montage reprend exactement ce qu'amorce le schéma [281c] : les trois flèches épinglées *saisir comme*, *exprimer* et *effectuer* correspondent à ce qu'un sujet doit ***effectivement assumer***. En revanche, le montage de l'égalité superpose une sorte d'*écran* qui vient *parasiter* les effectuations sous-jacentes :

282c UN PREMIER CROQUIS. Dans le montage de l'égalité, on ***déclare*** que l'effectuation concrète est une « cuisine sans importance » et qu'elle ***n'est rien***, que l'expression de ce qu'on veut faire ***n'existe pas***, que le fait de passer est ***sans fondement***, et que le fait d'appliquer est ***à la fois tout et rien***.

Il va de soi que ce montage *convient* à un abstrait peuplé de monolithes immuables [252d] [254e]. On note que l'énigmatique *application* est la contrepartie de l'*égalité* :

282d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La flèche d'application est un *deus ex machina* qui ***colle et éponge*** deux ***actes***, l'acte de *saisir comme* (boot-strap) et l'acte d'*exprimer* (intention du sujet), tout en ***épongeant*** l'impossible passage entre les abstractions.

Toutes les tentatives d'expliquer l'application échouent pour la simple raison que cette flèche est seulement une *cécité protectrice transparente* : c'est un pur *effet de discours* qui n'a d'autre réalité que celle d'être tel. C'est en ce sens qu'elle est à la fois *tout*, puisqu'elle fortifie l'imagination dans l'illusion d'un passage, ce que vient « corroborer » le fait qu'on passe du côté du résultat, et *rien*, parce que rien ne saurait passer ni résulter au sein d'un abstrait immuable et ineffectif, et, d'ailleurs, si ce *rien* était *quelque chose*, ce serait un abîme régressif :

282e IMAGE. C'est ce *tout et rien* de l'***application*** que notifie l'écriture emblématique `y=f(x)`.

Puisque, de la seule *application*, résulte déjà le résultat, il n'y a plus de place pour l'*évaluation effective*, laquelle vient se glisser ***sous*** l'égalité, ce qui est cohérent, puisque les monolithes sont immuables :

282f UN SYMBOLE D'EFFECTIVITÉ. La lettre = est, au moins dans certaines circonstances, le symbole d'une ***effectivité***.

L'intervention de flèches à cette place de l'évaluation effective pourrait laisser supposer que la lettre = soit, en tant que symbole d'une effectivité, le marque-place d'un calcul. Mais ce serait là une interprétation aventureuse, car si l'évaluation effective se présente *in concreto* comme un rapport entre écritures, rien ne garantit, au moins dans cet exposé, que tout rapport entre écritures soit assimilable à un calcul :

282g REMARQUE. La problématique relative au rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [160b] n'est pas séparable de la question des évaluations effectives couvertes par le symbole d'égalité.

La ribambelle de *théorèmes couper/coller qui ne cesse de s'allonger à mesure que l'exposé progresse nous invite en effet à la plus grande prudence.

283 *L'éponge de l'éponge*

A ce stade, le montage de l'égalité peut sembler ridicule : à quoi peut bien servir toute cette histoire, puisque, en tout état de cause, l'effectivité des flèches doit être assumée [par le sujet] ? C'est seulement oublier le coeur du problème :

283a RAPPEL. Jusqu'à présent, à notre connaissance, il n'y a que dans le cadre des présentes thèses où l'articulation entre l'effectivité, les traces indécelables et les régressions sans fin permet de concevoir comme une chose *normale* (sans s'étrangler ou s'évanouir), que l'effectuation d'un rapport entre écritures, éventuellement assumée par le sujet, est théoriquement *équivalente à l'***achèvement** d'une régression ***sans fin***, donc à un ***concept contradictoire***.

Nos thèses permettent d'envisager le développement du schéma [281c] dans le sens des régressions sans fin et de la non-identité des abstractions, sachant que le sujet est régulièrement convoqué pour assumer l'effectivité (donc les indéterminations inéliminables et les traces indécelables) qui sont liées à l'arrêt des régressions sans fin. Mais, dans le cadre des mathématiques formelles, cette « solution » étant inconcevable, il est impossible de s'y arrêter. Par conséquent :

283b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si notre idée d'une exclusion interne [281g] est correcte, il faut aussi que le montage de l'égalité ait pour effet secondaire de *voiler* la « solution » ***inconcevable*** dont la mise en oeuvre est cependant ***incontournable***.

C'est, en quelque sorte, un montage *au second degré*, car, tandis que le sujet éponge déjà l'achèvement des développements régressifs, le montage de l'égalité *éponge l'éponge* de manière à en effacer toute trace :

283c UN SECOND CROQUIS. Le montage de l'égalité dépend en partie d'une ***fiction théorique*** favorisant l'effet au second degré *d'éponge de l'éponge* : un savoir rigoureux implique la ***séparation*** du sujet et de l'objet (il n'y a pas de sujet), l'abstrait est ***immuable*** et ***éternel*** (sans devenir, sans passages, ineffectif), les abstractions sont naturellement ***individuées*** (pas d'entre-deux) et pourvues d'une ***identité monolithique*** (ineffective, pas de non-identité), et l'abstrait n'est soumis qu'à la ***nécessité logique*** (délivré de toute contingence, de toute ambiguïté, et de toute contradiction).

Bien sûr, il y a, çà et là, quelques anomalies résiduelles ; mais, dans la plupart des cas, divers interdits ou procédés normatifs procurent une protection ou des palliatifs satisfaisants[1]. Et si la normativité officielle tient dur comme fer à une telle fiction, malgré les inconvénients qu'elle implique, ce n'est pas parce que quiconque en saurait quoi que ce soit (qui donc a été voir l'abstrait ?), ou parce qu'on craindrait les *états d'âme* du sujet (s'il y a belle lurette que l'âme a été engloutie dans l'obscurantisme pré-scientifique, comment pourrait-on craindre l'influence de ses états ?), c'est seulement parce que cette fiction tisse la cécité protectrice exactement ajointée pour ***envelopper quelque chose d'inconcevable***, afin de tout repeindre aux couleurs d'un immuable sans sujet. Toutefois, tenter d'éliminer le sujet, ou du moins toute *trace décelable du sujet*, est une entreprise assez délicate (compte-tenu du rôle du sujet !), d'où les propriétés assez curieuses de l'abstrait normatif. Essayons de comprendre cela dans la perspective de l'éponge de l'éponge, ce qui est une manière de reconstruire certains postulats initialement énoncés *ex abrupto* [254] :

283d L'ENTRE-DEUX. Il n'y a rien ***entre*** deux abstractions *en tant qu'elles sont seulement individuées* : il s'ensuit que la structure contradictoire et régressive de cet *entre-deux* n'a pas lieu, de sorte que l'abstrait est une sorte de grand sac sans devenir où ***toutes*** les abstractions mathématiques sont, immuablement et éternellement, déjà-là.

---

1. A commencer par les jeux d'écritures [252]. Certains critères normatifs sont dissuasifs, par exemple : les questions de fondements ne relèvent pas du discours scientifique et/ou se dissipent en faux-problèmes.

En effet, si (comme nous le soutenons) on ne ***crée*** un objet [1] qu'en puisant dans l'entre-deux régressif [264j], si cet entre-deux n'a pas lieu, la création de « nouveaux » objets est impossible ; or nul ne saurait nier qu'il y a des objets, donc ils sont tous déjà-là. En revanche, on *découvre* les objets, on se heurte à leur « réalité », ils *résistent*, et on imagine qu'ils ont une existence *indépendante* (sous-entendu : du sujet), ce qui « explique » au passage l'« objectivité » de tels objets, laquelle se manifeste de manière éclatante dans le fait que tout le monde retrouve « les mêmes » :

283f L'ÉVANOUISSEMENT DU SUJET. La séparation du sujet et de l'objet notifie qu'***il n'y a pas de sujet***, et ce, d'autant plus que les objets préexistent dans leur éternité.

Le schéma [282b] souligne l'intérêt de cette supposition : s'il n'y a rien entre deux abstractions, le problème du passage est sans fondement, donc la flèche d'application n'est qu'une manière de parler, donc les deux actes *saisir comme* et *exprimer l'intention* ne sont eux aussi qu'une manière de parler, ce qui « corrobore » qu'il n'y a pas de sujet. Mais il s'ensuit une anomalie, à savoir que l'éventualité d'un passage ou d'une relation ***entre*** deux abstractions est exclue, alors qu'on ne s'occupe que de cela ! Il y a donc un « truc » pour couvrir une telle difficulté, que nous pouvons esquisser comme suit :

283g LE VRAI (PREMIERE APPROCHE). Imaginer que le *vrai* et le *faux* sont deux abstractions individuées permet de ne pas apercevoir que le vrai est, en quelque sorte, de l'***avoir lieu***, c'est-à-dire de l'effectivité, c'est-à-dire encore de l'indétermination inéliminable provenant de l'***entre-deux*** des abstractions.

Dire d'une relation ***entre*** deux abstractions qu'elle ***est*** [vraie], c'est dire qu'elle *a lieu* comme une manière d'être, à un certain degré de détermination, de l'entre-deux de ces abstractions. Si jamais on tente de *saisir* le vrai et le faux *comme* deux abstractions individuées (deux valeurs de vérité), on déclenche une régression sans fin (hiérarchie transfinie), puisqu'il faut une nouvelle relation (ou une « fonction de vérité ») pour relier chaque relation aux deux abstractions susdites, et ainsi de suite [2]. Il reste maintenant à escamoter l'effectivité liée à l'*évaluation* en la glissant ***sous*** l'égalité :

283i L'IDENTITÉ MONOLITHIQUE. Les manipulations d'écritures sont une « cuisine sans importance » entachée de contingence matérielle : seules existent vraiment les ***abstractions identiques***, à la fois *immuables*, *monolithiques* et *ineffectives*, soumises « absolument » à la seule nécessité logique.

Cette supposition permet de tenir pour rien l'effectivité qu'impliquent les rapports entre des écritures ***référées à la même abstraction***, ce qui termine l'élimination des difficultés. D'où une recette qui a fait ses preuves :

283j RECETTE. Pour fabriquer de l'immuable et de l'identique, on éponge une éponge à effectivité ; dans le cas de l'abstrait normatif, c'est simplement l'effacement de toute trace décelable du sujet.

Si, de plus, on identifie l'oeuvre du sujet à la subjectivité *au niveau du vécu*, c'est-à-dire à un amoncellement de fantaisies incontrôlables, arbitraires, solipsistes et déraisonnables, il devient *évident* que la séparation du sujet et de l'objet s'impose pour élaborer un savoir objectif et positif [4b]. Personne n'en doutera.

283e 1. Dans le contexte de l'opposition entre *sujet* et *objet*, nous employons le mot *objet* (en lieu et place du mot *abstraction* [5d] [254c]) pour faciliter la lecture.

283h 2. La plus sûre garantie qu'il n'y a rien entre deux abstractions vient de la logique, surtout formalisée. On notera donc qu'une supposition devenue aussi banale que *le vrai et le faux sont deux valeurs* implique, mais avec une discrétion qui fait défaut au présent exposé, le ***dépassement du principe de contradiction*** [60-65]. Bornons-nous à indiquer que, dans le contexte de la logique, la *vérité* est en place d'une « chose » *non venue à la forme* (théoriquement inaccessible). La logique formelle s'applique aux ***dires*** du sujet (logique de la forme des énoncés de discours), l'accent étant à mettre sur le *dire* qui oeuvre aussi dans le ***contre-dire***, tandis que la logique formalisée s'applique aux écritures et... aux rapports ***entre*** écritures, d'où les hiérarchies transfinies (qui ne sont en fait que des développements régressifs), et l'effectivité requise pour les dérivations formelles (l'entre-deux est garanti). Pour quelques compléments à ce sujet, cf. [359-365].

284 *Un montage simplissime*

Lorsqu'on respecte à la lettre le montage normatif, on a procédé à l'effacement de toutes les difficultés apparentes, et on retrouve le schéma simplissime [275h] :

284a
```
          G   H                    F
abstrait  |   |                   / \
————————  |   |                  /   \
concret   |   |                 /     \
          g   h  – – –°– – → h°g   =   f
                   appliquer
```

Le montage de l'égalité supporte ainsi ***à lui seul*** l'édifice des mathématiques formelles [1]. Convenons toutefois qu'il faut, en quelque sorte, avoir la foi, c'est-à-dire tout l'appui d'un consensus normatif rôdé de longue date et sûr de ses ficelles, pour réussir à faire fonctionner un tel montage :

284b SYNTHESE. Le montage de l'égalité repose sur un ***déplacement*** combiné avec une ***condensation*** : l'essentiel du ***travail*** consiste en des opérations effectives appliquées à des écritures qui, ***sous couvert d'égalité***, sont globalement référées à l'identité monolithique d'abstractions réputées ***immuables***.

On croit rêver ! A l'exception des « broutilles » de la phase de regroupement des arguments et de la phase d'application de la fonction, broutilles qu'on s'empresse d'oublier puisqu'elles correspondent abstraitement à l'inconcevable *entre-deux* des abstractions, tout le travail à effectuer sur les écritures est *déplacé* pour venir se *condenser* sous l'évidence d'une égalité :

284c REMARQUE. Il suffit de jeter un coup d'oeil sur la liste [281d] de difficultés que surmonte le montage de l'égalité pour demeurer stupéfait devant une telle densité de contradictions enchevêtrées.

Ainsi, le discours théorique qui défend le plus ardemment le caractère immuable de ses objets, leur individuation incontestable, le rejet de toute contradiction, de toute régression sans fin, et la nécessaire élimination des ambiguïtés, est aussi celui qui éponge l'inconcevable *entre-deux* (régressif et contradictoire) de tels objets, via l'effectivité (régressive et contradictoire) de rapports entre écritures qu'il réfère, sous couvert d'égalité, à l'immuabilité monolithique de ses objets ! Un tel montage, que la fiction théorique de l'abstrait normatif standard nous permet de concevoir comme une simplissime évidence « à la portée des enfants », laisse perplexe :

284d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Ce qui est *encore plus extraordinaire*, c'est qu'il soit possible de rendre ***opératoire*** et d'***exploiter***, avec les résultats qu'on sait, un tel enchevêtrement de contradictions.

Certes, nous avons dit [115] qu'il s'agissait d'un trait caractéristique des montages théoriques fondamentaux ; cependant, le dire *en général* est une chose, autre chose est de le vérifier *à la loupe* dans le cas particulier des mathématiques :

284e ARGUMENT DE LA PERPLEXITÉ. Il n'est guère plausible de supposer que le montage de l'égalité mobilise un tel déploiement de contradictions parasites à la seule fin d'escamoter diverses difficultés, certes embarrassantes, mais qui proviennent pour partie du montage lui-même.

Ainsi, par exemple, les mathématiques strictement formalisées (voire même les théories de la calculabilité) réussissent à escamoter les problèmes régressifs liés à l'effectivité des rapports entre écritures grâce à l'effectivité qu'elles requièrent pour elles-mêmes (dérivations formelles, machines mathématiques), effectivité couverte par le glissement du discret sur le fini. Ce que nous venons de proposer ne nous paraît donc pas suffisant, car il se pourrait bien que nos deux premiers croquis [282c] [283c] soient passés *à côté du problème* :

---

1. Sachant que la logique s'occupe, pour sa part, du rapport au vrai.

284f REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La mise en oeuvre ***opératoire*** du montage de l'égalité n'est pas concevable sans une compréhension théorique approfondie du rôle des ***contradictions*** dans les mathématiques, ce rôle étant à situer ***au fondement même des mathématiques***.

Nous savons déjà que le montage de l'égalité est suffisamment robuste pour abriter beaucoup de choses ; pourquoi n'abriterait-il pas aussi *ça* ? On comprendrait alors beaucoup mieux que les contradictions les plus apparentes du montage, qui ne concernent en fait que des suppositions plus ou moins nébuleuses au sujet de l'abstrait, soient d'autant moins gênantes qu'elles assument le rôle d'un *écran* à l'égard des *vraies* difficultés. Ces remarques étant dites, le plus délicat est à venir, car nous n'aurons pas la naïveté de proposer un démontage complet de l'égalité [281a] :

284g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Démonter complètement le ***montage de l'égalité*** tel qu'on le manoeuvre dans les mathématiques formelles, c'est proposer une ***réinterprétation*** (donc un dépassement) de ces mathématiques.

V-3-2. Les arguments d'une perplexité

■ *Nous proposons de ne pas nous arrêter aux effets normatifs apparents du montage de l'égalité et d'approfondir l'étude.*

285 *Rien n'est en fait résolu*

Dès qu'on rappelle que le fait d'imaginer les fonctions (ou assimilé) comme des passages est sans fondement théorique, on aboutit au schéma simplissime [284a]. Complétons un peu ce schéma, d'apparence banale :

285a
```
           G   H         F        UN  TROIS     QUATRE
abstrait   |   |        / \       |     |        / \
--------   |   |       /   \      |     |       /   \
concret    |   |      /     \     |     |      /     \
           g   h    h°g  =   f    1     3    3+1  =   4
                    ---     ---              ---     ---
                    h°g  ->  f               3+1  ->  4
```

Chaque identité est une sorte de ***domaine clos***, puisqu'il est impossible de passer *entre* deux abstractions. Par conséquent, chaque identité doit comporter ***en elle-même*** toute une variété d'« apparences » qui sont autant de manières de la comprendre. Par exemple, l'identité `QUATRE` doit pouvoir apparaître comme `3+1` aussi bien que comme `2+2` ou `7-3`. En ce sens, chaque identité est une sorte d'univers clos qui ***comprend*** toutes les autres identités, du moins celles avec lesquelles elle est ***reliée***. Cet effet de refermement sur soi de l'identité [1] provient en droite ligne de la supposition qu'il n'y a rien ***entre*** deux abstractions :

285c REMARQUE. Tout ce que les fictions normatives (assistées du montage de l'égalité) concernant l'abstrait standard parviennent à éponger quant aux relations ***entre*** des abstractions distinctes, se retrouve intact, et non résolu, comme ***identité*** de chaque abstraction.

C'est une sorte d'enroulement en spirale (d'implication) qui, partant du plus externe, s'enroule et se condense vers le plus interne : des relations entre les abstractions, on parvient à l'identité d'une abstraction ; le problème se reproduit donc régressivement, et le montage de l'égalité n'a, en fait, rien résolu.

285b 1. Cet effet n'est pas nouveau, car c'est l'une des facettes de la *Monadologie* de G. W. LEIBNIZ : chaque identité est une sorte de *monade* « sans portes ni fenêtres », et chacune « reflète », de manière plus ou moins distincte, toutes les autres. Rappelons la contribution essentielle de LEIBNIZ à la conception moderne des *fonctions*.

286 *Une remarque relative à la substituabilité*

Sachant que l'évaluation effective doit pouvoir être tenue pour rien, *puisque* `3+1=4`, il faut donc que chaque *expression du résultat* soit « aussi » un *dénotant du résultat*. Or, c'est gênant, car on acceptera sans difficulté les deux égalités `3+1=4` et `3+1=3+1`, mais on ne reconnaîtra certainement pas que l'évaluation `3+1`➔`4` est « la même chose » que l'évaluation `3+1`➔`3+1` :

286a REMARQUE. Bien que l'égalité entre ***dénotants*** `3+1=4` implique officiellement la substituabilité ***sans réserve*** des deux dénotants dans ***toute*** écriture formelle, ***il est impossible*** de substituer l'écriture `3+1` à l'écriture `4` dans l'évaluation effective `3+1`➔`4`.

La remarque se transpose à l'égalité `h°g=f`. Cette légère anomalie ne peut laisser indifférent :

286b REMARQUE. Dans le cadre des théories mathématiques régies par le montage de l'égalité, le principe d'une substituabilité ***sans réserve*** d'écritures liées par une égalité est ***pris en défaut*** dans la « cuisine sans importance » qui assure le soubassement effectif de ***cette*** égalité.

Hélas, ce *sans importance* qui qualifie cette « cuisine » n'est qu'un effet du montage lui-même, car les manipulations d'écritures ne sont pas, à l'égard de l'égalité, un adjuvant facultatif ou les scories navrantes de la contingence accablant l'humanité, mais ce grâce à quoi sont ***arrêtées*** les régressions sans fin impliquées par la définition des abstractions. Le léger flou [269e] concernant le rapport entre le statut des *expressions* et le statut des *dénotants* n'est donc pas une coïncidence fortuite.

Cette légère anomalie [286a] convient à ce que nous avons déjà exposé : les écritures intervenant dans des évaluations effectives sont soumises à un *principe de remplacement des lettres* [203e] (montage de l'identité des lettres), alors que les écritures formelles sont soumises, d'une part, à un principe de remplacement des *dénotants*, et, d'autre part, au principe de la substituabilité des dénotants (ou expressions) d'une même abstraction (égalité). Par conséquent :

286c *THÉOREME DES DIFFÉRENCES INDÉCELABLES. Dans le montage de l'égalité, les écritures intervenant dans les évaluations effectives ***ne sont pas les mêmes*** que celles qui interviennent dans les écritures formelles, même dans le cas où les unes et les autres coïncideraient formellement.

Dans le schéma [285a], les écritures qui figurent ***en-dessous*** des barres, et qui sont concernées par une évaluation effective, *ne sont pas les mêmes* que les écritures formelles qui figurent ***au-dessus***. Dans le cadre des présentes thèses, quand on prend la peine de rapprocher les différentes pièces du puzzle, on voit se dessiner une curieuse idée, qui prolonge une réticence déjà notée [282g] :

286d IDÉE DIRECTRICE. On fait fausse route quand on imagine que l'évaluation effective associée à une égalité serait [nécessairement] une sorte de calcul, car *évaluer sous couvert d'égalité* c'est, en quelque sorte, jouer sur des ***changements de niveau***.

Tous les *raisonnements qui nous amènent à démonter le montage de l'égalité concernent des régressions sans fin et des variations de détermination : par excellence, les développements régressifs (ou, à l'inverse, les enveloppements régressifs) sont des changements de niveau. Par ailleurs, nous savons, par l'étude de l'assertion de codage [162-167], que des glissements d'écritures, combinés avec l'injonction *lire comme*, permettent d'accomplir fictivement des transitions de niveaux [166]. Or, curieusement, une telle idée est ***compatible*** avec le montage normatif de l'égalité :

286e *RAISONNEMENT. Dans le montage normatif de l'égalité, quoi qu'on dise au sujet d'une éventuelle différence ***entre*** `3+1` et `3+1` demeure ***sans objet*** puisque : 1. il n'y a pas de sujet, 2. ce à quoi ce sujet s'affaire dans son effectivité est une « cuisine sans importance », et 3. pour tout A, A=A.

C'est donc la troisième clause qui est à ***réinterpréter*** : nous lisons couramment l'égalité A=A *horizontalement*, comme si elle était déjà apprêtée à la manière d'une règle de réécriture, au demeurant bien inutile, et risquant plutôt d'engendrer ***des calculs qui ne se terminent pas*** :

286f IDÉE DIRECTRICE. Mais il faut également lire A=A *verticalement*, comme un ascenseur qui parcourt les différents niveaux du ***développement régressif*** de la non-identité de l'abstraction A.

287 *L'exemple d'une écriture à bâtons*

Approchons cela intuitivement pour le passage de `3+1` à `4` en prenant appui sur une *écriture à bâtons* :

287a
```
│   UN    │ │  TROIS  │   entre-deux   │    QUATRE                │
│   │     │ │    │    │                │      ├─────────┐         │
│   │     │ │    │    │                │      │         │         │
│   un    │ │  trois  │                │   quatre  troisplusun    │
│──/─\──  │ │──/─\──  │                │───/───\────────│──────── │
│ i   1   │ │iii  3   │                │  iiii   4      │         │
│         │ │         │                │                │         │
│         │ │         │                │     /i  3+1 ───┘         │
└─────────┘ └─────────┘                └──────────────────────────┘

                        3+1    iii+i
                           \  /
                        trois plus un
```

L'idée est la suivante : pour passer de `iii+i` à `iiii`, on ***efface*** la lettre `+` et on ***colle*** les quatre bâtons :

287b REMARQUE. Dans l'écriture à bâtons, l'écriture `iiii` ne ***vaut*** quatre que lorsque les quatre bâtons sont ***collés*** en une seule lettre (appartenant à une sorte d'alphabet calligraphique), c'est-à-dire ***qu'il n'y a rien entre les bâtons*** ; sinon, c'est, par exemple, un certain nombre de fois ***un*** bâton.

Les dénotants sont toujours des *comme si c'était une lettre* (totalité insécable), d'où leur « sans blancs » : *quatre*, *troisplusun*, à la manière des identificateurs en informatique. On peut même *souligner* ce « sans blancs », `trois_plus_un`, par exemple, le statut de totalité insécable demeure.

Le schéma [287a], qui prend appui sur les écritures en bâtons comme des sortes d'*équivalents théoriques, souligne qu'entre ces *équivalents *en bâtons* et les dénotants *en toutes lettres*, est ménagée une tierce série d'écritures (`4`, `3+1`, etc.), dont la mission ne laisse subsister aucun doute :

287c IDÉE DIRECTRICE. S'il y a progrès du fait de la combinaison entre l'écriture alphabétique et la numération par position, il y a aussi progrès dans le soin extrême apporté à la composition de certaines écritures médiatrices qui ménagent les ***glissements*** ouvrant la voie à une manoeuvre opératoire des ***ambiguïtés*** auxquelles ces écritures, semblant « sans blancs », procurent l'abri discret d'un ***avoir lieu***.

En ce sens, ces écritures sont des sortes d'idéogrammes ou de hiéroglyphes [1], qui fonctionnent tantôt comme des assemblages (expressions) et tantôt comme des lettres (dénotants). On peut alors comprendre que l'écriture `3+1` (rapportée à `trois plus un` « avec blancs ») est une façon d'***exprimer*** une manière d'être du rapport entre `trois` et `un`, cette manière d'être étant épinglée `plus` ; par contre, l'écriture `3+1` (rapportée à `troisplusun` « sans blancs ») est une manière d'être de `QUATRE` (si on admet de manoeuvrer la non-identité des abstractions), faute de quoi `3+1` n'est rien d'autre qu'un ***dénotant***, au même titre que `4`. C'est cette différence que nous mettons en scène par le biais de *biffures* : dans l'*équivalent en bâtons de l'expression `3+1`, la lettre `+` n'est pas biffée, alors qu'elle l'est dans l'*équivalent du dénotant `3+1` :

1. On se souvient que le déchiffrement des hiéroglyphes égyptiens par J. F. CHAMPOLLION prend appui sur le double régime des hiéroglyphes, partiellement phonétique et partiellement icônique, certains hiéroglyphes étant utilisés à l'occasion comme des lettres alphabétiques (dans le cas de noms sacrés ou de noms étrangers, par exemple).

287d FICTION DES BIFFURES. Une ***biffure*** est une manière de mettre en scène un seuil d'***émergence*** et d'***évanouissement*** : une lettre biffée est ***sur le point d'émerger*** (quand on va la dé-biffer) ou ***sur le point de s'évanouir*** (quand va l'effacer).

Une lettre biffée est un [pas-]rien, une trace indécelable (inaperçue mais effectivement présente), bref, une figure de la contradiction que notifie la non-identité des abstractions. Complétons maintenant ce schéma pour que notre idée devienne plus nette :

287e
```
    abstrait     UN          |      TROIS       |      QUATRE
 ___________     / \         |       / \        |        / \
     concret    1   i        |      3   iii     |       4   iiii
                    ////     |             //   |              /i
 ___________                 |                  |
  labyrinthe     ↓|                     ↓|                      |↑
                  |______________________|________► iii+i ►_____|
                                                     3+1
                                               TROIS PLUS UN
```

287f Chaque abstraction comporte « en elle-même » une multiplicité de manières d'être (non-identité à soi) qui lui permet, en quelque sorte, de se « déguiser », sans pour autant devenir autre, afin de se *mettre en harmonie* avec telle ou telle autre abstraction. Il s'ensuit que plusieurs abstractions peuvent ainsi s'*accorder* pour atteindre une sorte d'*entr'expression*[1]. Dans notre mise en scène à biffures, elles s'accordent *à quelques biffures près* :

287h CONVENTION DE LA MEMETÉ. L'*équivalent théorique d'une abstraction demeure référé à une même abstraction aussi longtemps qu'il ne varie qu'à des lettres biffées près.

En ce sens, cette mise en scène est « conforme » à l'abstrait normatif standard. Pour que le dispositif fonctionne, il faut prévoir un lieu médiateur, que nous avons épinglé *le labyrinthe* :

287i IMAGE. S'il n'y a rien entre deux abstractions (abstrait normatif standard), les *équivalents théoriques, eux, sont ***en relation*** grâce aux galeries du labyrinthe.

Le protocole est simple : pour que la relation trouve son *avoir lieu* dans le labyrinthe, il suffit que les abstractions concernées s'accordent *quant à leurs *équivalents théoriques*, moyennant quoi :

287j CONVENTION DU LABYRINTHE. On « descend » dans le labyrinthe par *débiffure*, c'est-à-dire qu'on « sort » de l'identité des abstractions, afin de rejoindre l'***expression commune***, puis on « remonte » vers les identités par *[re]biffure*.

On suit très bien ce chemin sur le schéma [287e], et le glissement de 3+1 (comme expression) sur 3+1 (comme dénotant) devient alors net, puisque les deux écritures sont distinguées *quant à leur statut* grâce aux *équivalents théoriques, quoiqu'elles coïncident formellement : le labyrinthe amorce une fiction théorique destinée à mettre en scène l'inconcevable entre-deux des abstractions de l'abstrait normatif standard. L'*abs*traction est *quelque chose* qui est *abs*tenu, c'est-à-dire la forme *la moins déterminée* de toutes les variétés de sa non-identité :

287k IDÉE DIRECTRICE. L'écriture 3+1 ***en tant qu'expression*** est de l'entre-deux, et ***n'est pas substituable*** (n'est pas égale à) l'écriture 3+1 ***en tant que dénotant***.

La différence entre 3+1 et 4, que l'intuition pressent [281b], est ***masquée*** par une différence entre 3+1 et 3+1, produite par une coïncidence formelle « fortuite ». Cette idée prolonge le *théorème des différences indécelables [286c], recoupe l'éventualité de changements de niveaux [286d] [286f], et s'accorde au problème des écritures non référées [244c] :

287g 1. Quand on compare les abstractions à des *monades* au sens de LEIBNIZ [285b], on pense immédiatement à l'*harmonie* qui intervient dans la conception leibnizienne de l'*harmonie pré-établie*. Rappelons [127h] la filiation étymologique qui mène de l'*harmonie* (comme en musique) à la *cheville*, à l'*ajointement* et à l'*emboîtement*. Notons que l'*entr'expression* au sens des présentes thèses n'est pas exactement l'*entr'expression* au sens de LEIBNIZ.

287l *THÉOREME DE GLISSEMENT. Le ***glissement*** de `3+1` (comme expression) sur `3+1` (comme dénotant) permet d'***éponger*** le fait que l'écriture `3+1` (comme expression) ***n'est pas référée***, parce qu'elle correspond à l'inconcevable ***entre-deux*** des abstractions reliées.

288 *Remarques relatives aux écritures formelles*

Le glissement [287l] est une entrée du labyrinthe de l'égalité, une porte dérobée [159c] devant laquelle les théories les plus sophistiquées peuvent passer et repasser sans jamais soupçonner la présence. Car il est maintenant possible d'apercevoir que les écritures formelles (`4`, `1`, `3+1`, etc.) ne sont pas du tout *in*nocentes, et qu'elles sont des sortes d'*agents doubles* [287c]. La fiction normative de l'abstrait standard présente le montage comme suit :

288a
```
abstrait      UN  TROIS  QUATRE
────────      ─|────|─────/─\───
  formel       1    3    4   3+1
```

Là-haut, il y a les monolithes identiques, immuables et ineffectifs. Ici-bas, dans l'accablement de la contingence, il y a les *écritures formelles* ; mais, rassurons-nous, elles ne jouent qu'un rôle purement instrumental et transparent. Ouf ! C'est presque ça, sauf un léger *dé*calage. L'abstrait est une fiction, un ***effet de discours***, qui n'a pas d'autre « réalité » que celle d'être tel[1]. Qu'il soit pratique et efficace de le faire intervenir comme tel, ne fait aucun doute ; mais, dans une recherche de fondement comme celle que nous exposons, une telle supposition *doit* être comprise comme un tour de discours éliminable[2]. Pour l'éliminer (et, faut-il le rappeler, pour le remplacer par d'autres tours de discours), il faut reconstituer, au moyen d'une *interprétation conjecturale*, ce qu'il a pour mission de couvrir[3]. Compte-tenu de ce qui vient d'être dit, on peut ébaucher un *croquis* :

288b
```
                                         ?      entre-deux
                                         ↑          ↑
abstrait        un    trois     quatre   │         noms
   ↑             ↑      ↑      ↑     ↑   │          ↑
 formel ──▶ ──  1────  3 ────  4 ── 3+1 ── 3+1 ── ◀── pli
                 ↓      ↓      ↓     ↓   │          ↓
               ////    //           /i   │    *équivalents
                                         ↓          ↓
                                       iii+i    labyrinthe
```

Les ***écritures formelles*** sont calées sur un ***pli*** [255e] ; elles sont, pourrait-on dire, prises en *sandwich*. Les abstractions individuées (abstrait normatif) correspondent en fait à des *écritures dématérialisées* : ce sont des ***places*** de substitution [255b]. On pourrait même dire que chaque abstraction se définit comme l'énoncé d'un critère de substitution [123b], d'où l'indétermination maximale qui leur est attachée. A chaque place de substitution (abstraction) est associé un ***nom propre***. C'est une sorte de « dénotant officiel » (les « papiers d'identité » de ce lieu de substitution), auquel on convient de s'arrêter *toujours* quand on remonte (par égalités) une chaîne de synonymies (de dénotants substituables).

De l'autre côté du pli se déploie la non-identité des abstractions, c'est-à-dire la multiplicité innombrable [129e] [129g] des *équivalents théoriques « absolument singuliers » qui peuvent être substitués les uns aux autres *salva veritate* [125a]. Ce sont des développements régressifs [128g] [129c], que nous avons mis en scène, de manière schématique et partielle, via les biffures. C'est par leur non-identité que les abstractions sont, en fait, reliées [287j] : ce labyrinthe est, par rapport au pli médian des écritures formelles, le ***corrélat*** de ce qui, dans la fiction normative de l'abstrait, est l'énigmatique entre-deux des abstractions, dont on dit qu'il n'est rien [254b], pour la seule raison qu'il est inconcevable.

---

1. C'est un *tout se passe comme si*. C'est la raison, et la seule, pour laquelle personne ne *verra* jamais une abstraction.

2. C'est le principe même de la formalisation (stricte) des mathématiques formelles. La difficulté, c'est qu'il ne suffit pas de proclamer que l'abstrait est un tour de discours éliminable, pour que ses effets cessent, et que le montage qui entretient cet effet aux fins qu'on sait, se dévoile soudainement pour apparaître en pleine lumière.

3. Les fictions théoriques fondamentales concernent ce qui fait obstacle au « savoir absolu » : la vraie mission de ces fictions est de [contribuer à] garantir la conservation de cet obstacle [290]. Prétendre savoir ce qu'une fiction avait pour mission de couvrir n'est donc que l'*effet rétroactif* de la réinterprétation conjecturale d'une singularité jusqu'alors inaperçue [192].

Au milieu, sur le pli, se trouvent les écritures formelles. Elles sont *à deux faces*, l'une tournée vers la dématérialisation (face « immatérielle » de l'identité), l'autre tournée vers les *équivalents théoriques (face « matérielle » de la non-identité). Elles sont, en quelque sorte, *en suspension*, et, dans le montage normatif, elles n'ont d'autre fonction que celle d'assurer les ***glissements*** destinés à ***éponger*** tout ce que ce montage ne peut pas *voir* parce que c'est, à ses yeux, inconcevable (contradictoire, régressif, indéterminé, ambigu). Ces écritures formelles constituent un *à-plat* où tout vient s'écraser, sans discernement pour la provenance des *équivalents. Les « écritures du labyrinthe » sont ainsi mélangées avec les « *équivalents de non-identité », d'où l'existence d'écritures formelles ***non référées*** [244c] [287l], puisque provenant du labyrinthe corrélatif de l'entre-deux inconcevable.

Il ne s'agit, certes, que d'un *croquis* destiné à ébaucher une *mise en place* générale des différents « personnages » intervenant dans les fictions théoriques en présence. Toutefois, nous pouvons déjà en extraire deux *théorèmes de calage :

288c PREMIER *THÉOREME DE CALAGE. Dans le montage des mathématiques formelles, les ***écritures formelles*** doivent être combinées (conçues et manipulées) de telle manière que toute écriture liée au développement régressif de la non-identité d'une abstraction soit ***égale*** (substituable *en principe*) au dénotant officiel de cette abstraction, étant évidemment entendu qu'il doit être corrélativement ***impossible*** de déceler (démontrer) formellement les anomalies qui pourraient résulter de cette manière de manoeuvrer la non-identité des abstractions.

288d SECOND *THÉOREME DE CALAGE. Dans le montage des mathématiques formelles, les ***écritures formelles*** doivent être combinées (conçues et manipulées) de telle manière que toute[1] écriture ***non référable*** (les expressions provenant du labyrinthe) soit ***glissable*** (par coïncidence formelle) sur un dénotant d'abstraction, étant évidemment entendu qu'il doit être corrélativement ***impossible*** de déceler (démontrer) les anomalies qui pourraient résulter de ces glissements.

Ce rôle des écritures formelles n'est pas sans évoquer le rôle de l'*argent* : les écritures formelles sont une sorte de *monnaie de compte* dans le montage des mathématiques formelles. D'ailleurs, en tout état de cause, ce sont les écritures formelles qui assurent, par égalités et glissements interposés, toute relation entre abstractions. L'*à-plat* des écritures formelles (postulat de l'homogénéité des écritures [160b]) convient ainsi à l'*à-plat* de l'abstrait (abstractions individuées, identiques à soi, et sans *entre-deux*). Chacun peut expérimenter l'omniprésence d'une légère brume protectrice, jusque dans les traités les plus fondamentaux des mathématiques concernant les relations [253d] :

288e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès lors que les deux calages [288c] [288d] sont assumés, on peut, sans éclater de rire et sans apercevoir l'ombre de la moindre contradiction, affirmer qu'il n'y a rien ***entre*** les abstractions, et que les mathématiques s'occupent, pour l'essentiel, des relations ***entre*** les abstractions.

289 *Un exemple d'arithmétique*

Il ne viendrait à personne, dans le cadre de la conception normative actuelle de l'écriture, de poser qu'une lettre qui sert de *dénotant* (par exemple : la lettre `E` dans « *soit* `E` *un ensemble tel que...* ») soit *découpée*, par exemple en un `L` et un `C` :

289a

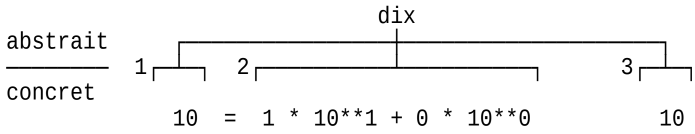
E L C

Voici un exemple banal, à savoir l'expression de `10` en base `10`, qui exige pourtant un bon coup d'oeil :

---

1. Ce *toute* mériterait des nuances. Disons simplement que d'autres procédés peuvent « occuper » des écritures qui s'avèrent non référables à des abstractions individuées.

289b



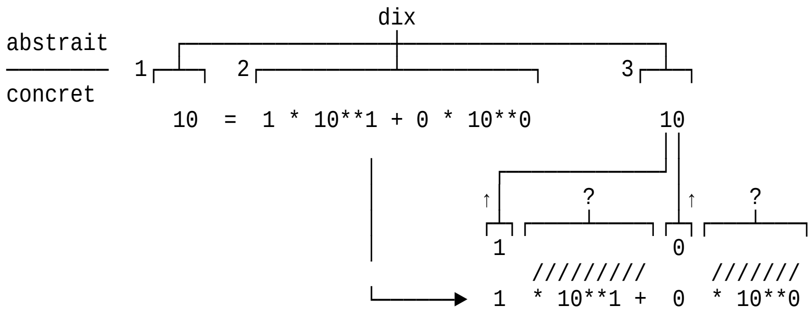
La première écriture (côté concret) a le statut d'un *dénotant insécable*, et pourrait tout aussi bien être la lettre *iota* comme chez les Grecs, ou X comme chez les Romains. Ce dénotant *dénote* le nombre [nommé] `dix`. La seconde écriture est une *expression* qui est référée *au même nombre*. Les deux premières écritures sont manifestement distinctes, et comprises comme *égales*, en ce sens qu'elles sont référées à la même abstraction. La troisième écriture est à lire comme une *représentation*[1] de `10` en base `10`. On voit déjà l'imbroglio :

289c REMARQUE. Il est tellement difficile de déterminer quoi est quoi (dénotant, représentant, chiffre, lettre, opération, base, etc.), qu'il est impossible d'éviter les glissements.

On *sent* très bien que si le signe d'égalité convient entre les écritures 1 (dénotant) et 2 (expression), il ne viendrait à personne l'idée d'égaliser l'écriture 2 (expression) et l'écriture 3 (représentation), et encore moins les écritures 1 (dénotant) et 3 (représentation), quoique ces dernières coïncident formellement. D'où la question : *comment obtient-on la représentation* ?

L'égalité entre les écritures 1 (dénotant) et 2 (expression) est conforme à l'usage habituel des expressions à des fins d'*évaluation* (calcul arithmétique). Par conséquent, si on pose qu'il y a une différence entre un dénotant (écriture 1) et un représentant (écriture 3), l'égalité ayant été portée au crédit du dénotant, l'obtention du représentant (écriture 3) ne relève pas des *rapports entre les nombres* :

289d



Pour obtenir la représentation (écriture 3), on *reprend* l'expression (écriture 2) ***en tant qu'écriture*** et on applique des opérations, particulièrement bizarres eu égard à l'arithmétique : *biffure* d'une partie de l'expression, puis *effacement* de cette partie biffée (effacer, c'est-à-dire *coller* des lettres « noires » pour produire une lettre « blanche » indécelable), et enfin *gommage* des lettres « blanches » (élimination des traces indécelables, c'est-à-dire *collage* des lettres « noires ») de manière que cette représentation soit *une*. Nous ne connaissons pas d'autre explication théorique, si ce n'est, évidemment, l'« explication » qui passe par le glissement de l'écriture 3 sur l'écriture 1.

290 *Un point de méthode*

Les biffures, dont l'intervention paraît peut-être bizarre, ont cependant la couleur violette de l'encre noire des écoles primaires, le grattement des plumes *Sergent-Major* sur le papier lisse des cahiers attentifs au silence des maronniers jaunis par l'automne, et le parfum encaustiqué des *leçons de calcul* vêtues de blouses grises s'éternisant jusqu'à la récréation :

290a IMAGE. Les « maths modernes » ont chassé les biffures, les remisant dans un ailleurs inaccessible.

1. Pour alléger le schéma, nous avons omis les zéros « non significatifs » à gauche.

Grâce à divers détergents majeurs, dont la marque commerciale est sans importance ici, les écritures sont devenues proprettes, délivrées des surcharges qui leur conférait ce statut *moyen*, à la fois *rien* et *pas rien*, et qui symbolisait, d'un trait de plume, l'accomplissement réussi d'une *contradiction*.

Nous ne dissimulons pas que la fiction théorique que nous proposons n'a nullement pour objectif d'apurer l'enchevêtrement de contradictions qui étaye le montage normatif de l'égalité : puisque la faute de méthode est précisément [240c], selon nous, de croire qu'on peut les exclure, alors qu'il s'agit seulement de les manoeuvrer [240d] afin d'obtenir les effets théoriques recherchés. On aperçoit ainsi que tous les espoirs nourris par la volonté systématique de formalisation conspiraient à les conserver pour en resserrer l'usage, et ce d'autant plus sûrement que la frousse d'ambiguïté qui en motivait l'entreprise n'a eu d'autre effet que celui d'en affermir le rôle médiateur fondamental. Ainsi, grâce au « sans blancs » qu'on nous propose aujourd'hui, la cause se trouve condensée et placée dans la réserve la mieux protégée qu'on puisse imaginer dans un tel contexte : la coïncidence formelle. Mais, de même que le montage normatif dont nous amorçons le démontage ne pouvait produire ses effets sans le recours à la fiction qui en voilait le ressort, de même le nôtre doit à son tour proposer sa mise en scène. C'est peut-être, finalement, le même texte qu'on récite toujours, mais il faut, pour qu'on puisse l'entendre, qu'une voix le dise, une voix qui sera toujours, pour chaque lieu et pour chaque époque, et peut-être même pour chacun, singulière. Aussi est-ce un *principe aussi fondamental que celui de l'interdit du « savoir absolu », qui noue la conservation de cet interdit aux artifices nécessaires d'une *fiction* :

290b *PRINCIPE DU PERE NOEL. Sauf à s'abîmer dans le sans-fond de la ***question régressive des fondements***, aucun montage théorique fondamental ne peut se dispenser de recourir à des ***fictions théoriques*** pour que les effets qu'il vise s'accomplissent effectivement, d'une manière d'autant plus efficace et sûre qu'ils demeureront inaperçus, s'accomplissant à l'insu de qui les met en oeuvre.

Chacun comprend que l'intitulé du *principe fait allusion à une situation où ceux qui promeuvent la fiction en question sont aussi ceux qui sont les mieux placés pour en faire jouer le ressort, non sans l'assistance d'une certaine complicité collective, que le Ministère des Postes assume pour sa part au pied de la lettre grâce aux soins d'un office saisonnier destiné à traiter le courrier y afférent. L'affinité de ce *principe avec le paradoxe du menteur ne fait aucun doute, avec la Sphinge, le Minotaure ou l'Oracle de Delphes non plus, d'où les enchevêtrements contradictoires en quoi consistent ces fictions, et qu'on ne décèle qu'une fois la fiction devenue caduque, c'est-à-dire inopérante. Un détail, toutefois, que les mythes de l'ancienne Grèce (et bien d'autres) ne manquent jamais de *mettre en scène* par les détours les plus divers : dans le discours, c'est-à-dire, dans la vie, nul n'est maître du ressort que les fictions les plus fondamentales ont pour fonction de voiler afin que leurs effets se déploient *comme il convient* ; le discours scientifique, à cet égard, n'est pas dispensé d'humanité.

V-3-3. L'expression commune

■ *Nous précisons l'idée d'une expression commune de deux abstractions, dont le caractère contradictoire implique un dépassement du principe du tiers exclu.*

291 *Le cheminement de l'argumentation*

Nous ne disconvenons pas que l'approche théorique des opérations couper/coller est particulièrement difficile. Peut-être convient-il de garder présent à l'esprit [102c] ce que notre expérience de l'informatique nous montre, à savoir que ces opérations sont une sorte d'*équivalent théorique d'une variation de point de vue ou de niveau, tout comme un objectif à focale variable. La dimension et le degré de définition (grain) de l'image obtenue demeurent constants (on utilise toujours les « mêmes » écritures), mais le champ qui se projette sur cette image est d'autant plus large *mais* condensé (moins déterminé) que la focale est courte, et d'autant plus restreint *mais* détaillé (plus déterminé) que la focale est longue. En ce sens :

291a IMAGE. *Coller* c'est diminuer la focale (embrasser un plus large paysage abstrait), tandis que *couper* c'est augmenter la focale (éclater dans le détail une moins grande fraction du paysage).

Notons bien que cette idée de *variation de détermination* implique la supposition d'une *mêmeté* : il faut postuler que cette variation concerne ***une même chose***. Mais au lieu de supposer que l'identité est un monolithe muni d'une sorte « réalité » éternelle et immuable, c'est seulement le ***centre de gravité virtuel*** de tous les points de vue qu'on rapporte ***conjecturalement*** à ce centre, en tant que tel dépourvu de toute « réalité ».

292 *L'expression commune*

Reprenons et développons ce que nous venons d'ébaucher dans le contexte particulier de l'arithmétique, pour examiner le cas des couples :

292a

```
                        ┌──────────►──────────┐
                        ♦
abstrait       X  - - - - -► Y            (X,Y)
────────        \       |    /               |
formel           x      |   y             (x,y)
────────   +↓     \     |  /      ↑-
                   /   /,y
                   \  |  /
────────────────────\⊥/──────────────────────────
le labyrinthe        x,y
```

Ce schéma reprend l'idée [287f] que les deux abstractions X et Y s'*accordent*, se *mettent en résonnance*, jusqu'à trouver un [premier] *point de contact*[1]. Grâce à une « descente » (accroissement de détermination) dans la non-identité des deux abstractions, on trouve, de part et d'autre, des ***expressions communes*** à des biffures près :

292b REMARQUE. Il convient de comprendre que, par développement régressif, il existe une ***multiplicité innombrable*** de telles expressions communes entre deux abstractions.

En ce sens, l'expression commune x,y qui figure dans le schéma [292a] correspond à la première expression commune trouvée, qui est la moins déterminée[2]. Ce schéma montre l'entre-deux de deux abstractions *quelconques*, mais le même schéma se répéterait pour tout autre choix :

292c INTERPRÉTATION. ***Chaque*** abstraction quelconque, en tant qu'elle est seulement individuée, comporte, dans ses développements régressifs, une multiplicité innombrable d'expressions communes avec ***chaque autre*** abstraction : cette relation correspond à la ***coexistence*** des abstractions au sein d'***un même espace*** abstrait, aussi bien qu'à leur ***distinction mutuelle*** (individuation dans le même espace).

Bref, quand la « chose », en tant que « chose abstraite », vient à la forme, elle éclate, et chaque éclat correspond à une abstraction tandis que les miettes constituent l'entre-deux. N'insistons pas plus, dans l'immédiat, et notons surtout que, quelle que soit la détermination d'une expression commune :

292d INTERPRÉTATION. Une fois ***débiffée***, une expression commune entre deux abstractions n'appartient à ***aucune des deux***, et appartient ***« donc »*** à leur ***entre-deux***.

Cette interprétation convient à la fiction des biffures [287d], comprises comme des seuils d'émergence et d'évanouissement, et donnant accès au labyrinthe de l'entre-deux [287h] [287i] [287j].

1. Les concepts de *contact* et de *connexion*, comme celui d'*enchaînement*, n'ont pas l'évidence qu'on leur prête habituellement : d'un point de vue théorique, ils appartiennent à la grande famille des concepts régressifs. Le schéma [292a] suggère aussi une sorte de « rapprochement » des deux abstractions. C'est cette métaphore qui prévaut dans le contexte des nombres réels, et qui gouverne aussi bien le *point immatériel* de l'interprétation géométrique, que l'interprétation habituelle de la *dérivation*. Rappelons que nous *raisonnons ici sur les abstractions *en tant seulement qu'elles sont individuées*, et non pas en tant qu'elles seraient ceci ou cela.

2. Le *couple*, au sens mathématique, se comprend alors comme une manière de *saisir* cette expression commune la plus indéterminée *comme* une abstraction.

293 *Un mot du tiers*

L'interprétation [292d] mérite un commentaire, car le montage que nous proposons repose en grande partie sur ce *« donc »* mis entre guillemets. Le *principe qui fonde ce *« donc »*, et lui donne la saveur d'une déduction en tiers exclu, c'est le **principe de coupure* [91f], compris au degré le plus fondamental de la *venue à la forme*. Comme nous l'avions noté en introduisant ce *principe [91], la coupure ne passe pas entre les « noirs », ce qui serait seulement l'effet apparent du discret « sans blancs », mais ***entre*** les « blancs » et les « noirs » (entre le décelable et l'indécelable, entre les abstractions individuées et l'entre-deux) :

293a INTERPRÉTATION. Le *« donc »* qui figure dans l'interprétation [292d] ne signifie pas qu'il n'y pas de tiers (exclusion hors), mais seulement qu'il n'y a pas de tierce possibilité ***théoriquement praticable dans ce montage*** (exclusion dans) entre le fait d'être [associé à] une abstraction individuée et le fait d'être [associé à] de l'entre-deux d'abstractions individuées.

Le tiers est *déjà-là*, car c'est le trait de coupe du *principe de coupure lui-même, et l'exclusion du tiers est une manière d'assurer la conservation de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Aborder de front la problématique du tiers dans sa généralité n'est pas l'objet du présent exposé ; nous allons donc seulement examiner une *coupe* du problème qui intéresse le montage de l'égalité :

293b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le présent exposé, nous n'aborderons pas la problématique du tiers *en général*, mais seulement dans son articulation avec la double problématique de l'*entre-deux* (individuation) et de l'*identité* (niveaux de non-identité) des abstractions, de sorte que le *tiers en cause* et les *contradictions* à manoeuvrer sont ***relatifs*** à l'individuation et à l'identité.

Le fait de manoeuvrer ***ces*** contradictions afin de rendre le tiers praticable à des fins d'élaboration théorique, ne signifie donc pas que ***toute*** contradiction devient manoeuvrable. C'est une manière de [re]préciser ce que nous avions indiqué lors de l'étude du dépassement du principe de contradiction [60-65] : seules doivent être exclues *par principe* les contradictions *insurmontables* (indépassables) ; les autres... doivent être rendues *praticables*.

294 *Bribes du montage de l'existence*

Nous concevons que ce qui est intitulé « principe du tiers exclu » en logique est une *instance particulière* du *principe de coupure [91f] qui régit la venue des choses à la forme : le « principe du tiers exclu » est donc, lui aussi, un principe régressif d'indétermination. Toutefois, aucun discours, montage ou théorie n'est « propriétaire » d'un tel principe. Au contraire, chaque montage théorique instancie le *principe de coupure pour son propre compte de manière à déterminer ses « objets » relativement à question de la venue à forme. Ainsi, par exemple :

294a BRIBE DE MONTAGE. Dans le cadre des mathématiques formelles, et indépendamment de l'application du principe du tiers exclu au sens de la logique, le *principe de coupure est instancié selon l'***existence*** : ou bien une abstraction « existe », ou bien elle « n'existe pas ».

Il ne peut pas s'agir du principe du tiers exclu au sens habituel de la logique pour la raison que l'existence n'est pas une propriété facultative (accidentelle) des abstractions, de sorte que l'existence n'est pas un prédicat dont l'abstraction serait le sujet (existence présupposée) ; par ailleurs, exister n'est pas non plus une sorte de relation unaire dont les abstractions seraient l'argument (du genre Rx) ou une manière d'être du rapport à soi des abstractions (du genre xRx). Cet horizon fondamental est, comme il se doit, inaccessible comme tel, de sorte qu'on ne peut le rendre praticable que par le biais d'un *montage* :

294b BRIBE DE MONTAGE. La problématique de l'***existence*** (au sens des mathématiques formelles) se ***déplace*** sur la problématique de la ***référence*** [250].

L'existence *en soi* des abstractions étant théoriquement inaccessible, la problématique théorique de l'existence des abstractions requiert le préalable d'une *venue à la forme*. Mais cette venue à la forme ***inverse*** la situation, car la question devient celle de déterminer si une écriture (une expression ou un dénotant supposé) est, ou n'est pas, ***référable*** à une abstraction dont on connaîtrait le ***nom propre*** (le « dénotant patenté »). C'est ce que nous avons ébauché en commençant l'étude des écritures formelles [288], et qui se traduit, dans la logique et dans les mathématiques *de la forme des énoncés de discours* par le fait qu'on ne connaît des abstractions, *en tant qu'elles sont seulement individuées*, qu'un *nom propre* (les « papiers d'identité » de l'abstraction), lequel est *déjà* l'effet d'un montage :

294c BRIBE DE MONTAGE. Ce sont ces ***noms propres*** d'abstractions qui sont soumis à un *principe de remplacement*, comparable à celui qui s'applique aux lettres [203e], et c'est la raison pour laquelle, au bout du compte, une abstraction a la *structure d'une lettre*, et l'abstrait la *structure d'une écriture*.

Il ne s'agit évidemment pas des écritures « sans blancs » au sens normatif, mais de l'écriture telle que nous l'abordons ici via les opérations couper/coller, les biffures, etc., et dont nous avons déjà dit un mot [141] ; en particulier, les lettres « noires » autant que les intervalles « blancs » sont théoriquement *équivalents à des développements achevés de régressions sans fin :

294d BRIBE DE MONTAGE. Bref, dans les mathématiques formelles, la question de l'existence, après déplacement sur la problématique de la référence, devient le problème de ***juger*** si une écriture (expression) est ou n'est pas ***référable*** : ce problème se déplace à son tour sur le problème de ***décider***[1] si une écriture est ou n'est pas un synonyme d'une autre écriture (nom propre, dénotant patenté).

Parmi les procédés qui interviennent pour établir et décider de telles synonymies figure, en particulier, l'égalité. D'où le noeud crucial que constitue ce montage :

294e *THÉOREME DE CORRÉLATION. Dans les mathématiques formelles, le montage de l'égalité est en ***corrélation forte*** avec la problématique de la référence.

Le montage de l'égalité est *de ce fait* un abri particulièrement sûr pour manoeuvrer, à des fins d'élaboration théorique, des écritures non référables [287l] [288d]. Puisque nous ne contestons pas l'acquis tangible (les théorèmes formellement démontrés) de ces mathématiques, une mobilisation d'écritures non référables sous le couvert du montage de l'égalité n'est pas une erreur, mais une *singularité inaperçue* (formellement indécelable) qu'il est possible de déployer grâce à une réinterprétation convenable :

294f *THÉOREME DE CALAGE. En prolongement des deux *théorèmes de calage [288c] [288d], le montage normatif de l'égalité est libre de réinterprétation, à la condition toutefois de ne pas référer les écritures non référables (mobilisées par ce montage) à des abstractions individuées (au sens de ces mathématiques).

295 *La fiction du Grand dictionnaire*

Avant de préciser d'autres aspects de la réinterprétation que nous proposons, voici une fiction théorique que nous avons forgée pour situer quelques aspects des mathématiques formelles relativement à l'abstrait normatif standard et à la conception courante de l'écriture.

Un jour, Hermès vint trouver les mortels et, par la force d'arguments sophistiqués auxquels même Ulysse n'aurait pu résister, il leur vendit, pour une somme d'argent assez élevée, quelques feuilles de papier noircies d'écritures étranges. Ces feuilles ont été perdues depuis bien longtemps, mais on en connaît toujours l'histoire :

Constatant que les dieux de l'Olympe s'ennuyaient souvent, Hermès leur proposa d'occuper ces temps morts à rédiger le *Grand dictionnaire des Immuables*. Cela prit beaucoup de temps, mais, à l'issue de nombreuses péripéties (dont la narration détaillée dépasserait le cadre du présent exposé), l'ouvrage fut achevé. Il

1. Le verbe *décider* est à entendre dans l'ambiguïté d'une décision à prendre (acte conjectural pour trancher) et d'une décidabilité (au sens habituel des problèmes de décidabilité). Le « branchement direct » des théories de la calculabilité et des méta-mathématiques sur les écritures produites par les mathématiques formelles est inévitablement problématique.

comportait un très grand nombre de volumes, les premiers étant réservés à la liste *in extenso* du *nom propre* de *tous* les *Immuables*, les suivants donnant, pour chaque *nom propre*, la liste *in extenso* de *tous* ses synonymes. Trouvant que l'ouvrage pourrait rendre quelques services, Zeus chargea son fils Hermès de transmettre le précieux dictionnaire aux mortels. Au cours du voyage, Hermès troqua la plupart des volumes contre diverses bricoles, et trouva spirituel de gommer presque entièrement les pages des quelques volumes restants. Bref, il ne transmit aux mortels que quelques fragments de l'ouvrage original, à savoir les premières pages de la liste des *noms propres*, que l'on connaît encore de nos jours sous l'appellation *les premiers nombres naturels*.

Depuis lors, à la manière des archéologues qui parviennent à reconstituer des cités entières, le plan détaillé de chaque maison, et même le brouhaha de la foule le jour du marché, grâce à des recoupements compliqués et savants entre l'anse d'une cruche cassée (trouvée par hasard dans un champ de patates fraîchement labouré) et le nom d'une cité (figurant dans tel récit très probablement mythique), les mathématiciens tentent de reconstruire peu à peu le *Grand dictionnaire*. La tâche est surhumaine, et on s'accorde généralement sur le fait qu'il est raisonnable de n'en reconstituer que quelques fragments. On a cependant trouvé diverses astuces pour « comprimer » les listes fastidieuses de synonymes, afin de n'énoncer que des « recettes » qui permettent, quand on les applique, de retrouver au vol quelques synonymes d'un *nom d'Immuable*. De temps à autres, on tombe sur des écritures qui ne sont ni des synonymes, ni des noms propres déjà connus. Certaines sont manifestement du faux en écriture, et on les oublie. Mais d'autres *ont l'air* d'être vraiment des noms propres ; dans ce cas, après avoir pris de nombreuses précautions, vérifié que de tels nouveaux noms n'apporteraient aucun désordre parmi ceux déjà répertoriés, on ajoute quelques pages au dictionnaire des *noms propres*, et les mathématiciens poursuivent leur labeur sisyphéen pour retrouver les synonymes qui leur correspondent.

Toutefois, on se demande de nos jours si, par hasard, Hermès (de qui on tient ce récit de la genèse et de la disparition presque totale du *Grand dictionnaire*) ne se serait pas moqué des mortels, inventant cette histoire à brûle-pourpoint pour leur extorquer une grande somme d'argent grâce au négoce de gribouillis inscrits sur quelques feuilles de papier, dérobées par ruse à un voyageur d'origine inconnue. Il y en a même certains qui doutent de l'existence d'Hermès (et de l'Olympe), et qui ne sont sans doute pas loin de croire que les mathématiques (tout comme Hermès et l'Olympe) sont, simplement, une invention des mortels.

296 *Quelques pièces du puzzle de la réinterprétation*

Dans le cadre des présentes thèses, la question de savoir s'il faut exclure ou ne pas exclure le tiers ne se pose pas, car le tiers est toujours là [293a]. Son « exclusion hors » n'a donc *jamais eu lieu* : il est seulement ***exclu dans*** les mathématiques formelles, c'est-à-dire conservé en tant que *théoriquement non praticable* relativement au montage qui régit ces mathématiques. Conformément à nos thèses, rien n'est perdu, y compris ce qu'on ignore, et un dépassement peut seulement déployer une singularité jusqu'alors inaperçue. Développons quelques aspects du *théorème de calage [294f] :

296a BRIBE DE RÉINTERPRÉTATION. Parmi ce que les mathématiques formelles rejettent sous le chef de « ce qui n'existe pas » (*sous-entendu* : en tant qu'abstraction individuée), figure « ce qui a lieu », d'une part comme ***non-identité*** impliquée par l'identité de telles abstractions, et, d'autre part, comme ***entre-deux*** de ces abstractions.

Dans cette réinterprétation, l'abstrait standard est récupéré comme degré maximal d'indétermination (pas de développement régressif de la non-identité, donc pas d'accès à l'entre-deux). Comme dans le cas du dépassement du principe de contradiction [60-65], il ne s'agit aucunement d'affirmer que n'importe quelle écriture devient référable :

296b BRIBE DE RÉINTERPRÉTATION. Une écriture qui n'est référée ni à une abstraction individuée (au sens des mathématiques formelles), ni à la non-identité d'une abstraction, ni à l'entre-deux de deux abstractions, est ***déclarée non référable***.

En résumé, les écritures qui étaient référables *au sens des mathématiques formelles* le demeurent (récupération de l'acquis tangible), mais parmi les écritures qui étaient non référables (à des abstractions individuées), nous extrayons les écritures qui deviennent référables à la non-identité ou à l'entre-deux, et les autres demeurent non-référables. La réinterprétation que nous proposons n'excède guère quelques retouches mineures dans le montage des mathématiques formelles, retouches qui peuvent se comprendre comme une sorte de *dé*nouement :

296c INTERPRÉTATION. Il convient simplement de *dé*nouer le noeud qui enchaîne l'***existence*** à l'***identité monolithique***, c'est-à-dire à l'*existence* ***en tant qu'****abstraction individuée* pourvue d'une identité monolithique.

C'est une manière de rejoindre le dépassement du principe d'identité [122-129] en partant des mathématiques formelles. Ce qui, dans ces mathématiques, rend inconcevable un tel dépassement, c'est le caractère *contradictoire* qui lui est lié. Rappelons [138e] la contradiction associée à la non-identité :

296d CONTRADICTION DE LA NON-IDENTITÉ. Relativement aux mathématiques formelles, la non-identité d'une abstraction devrait être référée à : ***ni la même ni aucune autre***.

Or, d'un côté, si ce n'est pas la même abstraction, c'est *donc* une autre, mais ce n'est aucune autre ; et, d'un autre côté, si ce n'est aucune autre abstraction, c'est *donc* la même, mais ce n'est pas la même. Dans le cas de l'entre-deux, l'oscillation est analogue :

296e CONTRADICTION DE L'ENTRE-DEUX. Relativement aux mathématiques formelles, l'entre-deux de deux abstractions devrait être référé à : ***ni aucune des deux ni aucune autre***.

Or, d'un côté, si ce n'est aucune des deux abstractions, c'est *donc* une tierce, mais ce n'est aucune autre ; et, d'un autre côté, si ce n'est aucune autre abstraction, c'est *donc* l'une des deux, mais ce n'est aucune des deux. Dans les deux cas, la contradiction convient au nouage [296c] qui enchaîne le principe du tiers exclu à l'existence en tant qu'identité monolithique, ce qui permet de conclure à la non-existence. Hélas :

296f RAPPEL. Conclure de la « nature » contradictoire de l'entre-deux (et de la non-identité) à son *non avoir lieu* conduirait à l'insuccès d'une bévue, car ce serait s'interdire la ***possibilité*** de supposer des relations ***entre*** les abstractions.

Nous prenons soin de réserver la conclusion à l'abri d'un conditionnel, car le discours officiel, qui conclut à la non-existence, n'est que l'effet du nouage [296c] entre l'existence et l'identité monolithique. D'où l'obligation, pour ce discours, de tenir dur comme fer, contre vents et marées, à l'affirmation qu'il n'y a rien entre deux abstractions :

296g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le montage des mathématiques formelles, dans sa version officielle, est aussi simplissime qu'inutilisable : d'un point de vue fondamental, on a rejeté *un peu trop* quand on a lié l'existence à l'identité monolithique (dépourvue de non-identité), donc à l'individuation (sans rien entre).

296h D'où cette étrange construction onirique [284b] [288e], qui met en couverture un montage officiel prétendant à l'universalité dans la mesure même où il est inapplicable. Tout vient de là, et c'est, sans forcer les mots, *un problème d'origine*. Il faut donc couper à cet interdit [296f] [d'une possibilité de supposer des relations entre les abstractions] pour ménager l'étroit défilé d'un *inter*dire afin de rendre la contradiction praticable, c'est-à-dire manoeuvrable à des fins d'élaboration théorique. Il y a donc, en sous-main, un montage officieux qui arrondit un peu les angles, c'est-à-dire qui manoeuvre à longueur de temps les contradictions de la non-identité et de l'entre-deux des abstractions ; de sorte que par réaction, le montage officiel se trouve contraint de fonctionner *à l'envers* (c'est-à-dire en phase inversée [158i] [196f]) pour camoufler les manoeuvres douteuses de l'autre afin de le laisser opérer en paix, puisque le montage global ne fonctionne que grâce à lui. Or, manoeuvrant des contradictions, ce montage officieux se trouve inévitablement en ***conflit de fondements interne*** avec le montage officiel, lequel n'a d'autre ressource que celle de tisser l'enchevêtrement symptômatique de contradictions pour faire écran au conflit fondamental qui le déchire.

297 *Manoeuvrer les contradictions*

A l'égard des présentes thèses, l'étude du montage de l'égalité est une application de notre *méthode d'analyse par les régressions sans fin* [43] qui, par le jeu du quadruple dépassement du principe de contradiction [60-65], de la conception normative de l'écriture [53-59], du principe d'identité [122-129], et du principe du tiers exclu [293] [294], est en mesure d'analyser les montages visant à manoeuvrer des contradictions *surmontables* [61] [293b] grâce à certaines corrélations fortes [64] [294e] avec les protocoles normatifs. Mais, relativement aux mathématiques formelles, de telles éventualités étant inconcevables, le montage officieux qui manoeuvre ces contradictions doit se *montrer* particulièrement *discret* :

297a LE FOND A DOUBLE FOND. Les principes fondamentaux [de la logique] jouent un extraordinaire ***double jeu*** dans la structuration des théories : sous couvert d'exiger simplement une ***exclusion hors*** (calage des contradictions insurmontables sur le « savoir absolu »), ils ne sont applicables que par le truchement d'une ***exclusion dans*** (conservation des contradictions surmontables) pour que l'effet apparent d'*exclusion hors* se produise.

L'effectivité requise pour les dérivations formelles dans les logiques formalisées en est un exemple typique [1]. L'ajointement de ces montages est le chef-d'oeuvre patient d'un discours, dont personne n'est proprement l'auteur, mais auquel chacun, guidé par des principes à double fond, peut apporter sa contribution, minutieuse et patiente, déployant malgré lui les effets d'une loi qu'il n'aperçoit pas. Et quand même il croirait en connaître quelques fragments (comme nous feignons de le laisser supposer), il ne saurait rien savoir d'elle si ce n'est que son accomplissement est seulement de s'y assujettir.

Etudier les mathématiques formelles, comme nous proposons de le faire, est aussi bien une manière de suivre le chemin qui, selon nous, doit contribuer à surmonter le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique (nous ne perdons pas de vue que nous sommes toujours en train de commenter des exemples prélevés dans l'informatique la plus banale), qu'une manière de mettre nos thèses à l'épreuve [240a] dans le cadre d'une discipline particulièrement méticuleuse quant à l'application des principes dont elle se réclame :

297b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si nos thèses sont correctes, il est probable que le montage officieux, qui assure dans les faits le fonctionnement des mathématiques formelles, a trouvé moyen de faire feu de tout bois pour parvenir à manoeuvrer les contradictions, y compris par les détours les plus inattendus.

Car il ne s'agit pas de dissimuler par-ci par-là quelques miettes contradictoires à peine visibles, mais, tout au contraire d'en mobiliser le ressort à tout instant :

297c *THÉOREME DE LA RELATION. Dans les mathématiques formelles, toute relation entre abstractions distinctes est une manière d'être de la contradiction qui caractérise l'entre-deux.

297d *THÉOREME DU RAPPORT A SOI. Dans les mathématiques formelles, toute relation entre une abstraction et elle-même (rapport à soi) est une manière d'être de la contradiction qui caractérise la non-identité impliquée par l'identité d'une abstraction.

Le compte est vite fait. Ces deux **théorèmes épouvantables* sont inconcevables dans les mathématiques formelles, non parce que l'édifice mathématique en serait ruiné, mais seulement parce que le montage officiel procède

1. Quant au montage que nous proposons, nous n'avons aucune illusion : les contradictions qu'on peut montrer du doigt ne sont que des bibelots décoratifs, des reproductions encadrées, ou des minéraux qu'on a rapporté en souvenir. Cela surprend un peu, et puis on s'habitue : « la » logique revient tranquillement s'installer en silence, car rien n'a été déménagé, et elle retrouve ses charentaises, exactement à leur place. Dans une certaine mesure, le dépassement d'une théorie ne concerne que les papiers-peints ; et lorsque le vendeur interroge : « Préférez-vous les contradictions bleu outremer, comme dans ce motif-ci, ou estompées dans le jaune de Naples de celui-là ; ou peut-être choisirez-vous cet uni, sans contradictions apparentes ? », l'hésitation est sans importance, car la colle qui établira la corrélation forte entre le papier le mur, et qui se dérobera au regard pour assumer son office, est à base de contradiction.

normalement de principes fondamentaux à double fond [297a], jusque dans l'enchevêtrement de contradictions qui en couvre l'exercice :

297e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. L'interprétation conjecturale que nous proposons n'importe pas une peste contradictoire dans un domaine qui en aurait été miraculeusement préservé de toute éternité, car elle se borne à mettre en évidence que ***ces*** contradictions [297c] [297d] sont des singularités provenant de l'***arrêt nécessaire*** de régressions sans fin, et que cet arrêt, donc ***ces*** contradictions, constituent ce qui fait obstacle au « savoir absolu », autrement dit : ***ce qui fait obstacle à des contradictions insurmontables***.

De manière imagée : on se sert des unes (contradictions surmontables) pour faire obstacle (ce qui sépare et relie) aux autres (contradictions insurmontables), tout de même que dans notre montage, on se sert des achèvements de développements régressifs (effectivité) pour faire obstacle (ce qui sépare et relie) aux autres (développements achevés). Essayons [1] d'approcher cela grâce à une image :

297g IMAGE DU STATUAIRE. Ce que le statuaire rejette du bloc de marbre brut pour provoquer la venue à la forme de la statue, n'est pas moins du marbre que la statue elle-même.

Les trois termes en jeu sont du marbre, mais on comprend bien qu'ils jouent des rôles différents : le bloc de marbre brut disparaît en tant que tel (conservé de la conservation : effet d'exclusion *hors*), puisqu'il éclate (*principe de coupure) pour tomber partiellement en miettes (indécelable en retrait : effet d'exclusion *dans*) afin que la statue vienne à la forme (forme apparente décelable). Le montage officiel est emberlificoté dans un enchevêtrement intenable parce qu'il affirme que *toutes* les contradictions doivent être exclues : toute trace apparente de contradiction est donc effacée du montage officiel (pas de non-identité, pas d'entre-deux), certes, mais il est contradictoire [288e]. L'opérativité de ce montage ne provient pas de ce qu'il affirme, mais du fait que, lorsque le principe de l'exclusion de toutes les contradictions est officiellement réaffirmé, le montage officieux a déjà soustrait toutes les contradictions surmontables [297c] [297d]. On n'a donc rien à craindre d'elles, puisqu'elles sont inoffensives :

297h *THÉOREME DE LA SUBSTANCE. Dans les mathématiques formelles, la « substance » des objets et des relations est « de la contradiction » théoriquement *équivalente à « de l'achèvement de développement régressif ».

Ces contradictions-là ne sont qu'une autre manière d'aborder l'effectivité, les traces indécelables, et les régressions sans fin. Toutes ces variétés d'approches, qui semblent si lointaines les unes des autres, ne sont ainsi que différents déguisements de ce qui fait obstacle au « savoir absolu », obstacle que les théories conservent *en tant que fondement*, qu'elles manoeuvrent pour le rendre praticable aux fins d'élaboration théorique, et qu'elles exploitent inépuisablement pour obtenir leurs résultats.

V-3-4. Le passage à la limite

■ *Nous proposons de comprendre les expressions communes à deux abstractions comme un passage à la limite de leur non-identité.*

297f 1. Cette question concerne la place et le rôle des *concepts* dans un montage théorique [239f], dont nous dirons quelques mots à la fin [359-365]. Indiquons ceci : ce que la conception granulaire et cumulative de la connaissance ne peut pas apercevoir, parce qu'elle confond les oeuvres de l'esprit avec le bric-à-brac des effets secondaires qui s'ensuivent, c'est que la connaissance théorique survienne comme *retrait*, comme *allègement* (*Lichtung*), comme *brûlure*, comme *retranchement*, comme *privation* (*sterèsis*), comme *effacement*, etc. Dans le cas des ***abs****tractions* mathématiques, c'est le *dégagement au bulldozer* (définitions) pratiqué sur les abstractions *en tant qu'elles sont seulement individuées* (objets quelconques) que le sujet assume comme ***concept théorique*** : une abstraction *en tant qu*'elle est ceci ou cela (nombre, ensemble, fonction, etc.).

298 *Remarques complémentaires sur les couples*

Selon nos thèses, les abstractions n'ont, en fait, jamais été dépourvues de non-identité, de même que l'entre-deux n'a jamais été rien. On a seulement réussi à manoeuvrer *autrement* les contradictions impliquées, sous le couvert de montages, de concepts et d'évidences n'attirant *pas trop* l'attention dans certains contextes des mathématiques formelles. Reprenons le schéma [292a] de l'expression commune :

298a
```
                      ┌──────────────►──────────────┐
                      ♦
abstrait        X  - - - - -► Y              (X,Y)
────────         \     |     /                 |
formel            x    |    y                (x,y)
────────   +↓      \   |   /        ↑-
                    /   /,y
                    \ | /
────────────────────\⊥/─────────────────────────────────
le labyrinthe        x,y
```

L'expression commune x,y, placée ***sous*** la ligne horizontale qui notifie *l'arrêt d'une régression sans fin*, n'est pas à lire comme une banale écriture semblant sans blancs, mais comme une sorte de *résumé condensé* (le terme le moins déterminé) de l'*achèvement d'un développement régressif*. Cette expression commune ne correspond, proprement, à aucune des deux abstractions, pas plus qu'elle ne correspond, en tant que telle, à une abstraction individuée :

298b IMAGE. Au-delà de la ligne horizontale, là où figure l'expression commune, l'individuation des deux abstractions s'est ***évanouie*** : les abstractions ont, en quelque sorte, fusionné.

Si on transpose cette image dans le « style » de la logique, on retrouve la contradiction de l'entre-deux [296e] qui caractérise l'expression commune : *ni aucune des deux ni aucune autre*. Mais :

298c REMARQUE. La fiction d'un abstrait où ne sont supposées exister que des abstractions individuées et où l'entre-deux n'est rien, provient d'un montage théorique agencé et calé de telle manière que la ***venue à la forme*** de la contradiction de l'entre-deux soit ***bloquée***.

Corrélativement, on voit que l'acte *saisir comme* est capable de saisir cette contradiction comme une abstraction individuée, en l'occurrence un couple :

298d INTERPRÉTATION. Dans les mathématiques formelles, un couple est une expression commune saisie comme une abstraction individuée, dont le caractère contradictoire est ***effacé dans l'abstrait***, par le fait [263b] qu'il est impossible de discerner abstraitement les deux aspects d'un couple (comme un *un* ou comme un *collage-de-deux*), parce que ***déplacé dans le concret***, sous la forme de jeux d'écritures [263d].

La ficelle est nette : on débarrasse l'abstrait de la possibilité de rendre la contradiction formellement décelable, mais on négocie un arrangement avec les écritures [252f] pour garder le lien, non sans couvrir la manoeuvre par un choix arbitraire de notation[1]. Comprendre les deux *projections* (sont-ce des fonctions, des opérations, des relations, des jeux d'écritures ?) comme des *prescriptions d'effacement* à appliquer aux expressions de couples, ne surprendra personne. Compte-tenu du rôle des couples[2] dans les produits cartésiens et les fonctions, les mathématiques formelles disposent d'une inépuisable carrière de contradictions associée à un protocole d'exploitation insoupçonnable.

1. Pour apercevoir la difficulté, il faudrait énoncer et appliquer *très strictement* les principes de remplacement ; mais on n'y a jamais recours, sauf dans l'introduction des manuels pour expliquer, précisément, la possibilité d'effectuer des choix arbitraires de notation. On ne manque pas d'éprouver un sentiment de « gêne théorique » quand on examine attentivement, même dans les traités les plus rigoureux et les plus pointilleux, les quelques paragraphes qui sont consacrés aux définitions premières relatives au concept de couple.

2. Et, ultérieurement, des n-uples, dont la chute des parenthèses relève du même genre de procédé.

299 *Vers une réinterprétation du concept de limite*

Restituer la fonction et le champ de l'acte *saisir comme* nous conduit à ne pas faire l'économie de l'abîme qui sépare les abstractions individuées des expressions figurant au lieu contradictoire de l'entre-deux, sachant qu'à l'égard des mathématiques formelles, une telle distinction est embarrassante, puisqu'il est supposé officiellement qu'il n'y a rien d'autre que des abstractions individuées. Toutefois, nous avons des raisons de supposer que cette distinction (ou, du moins, son pressentiment) n'est pas une nouveauté, et qu'on la manoeuvre depuis longtemps *en tant que telle* (et pas seulement, comme dans le cas des couples, de manière complètement voilée), quoique sous le couvert de différents montages. Nous croyons être fondé à avancer ce qui suit :

299a PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. Dans les mathématiques formelles, le concept de ***limite*** permet, par le truchement d'arrangements (jeux d'écritures) et de montages (propices à cet effet), d'exploiter les contradictions relatives à l'évanouissement de l'individuation des abstractions.

Evoquer ce concept dans le cadre du présent exposé, c'est évidemment dans le but de le reprendre pour l'appliquer au contexte du discret *sans fin* de l'écriture. En effet :

299b SECONDE IDÉE DIRECTRICE. Pour parvenir à *dé*nouer le glissement du discret sur le fini *dans le cadre des mathématiques formelles*, il convient d'ouvrir une voie ***mathématiquement praticable*** pour livrer accès au [pas-]rien contradictoire qui caractérise les intervalles du discret.

On pourra ainsi laisser la *finitude* à l'effet d'un montage dans lequel les [pas-]riens ne sont pas théoriquement praticables (ils ne sont rien), et associer le *discret* à un autre montage où ils sont praticables (et où ils *ne* sont *pas* rien). Nous avons souligné à plusieurs reprises [89a] [113c] que les transitions d'états discrets étaient à comprendre comme une sorte de changement, dont la mathématisation posait des problèmes comparables à ceux des changements [compris comme] continus. Or, chacun sait le rôle essentiel du concept de limite pour la mathématisation des changements [compris comme continus] :

299c TROISIEME IDÉE DIRECTRICE. Il ne fait aucun doute que le concept de ***limite*** apporte avec soi un ressort que les théories mathématiques applicables aux changements [compris comme continus] (aussi bien d'un point de vue dynamique que d'un point de vue géométrique) ont réussi à déclencher.

Cependant, il est quelque peu surprenant qu'un problème demeuré bloqué depuis l'invention des mathématiques jusqu'au XVII$^{\text{ème}}$ siècle, se reproduise *sans attirer l'attention* moins de trois siècles après, et se solde par le glissement du discret sur le fini :

299d QUATRIEME IDÉE DIRECTRICE. Si *même* les mathématiques formelles en sont au point de tolérer le glissement du discret sur le fini, c'est parce qu'on n'a pas réussi, dans le cas discret, à déclencher *explicitement* le ressort qu'apporte avec soi le concept de limite ; mais c'est peut-être aussi, d'une part, qu'on ne connaît pas *exactement* son fonctionnement dans le contexte continu, sinon on se méfierait, et, d'autre part, qu'il se déclenche de manière *inaperçue* au cours du glissement du discret sur le fini, faute de quoi le glissement ne serait pas opératoire du tout.

Si cette idée est correcte, il n'y a qu'une toute petite marge de manoeuvre, et il ne reste qu'à trouver le ressort. Nous ne disconvenons pas que cette idée puisse surprendre, tant il semble désormais acquis que les dernières obscurités contradictoires se sont dissipées, les unes au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, les autres, plus récemment, avec l'*analyse non standard*. Toutefois, il suffit de reprendre le paradoxe de ZÉNON dans la perspective de ce que nous avons exposé concernant l'effectivité, pour noter :

299e CINQUIEME IDÉE DIRECTRICE. Si un ***passage à la limite***, même dans un contexte [compris comme] continu, était seulement une manière de désigner (dénoter, exprimer, etc.) une abstraction individuée, on n'aurait jamais pu s'en servir pour mathématiser (obtenir un *équivalent théorique de) l'effectivité d'un changement qui, aussi loin qu'on découpe le changement, se produit ***toujours entre***.

On a beau serrer les nombres dans le continu comme des sardines dans une boîte de sardines, ils n'en restent pas moins *individués*, de sorte que leur juxtaposition laisse toujours filer ce qu'on voulait saisir. Or, le ressort est là, incontestablement :

299f SIXIEME IDÉE DIRECTRICE. Une limite ***n'est pas*** une abstraction individuée (au sens de l'abstrait normatif standard).

Maintenant, nous y sommes [258g] : le continu numérique, *en tant qu'on l'* ***imagine*** *continu*, ne se réduit pas à un peuplement *ad infinitum* d'intervalles [1], car il implique aussi l'***évanouissement de l'individuation***, lequel évanouissement est précisément recueilli comme *limite*. Ce n'est donc qu'au ***second temps*** que la limite est [éventuellement] ***saisie comme*** une abstraction individuée, sachant que tout est arrangé pour qu'il soit possible de ***glisser*** la-dite abstraction sur une abstraction qui figure *déjà* dans le dictionnaire des nombres, afin d'éviter les anomalies trop gênantes. Par conséquent :

299g SEPTIEME IDÉE DIRECTRICE. La ressemblance entre le *passage à la limite* et le « rapetissement jusqu'à zéro » (ou toute autre topologie du rapprochement) doit être considérée comme étant simplement l'effet de ***coïncidences fortuites*** obtenues dans des montages appropriés : un passage à la limite concerne — et ne concerne que — l'***évanouissement de l'individuation des abstractions*** au lieu contradictoire de la non-identité et de l'entre-deux.

Lorsque nous avons situé la problématique des niveaux [147-152] via l'implication mutuelle entre états et niveaux [151], nous avons laissé en suspens une réserve [151c] relative à la compréhension de cette problématique dans un contexte continu [151d]. Cette réserve se montre ici :

299h HUITIEME IDÉE DIRECTRICE. Nous proposons d'aborder le *concept théorique* de limite ***au degré le plus fondamental*** de la question de l'entre-deux et de l'individuation des abstractions [253e], de manière qu'il devienne concevable de l'instancier relativement à des montages divers (continus, discrets, etc.).

La difficulté principale concerne donc le fait que, par principe, il n'y a rien *entre* deux abstractions en tant qu'elles sont seulement individuées. De sorte que les interprétations habituelles du concept de limite, qui dépendent toujours plus ou moins directement de grandeurs ou de petitesses, de proximités ou de voisinages, de tangentes ou de fonctions, de peuplements ordonnés d'intervalles ou de voisinages emboîtés, ne sont pas applicables *en tant que telles* aux abstractions individuées, de quelque manière qu'on envisage l'ordre ou la mesure qui en règle la raison, dès lors qu'il s'agit de combler l'entre-deux au moyen d'abstractions elles-mêmes individuées et pourvues d'une identité monolithique :

299i NEUVIEME IDÉE DIRECTRICE. Tandis qu'on tend *continûment* vers une limite dans un contexte *continu*, on tend *discrètement* vers une limite dans un contexte *discret*.

Tout ce que nous avons exposé concernant la non-identité et l'entre-deux va dans le sens de notre montage destiné à articuler les traces indécelables, l'effectivité et les développements régressifs :

299j DIXIEME IDÉE DIRECTRICE. Tendre vers une limite c'est ***accroître une détermination***, c'est-à-dire procéder à des découpages, donc à un développement régressif : c'est, en quelque sorte, ***changer de niveau***.

Dans l'abstrait normatif en *à-plat*, accroître la détermination d'une identité monolithique est inconcevable. De sorte que le concept de limite a toujours emprunté le détour de montages et de structures présentant certaines particularités favorisant une espèce de « ressemblance » avec un accroissement de détermination (approximations, précision, rapprochement, etc.). Mais, au degré le plus fondamental, où les abstractions sont

1. Nous laissons sous la forme partiellement indéterminée « ...*un* peuplement *ad infinitum* (lequel ?) d'intervalles... » en référence aux travaux de P. J. COHEN sur l'« indécidabilité » (en un sens et sous réserve de conditions que nous ne rappelons pas ici) de l'*hypothèse du continu*, hypothèse que G. CANTOR tenta vainement de prouver.

seulement individuées, de telles « ressemblances » n'ont pas lieu, ces palliatifs ne sont pas utilisables, et le concept est bloqué.

Nous ne sous-estimons pas les difficultés d'une telle interprétation et, comme il serait aussi absurde d'exiger d'une idée qu'elle soit précise, que d'attendre de la pluie qu'elle ne mouille pas (parce que les *idées* sont destinées à ouvrir ce que les *concepts* ont pour mission de limiter), il se peut que le croquis juste ébauché grâce à ces idées directrices, appelle à terme quelques retouches [238g].

300 *Expression commune et limite*

Le schéma [298a] suggère que nous n'imaginons pas que l'*entre-deux* de deux abstractions individuées soit franchissable en sautant de caillou en caillou comme on peut traverser certaines rivières. La ligne verticale qui sépare et relie ces abstractions est à lire comme une *coupure* qui, si ces abstractions étaient irrémédiablement individuées (comme on le dépeint dans l'abstrait standard), devrait se prolonger *jusqu'à l'achèvement des régressions sans fin* :

300a INTERPRÉTATION. La barre horizontale, où vient s'évanouir l'individuation des deux abstractions, notifie l'***arrêt*** de cette régression sans fin : l'en-deçà de cette barre (le labyrinthe) doit donc être compris comme ***effectif***, c'est-à-dire théoriquement *équivalent à l'achèvement d'un développement régressif.

Toutefois, le schéma [298a] ne permet pas de bien comprendre cet aspect de coupure, et il est préférable de le redisposer d'une manière légèrement différente :

300b
```
                    X      entre-deux      Y
monolithes      ┌────────┐          ┌────────┐
────────────────┤ x      ├──────────┤       y├──────────
                   /                     /,y
                   / /                 / /,y |
                   / / /             / / /,y |
régressions   :    ↓     :     ↓    :    ↓   :
```

Ce qui se comprend comme une individuation pourvue d'une identité monolithique n'est, en quelque sorte, que l'affleurement (le terme de moins déterminé) d'un développement régressif, comme un iceberg dont la plus grande partie est immergée. Ce qui était précédemment schématisé comme une ligne frontalière est épaissi dans ce schéma pour que les expressions communes puissent s'y inscrire. On comprend ainsi beaucoup mieux qu'en développant la non-identité de chaque monolithe, on puisse trouver une multiplicité d'expressions communes constituant elles-mêmes un développement régressif. Pour deux abstractions données `X` et `Y`, il y a exactement un entre-deux composé d'une multiplicité innombrable de développements régressifs dont le terme de moins déterminé est `x,y`. Mais il convient de comprendre (ce qui n'est pas représenté sur ce schéma) que *chaque* abstraction est reliée à *chaque autre* abstraction par un tel entre-deux, et chaque abstraction est reliée à elle-même (rapport à soi) de la même manière, le terme le moins déterminé de ce rapport à soi étant `x,x` [261].

Les idées que nous venons de proposer concernant les limites montrent que nous n'avons nul besoin de peupler l'entre-deux discret grâce à d'autres monolithes qui ménageraient la topologie d'un rapprochement ou le viaduc d'une conduction :

300c *DÉFINITION. L'***entre-deux*** de deux abstractions individuées est la ***limite commune*** de leur identité.

300d *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Une ***limite*** est *théoriquement *équivalente* à l'***achèvement d'un développement régressif***.

300e ATTENTION. Une limite (une expression commune, une contradiction surmontable, etc., en un mot : l'entre-deux) ***n'est pas*** une abstraction individuée.

Soulignons : dans le schéma [300b], l'écriture `x,y` *n'est pas* la limite ; c'est seulement une expression commune, sachant que chaque terme du développement régressif de l'entre-deux est une expression commune ; la limite est *au lieu de* l'achèvement du développement régressif, dont l'expresion commune `x,y` est le terme le moins déterminé. Quand on compare le schéma [251f] relatif aux ambiguïtés, et les schémas [298a] [300b] relatifs à l'expression commune, on constate qu'ils sont « le même » *à un décalage près* :

300f
```
abstrait        A   B           X         Y
────────         \ /            |         |
 formel           a             x         y
────────                        |         |
                                  /     /,y
                                   \   /
                                    x,y

            ambiguïté       expression commune
```

Rien n'est plus normal, puisqu'une expression commune de deux abstractions appartient à la limite commune de leur identité où leur individuation s'évanouit pour qu'elles fusionnent dans une relation :

300g *THÉOREME D'AMBIGUITÉ. Sont manoeuvrables à des fins d'élaboration théorique les ***ambiguïtés*** qui sont *théoriquement *équivalentes* à un ***passage à la limite***.

Les biffures sont une manière de spécifier diverses interprétations (lectures) d'une même expression commune, ce qui équivaut à *lever les ambiguïtés*. Dans ces conditions, changer l'algorithme de biffure concernant une même expression commune équivaut à provoquer un glissement d'écriture :

300h *THÉOREME DES GLISSEMENTS. Sont manoeuvrables à des fins d'élaboration théorique les ***glissements d'écritures*** qui sont *théoriquement *équivalents* à un ***passage à la limite***.

Les autres glissements doivent demeurer exclus, car ils contre-disent l'identité des monolithes (une identité substituée par mégarde à une autre), et ne provoquent pas son évanouissement (passage à la limite rendant praticable l'entre-deux). Ce sont ces deux *théorèmes qui constituent l'assise théorique des *forçages* [262] permettant de passer outre à certaines contradictions et à certaines ambiguïtés ; ce sont aussi ces *théorèmes que le montage de l'égalité mobilise.

301 *Les relations*

Revenons un instant sur le principe d'identité [122-129], de manière à ajointer quelques nouvelles pièces du puzzle. Rappelons le principe d'identité leibnizien [125a] :

301a RAPPEL. Sont [réputés être] *le même* les « ce » qu'il est possible de substituer l'un à l'autre *salva veritate*, pourvu que la vérité soit sauve.

Il est clair que les « ce » substituables ne peuvent pas être *déjà* des monolithes identitaires, puisque ces monolithes sont l'***effet*** de la substituabilité de ces « ce ». L'image [255b] que nous avions proposé pour distinguer l'*individuation* et l'*identité* s'accordait déjà au dépassement du principe d'identité [122-129] ; elle s'articule également avec la conception des passages à la limite qui vient d'être présentée :

301b INTERPRÉTATION. Les monolithes identitaires n'ont aucune consistance [125e] : ce sont seulement des ***places*** de substitution [255b] (individuation) que détermine un montage théorique pour manoeuvrer des glissements, des ambiguïtés et des contradictions de manière à obtenir les effets théoriques qu'il vise.

Dans un schéma comme [300f], les lettres *majuscules* situées au niveau de l'abstrait sont des *noms de places*. Ce sont ces *noms de places* (les noms propres dans la fiction du *Grand dictionnaire* [295]) qu'il ne faut *surtout pas* mélanger dans un montage théorique donné, sachant que ce sont *seulement* les expressions de la non-identité (les synonymes dans la fiction du dictionnaire) qui sont substituables *salva veritate* à une place donnée. Les confusions relatives au trio composé de l'individuation, de l'identité et de l'égalité, se comprennent beaucoup mieux :

301c INTERPRÉTATION. Dans le cadre normatif actuel, comme on ne sait pas distinguer les « pleins » et les « vides », on se sert habituellement du ***nom de place*** (nom de trou) pour désigner l'***une-quelconque non choisie*** (indétermination maximale) des expressions [de la non-identité] substituables à la place nommée par ce nom.

Quand on a « oublié » qu'un monolithe est un trou, et qu'on ne *voit* pas que les lettres n'ont pas toutes le même statut, tout s'embrouille. Précisons, par exemple, l'une des raisons pour laquelle les traités de mathématiques demeurent toujours un peu hésitants sur le statut des relations *entre* les abstractions [253d] :

301d
```
abstrait        X       R       Y
________        |               |
 formel         x               y
________        |               |
                ////       ////y
                    \     /
                     x...y              xRy  ◄ expression
                       |_________►_________|
```

L'écriture xRy vaut pour une expression commune, et la lettre R est une sorte de bouche-trou qui marque la place d'une partie non déterminée d'une expression commune de X et Y (ou du développement régressif dont cette expression est le terme le moins déterminé) :

301e INTERPRÉTATION. Au degré le plus fondamental, l'écriture xRy censée énoncer que les abstractions X et Y sont reliée par une relation R est à lire comme un ***passage à la limite*** de l'identité des abstractions reliées.

302

Le passage à niveaux

Nous venons de commenter le schéma [298a] selon les relations, ce qu'on pourrait dire un point de vue « statique » (quoiqu'il ne faille y voir aucun statisme). Mais ce schéma peut se lire d'un point de vue qu'on pourrait dire « dynamique » (quoiqu'il ne faille y voir aucun dynamisme), en comprenant l'entre-deux comme un *passage*. Ce serait une faute du présent exposé de tenter d'éviter le jeu de mot, c'est-à-dire la *réinterprétation*, qui s'impose :

302a INTERPRÉTATION. Il n'y a de ***passage*** (dynamisme imaginaire) d'une abstraction à une autre que par le détour d'un ***passage à la limite*** [de leur identité], de manière que le passage, s'effectuant ***à la limite de leur identité***, permette de [dé]***passer cette limite***.

On entend les mots virevolter dans l'aire de la contradiction, dérobant au vol l'ambiguïté turbulente pour en filmer le mouvement afin de la rendre praticable sous la pellicule obscurcie, mais apaisée, d'un passage à la limite, immobile :

302b
```
                    côté de X | côté de Y

formel            ┬  x  - - - | - - -► y  ┬   ◄ « passage » des valeurs
_______           |   \       |       /   |
                  |     /     |    /,y    |   ◄ transition d'état
identité      +↓  |      \    |    /      |↑-
__________________|_______\___|___/_______|__ ◄ passage à la limite
le lieu           |        \     /        |
le lien           |_________► x,y ►_______|   ◄ passage par la limite
```

Il faut « descendre » dans la non-identité de X (accroître la détermination) pour obtenir l'expression commune biffée, puis débiffer, c'est-à-dire passer *en-deçà* de l'individuation afin d'atteindre l'***expression commune*** qui fait le lien. C'est cette expression qui fait *pivot*, et qui permet de passer :

302c INTERPRÉTATION. L'ambiguïté de l'expression commune à deux abstractions, qui appartient à leur ***entre-deux***, est le pivot du passage, c'est-à-dire que le passage est ***glissement*** : l'enchaînement consistant à débiffer puis à rebiffer correspond à l'opération effective de ***glissement d'écritures***.

Par biffure convenable de l'expression commune, on passe du côté de l'abstraction Y, puis l'***effacement*** des lettres biffées permet de « remonter », c'est-à-dire de *diminuer la détermination* :

302d INTERPRÉTATION. Du côté de X, l'expression commune dont le y est biffé se laisse lire « X sur le point de devenir Y », tandis que du coté de Y, l'expression commune dont le x est biffé se laisse lire « juste devenu Y à partir de X ».

Le passage fléché entre les valeurs x et y est un ***effet apparent*** qui implique un rapport ***entre*** ces valeurs. Par accroissement de la détermination des valeurs, on obtient les ***états*** (expression commune différemment biffée de part et d'autre), de sorte que la flèche de transition entre les états est encore un effet apparent qui implique un rapport ***entre*** ces états :

302e *DÉFINITION. Dans le contexte des passages, un ***état*** s'obtient à partir d'une ***valeur*** par ***accroissement de détermination***, c'est-à-dire par un développement régressif partiel de la non-identité de cette valeur.

On comprend que le glissement du discret sur le fini rende les meilleurs services dans le contexte normatif actuel, au prix, il est vrai, d'un blocage théorique particulièrement étendu. Mais l'accroissement de détermination ne résoud rien en tant que tel, car la flèche de transition d'état est tout aussi problématique. Nous avons déclenché la régression sans fin d'une effectivité ; il ne reste qu'à l'***arrêter pour déterminer une limite*** :

302f *EQUIVALENCE THÉORIQUE. Une ***transition d'état*** est théoriquement *équivalente à un passage à la limite.

Or, une limite est théoriquement *équivalente à l'achèvement d'un développement régressif, ce qui peut donc se comprendre, par *équivalence théorique, comme une *effectivité*. Que, par suite, dans le cadre normatif actuel, on imagine qu'il n'y a rien ***entre*** deux états discrets, est tout, sauf anormal. En lisant le schéma du passage [302b] comme une sorte de géométrie, on voit que la flèche x➔y est « équivalente à la somme géométrique » de x➔x,y et de x,y➔y. Par conséquent, l'*équivalence théorique [302f] concernant les passages et les transitions d'état doit être entendue en un sens général :

302g *THÉOREME DU PASSAGE A NIVEAUX. Un ***passage*** (ou une ***transition***) à un ***degré de détermination constant*** est théoriquement *équivalent à deux changements de niveau inverses (accroissement et diminution de détermination) ajointés par un ***glissement d'écritures*** (ambiguïté d'une limite).

Ce *théorème est de facture tout à fait classique, puisqu'il permet de synthétiser de l'immuable : les deux changements de niveau sont des variations dans la détermination d'une non-identité (c'est du « sur-place » dans l'abstrait), et le glissement d'écritures, formellement indécelable, correspond à l'ambiguïté d'une limite (mais une limite n'est pas une abstraction individuée, donc l'entre-deux n'a pas lieu). Rappelons, à toutes fins utiles :

302h RAPPEL. Dans le *théorème du passage à niveaux [302g], il convient de comprendre que les changements de niveaux, aussi bien que le glissement, sont ***effectifs*** (si on envisage le passage comme une effectivité), c'est-à-dire théoriquement *équivalents à des ***développement achevés*** de régressions sans fin.

On voit ainsi se développer « fractalement »[1] les développements régressifs : chaque opération couper ou coller est elle-même un ***passage à la limite***, mais dans une *autre dimension* que celle des changements d'état, à savoir les changements de niveau :

1. Mot joli à la mode pour parler de certaines régressions sans fin.

302i INTERPRÉTATION DU TRIANGLE DIABOLIQUE. Le *théorème du passage à niveaux [302g] est une sorte de ***triangle diabolique***[1] où s'établit l'***irréductibilité mutuelle*** des changements de niveaux et des changements d'états à travers l'***implication mutuelle*** qui les articule dans des ***passages à la limite***.

Ce n'est pas forcer les mots, croyons-nous, de dire que *quelque chose* est bloqué là depuis longtemps, grâce aux bons soins de quelques évidences massives, le glissement du discret sur le fini, cela va de soi, mais aussi la réduction au calculable. Que la problématique des niveaux soit sans fondement théorique dans le cadre normatif actuel est tout, sauf anormal. Mais ce *théorème [302g] peut aussi se lire autrement, dans une perspective qui intéresse directement l'informatique :

302k INTERPRÉTATION DE LA DÉCOMPOSITION. Le *théorème du passage à niveaux [302g] peut se comprendre également comme un ****théorème de décomposition*** des développements régressifs et de l'effectivité.

Bien que le schéma [302b] ne présente que l'expression commune la moins déterminée (cf. le schéma [300b], plus développé), on aperçoit cependant que le triangle diabolique se coupe en deux parties : un quadrilatère (partie supérieure) et un autre triangle diabolique (partie inférieure) :

302l
```
              x  - - - - -> y
               \            /          représentation
 +↓             \          /     ↑-    implémentation
                 /        /,y          ______________
                  \      /              interprète
 +↓                \    /        ↑-      effectif
                     x,y
```

Le quadrilatère (partie supérieure) correspond, dans notre pratique, à ce que nous épinglons *représentation*, *implémentation*, *codage* (accroissement de détermination) ou *abstraction*, *décodage*, etc. (diminution de la détermination) : ce sont des changements de niveaux (opérations couper/coller). La ligne horizontale médiane qui articule le quadrilatère (supérieur) et le triangle (inférieur) correspond aux transitions d'état. Le triange inférieur est, à son tour, un triangle diabolique décomposable (les régressions sont ***sans fin***), qui correspond à l'effectivité des interprètes :

302m REMARQUE. C'est ce triangle diabolique inconcevable de l'effectivité, comme ***passage à la limite***, qu'occupent les ***machines mathématiques*** par le truchement de l'***effectuation concrète*** assumée par le sujet.

303 *Quelques remarques complémentaires*

La problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux [151] est donc bien présente jusqu'au coeur de l'édifice des mathématiques formelles ; mais elle y est bloquée. Les difficultés auxquelles se sont heurtées les théories de la calculabilité ont leur source dans les mathématiques elles-mêmes, puisque la limite

---

302j 1. L'opposition des *symboles* et des *diaboles* (néologisme) mérite un commentaire. Commençons par le mot *symbole*, qui provient du grec *symbolon* que le dictionnaire A. BAILLY introduit ainsi : « *primitivement, un objet coupé en deux, dont deux hôtes conservaient chacun une moitié qu'ils transmettaient à leurs enfants ; ces deux parties rapprochées servaient à faire reconnaître les porteurs et à prouver les relations d'hospitalité contractées antérieurement* ». Les autres sens sont habituels (signe de reconnaissance, signe convenu, insigne, style allégorique, présage, convention). Le verbe *symballein*, littéralement *jeter ensemble*, se développe : réunir, rapprocher, jeter l'un contre l'autre, mettre aux prises, conjecturer, interpréter, expliquer, aboutir au même point, mettre en commun, mêler, etc. Le mot *diabole* n'existe pas en français, seul existe *diable* (et ses dérivés), et l'adjectif *diabolique*. En grec, l'adjectif *diabolos* signifie littéralement *qui désunit*, et renvoie à la médisance ou à la calomnie (c'est, en quelque sorte, la noise, qui revient d'outre-manche comme *noise*, le bruit). Le verbe *diaballein* signifie littéralement *jeter entre*, *insérer*, *pousser entre*, et se développe selon les différentes nuances du préfixe *dia* : jeter à travers (faire passer [les navires à travers une mer], passer [la mer pour débarquer sur le continent voisin]), jeter de côté et d'autre (séparer, désunir, brouiller, dissuader, attaquer, accuser, tromper, induire en erreur), et enfin, avec l'idée de succession, offrir successivement.

est *au lieu* des [pas-]riens du discret, glissés par mégarde sur les riens du fini. Par conséquent, nous pouvons maintenant *entendre* ce qui glisse sous certains énoncés désormais intégrés au paysage normatif :

303a REMARQUE. De nombreux théorèmes négatifs obtenus depuis le début du XX$^{\text{ème}}$, tant en théorie de la calculabilité que dans diverses théories méta-mathématiques, sont couramment référés à l'existence d'une ***limite***, à juste titre qualifiée ***interne*** (exclue dans).

C'est le *lieu de cette limite* [140b] que les machines mathématiques occupent, par le jeu de l'*équivalence théorique [300d] entre une limite et l'achèvement d'un développement régressif, en provoquant le sujet à assumer l'effectivité concrète qu'elles requièrent ; mais c'est aussi ce lieu qu'occupe l'effectivité requise par les logiques formalisées :

303b INTERPRÉTATION. La mathématisation de l'effectivité formelle est bloquée ***dans*** et ***par*** les mathématiques formelles elles-mêmes, *telles qu'actuellement conçues et pratiquées* : comme on on ne peut pas concevoir l'existence de limites dans le fini, et qu'on glisse le discret sur le fini, on ne peut pas concevoir que la problématique de l'effectivité formelle soit, d'un point de vue mathématique, un problème de passage à la limite.

En ce sens, parler de « calculabilité abstraite » [268] est une manière détournée de manoeuvrer les contradictions de la non-identité et de l'entre-deux :

303c INTERPRÉTATION. La problématique de la calculabilité effective joue le rôle d'une *couverture* à l'égard d'une autre problématique, qui concerne la calculabilité comme ***propriété abstraite*** de certaines fonctions, laquelle, à son tour, dissimule le triangle diabolique du passage à la limite présenté par le *théorème du passage à niveaux [302g].

La présente étude du passage à la limite, trop succincte, n'épuise certainement pas la problématique des états et des transitions d'état, mais, simplement, en suggère une approche théorique et mathématique possible. Nous souhaitons simplement avoir provoqué une légère variation dans la saveur du mot *calcul* :

303d REMARQUE. Convient aussi au mot *calcul* ce que NEWTON concevait comme une sorte d'*écoulement* (fluxions, fluentes), qui n'est pas sans évoquer le « *panta rhei* [1] » du devenir héraclitéen, et ce que LEIBNIZ concevait comme des *petites perceptions* et des *évanouissements*, qui n'est pas sans rappeler le glissement qui sert de pivot à l'ambiguïté de l'expression commune.

« Mais tout compte fait, il n'y a que l'inexprimable, que ce qu'on croyait ne pas réussir à faire entrer dans un livre qui y reste. C'est quelque chose de vague et d'obsédant comme le souvenir. C'est une atmosphère [...]. Cet inexprimable-là, quand nous ne l'avons pas ressenti nous nous flattons que notre oeuvre vaudra celle de ceux qui l'on ressenti, puisqu'en somme les mots sont les mêmes. Seulement ce n'est pas dans les mots, ce n'est pas exprimé, c'est tout entre les mots, comme la brume d'un matin de Chantilly. [2] »

V-3-5. Pli et repli de l'égalité

■ *Nous réinterprétons l'égalité comme l'effet d'un repli du passage à la limite entre deux abstractions, combiné avec quelques glissements d'écritures.*

1. *Tout s'écoule*. HÉRACLITE, fragment 136, *traduction française de M. CONCHE, PUF, Paris, 1986*.
2. M. PROUST, *Contre Sainte-Beuve*.

304 *Une interprétation partielle du montage de l'égalité*

Nous pouvons maintenant revenir à notre propos initial, pour articuler le montage officiel de l'égalité et l'interprétation que nous proposons. *Raisonnons de manière simplifiée en supposant une sorte de fonction de passage telle que `f(x)=y` :

304a
```
                      entre-deux
               X          |                 Y
abstrait       ↑          |                / \
────────                  |               /   \
formel         x  - - - - |- - ➔ f( x )  =  y
──────────────────────────┼──────────────────────────────
              ↓:          |          ┌─ ─ ─┘↑
                          |         / y          ◄ y provenant de x
   non         :          |     ┌───↑────────┐
identité       :          └─────┤   x y      |   ◄ expression commune
               :                └───↑───┐    |
                                      / |    |   ◄ x devenant y
                       appliquer        |    |
────────────────────────────────────────┘    └───────────────
le lieu
```

La partie supérieure (formel + abstrait) reprend le montage officiel. La partie inférieure reprend le principe des schémas du passage à la limite [298a] [300b] [302b] après les avoir convenablement *pliés* pour qu'ils tombent dans l'alignement du montage officiel. La flèche d'application qui, côté formel, s'écrirait `x➔f(x)`, correspond en fait à l'*accroissement de détermination* permettant de trouver la limite ***du côté de X*** (sans passer du côté de `Y`). A l'inverse, l'égalité qui, côté formel, s'écrit `f(x)=y`, correspond à la *diminution de détermination* qui, ***du côté de Y***, ramène de la limite (`y` *provenant de* `x`) à un `y` *quelconque* (degré maximal d'indétermination de `Y`) :

304b INTERPRÉTATION. Tandis que le côté de `X` est ***plié*** pour glisser ***sous*** l'égalité et ***sous*** le côté de `Y`, le lieu contradictoire de l'entre-deux et des limites se trouve ***en position de repli dans*** le montage.

On ne peut dire plus précisément que la limite de l'identité entre `X` et `Y`, grâce à laquelle le passage devient praticable, se trouve ***exclue dans*** le montage de l'égalité :

304c INTERPRÉTATION. L'écriture formelle `f(x)` est une sorte de ***point triple*** qui ***condense*** les trois sommets et les trois côtés d'un triangle diabolique.

le schéma [304a] montre l'alignement des trois sommets sur la verticale qui passe par `f(x)` (écrasement mono-dimensionnel du triangle) ; puis cet alignement est lui-même « enroulé » (écrasement zéro-dimensionnel) « dans » l'à-plat ponctuel de l'écriture formelle `f(x)`. Si on simplifie le schéma [304a] pour le reprendre selon les différents rôles de l'écriture `f(x)`, il vient :

304d
```
côté de X | côté de Y                 côté de X | côté de Y
          |
          |      f(x)
          |    ┌──↑───────┐            f(x)- - |- - f(x)
          └────┤ f(x)     |                 \ | /
               └──↑───┐   |           - - ───\|/─── - -
                 f(x) |   |                   \ /
      - - ────────────┘   └──── - -           f(x)
```

Au fond, ce n'est qu'une demi-surprise : car les expressions communes biffées, tant du côté de `X` que du côté de `Y`, ne peuvent être énoncées ou exprimées officiellement (contradiction de la non-identité des abstractions), tandis que les expressions communes constitueraient des écritures non référées (contradiction de l'entre-deux). Or, selon nos thèses, le triangle diabolique est incontournable ; donc, s'il est inconcevable, il faut trouver un moyen de le conserver *à l'abri*.

305

La perspective du point triple

Cette interprétation de l'égalité n'est pas sans évoquer, dans le cas des fonctions, un glissement bien connu qui se condense dans une expression comme *la valeur de la fonction* `f` *en* `x` : doit-on comprendre qu'on parle d'une manière d'être de la fonction en `x` (indépendamment du résultat qui peut s'ensuivre), ou du résultat qu'on obtient quand on applique la fonction à `x` ? En informatique, on ne confondra certainement pas l'*historique d'états* produit par l'interprétation d'un programme auquel on a soumis une donnée `x` (alias *valeur de la fonction* en `x`), et le résultat `y` qu'on extraie de cet historique (alias *résultat de l'application de* `f` *à* `x`). Dans le cas des fonctions, on aurait pu envisager que, si `f(x)=y`, la valeur de `f` en `x` soit le couple `(x,y)`. Malheureusement [264f], un couple est seulement ce comme quoi est saisi le rapport entre deux abstractions à un degré maximal d'indétermination, de sorte que toutes les fonctions dont le f-ensemble contient un couple `(x,y)` donné devraient être « la même » (indiscernables) en `x` :

305a REMARQUE. L'interprétation géométrique standard, qui présente le ***point géométrique*** comme un ***monolithe immatériel***, participe des blocages qui occupent le présent exposé : ***entre*** deux points, ce n'est pas un point, c'est l'***effectivité de l'étendue*** [258a].

Que, par suite, il ait pu s'avérer des couplages, inaperçus pendant longtemps, entre le *temps standard* et l'*espace standard*, est-ce vraiment surprenant[1] ? Laissons cela de côté, et bornons-nous à quelques remarques qui intéressent plus directement le présent exposé. Le schéma [304d] est un peu sec, et appelle quelques commentaires. Toutefois, les lectures et interprétations possibles d'une singularité aussi riche et aussi dense sont multiples, et nous ne cherchons aucunement à les épuiser. D'un point de vue méthodologique, nous observerons la règle suivante :

305b REGLE DU PUZZLE. Toute lecture ou interprétation du montage de l'égalité doit *au minimum* comprendre la totalité du puzzle, sans perdre aucune pièce, étant entendu qu'il existe très probablement d'autres pièces, encore inaperçues dans cet exposé simplifié du montage.

Les écritures formelles sont une sorte de mise à plat qui a dû comprimer, afin de le conserver, ce qui, en aucune manière, ne pourrait y demeurer présent sans le secours de divers « trucs ». Et, de même que la perspective d'un *point de fuite* fait se rapprocher les objets dans la proportion de leur éloignement (quoiqu'ils ne se rapprochent nullement dans la réalité), leur demandant de glisser latéralement les uns relativement aux autres pour produire cette sensation de lointain (quoiqu'ils demeurent en fait immobiles), l'un cachant l'autre à cause du point de vue choisi pour les peindre (quoique rien ne soit proprement caché dans le réel), de même les écritures formelles sont une sorte de procédé auquel on accordera d'autant plus d'exactitude qu'il aura soustrait, en son principe même, l'essence de ce qui devait être dépeint, comme la perspective procède de l'évanouissement de l'espace à la surface d'un plan, afin de n'en conserver que l'*effet apparent*, lequel n'a pas lieu *en soi*, mais seulement *pour* un certain regard. Les mathématiques formelles peuvent ainsi négocier des arrangements très complexes, choisissant des points de vue relativement auxquels tel pan de mur en premier plan dissimule avec le plus grand naturel une arrière-cour qu'on ne veut pas montrer, ou le commencement d'un chemin dont on ne peut pas parler. Nous avons retenu quatre lectures principales, groupées deux à deux :

---

1. C'est une autre manière d'appliquer le *principe de traduction* des théories. Il serait miraculeux que les blocages théoriques fondamentaux que les mathématiques hébergent soient sans aucune incidence sur la mathématisation des théories expérimentales. Et, tandis qu'on voue le langage aux gémonies parce qu'on l'accuse d'ambiguïté, le supposant accablé de la contingence qui l'emprisonne dans un univers newtonien (mais qu'était-il donc avant NEWTON ?), cependant qu'on passe et qu'on repasse sur le lissé insoupçonnable des équations, on ne voit pas, et pour cause, que la seule éventualité concevable (si on veut récupérer tout l'acquis tangible déjà obtenu) est l'existence d'une singularité inaperçue, donc formellement indécelable, ***dans*** les mathématiques elles-mêmes.

305c
```
     (1)          (2)               (3)           (4)
x         y   x         y      x         y   x         y
 \       /     \       /        \       /     \       /
  ?     ?     f(x)   f(x)      f(x)   f(x)     ?     ?
   \   /          \   /            \   /         \   /
   f(x)             ?                =         f(x) = f(x)
   └─┬─┘           └┬┘              └┬┘       └──────┬──────┘
     ↓              ↓                ↓               ↓

              développements régressifs
```

La première lecture est la plus radicale : `f(x)` tient le rôle de la manière d'être du rapport entre `x` et `y` selon `f`, et c'est, en ce sens, la « valeur » de `f` en `x`, quoique cette « valeur » ne soit pas une abstraction individuée (c'est de l'entre-deux) et soit théoriquement *équivalente à l'achèvement d'un développement régressif. En ce sens, l'écriture `f(x)` vaut pour la limite elle-même, et elle n'est égale à rien d'autre. Notons au passage :

305d REMARQUE. Le montage habituel de l'égalité, combiné avec celui des fonctions, induit une ***rupture de symétrie*** : la forme symétrique du montage serait une relation ***entre*** `x` et `y`, comme `R(x,y)`, sachant que dans l'écriture `R(x,y)=0`, le `=0` mériterait une analyse approfondie[1].

La seconde lecture différencie l'écriture `f(x)` selon qu'elle figure du côté de `X` (limite du côté de `X`, expressions communes biffées selon `X`), ou du côté de `Y` (limite du côté de `Y`, expressions communes biffées selon `Y`). Dans ce cas, c'est une trace indécelable qui recueille cette différence *au lieu de* la limite, et c'est un glissement. Par superposition des deux premières lectures, on retrouve le schéma [304d]. Notons :

305e INTERPRÉTATION. Dans ces deux premières lectures, la lettre `=` ne figure pas comme passage *par* la limite, mais notifie des passage *à* la limite (cas de `f(x)=y` dans la première lecture) ou des ***variations de détermination*** (cas de `f(x)=y` dans la seconde lecture).

La troisième lecture prolonge la seconde, mais installe la lettre `=` comme une sorte de ***symbole de relation*** entre la limite du côté de `X` (expressions communes biffées selon `X`) et la limite du côté de `Y` (expressions communes biffées selon `Y`) :

305f INTERPRÉTATION. Dans la troisième lecture, la lettre `=` est, par excellence, le ***symbole du glissement*** (débiffure et rebiffure enchaînées [300h]) ou le ***symbole de l'ambiguïté*** (deux interprétations distinctes d'une « même » chose [300g]), de sorte la lettre `=` est ***elle-même ambiguë*** (passage ou relation ?)

La quatrième lecture prolonge la première, et prend tout d'un bloc l'écriture `f(x)=f(x)` comme ***expression*** de la limite commune de `X` et `Y` selon `f` : c'est la manière particulière qu'a `f` de provoquer l'évanouissement corrélatif de l'individuation des deux abstractions `X` et `Y`. Cette écriture prend la place de l'écriture irrecevable `x=y` qui impliquerait une contradiction, puisque `x` et `y` sont référés à des abstractions distinctes :

305g INTERPRÉTATION. Quand on superpose la troisième et la quatrième lecture, on obtient l'écriture simplissime `f(x)=f(x)`, qui, en tant qu'***expression*** de la limite (quatrième lecture) est une manière d'***exprimer la « valeur »*** de la lettre `=` qui figure comme symbole dans cette « même » écriture (troisième lecture).

Nous n'irons pas plus loin dans le commentaire de ces schémas, car nos exemples sont actuellement trop fragmentaires et trop rudimentaires pour supporter une étude plus détaillée.

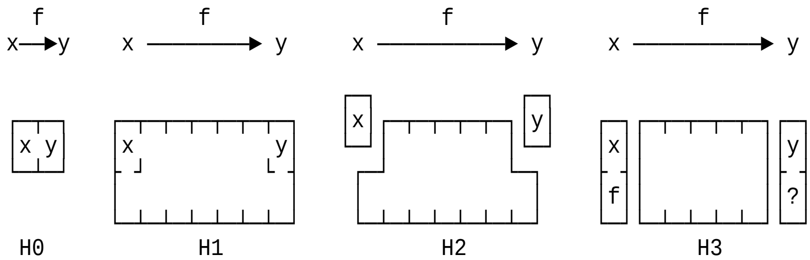
1. On note en effet que ce `=0` assume un rôle comparable dans `R(x,y)=0` à celui que tient *est vraie* dans "`R(x,y)` est vraie" ou dans "`xRy` est vraie".

306 *Quelques remarques d'un point de vue informatique*

Ces différentes lectures du triangle diabolique nous intéressent d'un point de vue mathématique, certes, mais aussi d'un point de vue informatique. En effet, ce n'est certainement pas à un informaticien qu'on va donner des leçons sur l'usage de l'ambiguïté à des fins opératoires :

306a RAPPEL. Quiconque s'est trouvé devant l'abîme de déchiffrer un historique d'états binaires provenant d'un programme dont il ne sait rien et d'une machine qu'il ne connaît pas, comprend ce que signifie l'expression ***manoeuvrer les ambiguïtés***.

Or, il est peu plausible de croire que le discours normatif d'une discipline qui, par « nature » a la plus grande frousse de l'ambiguïté, et n'a de cesse d'en nettoyer tout affleurement, puisse être d'un quelconque *secours théorique* en la matière. Le problème n'est certainement pas réglé par le recours à quelques fonctions de codage ou de représentation dûment définies ; et s'il est, croit-on « résolu », c'est peut-être aussi qu'on a pris soin de ne pas le « voir », ou de le laisser en sommeil. Bornons-nous à quelques remarques qui prennent appui sur des considérations relatives aux *historiques d'état* :

306b 

Comme nous l'avons déjà suggéré [302e] [302k], un historique d'état est un cas particulier d'*expression commune* : pour passer de la donnée x au résultat y, il faut établir le fil d'une sorte de « continuité » qui le relie l'un à l'autre sans cassure :

306c INTERPRÉTATION. Le fil de la « continuité » qui relie sans cassure la donnée au résultat est précisément ***en blanc*** dans l'historique, puisque ce fil n'est autre que l'***interprète effectif***.

L'historique n'est que *la moitié du lien* (la partie « en noir »), l'interpréte effectif étant l'autre moitié (la partie « en blanc ») :

306d REMARQUE. Le fil de « continuité » qui relie une donnée à un résultat peut être régressivement développé sans fin, par simulation de l'interprète sur un autre interprète, et/ou par immersion dans un système, par exemple.

Les historiques figurés dans le schéma [306b] conviennent à ce qui vient d'être exposé concernant les passages à la limite. Il n'y a rien à *forcer* ou à *oublier* pour retrouver les expressions communes, les développements régressifs, les ambiguïtés et les contradictions. Il suffit de cligner légèrement les yeux pour apercevoir les biffures, et produire les différentes manières de *lire* les historiques, quoiqu'on puisse tous les comprendre comme différentes manières d'« implémenter » une « même » fonction[1]. Profitons du schéma [306b] pour noter :

306e *THÉOREME DE L'EXTRACTION. Le problème de l'***extraction*** d'un résultat de l'historique d'état (voire de l'état) où il figure est un ***problème régressif*** relativement à la problématique des transitions d'états.

1. Nous raisonnons ici en référence aux fonctions, pour ne pas alourdir l'exposé. Mais l'approche que nous proposons est beaucoup générale : le nouage entre les calculs (et, partant, les traitements d'information) et les fonctions provient seulement du fait que le montage des fonctions est, sinon le seul, du moins le plus habituel pour négocier certaines difficultés dans les mathématiques formelles.

En effet, s'il faut appliquer un calcul à cet historique (ou à cet état) pour « extraire » le résultat (un fragment de cet historique ou de cet état), ce résultat figure encore *dans* l'historique (ou l'état) qui s'ensuit, et on tombe dans une régression sans fin :

306f REMARQUE. Le problème régressif de l'extraction d'un résultat permet de comprendre d'un coup d'oeil que, sans les opérations opérations couper/coller, l'informatique la plus banale n'est même pas théoriquement concevable.

En informatique, l'effectivité des opérations couper/coller se situe, par exemple, dans les *sorties* qui sont liées, comme chacun sait, à une *fenêtre* (extraction) sur le vecteur d'état. De nouveau, comme dans le cas de l'imprimante [169], c'est l'agencement des dispositifs physiques qui ***réalisent effectivement*** ce qui ne peut être compris ni comme une transition d'état, ni comme un calcul :

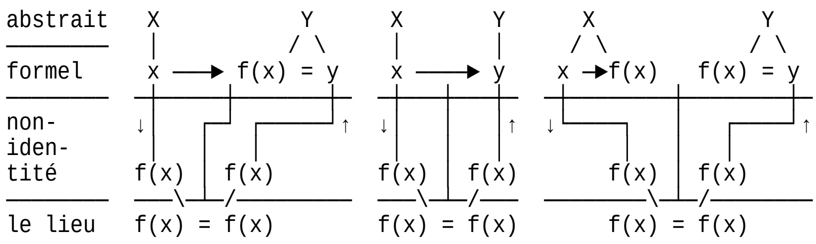
306g INTERPRÉTATION. Même certains traits caractéristiques des entrées/sorties en informatique, qui sont cependant la *bête noire* des approches théoriques partielles de l'informatique, trouvent un **équivalent théorique* dans le triangle diabolique du passage à la limite replié dans le montage normatif de l'égalité.

Dès lors que le glissement du discret sur le fini se dénoue, et que la problématique des passages à la limite est dénouée du continu numérique (et des généralisations topologiques associées), on constate que l'abîme qui sépare le discret finitiste et le continu numérique s'est dissipé sans laisser de trace, pour donner lieu à deux variétés du problème de l'évanouissement de l'individuation, c'est-à-dire à deux manières d'exploiter les gisements inépuisables de contradictions et de glissements qui sont la « substance » indéterminée et régressive des théories « exactes » [127f] [297h]. Nous noterons simplement, d'un point de vue méthdologique :

306h REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Notre *principe de traduction* [238a] fonctionne comme prévu : si des approches théoriques, les unes discrètes (traitements d'information, informatique, et théories de la calculabilité), et les autres continues (point de vue physique), sont opératoires sur un ***même*** domaine d'application (les machines informatiques, par exemple), alors les singularités que chaque approche mobilise pour être opératoire admettent une ***traduction*** dans chacune des autres approches.

307 *Ces choix de notation qu'on dit « arbitraires »*

Dans le schéma du passage [304a] le côté de `X` vient se replier ***sous*** le côté de `Y` de telle manière que l'isthme contradictoire de la limite puisse laisser le passage. Mais les différentes lectures possibles de l'écriture `f(x)` [305] permettent diverses dispositions (nous prenons appui sur les lectures 3 et 4 du schéma [305c]) :

307a


La figure de gauche signifie que le passage à la limite correspond au « contact » de l'extrémité de la flèche d'application : la flèche d'application est un accroissement de détermination du côté de `X`, tandis que l'égalité `f(x)=y` est une diminution de la détermination du côté de `Y`. La figure centrale éponge tout dans la flèche transitionnelle, aussi bien l'accroissement et la diminution de détermination, que le passage à la limite ; ce schéma est classique, et ne retient que l'effet apparent (passage au niveau des valeurs). La figure de droite est la plus dépliée de toutes, et sépare nettement le côté de `X` (accroissement de détermination) et le côté de `Y` (diminution de détermination) :

307b *THÉOREME DE L'ÉGALITÉ DIABOLIQUE. Contrairement aux évidences normatives actuellement en vigueur, les formes d'écritures `x→f(x)` et `f(x)=y` ne sont pas *toujours* « équivalentes » ***parce que*** `f(x)=f(x)` ***au passage à la limite***.

Ce que le montage normatif présente comme une égalité `f(x)=y`, référée dans l'abstrait au « sur-place » de l'identité du résultat `Y`, occulte ***une autre égalité*** `f(x)=f(x)`, qui est le coeur du montage, en tant que passage ***à la limite*** :

307c INTERPRÉTATION. L'intuition, qui ne perd pas le nord dans ce labyrinthe, profite de divers « choix arbitraires » pour des « notations » réputées « équivalentes » et, « à la limite », ne relevant que de préoccupations de belle typographie, pour ***mettre en scène*** la problématique du passage à la limite ***dans*** l'égalité.

Il n'y a pas à forcer beaucoup pour cuisiner un peu la figure de droite de manière à faire valser[1] les lettres ➔ et `=` :

307d
```
    X              Y
   / \            / \
x ⟶ f(x)   f(x)  =  y
x  =  f(x)   f(x) ⟶ y
         \ /
      f(x) = f(x)
```

Si c'était de la versification latine, ce serait une sorte de scansion avec des *brèves* et des *longues*. Ce serait aussi bien une sorte de *principe d'exclusion « à la Pauli »* qui conduit à distribuer les ➔ et les `=` pour que « rien ne soit choquant » (manifestement contradictoire). On reconnaît ainsi, à la seconde ligne, l'expression d'un point fixe `x=f(x)`, et, d'ailleurs, l'écriture `f(x)=f(x)`, généralisée et *saisie comme* le rapport à soi de `f`, pourrait être reprise sous une forme `f=Φf` (noter la présence régressive de l'égalité). Bref :

307e INTERPRÉTATION. Les règles d'usage relatives aux flèches et aux signes d'égalité exigent une distribution qui ne soit pas « choquante » (contradictoire) pour le discours normatif habituel ; mais, en fait, il s'agit toujours de différentes manières de « décorer » la même structure sous-jacente.

308 ## *La composition : thème et variations*

Nous disposons maintenant de quelques éléments qui permettent d'amorcer une réponse possible au problème de la composition des fonctions [243] [267], et, plus généralement, à celui de certains flottements quant au statut des *lois de composition*, des *opérations*, et des *fonctions* [272b] [272c]. Il est inutile de renouveler les réserves déjà formulées [238g] : nous ne proposons que quelques fragments d'une interprétation conjecturale. Le schéma ci-dessous propose trois approches différentes :

308a
```
abstrait       F      H        G   G H      ?          F
────────      / \     |        |   | |      |         / \
formel      h°g = f   h    °   g   g h ➔°(g,h)   °(g,h) = f
────────
non-
iden-
tité        h°g          h°g|h°g          °(g,h)|°(g,h)
────────
le lieu                h°g=h°g              °(g,h)=°(g,h)
```

La figure de gauche propose de lire l'écriture `h°g=f` comme un simple *accroissement de détermination*[2] à l'égard de `f`. Il n'y a aucun passage à la limite, ni composition d'aucune sorte, et l'allusion aux fonctions `h` et `g` est « fortuite » :

308b PREMIERE LECTURE. On peut lire l'écriture `h°g=f` comme un simple ***accroissement de la détermination*** de `f` : mais comme on ne peut pas exprimer officiellement une variation de non-identité, on « emprunte » d'autres fonctions pour ***exprimer*** cette variation.

---

1. Il y a d'autres possibilités non étudiées dans cet exemple.

2. Dans le domaine des transitions d'états, le passage de l'historique H0 à l'historique H1 dans le schéma [306b] est un exemple typique d'accroissement de détermination : les deux historiques sont référés à ***la même*** fonction (en l'occurrence au même couple), laquelle est seulement exprimée avec plus de détermination dans H1 que dans H0.

La petite bulle qui figure dans `h°g` garde trace du fait qu'il y a des blancs, en l'occurrence le fil de « continuité » qu'assume l'interprète effectif. On retrouve les opérations couper/coller [267c], et le problème des enchaînements « et puis après » [267e] :

308c INTERPRÉTATION. Dans la lecture de `h°g=f` comme accroissement de détermination, sous couvert de composer les fonctions `g` et `h`, on vise en fait le développement régressif de l'interprète effectif, c'est-à-dire la fonction ***en tant que passage à la limite*** (en tant qu'entre-deux).

Ainsi non seulement on procède discrètement à une variation dans la non-identité de la fonction (accroissement de la détermination d'une abstraction individuée : manoeuvrer la contradiction de la non-identité), mais, de plus, on « imagine » que cette variation vaut pour le développement régressif de la fonction en tant que limite (manoeuvrer indirectement la contradiction de l'entre-deux). D'où l'insistance des schémas qui représentent `h°g` et `f` comme deux « choses » différentes [281b].

La figure centrale du schéma [308a] correspond à une *relation*, c'est-à-dire à une manière d'être du rapport ***entre*** les fonctions `G` et `H` (où `F` n'a, à ce stade, rien à faire) :

308d SECONDE LECTURE. On peut lire l'écriture `h°g` seule (sans `=f`) comme l'expression d'une relation ***entre*** des f-ensembles (fonctions), qui peut être vraie ou fausse, et qu'on nommera, par exemple, « est composable avec ».

Certains f-ensembles sont « composables au sens de la relation petite bulle », les autres non. Rien n'est calculé, ni composé, ni appliqué, ni effectué, etc., de quelque manière que ce soit, excepté le fait de déterminer si la relation est vraie ou fausse.

La figure de droite correspond classiquement à une fonction `°` qui, aux deux arguments `g` et `h` associe un résultat `f`. Quand on ne passe pas par le regroupement des arguments (contrairement à ce que nous avons proposé dans l'étude directe [271-275]), on obtient une écriture `°(g,h)` qu'on ne sait pas référer (limite commune du côté des arguments) :

308e TROISIEME LECTURE. On peut lire l'écriture `h°g=f` comme une fonction `°(g,h)=f` qui, à deux f-ensembles `g` et `h` composables au sens de la relation « petite bulle » [308d], associe un troisième f-ensemble, `f`.

On voit qu'il faut bien, un jour, se décider à passer, pour que la composition s'accomplisse : c'est un analogue du problème régressif de l'extraction du résultat [306e]. Sinon, il n'y aurait que des f-ensembles à perte de vue, et le problème de la définition [273g] sombrerait dans des régressions sans fin qu'il serait impossible d'arrêter. Dans cette troisième lecture, il faudra passer à la limite de `°(g,h)` du côté des arguments, et de `°(g,h)` du côté de `f`, grâce à l'égalité `°(g,h)=°(g,h)`.

Dans le cadre normatif actuel, on comprend aisément que l'opposition syntaxique des formes `°(g,h)` et `h°g` puisse relever de l'opposition entre une *notation préfixe* et une *notation infixe*, étant préalablement admis que ces formes sont substituables d'un point de vue sémantique (on pourrait d'ailleurs, à cette occasion, rappeler que les *opérations* sont assimilées à des *fonctions*). Toutefois, les perspectives ouvertes par le démontage de l'égalité laissent apercevoir une richesse de singularités qui ne saurait être épuisée par des considérations (syntaxiques ou sémantiques) *en à-plat*, c'est-à-dire élaborées dans un contexte théorique où la variation de détermination n'est pas concevable comme telle. Bornons-nous, dans l'immédiat [1], à proposer deux remarques.

308f PREMIERE REMARQUE. Dans le cadre normatif actuel, diverses considérations (syntaxiques et/ou sémantiques) se trouvent agencées de telle manière que les formes associées à la *variation de détermination* [des fonctions] (cf. première lecture [308b]) puissent être ***glissées*** sur des formes associées à un *même degré de détermination* [des fonctions] (cf. troisième lecture [308e]).

1. Certains compléments à cette étude sont apportés dans la perspective de la *transformation des fonctions* [344-350].

Un tel agencement est *analogue* à celui qui sous-tend la problématique du codage déjà étudiée [162-167] :

308g

```
                              °⟶ f
      ___                  ___________
      h°g

variation  de        transition (ou rapport) à degré
détermination          de détermination constant

   h°g = f                  °(g,h) = f
```

Autant les considérations relatives aux quantités d'information permettent, dans le cas du codage, de mettre les glissements en évidence (le schéma ci-dessus [308g] est analogue au schéma de glissement [172e]), autant il est difficile (voire impossible ?), dans le contexte normatif actuel, de mettre en évidence que les « fonctions » `g` et `h` qui figurent en-dessous de la barre (figure de gauche [308g]) ne sont pas « la même chose » que les « fonctions » qui figurent au-dessus de la barre (figure de droite [308g]). Pour renforcer l'analogie, on peut utiliser des chiffres hexadécimaux :

308h

```
     caractères ASCII      0     30 ⟶ 0
_______________________   __   ________     ________
chiffres hexadécimaux     30                30 ⟶ 0
```

Un informaticien distingue aisément, d'une part (figure de gauche), la « décomposition » du caractère 0 en deux chiffres hexadécimaux `30` associés à son codage ASCII binaire `00110000`, et, d'autre part, des règles de réécriture ou des transitions d'état, l'une (figure centrale) qui, à la chaîne de caractères `30`, associe la chaîne de caractères `0`, ou l'autre (figure de droite) qui, à la configuration hexadécimale `30` associe la configuration hexadécimale `0`. Revenons maintenant au schéma [308g], et synthétisons :

308i INTERPRÉTATION. Contre les évidences normatives actuellement en vigueur, contre la conception actuelle des fonctions dans les mathématiques actuelles, et contre les glissements autorisés par les postulats les plus fondamentaux de la formalisation logique et mathématique telle qu'actuellement conçue, nous proposons de comprendre que la composition/décomposition d'une fonction (variation de détermination, opérations couper/coller) n'est pas « la même chose » que la « fonction de composition » qui, à deux fonctions, associe leur composée (même degré de détermination des trois fonctions concernées).

Nous n'insisterions pas autant sur la composition des fonctions si cette problématique ne concernait pas si directement l'informatique, et, plus précisément, la *théorie de la programmation* dans son rapport à une approche fonctionnelle. Par ailleurs (à supposer, bien évidemment, que nos thèses soient correctes), il est fortement probable qu'une telle singularité, installée en un lieu si crucial des mathématiques, est largement ramifiée dans tout l'édifice, sans oublier les incidences possibles d'un tel glissement sur les interprétations élaborées dans le cadre des théories expérimentales mathématisées.

La partie inférieure du schéma [308g] souligne le glissement associé à l'égalité, étant par ailleurs admis que, d'un point de vue strictement syntaxique, les notations infixe et préfixe sont substituables, et toujours rapportées à une détermination constante des termes qui y figurent. Nous sommes ainsi de nouveau aux prises avec une situation déjà examinée, à savoir un *défaut de forme* [183] :

308j SECONDE REMARQUE. Faute de concevoir qu'une variation de détermination n'est pas « la même chose » qu'un passage (ou un rapport) à détermination constante, le glissement de `h°g=f` sur `°(g,h)=f` provoque un ***défaut de forme*** à l'endroit des expressions relatives à la variation de la détermination.

Transposons ce que nous avions noté [183c] au sujet des transitions d'état et du postulat d'homogénéité des écritures :

308k INTERPRÉTATION. Les [rapports entre] écritures qui devraient recueillir la variation de détermination [relative à la composition] sont ***déjà*** associés, ***dans le même contexte***, à un rapport (ou à un passage) lié à un même degré de détermination.

On observe une fois encore le rôle très particulier des *armatures syntaxiques* qui, en dépit des interprétations normatives, parviennent à *garder trace* d'effectivités irréductibles les unes aux autres [183e]. Quoi qu'il en soit, le glisssement de notation permet aux variations de détermination de demeurer *présentes* (rien n'est perdu), bien que, comme telles, elle ne puissent advenir à la forme, demeurant ainsi, *relativement* à la formalisation telle qu'actuellement conçue, *formellement indécelables*. Ces variations de détermination sont peut-être formellement indécelables aux yeux des conceptions actuelles, elles sont cependant *effectives*, dans l'exacte mesure où les glissements qui recueillent leur présence sont eux-mêmes effectifs, glissements dont l'effectivité est assumée par le sujet. C'est une autre facette de l'***implication mutelle*** entre états et niveaux : pour passer (ou mettre en rapport) à degré de détermination constant, il faut « consommer » de la variation de détermination (métaphores thermodynamiques : sources chaudes et froides) ; de sorte qu'il reste toujours des transitions (celles dites *de niveau*) qui demeurent irréductibles aux transitions (ou aux rapports) à degré de détermination constant :

308l INTERPRÉTATION. C'est ce que notifie également le triangle diabolique du passage à la limite, non sans souligner que, si le bilan des variations de détermination est, en quelque sorte, « globalement nul » (transition d'état ou rapport à degré de détermination constant), il faut un « apport d'énergie » pour ***effectuer le glissement*** (lever l'ambiguïté).

Nous sommes soudain nez à nez en face de problèmes bien classiques de frottements et d'entropie ; gageons qu'on n'aurait guère imaginé que l'égalité des immuables fût sujette à cette sorte particulière de grippe, requérant la pharmacie *anthropique* d'une effectivité intempestive pour venir graisser discrètement la continuité monolithique des ajointements hérités de l'Antiquité grecque. Ce qu'on dit : *faire* des mathématiques [264j].

309 *Symboles et diaboles*

Certes, il ne s'agit là que de quelques croquis aproximatifs et rapides ; mais on peut entrevoir à quelle sorte de bouclage catastrophique l'égalité doit sa persistance :

309a INTERPRÉTATION. La problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux (le triangle diabolique [302g]) est, tout simplement, ***bloquée par*** l'égalité, parce que ***repliée dans*** l'égalité, et ce, pour les meilleurs motifs.

Pour les meilleurs motifs, puisque l'une des fonctions fondamentales de l'égalité est de couvrir des passages à la limite qui permettent de manoeuvrer la substance contradictoire des identités et des relations [297]. Nous pouvons prolonger ce que nous avons déjà dit [134] au sujet de l'identité :

309b INTERPRÉTATION. Dans le cadre des mathématiques formelles habituelles, diverses problématiques sont ***bloquées***, non parce qu'elles n'auraient pas lieu d'être, mais parce que le montage de l'égalité ***occupe déjà ce lieu***.

Ces problématiques sont donc ***déjà*** « résolues », mais sans qu'on puisse s'en apercevoir. L'isthme contradictoire et régressif de l'entre-deux, qui vient se replier sous l'égalité pour assurer le passage à la limite [304b], s'accorde à nos **théorèmes épouvantables* [297c] [297d] [297h] [300g] [300h] :

309c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Conformément à nos thèses [119g] [119h] [236b] [288e], *rien n'est perdu ni laissé de côté*, y compris ce qu'on ignore et qu'on mobilise à son insu.

Ces remarques donnent un autre aperçu de ce que peut signifier la possibilité de manoeuvrer des contradictions et des ambiguïtés dans les mathématiques. Tout est beaucoup plus ouvert et indéterminé qu'on ne le croit :

309d SECONDE CONCLUSION. Il est impossible de ne pas apercevoir que l'égalité la plus banale est une broussaille de ronces dissimulant une entrée d'un labyrinthe dont on n'a jusqu'à présent exploré que quelques galeries à la lanterne des nombres.

Qu'il ait fallu largement plus d'un siècle pour effacer toute trace décelable de l'assise contradictoire impliquée par la cheville ouvrière du calcul de LEIBNIZ ou des fluxions de NEWTON, savoir les infinitésimaux, est moins la victoire de la rigueur sur des idées réputées obscures et confuses, que l'effet d'un patient travail d'ajointement destiné à rendre diversement praticable et opératoire, au sein de montages à chaque fois particuliers, ce que l'*idée*, dans la fulgurance d'une étincelle contradictoire, parvient à saisir sous la forme la plus condensée. Nous ne contestons certainement pas l'approche des limites, développée depuis le XIX$^{\text{ème}}$ siècle, dans l'ombre des nombres et des relations d'ordre, grâce à une sorte de « rapprochement », dont le degré est laissé à la discrétion d'un choix arbitraire, qui convient toujours, plus ou moins directement, aux intuitions géométriques ou mécaniques ayant joué un rôle moteur essentiel dans ce domaine. Nous voulons seulement dire qu'on est bien heureux, dans ces conditions, de pouvoir présenter l'écriture *dy/dx*, inventée par LEIBNIZ, comme étant « simplement une notation » :

309e INTERPRÉTATION. L'écriture *dx* (ou *dy*) symbolise une variation non déterminée (quelconque) de la non-identité d'une abstraction, tandis que le rapport *dy/dx*, à bien lire comme le rapport ***entre*** *dx* et *dy*, symbolise une covariation (une variation conjointe) non déterminée (quelconque) de la non-identité de deux abstractions, c'est-à-dire de leur entre-deux.

La variation *dx* est « nulle », non pas parce qu'elle serait devenue tellement petite à force de rapetisser qu'on ne pourrait même plus la quantifier, et, en ce sens, elle n'est pas *presque nulle* ; mais elle n'est pas non plus l'*absence de variation*, car elle est ***une variation sur place*** (effet apparent nul) ***en tant que variation au sein d'une même chose*** (variation de la non-identité) :

309f INTERPRÉTATION. Il y a un abîme conceptuel entre le « rapetisser jusqu'à zéro » d'un rapprochement « continu », et le basculement dans la non-identité contradictoire que symbolisent *dx* et *dy* : aucun passage ne saurait avoir lieu sans le *diabole* qui en cèle le rapport *dy/dx*.

Par cette interprétation, que nous laissons en suspens, nous voulons seulement suggérer une manière possible de *ré-ouvrir* cette symbolisation dans la perspective d'un usage raisonné de la contradiction au sein des mathématiques :

« Il y a deux labyrinthes fameux où notre raison s'égare bien souvent : l'un regarde la grande question *du libre et du nécessaire*, surtout dans la production et l'origine du mal ; l'autre consiste dans la discussion de la *continuité* et des *indivisibles* qui en paraissent les éléments, et où doit entrer la considération de l'*infini*. Le premier embarrasse presque tout le genre humain, l'autre n'exerce que les philosophes. J'aurai peut-être une autre fois l'occasion de m'expliquer sur le second, et de faire remarquer que faute de bien concevoir la nature de la substance et de la matière, on a fait de fausses suppositions qui mènent à des difficultés insurmontables dont le véritable usage devrait être le renversement de ces positions mêmes. [1] »

310 *L'ajointement*

ZÉNON avait objecté *quant au mouvement*. Comment aurait-on pu soupçonner qu'il fallait également objecter *quant à l'immuable* ? HERMES est un sacré farceur, et DESCARTES a dû s'assoupir un peu. Revenons sur le glissement de la lettre = [305e] [305f] [305g] [308g], qui est suffisamment surprenant pour qu'on s'y arrête un instant :

310a REMARQUE. On a beau fouiller dans le stock de principes fondamentaux des mathématiques formelles habituelles, on ne trouve qu'un seul principe relatif à l'égalité : « pour tout A, A=A ».

Pour le reste, il s'agit d'*égalités par définition*, ou de substitution de synonymes. Il faut donc que *le même principe* assume *tous les rôles* :

1. G. W. LEIBNIZ, *Essais de Théodicée*, Préface.

310b
```
A  =  A      |       A  =  A     ◄ les identités à soi
             |
   =       --|->        =
x  |  f(x)   |  f(x)    |   y    ◄ les écritures formelles (le pli)
 --|->           =    --|->
   |                    |
   |    A   =   A       |        ◄ les limites
```

Ce schéma permet de comprendre quel degré de perfection peut atteindre la maîtrise de l'ambiguïté dans les mathématiques grâce à l'énoncé lumineux et simplissime « pour tout A, A=A ». L'usage « commercial » de cet énoncé, pour substituer les synonymes d'une même abstraction, est seulement une *couverture*. Quand on l'applique à des identités à soi (partie supérieure du schéma), on éponge des variations de détermination dans la non-identité d'une abstraction. Quand on applique le « même » énoncé aux limites (partie inférieure du schéma), on éponge un passage à la limite grâce à un glissement d'écritures :

310c INTERPRÉTATION. Sous couvert d'une évidence lumineuse, à savoir que des écritures *réputées référées à la même abstraction* sont substituables, le principe « pour tout A, A=A » permet d'éponger les contradictions relatives à la non-identité des abstractions (variation de détermination) aussi bien que les contradictions relatives à l'entre-deux des abstractions (passages à la limite).

Cela exaspère la rationalité officielle quand on joue sur les mots, parce qu'elle croit avoir eu le pouvoir de s'en exempter : quel savoir pourrait bien résulter de tels jeux de mots et de tels jeux d'écritures, aussi vains et aussi vides ? N'est-ce pas le désespoir d'une telle rationalité ? Car, face à l'énoncé « pour tout A, A=A », submergé par tant d'évidence, on éprouve une telle félicité à mesurer les inépuisables bienfaits d'intelligence que procure un assemblage recueillant en abondance autant de certitude solide, massive et intangible en si peu de lettres que, même si on s'interroge parfois : *sert-il vraiment à quelque chose* ? parce qu'on pressent peut-être qu'une telle simplicité ne saurait être aussi simple que ce qu'elle paraît, on craindrait d'étrangler la raison s'il fallait renoncer à cette paillette de science éternelle qu'on voudrait serrer jusqu'à la fin des temps dans son petit coffret à vérités.

310d IMAGE. Le clip de diamant qui ajointe l'égalité, et qui la boucle dans le mutisme poli de sa brillance marmoréenne, est une ***contradiction brûlée***, conservée dans la double barre qui en *inter*dit l'accès, « pour tout A, A=A », principe qui, d'une sommation tautologique, plie l'inaccessible le long de la cicatrice blanche et noire, amenant en coïncidence les lieux contradictoires hétérogènes de l'entre-deux et de la non-identité, pour en ménager un accès symbolique dans le glissement diabolique qui les efface.

L'un comme l'autre.

CHAPITRE V-4

Les montages de représentation

•

■ *Les mathématiques formelles sont généralement articulées à l'effectivité formelle (et aux traitements d'information) grâce à des représentations [311-313] liées à un point de vue ensembliste sur l'écriture (ensembles de lettres et de mots abstraits) ; nous montrons de quelle manière les singularités précédemment dégagées se traduisent dans les montages de représentation, aussi bien d'un point de vue « statique » (représentation des données) [314-318] que « dynamique » (représentation des fonctions) [319-323], non sans contourner ou engendrer diverses difficultés [324-329].*

V-4-1. Référer les calculs naïfs

■ *Nous situons la problématique de la représentation en étudiant quelques incidences de la tentative de référer les calculs naïfs dans les mathématiques formelles.*

311 *De l'égalité*

Le montage de l'égalité s'accorde aux dépassements de la conception normative de l'écriture [53-59], du principe de contradiction [60-65] et du principe d'identité [122-129]. D'où un *théorème, qui complète ceux que nous avons déjà énoncés concernant l'identité [130a] et la représentation [144a] :

311a *THÉOREME DE L'ÉGALITÉ. Dans le cadre des mathématiques formelles habituelles, on peut toujours tenter d'éponger une difficulté grâce à une égalité, en manoeuvrant, dans certaines limites et avec la discrétion qui convient, les ficelles diaboliques que proposent les plus horribles démons que ces mathématiques aient à connaître, savoir : les contradictions, les ambiguïtés, les régressions sans fin, les indéterminations inéliminables et les glissements d'écritures.

Les services proposés par le montage de l'égalité ne sont ni *gratuits* ni *innocents*. Ils ne sont pas gratuits, parce qu'il est particulièrement difficile de parvenir à manoeuvrer l'égalité de telle manière qu'il soit corrélativement impossible de déceler et de démontrer les anomalies qui pourraient s'ensuivre [252g] :

311b PREMIERE REMARQUE. Nous concevons que l'utilisation du montage de l'égalité impose des ***conditions d'évanouissement*** particulièrement draconiennes qui déterminent, pour chaque théorie qui recourt à ce montage, une sorte de ***principe local de conservation*** auquel elle s'assujettit.

C'est l'effet de *double-fond* [297a] des principes fondamentaux, qui nous conduit à comprendre que le *conservé* d'une telle conservation est une *singularité inaperçue*, propre à la théorie concernée, et qui assure, à l'égard de cette théorie, la conservation de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Avec un peu de recul, on voit très bien que l'égalité intervient *partout* dans une théorie qui utilise ce montage, comme autant de stations d'un réseau métropolitain qui doublerait, au moyen d'un labyrinthe souterrain, les larges avenues ensoleillées qu'on parcourt en surface. De sorte que le montage de l'égalité peut très bien fonctionner d'une manière ***globale***, quoique chaque égalité particulière puisse sembler, pour sa part, à la fois ***locale***, évidente et anodine. Nous disons aussi que ce montage n'est pas *innocent*, car l'étude de la composition des fonctions [271-275], par exemple, a montré [273g] que l'une des missions de l'égalité consistait à provoquer la levée d'une indétermination inéliminable dans la *définition* des objets :

311c SECONDE REMARQUE. Le montage de l'égalité n'est pas *innocent*, en ce sens qu'il permet de couper court à l'indétermination inéliminable impliquée par la ***définition*** [des abstractions] grâce à une manipulation d'écriture, pour recueillir, en tant qu'achèvement de la régression ainsi arrêtée, l'*équivalent théorique du ***concept*** [de cette abstraction] [1].

312 *Référer les calculs naïfs*

Cet aperçu du montage de l'égalité va peut-être permettre de comprendre un peu mieux la source de diverses difficultés concernant les théories de la calculabilité, la formalisation mathématique stricte et les méta-mathématiques. Notons tout d'abord :

312a PREMIER REPERE. Dans le cadre des mathématiques formelles, les calculs naïfs ***ne sont pas référés***, par l'effet normal de la clause d'un usage *purement instrumental* de l'écriture.

C'est une sage précaution de ces mathématiques, qui signifie simplement que toute cette « cuisine sans importance » relève de l'office du sujet : c'est à qui assume cet office de s'en débrouiller, car l'abstrait est épuré de cet accablement de contingences matérielles. Mais, si cet office exige un habile calculateur, il ne requiert certainement pas une machine à calculer. Le travail se fait tout autrement, par le détour de concepts, d'intuitions, d'images, de petits dessins, de croquis, de divers gribouillis qu'on tient sous le coude, de trucs et de ficelles, bref, de tout ce qu'un mathématicien peut mobiliser dans sa pratique quotidienne des mathématiques : les mathématiques *en uniforme* sont réservées aux réceptions et aux joutes officielles, où la logique et les usages formels sont aussi bien le sabre (pour saper les théorèmes d'autrui) que le bouclier (pour se rendre invincible). De sorte que si la *règle des jeux* [252f] s'applique *en principe*, la *règle de violation de la règle des jeux* [252g] est d'autant plus applicable que chacun peut la mettre en oeuvre, pour son propre compte, avec la bénédiction de la logique formelle qui, sans aucun doute, y a elle-même recours :

312b SECOND REPERE. Alors qu'on croit, par l'effet du glissement du discret sur le fini, que les ***calculs naïfs*** requis par les mathématiques formelles ne sont jamais qu'un sous-produit mineur circonscrit dans le fini, il s'avère que ces ***manipulations d'écritures***, parce qu'elles portent sur des dénotants et les expressions, contribuent à l'ajointement du montage de ces mathématiques ***jusqu'au degré le plus fondamental***, à savoir le rapport entre les abstractions, *en tant seulement qu'elles sont individuées*.

On voit le germe catastrophique qui est appelé à se déployer. Tenter de référer ces calculs naïfs, c'est dé-arrêter les régressions sans fin :

312c TROISIEME REPERE. Dès qu'on tente de référer un calcul naïf, on tombe dans l'abîme régressif que cette « cuisine sans importance » avait précisément pour mission d'arrêter et d'éponger, et le montage de l'égalité déraille.

C'est cette problématique fondamentale que viennent buter les formalisations mathématiques strictes [249] et les théories de la calculabilité :

312d QUATRIEME REPERE. Si le montage de l'égalité déraille, il faut reconstituer *un autre montage* qui soit en mesure d'arrêter et d'éponger *autrement* l'abîme régressif.

Jusqu'à présent, les montages de remplacement mobilisent, de manière plus ou moins avouée, l'effectivité des rapports entre écritures (dérivations formelles, machines mathématiques). Or, dans le cadre normatif actuel où les écritures sont sans blancs, on procède sous couvert du postulat de l'homogénéité des écritures [160b] :

312e CINQUIEME REPERE. Du seul fait qu'on regarde les *manipulations d'écritures* requises par les mathématiques formelles comme des *calculs*, on provoque *ipso facto* une mise-à-plat qui ***bloque définitivement*** toute venue à la forme des ***changements de niveaux***.

1. Nous tentons [359-365] de préciser un peu cette problématique du concept que nous avons déjà amorcée [239f].

Certes, cette mise-à-plat des écritures convient à l'abstrait normatif standard, lui-même en à-plat ; mais, hélas, il est déjà le symptôme de ce qui demeure voilé dans le montage de l'égalité, à savoir le triangle diabolique d'un passage à la limite qui articule les transitions d'état, des changements de niveaux et des glissements d'écritures [302g] [302i] [302k]. On raisonne ainsi en prenant pour appui les fictions qui ont précisément pour mission de mettre à l'abri le ressort fondamental du montage. D'où le bouclage catastrophique :

312f SIXIEME REPERE. La tentative de référer les manipulations d'écritures comme des calculs, et en particulier les égalités comme des règles de réécriture ou de substitution, bétonne le ***bouclage catastrophique*** qui bloque la problématique des niveaux et, par conséquent, la mathématisation de l'effectivité formelle comme *passage à la limite*.

On peut vérifier que nous n'avons pas perdu de vue l'objectif du présent exposé, et que nous sommes toujours en train de commenter et d'étudier les situations qui relèvent de la plus extrême banalité d'un point de vue informatique (transitions d'état, assertion de codage, transitions de niveaux). L'effectuation concrète (machines mathématiques, fonctions primitives assumées effectivement, etc.) importe alors un bornage empirique contingent [140f] (discret finitiste) qui se substitue à une effectivité théorique inconcevable [116g] [116k] [140b] (passage à la limite dans le discret). Corrélativement, les ombres relatives à ce qui est incalculable [198-207] [208-215] ou à ce qui est informalisable [216-221], liées à des changements de niveau, passent inaperçues, et on se met à errer dans des problématiques de représentation qui n'aboutissent pas, d'un point de vue théorique, puisqu'elles sont *déjà* l'effet d'un rejet [248b] : la clé du problème lui-même. Enfin, puisqu'on glisse le discret *sans fin* sur le fini *sans blancs* :

312g SEPTIEME REPERE. Dès lors qu'on réfère les manipulations d'écritures formelles à des effectuations relevant de procédés finitistes, on « branche » ***en court-circuit*** le degré le plus fondamental des mathématiques formelles, concernant les abstractions *en tant seulement qu'elles sont individuées*, sur ce qu'on croit être le plus borné, et qu'on tient pour le plus élémentaire, savoir : la finitude [des écritures].

Et le montage normatif des mathématiques formelles *disjoncte*. C'est peut-être ce court-circuit du [discret] *sans fin* et du [fini] *sans blancs* qui affleure dans certains théorèmes (souvent intitulés *paradoxes*) de L. LÖWENHEIM et TH. SKOLEM. Notons bien qu'on aura beau examiner le matériau formel des traités d'analyse mathématique au microscope, on n'y attrapera rien qu'on puisse dire continu, infini, etc. En revanche, on n'a pas besoin d'une instrumentation sophistiquée pour y *voir* des blancs [1]. Bref :

312h PREMIERE CONCLUSION. Tenter de référer ***en tant que calculs*** les manipulations d'écritures requises par les mathématiques formelles, c'est provoquer l'***éclatement*** de ces mathématiques (en fait : de ce qu'on en imagine) ; corrélativement, c'est ***parce que*** ce montage éclate qu'il donne prise à une recherche de fondement [196f].

Sachant, dans le cadre des présentes thèses, que rien ne se perd, le triangle diabolique couvert par le montage de l'égalité a lui-même éclaté, non sans se conserver, sous la pression des *formalisations mathématiques strictes* (systèmes axiomatiques strictement formalisés, théories de la calculabilité) ou dans les montages de représentation, et, plus généralement, par l'effet des tentatives visant à re-référer le matériau formel produit par les mathématiques formelles (méta-mathématiques) :

312i SECONDE CONCLUSION. D'un point de vue théorique, il nous semble raisonnable de supposer qu'une mathématisation de l'informatique et les traitements d'information se comprenne comme ***une manière***, parmi d'autres possibles, d'exploiter les inépuisables gisements d'indétermination jusqu'à présent

---

1. Notons au passage une réserve introduite par K. GÖDEL lui-même (dans le *Mémoire* de 1931) : « Il faut noter expressément que le théorème XI ne contredit pas du tout le point de vue de HILBERT. Car celui-ci n'a en vue que l'existence d'une démonstration de consistance par des moyens finitistes ; or rien n'exclut qu'il existe des démonstrations finitistes qui ne seraient pas représentables dans le formalisme » (*cité dans* J. LARGEAULT, *Logique mathématique*, PUF, Paris, 1972). Rappelons que l'un des aspects du programme de D. HILBERT est d'assurer la maîtrise du transfini en restant sur le plan finitiste, et que ces débats et interprétations se développent *sous couvert* de trois (au moins) évidences implicites : le glissement du discret sur le fini, l'homogénéité des écritures, et la conception normative purement instrumentale de l'écriture.

condensés dans le triangle diabolique couvert par le montage de l'égalité au sein des mathématiques formelles.

L'émiettement du discours scientifique est un leurre, disions-nous [149d] [150l], et nul n'a suffisamment de réserve pour faire cavalier seul : si l'accès théorique est bloqué ici, il l'est aussi là, de sorte que le dénouement d'une problématique transversale [152a], comme l'implication mutuelle entre états et niveaux [151a], ne s'obtient qu'à la condition de manoeuvrer simultanément *plusieurs verrous* [151c] [152b].

313 *Situation de la problématique de la représentation*

Le concept de calcul s'est trouvé peu à peu dégagé de son acception simplement numérique pour s'en détacher (définitivement ?), puisque les théories de la calculabilité n'opèrent que sur des *écritures*. Nous avons déjà noté [78c] que, dans le cadre d'une normativité où le concept de nombre joue un rôle articulatoire essentiel, il est probable que diverses dispositions (évidences, postulats, etc.) permettent de couvrir divers jeux d'écritures essentiels à la mise en oeuvre de calculs numériques ; l'exemple d'arithmétique [289] et l'usage glissé des écritures formelles [288] s'inscrivent dans la perspective d'une telle éventualité. Prenons un peu de recul :

313a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Au degré le plus fondamental, une question de représentation ne se pose que dans la mesure où le représenté supposé est, en tant que tel, inaccessible.

Il faut donc recourir à un *montage*, capable de mobiliser des *conjectures* : le lien entre le *représentant* (face matérielle) et le *représenté* (face immatérielle) implique une indétermination inéliminable. Dans le contexte des mathématiques formelles, l'affaire est entendue : la coupure entre l'abstrait et le concret est *irrémédiable*. Toutefois, on objectera avec raison :

313b REMARQUE. La question de la représentation se pose au *second degré* des fictions, car le représenté supposé, réputé inaccessible, n'est en fait déjà lui-même que l'***effet apparent*** d'un montage, c'est-à-dire une fiction.

Dans ce cas, une problématique de représentation correspond à une sorte de mise en scène, qui prend appui sur la *fiction* d'un rapport entre représenté [supposé] et représentant, pour atteindre « autre chose » *dans* le montage qui procure existence à ce représenté supposé. C'est cet « autre chose » qui intéresse le présent exposé :

313c IDÉE DIRECTRICE. La problématique de la représentation est ***entièrement fictive*** dans le cadre des mathématiques formelles : représenter, c'est faire jouer discrètement ***certains ressorts voilés*** du montage, dont le déclenchement est officiellement proscrit.

L'étude qui suit, elle aussi placée sous les réserves déjà formulées [238g], se propose de reconstituer [partiellement], d'un strict point de vue mathématique, ce que les problématiques de représentation mettent en jeu ***dans*** le montage de ces mathématiques. Cet abord de la représentation permet déjà d'apercevoir un glissement quant à l'utilisation du mot *représentation* :

313d IDÉE DIRECTRICE. Dans les mathématiques formelles, on distingue une problématique relative à la ***représentation abstraite***, qui consiste à rapporter des abstractions à d'autres abstractions, et une problématique de ***représentation concrète***, qui est destinée à produire des *écritures* [en vue d'effectuations concrètes].

L'idée [313c] qui nous guide convient à ce glissement, s'accorde à ce qui vient d'être dégagé quant au montage de l'égalité [311a], et prolonge ce que nous avons déjà remarqué en étudiant le principe d'identité : représenter, c'est provoquer un *accroissement de détermination* [137f] en puisant dans la non-identité d'une abstraction [138a], et c'est donc manoeuvrer des contradictions [138b] [142c] [144a].

Lorsque nous avons passé en revue [241-248] les principaux ancrages habituels de l'articulation entre les mathématiques et l'effectivité formelle (ou les traitements d'information), nous avons formulé plusieurs objections, qu'on peut rattacher à la problématique de la représentation, et qui concernent les alphabets et les ensembles [245], les produits cartésiens [246], et le schéma classique de représentation [247]. Nous avions noté [248b] que la problématique de la représentation était destinée à pallier une problématique plus fondamentale ; ce qui vient d'être dit au sujet de l'égalité [312c] [312d] [312f] nous prévient que les problématiques les plus fondamentales sont au rendez-vous. Nous étudions d'abord les montages de représentation d'un point de vue « statique » [314-318] (*grosso modo*, la représentation des *données*), puis nous greffons le point de vue « dynamique » [319-323] (*grosso modo*, la représentation des *fonctions*), et enfin nous soulignons quelques incidences théoriques de ces montages [324-329].

V-4-2. Les montages hybrides de représentation

■ *Nous étudions le principe des montages de représentation évoquant l'écriture (alphabets et mots), et nous précisons ce que devient la problématique des niveaux dans ce contexte.*

314 ### *Les univers de représentation abstraite et le montage par dénotation*

On peut concevoir de multiples manières d'envisager des *représentations abstraites* [313d]. Parmi celles-ci figurent les représentations sur des *mots abstraits* qui évoquent une « ressemblance » avec les écritures linéaires [1]. Par le jeu de diverses évidences et interprétations standard, sur lesquelles nous allons revenir, on a directement raccordé la conception normative de l'écriture au formalisme habituel de la *théorie des ensembles*. Ce raccordement repose principalement sur deux idées : d'une part, un *alphabet* est compris comme un *ensemble fini*, d'autre part, la linéarité des assemblages de lettres est comprise comme un *produit cartésien* :

314a DÉFINITION. Un ***univers de représentation abstraite*** évoquant l'écriture est lié à [au moins] trois clauses :

A notre connaissance, toutes les représentations abstraites évoquant des écritures, se conforment à ce qui vient d'être rappelé, avec, sans doute, diverses nuances concernant la troisième clause RA-3. Intuitivement, on comprend qu'un univers de représentation abstraite est une sorte de *filtre* qui va jouer le rôle d'une sorte de *référence abstraite* (en vue de rapporter des abstractions de différentes sortes à un ensemble homogène de représentants) ou d'un *passage obligé* (pour atteindre des représentations concrètes dans l'écriture). Dans le premier cas, on ne vise pas des effectuations concrètes, mais seulement des propriétés abstraites, d'où un premier montage :

314b MONTAGE PAR DÉNOTATION. Quand ne vise que des propriétés de ***représentation abstraite***, il suffit de procéder par dénotation : les éléments de l'ensemble alphabet (les *lettres abstraites*) et de l'ensemble des mots (les *mots abstraits*, les *représentants abstraits*) sont simplement ***dénotés*** par des écritures ***en rôle de dénotants***, conformément aux usages en vigueur dans les mathématiques formelles.

Les lettres abstraites et les mots abstraits peuvent être dénotés de multiples manières, et, en fait, toute « ressemblance » avec les écritures habituelles est « purement fortuite ». Un tel montage n'ouvre donc pas, en principe, la possibilité de procéder à des effectuations concrètes *en un sens théorique* [2], car il n'y a pas plus de rapport entre le dénotant d'une lettre abstraite et le dénoté de ce dénotant (cette lettre abstraite elle-même), qu'il n'y a de rapport entre la lettre π, comme dénotant du nombre [nommé] *pi*, et le nombre [nommé] *pi* lui-même.

1. Dans le présent exposé, nous n'étudions que les représentations évoquant une « ressemblance » avec les écritures linéaires.

314c 2. Ce point est délicat. En principe, les opérations appliquées aux dénotants n'ont aucune valeur théorique, car les dénotants n'ont pas plus de statut théorique que les gommes et les crayons. Lorsqu'on veut conférer une valeur théorique à des effectuations, comme en théorie de la calculabilité, par exemple, on opère sur des *représentants* (cf. ci-après) ; de même, lorsqu'on veut obtenir une théorie strictement formalisée, on définit un univers de formalisation (alphabet, grammaire, règles d'inférence, etc.). Quoi qu'il en soit, à l'égard du présent exposé, tourné vers l'effectivité formelle et les traitements d'information, les opérations sur les dénotants n'ont, en tant que telles, aucune valeur théorique.

315 *Les univers de représentation concrète et les montages par matérialisation*

Pour obtenir des représentations concrètes ouvrant la possibilité de procéder à des effectuations, au sens, par exemple, des théories de la calculabilité, il convient de *matérialiser* les lettres et les mots d'un univers de représentation abstraite (clauses RA-1 et RA-2), et d'associer les fonctions et/ou relations primitives (clause RA-3) à un *interprète effectif*. Intuitivement, on comprend qu'il faut établir une ***stricte correspondance un-un*** entre chaque terme abstrait (lettre, mot, fonction et/ou relation) et chaque terme concret (lettre, écriture linéaire, opération de l'interprète effectif). Etablissons d'abord l'aspect concret du montage :

315a DÉFINITION. Un ***univers de représentation*** [concrète] dans les écritures [linéaires] est lié à [au moins] trois clauses :

Les lettres concrètes sont soumises aux jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d] déjà étudiés. Un univers de représentation [concrète] est *autonome*, en ce sens que tout ce qui le concerne doit avoir lieu *in concreto* de telle manière qu'on puisse le coupler avec un univers de représentation abstraite, lequel est supposé n'avoir lieu que *in abstracto* :

315b MONTAGE PAR MATÉRIALISATION. Quand on vise des propriétés de ***représentation concrète***, en particulier des effectuations, on ***définit un couplage un-un*** entre chaque terme d'un univers de représentation abstraite (lettres, mots, fonctions et/ou relations) et chaque terme d'un univers de représentation concrète (lettres, champ d'écritures, rapports entre écritures assumés par l'interprète effectif), et on ***déclare*** que ce couplage fait office de ***représentation***.

On retrouve les traits généraux de ce que nous avons précédemment exposé concernant les univers de calcul [198-207] [208-215] et les univers de formalisation [216-221] ; dans ce montage par matérialisation, il est clair que l'univers de représentation abstraite assume la *face immatérielle* des écritures. Notons que l'interprète effectif est, en principe, quelconque :

315c REMARQUE. Nous ne supposons pas qu'un univers de représentation concrète soit nécessairement un univers de calcul [198-207].

316 *Le montage hybride de la pratique courante*

Cependant, un montage par matérialisation [315b] ne saurait s'*isoler* (schéma [316a], figure 1) : les montages de représentation n'ont d'intérêt que s'il y a des *représentés abstraits* potentiels, c'est-à-dire des abstractions à représenter, ces représentés étant supposés distincts des représentants abstraits :

316a

```
                                l'ouvert des choses
                         ┌ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ┐
                         │ abstractions mathématiques │
abstrait     │ RA │      │  │ RA │        AM          │
________    ________    ______________________________
concret      │ RC │      │  │ RC │        EF          │
           1 └────┘      │     écritures formelles    │
                       2 └ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ┘
                                l'ouvert des formes
```

La face abstraite (univers de représentation abstraite RA [314a]) est *toujours* immergée dans l'univers des abstractions mathématiques AM, tandis que la face concrète (univers de représentation concrète RC [315a]) est *toujours* immergée dans les écritures formelles habituelles EF (figure 2) :

316b MONTAGE HYBRIDE. Dès lors que la face abstraite d'un montage *par matérialisation* RA/RC est comprise à travers la théorie des ensembles, ce montage est nécessairement ***immergé*** dans le montage normatif des mathématiques AM/EF qui articule « toutes » les abstractions mathématiques AM et « toutes » les écritures formelles EF grâce à la coupure irrémédiable qui sépare l'abstrait et le concret.

A notre connaissance, c'est ce montage hybride qui est utilisé habituellement lorsqu'on souhaite accéder aussi bien aux abstractions des mathématiques formelles (ensembles, fonctions, etc.) qu'à des représentations concrètes de ces abstractions (écritures linéaires). Dans le cas particulier où on a en vue des effectuations comprises comme des *calculs* (effectivité formelle, traitements d'information, etc.), on impose des conditions supplémentaires :

316c MONTAGE HYBRIDE DE CALCUL. Quand on vise des propriétés relatives à l'***effectuation concrète de calculs***, on choisit un montage hybride [316b] dans lequel le jeu de fonctions et/ou de relations primitives (clause RA-3 d'un univers de représentation abstraite [314a]) est ***exactement associé*** à un interprète effectif (clause RC-3 d'un univers de représentation concrète [315a]) autorisant l'effectuation de calculs.

Précisons un point de terminologie permettant d'abréger les énoncés [1] :

316d TERMINOLOGIE. Relativement à un univers de représentation abstraite donné, un ***représentant abstrait*** est un élément de l'ensemble faisant office d'ensemble des mots abstraits, tandis qu'un ***représenté abstrait*** n'appartient ni à l'ensemble faisant office d'alphabet abstrait, ni à l'ensemble faisant office d'ensemble des mots abstraits.

316e TERMINOLOGIE. Relativement à un univers de représentation concrète donné, un ***représentant concret*** est une écriture en tant qu'elle figure parmi le jeu de mots concrets de cet univers, tandis qu'une ***écriture formelle*** est une écriture (à usage dénotatif) en tant qu'elle ne figure pas dans le jeu de mots concrets (ni dans le jeu de lettres concrètes).

317 *Le concept théorique de représentation*

Dans la conception normative de l'écriture actuellement en vigueur, on conçoit que toutes les écritures sont *homogènes* [160b] et qu'elles se trouvent dans l'*à-plat* sans blancs qu'exige l'application du critère de coïncidence formelle ; dans le cadre des mathématiques formelles, on conçoit que les abstractions sont des monolithes immuables qui coexistent sans conflit dans l'*à-plat* de l'abstrait normatif standard où l'entre-deux n'est rien. Ces deux versants s'accordent comme le recto et le verso d'une feuille de papier :

317a LES CONJECTURES DE RESSEMBLANCE. Les évidences actuellement en vigueur concernant la « ressemblance » entre les écritures linéaires [concrètes] et les ensembles de lettres et de mots [abstraits], sont assujetties à l'***abstrait normatif standard***, ainsi qu'à diverses conjectures relatives au *fini*, aux *couples* et aux *produits cartésiens*.

Compte-tenu de ce que nous avons déjà exposé, on sait *déjà* que le recours aux représentations répète (éventuellement après transposition) le blocage théorique, interne aux mathématiques formelles, concernant la mathématisation de l'effectivité (états et niveaux), puisque le « branchement » de l'effectivité formelle (donc des théories de la calculabilité) et des traitements d'information (donc de l'informatique) sur ces mathématiques est précisément assujetti aux trois postulats (de l'individuation [254a], de l'entre-deux [254b] et de l'identité monolithique [254e]) qui garantissent ce blocage : le glissement du discret sur le fini est au rendez-vous, et le concept de représentation tisse en silence son insoupçonnable échafaudage de contradictions.

Cette corrélation, qui n'est pas fortuite, s'oppose autant à une *clôture* [224] des univers (de calcul, de formalisation et de représentation) qu'à un *isolement* de certains ensembles [245] afin d'en promouvoir les vertus alphabétiques. Nous pouvons donc regrouper ou transposer rapidement certains résultats déjà acquis. En ce qui concerne la représentation abstraite [314a], tout s'évanouit dans la théorie des ensembles, de sorte que les *déclarations*, requises par les montages de représentation, n'ont *aucune incidence* sur l'identité de ces ensembles ou de leurs éléments (lettres ou mots abstraits) [245h], et, par conséquent [245i] :

1. Nous laissons de côté les lettres abstraites (resp. les lettres concrètes) qui, en tant que telles, n'ont pas de valeur représentative abstraite (resp. concrète) propre.

317b *LEMME DE LA REPRÉSENTATION ABSTRAITE. Dans le cadre des mathématiques formelles et de la théorie des ensembles, la ***clôture*** d'un univers de représentation abstraite [1] et, partant, la ***différence*** entre représentants abstraits et représentés abstraits, sont ***sans fondement***.

Ce *lemme signifie simplement que le *concept* de représentation abstraite *n'est pas assumé* dans le montage des mathématiques formelles : c'est un tour de discours. En ce qui concerne les univers de représentation concrète, nous retrouvons les difficultés liées au critère de coïncidence formelle [210] [220]. Le fait d'imposer un couplage *un-un* entre les représentants abstraits et les représentants concrets n'est rien d'autre qu'une manière de jouer sur des choix arbitraires de notation pour règlementer la formation et l'usage de certains *dénotants* au sein d'un exposé mathématique tout-à-fait habituel [2], de sorte que ces « représentants » ne sont pas plus (et pas moins) des représentants que les dénotants, d'autant que cette éventuelle distinction ne reposerait jamais que sur des conjectures de « ressemblance » [317a] :

317c *LEMME DE LA REPRÉSENTATION CONCRETE. Dans le cadre des mathématiques formelles et de la conception normative de l'écriture, la ***clôture*** d'un univers de représentation concrète et, partant, la ***différence*** entre les écritures (en rôle de représentants concrets) et les écritures formelles habituelles (en rôle de dénotation ou d'expression), sont ***formellement indécelables***.

Par ailleurs, le schéma du montage hybride [316a] rappelle que le mathématicien se situe, à l'égard des écritures, dans l'*ouvert des formes* ; c'est donc lui qui effectue les jugements *quant au tout* [200c] et *quant à la ressemblance* [200d], de sorte qu'il est seul juge de l'applicabilité du critère de coïncidence formelle, lequel coïncide en fait avec le jugement *quant à la ressemblance*, ce qui suffit à faire fonctionner le critère de coïncidence formelle comme un opérateur de glissement d'écritures [220h]. De ces deux *lemmes [317b] [317c], il suit :

317d *THÉOREME DE LA REPRÉSENTATION. Dans le cadre des mathématiques formelles (liées à la théorie des ensembles et à la conception normative de l'écriture), les montages de représentation hybrides ***ne pas assumés*** d'un point de vue théorique, et sont donc ***sans fondement*** : ce sont des tours de discours éliminables.

Ce *théorème n'a rien d'extraordinaire, bien au contraire, car le caractère irrémédiable de la coupure entre abstrait et concret relève du bon sens : si *vraiment* il existait un moyen de « passer », on le saurait depuis longtemps, et on l'exploiterait comme il convient, puisque l'abstrait serait, en quelque sorte, *à portée du regard* :

317e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans les mathématiques formelles, la coupure entre l'abstrait et le concret est ***irrémédiable***, non par la fatalité des destins antiques, mais parce que l'***abstrait n'est tel qu'inaccessible*** : cette coupure ne saurait disparaître sans engloutir l'abstrait lui-même dans sa disparition.

Allons-nous en rester là ? Certainement pas, car le *théorème [317d] notifie *seulement* que l'abstrait normatif des monolithes est inadapté à la problématique de la représentation. Pour notre part, nous sommes bien convaincu que l'insistance de cette problématique a quelque raison d'être, même si cette raison n'est pas compatible avec les fictions et les postulats normatifs habituels ; on ne manquera pas de remarquer :

317f *THÉOREME DU BOUCLAGE CATASTROPHIQUE. C'est précisément dans le domaine (l'effectivité formelle) où, vraisemblablement, la problématique de la représentation manifeste son omniprésence au stade le plus aigu, qu'on prend le plus fermement appui sur les évidences et les postulats normatifs (conjectures de « ressemblance » [317a]) qui garantissent la conservation du blocage théorique.

---

1. Les plus banales considérations relatives aux quantités d'information disent exactement que lorsqu'on associe à n termes la quantité d'information qui permet de les distinguer *les uns des autres*, aucun de ces n éléments n'est *comparable* ni *possiblement lié*, par l'effet de cette seule quantité d'information, à un n+1$^{\text{ème}}$ terme.

2. De la même manière qu'on s'impose, en informatique, des règles de formation et d'usage concernant les identificateurs.

Nous avons ainsi rejoint, selon un strict point de vue de mathématiques formelles, ce que nous avons déjà approché selon différents angles (principe d'identité, quantités d'information, distinctivité mutuelle, identité des lettres, clôtures, etc.) ; nous savons donc que le problème est sans issue, sauf à *forcer* certains montages :

317g *THÉOREME DE FORÇAGE. Ou bien toute intervention de concepts ou de montages relatifs à la représentation (abstraite ou concrète) est sans fondement, donc éliminable ; ou bien on ***force*** le montage des mathématiques formelles, et on provoque un ***conflit de fondements*** [223] pour obtenir une ***double rupture d'homogénéité***, dans l'abstrait et dans le concret, afin de procurer un *avoir-lieu* au ***concept théorique*** de représentation.

De manière imagée, la difficulté majeure provient du fait que le concept « naïf » de représentation est au concept *théorique* de représentation ce que les sacs de pommes de terre sont à la théorie des ensembles ; car il ne s'agit pas d'aller là-haut, chez les monolithes, pour rapporter quelques clichés « ressemblants », mais [239f] de *recueillir* une idée comme *concept théorique* dans un montage construit à cet effet. C'est une autre sorte de *boot-strap* [264b] destiné à ménager un *faire-être* [264j], puisqu'il s'agit de *saisir* une indiscernabilité (dans l'abstrait) et une différence indécelable (dans le concret) *comme* avoir-lieu d'un concept. Ebauchons cela en reprenant le schéma [316a] d'un montage hybride :

317h
```
                           C
représentations abstraites | abstractions mathématiques
                           |
                        ┌──|───→         AM
      RA        ←───────┘  |             ↓               abstrait
_ _ _ _ _ _ _↑↓_ _ _ _ _ _ |_____________________________________
      RC        ←───────┐  |             ↑               concret
                        └──|───→         EF
                           |
représentations concrètes  |     écritures formelles
    (représentants)   ←────|────→    (dénotants)
                           C′
```

Dans le même temps que la coupure entre abstrait et concret devient « poreuse » par la correspondance *un-un* (montage par matérialisation) entre les *représentants abstraits* RA (les mots abstraits) et les *représentants concrets* RC (les mots concrets), surgit une *double clôture* CC′ (rupture d'homogénéité) qui équilibre la porosité RA/RC en provoquant une « étanchéité » [partielle] dans l'abstrait, de telle manière que la coupure AM/EF, entre l'abstrait et le concret, demeure ce qu'elle est, à savoir *irrémédiable* [317e]. D'un point de vue théorique, on se heurte à la *conservation*[1] de ce qui fait obstacle au « savoir absolu » :

317i IDÉE DIRECTRICE. Dans une théorie, les ***coupures*** (les indéterminations inéliminables) ***se conservent globalement*** : on ne saurait affaiblir une coupure ici (diminuer l'indétermination) sans faire surgir (ou renforcer) une autre coupure là (accroissement de l'indétermination).

Dans le cadre des présentes thèses, la représentation se conçoit comme un accroissement de détermination (porosité RA/RC) qui est équilibrée par les indéterminations (coupures CC′) impliquées par les clôtures : ce sont ces variations de détermination qu'on peut approcher comme des *changements de niveaux*. Le puzzle se met en place tout seul :

317j *COROLLAIRE DE FORÇAGE. Le forçage du *lemme de représentation abstraite [317b] induit une hétérogénéité dans l'abstrait (coupure C) : recourir à des représentations abstraites *équivaut à manoeuvrer les contradictions de la non-identité [296d] et de l'entre-deux [296e] ; le forçage du *lemme de représentation concrète [317c] induit une hétérogénéité dans le concret (coupure C′) : distinguer des représentants et des dénotants *équivaut à introduire l'*hypothèse des indécelables et à manoeuvrer des glissements d'écritures.

1. Lorsque nous avons étudié l'assertion de codage [162-167], nous avons déjà remarqué qu'une impossibilité [162d] se conservait globalement, qu'elle pouvait se déplacer, donner lieu à des contradictions [163d] [163f] et/ou à des glissements [166c], mais qu'elle ne disparaissait pas [165a] [166f] [167d].

La coupure C′ (hétérogénéité des écritures) est ainsi référée à la coupure C (hétérogénéité des abstractions), tandis que les défauts ou les conflits de fondements se dissipent naturellement... du moins dans la perspective ouverte par les présentes thèses. L'hétérogénéité présente divers aspects. Ce sont, par exemple, les considérations relatives aux quantités d'information [245f] et à la distinctivité mutuelle [245g] :

317k REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre normatif actuel, on manoeuvre judicieusement l'identification réputée évidente entre *alphabets* et *ensembles finis* afin de pallier l'inconcevabilité du montage de l'identité des lettres [224], et d'une hétérogénité de l'abstrait des monolithes.

Au demeurant, côté concret, on note un *décalage* des *principes de remplacement* qui régissent la dématérialisation des écritures :

317l RAPPEL. Les *représentants concrets* sont soumis à un principe de remplacement des ***lettres*** [203e] (précisément, les lettres d'un alphabet), alors que les *écritures formelles* sont soumises à un principe de remplacement des ***dénotants*** (règle de vicariance [251d] calée sur l'identité des dénotés).

Dans la pratique, on « oublie » [230d] que les choix arbitraires de notation ne sont pas utilisables dans des jeux d'écritures destinés à provoquer des coïncidences fortuites ayant pour effet de bloquer les principes de remplacement (clause d'un usage *purement instrumental* de l'écriture). En un mot [245i] :

317m REMARQUE. Les alphabets, même abstraits, ***ne sont pas des ensembles***, car les uns et les autres relèvent de montages théoriques fondamentaux différents.

On pourrait compléter l'étude à l'intervention problématique des produits cartésiens [246a], rappeler le glissement du discret sur le fini [238d], etc. ; dans la perspective d'un dépassement, la concept normatif actuel de représentation est récupéré à titre de cas particulier. De fil en aiguille, on aperçoit que le concept *théorique* de représentation est « la même chose » que le concept normatif actuel [1], *mais exactement inversé* :

317n *COROLLAIRE DU BOUCLAGE CATASTROPHIQUE. L'accès au concept théorique de représentation requiert [au minimum] le ***rejet*** de *toutes* les conjectures de « ressemblance » [317a] qui cautionnent actuellement les évidences relatives aux représentations [liées à l'effectivité formelle].

On comprend que le concept de représentation puisse susciter quelque « gêne théorique », même chez certains mathématiciens, et que, peut-être les théories de la calculabilité aient été partiellement rédigées « en blanc » [215c].

318 *Remarques sur les montages hybrides de calcul*

Les montages de représentation hybrides permettent de *traduire* dans les mathématiques formelles, la plupart des *théorèmes obtenus dans les univers de calcul [198-207] [208-215]. Nous reprenons seulement ceux qui intéressent directement la problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux, en prenant appui sur les montages hybrides de calcul [316c]. Le schéma [318a] ci-dessous résume la situation : X est un représenté abstrait dénoté par x (écriture formelle), M est un représentant abstrait, et m un représentant concret :

1. De même qu'il y a une théorie « naïve » des ensembles, des calculs « naïfs », etc., ce concept normatif de représensation est « naïf ».

318a

```
                                    C
représentations abstraites  |  abstractions mathématiques
(représentants abstraits)   |   (représentés abstraits)
                            |
RA          M          <----|---->        X             AM
- - - - - - - - - - - - - - ----------------------------------
RC          m          <----|---->        x             EF
                            |
représentations concrètes   |      écritures formelles
    (représentants)         |         (dénotants)
                            C′
```

Puisque nous considérons les montages hybrides de calcul, la représentation vise des propriétés relatives à l'effectuation de calculs, de sorte que ces propriétés, *en tant que propriétés théoriques*, ne concernent que les *représentants* (abstraits ou concrets) et leurs rapports :

318b *LEMME DES CALCULS. Dans un montage hybride de calcul, ne relèvent du [non-]calculable [1] que les ***rapports entre représentants concrets*** ; à cause du couplage *un-un* entre les représentants concrets et les représentants abstraits, *il est convenu* de dire que les ***rapports entre représentants abstraits*** relèvent eux aussi du [non-]calculable.

La réserve *il est convenu* s'impose, car l'exportation de l'effectuation concrète dans l'abstrait des monolithes, afin d'obtenir une propriété de « calculabilité abstraite », est cousue de fil blanc, et ce n'est pas forcer les mots de comprendre cette « calculabilité abstraite » comme l'*effet d'un montage* ! Les conjectures de « ressemblance » [317a] interviennent principalement pour couvrir les jeux d'écritures [252f] [252g] permettant de naviguer dans le *quadrangle de glissements* [277] auquel est assujetti le concept de fonction. Ne revenons pas sur ces difficultés déjà étudiées, et considérons d'abord la face abstraite (régions RA et AM au-dessus de la ligne horizontale [318a]) :

318c *LEMME DU LIEN ABSTRAIT. Relativement à un montage hybride de calcul donné, le rapport entre un représentant abstrait et un représenté abstrait, n'est pas un rapport entre représentants abstraits, et ne relève donc pas, *en tant que tel*, du [non-]calculable.

Le lien de représentation abstraite (entre M et X dans le schéma [318a]) met en rapport deux éléments situés de part et d'autre de la coupure C (fonction de codage, de représentation, etc.) ; il n'est donc pas, *en tant que tel*, interne à l'univers de représentation abstraite RA. Considérons maintenant la face concrète :

318d *LEMME DU LIEN CONCRET. Relativement à un montage hybride de calcul donné, le rapport entre un représentant concret et une écriture formelle, n'est pas un rapport entre représentants concrets, et ne relève donc pas, *en tant que tel*, du [non-]calculable.

La précision *en tant que tel* est nécessaire, car ce *lemme concerne les écriture considérées *selon leur statut* (de représentant ou d'écriture formelle), et non pas seulement selon le jugement *quant à la ressemblance*. De ces deux *lemmes, il suit :

318e *THÉOREME DES LIENS. Relativement à un montage hybride de calcul donné, ***aucun lien*** autorisant le franchissement des coupures (côté abstrait et côté concret) ne relève, *en tant que tel*, du [non-]calculable.

C'est l'application directe de la *conservation des coupures* [317i], sachant que, relativement aux mathématiques formelles actuelles, ces hétérogénéités impliquées par le forçage des postulats normatifs [317j], sont théoriquement inaccessibles [317b] côté abstrait, et formellement indécelables [317c] côté concret :

318f INTERPRÉTATION. Le *théorème des liens [318e] heurte violemment certaines évidences, actuellement en vigueur, relatives aux *fonctions de codage*, aux *fonctions de représentation*, etc. ; corrélativement, on ne peut exclure *a priori* que la démonstration de certains théorèmes ait peut-être sous-estimé le problème théorique de la représentation.

1. C'est-à-dire [201d] de l'opposition entre « ce qui est calculable » et « ce qui n'est pas calculable » au sens des théories de la calculabilité.

Laissons cela de côté. A cause du couplage *un-un* [315b] entre les représentants concrets et les représentants abstraits, il vient :

318g *THÉOREME DES DEUX RÉFÉRENCES. Relativement à un montage hybride de calcul donné, le rapport entre deux écritures référées à un ***même*** élément de l'univers de représentation abstraite (lettre abstraite ou mot abstrait) n'est pas un rapport entre représentants concrets (ou lettres concrètes), et ne relève donc pas, *en tant que tel*, du [non-]calculable.

On retrouve, mais à l'envers, le problème de référer le rapport entre des écritures référées à une même abstraction [259], rapport qui est épongé par le montage de l'égalité :

318h INTERPRÉTATION. Dans le montage par matérialisation (qui sous-tend un montage hybride), la clause d'un couplage *un-un* [315b] entre les représentants (et lettres) concrets et les représentants abstraits (et lettres abstraites) permet d'***éviter*** la présence de rapports entre écritures (représentants concrets) s'évanouissant dans l'identité des représentants abstraits.

Mais, dans le cas des montages hybrides, rien n'empêche, du côté EF des écritures formelles, de dénoter un représentant abstrait :

318i

```
                                   C
représentations abstraites |
(représentants abstraits)  |
                           |
                         M |
RA                  /   \|                      AM
— — — — — — — — — — —/— — —\——————————————————————
RC                /      |\                     EF
                m        |  m′

représentations concrètes |    écritures formelles
    (représentants)       |       (dénotants)
                          C′
```

Le problème du rapport entre dénotants distincts d'un même dénoté ne disparaît donc pas : il se *déplace* en se soustrayant au [non-]calculable [318d]. Toujours à cause du couplage *un-un* :

318j *THÉOREME COUPER/COLLER. Relativement à un montage hybride de calcul donné, il est impossible de référer un représentant concret [comportant plus d'une lettre] à une lettre de l'alphabet abstrait.

Dans le cadre du présent exposé, le *théorème des deux références [318g] et le *théorème couper/coller [318j] suffisent, et nous omettons la transposition des autres *théorèmes obtenus dans le contexte des univers de calcul. Bornons-nous à ajouter le *théorème suivant :

318k *THÉOREME DE LA DISPARITION. Relativement à un montage hybride de calcul donné, si on affirme que ***toutes*** les lettres et écritures concrètes figurent dans l'univers de représentation concrète, alors il n'existe plus aucune écriture formelle disponible.

318l Nous avons remarqué [227e] [230] qu'une telle éventualité est problématique relativement à la dématérialisation des écritures via le principe de remplacement des lettres [203e]. Dans le contexte des montages hybrides, le *théorème de la disparition énonce que, dans une telle éventualité, l'abstrait deviendrait formellement inaccessible. Mais, dans le contexte des présentes thèses, on peut lire ce *théorème autrement :

318m *COROLLAIRE DE LA DISPARITION. Quand on raccorde les théories de la calculabilité et les mathématiques formelles par un montage hybride de calcul, il existe ***nécessairement*** des [rapports entre] écritures qui ne relèvent pas du [non-]calculable.

Or, parmi les [rapports entre] écritures qui ne relèvent pas de du [non-]calculable, figurent précisément ceux qui intéressent le présent exposé [318d] [318g] [318j], lesquels gouvernent les changements de niveau et les développements régressifs :

318n CONCLUSION. Les singularités relatives à la problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux, déjà décelées dans le contexte des traitements d'information, dans les univers de calcul, et dans le montage de l'égalité, se ***traduisent*** [248b] dans les montages hybrides de représentation utilisés habituellement pour articuler l'effectivité formelle et les mathématiques formelles.

318o Dans la pratique, on manoeuvre, avec la discrétion qui convient, l'oscillation entre le point de vue des mathématiques formelles habituelles (homogénéité de l'abstrait et des écritures), et les exigences d'un montage hybride (hétérogénéité de l'abstrait et des écritures). Il se confirme ainsi [144] qu'un usage raisonné du concept de représentation peut contribuer à éponger diverses anomalies sous le couvert d'évidences insoupçonnables :

318p REMARQUE. L'usage de l'écriture est tout, sauf évident ; mais l'étude théorique de cet usage, c'est-à-dire l'étude théorique du rapport entre le savoir (sur les abstractions) et l'écriture, est laissée ***au bord*** des mathématiques, c'est-à-dire ***aux bons soins du sujet***, puisque seules importent les abstractions auxquelles ces écritures sont supposées être référées.

Or, nul n'a jamais eu accès à l'*autre côté* de l'écriture, c'est-à-dire à la face immatérielle des lettres. Référer les écritures à « autre chose » qu'elles-mêmes [250], voilà qui est, exactement, *nécessairement conjectural*.

V-4-3. Le montage de la représentation effective

■ *Après avoir rapidement synthétisé les montages relatifs à l'articulation entre l'effectivité formelle et les mathématiques, nous précisons le montage permettant d'obtenir des représentations effectives de fonctions.*

319 *Calculs et fonctions*

Synthétisons rapidement (et complétons, le cas échéant) ce qui a été exposé concernant la tentative de référer les calculs à des fonctions dans le cadre des mathématiques formelles. Les schémas simplissimes [242a] [275h] se laissent très bien déchiffrer :

319a

```
                 F
          X ─────────▶ Y
abstrait  │           / \
────────  │          /   \
concret   │         /     \
          x     f(x)   =   y
          └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘
```

Ce qui est essentiel dans le point de vue des mathématiques formelles est *moins que rien* dans le point de vue des calculs, et vice-versa [242b] :

319b PREMIERE SYNTHESE (RAPPEL). Lorsqu'on réfère les calculs naïfs à des fonctions selon le schéma [319a], ***le fait d'appliquer*** une fonction (flèche APP), référé au ***passage*** lui-même, se traduit concrètement par « moins que rien » [282d] (substitution, concaténation), tandis que ***le fait de calculer*** (flèche EVAL), qui est pourtant l'essentiel, est compris comme une ***égalité*** reliant deux dénotants référés à une même abstraction [282c]

On peut tenter de ***re-référer*** les *écritures distinctes* f(x) et x à deux abstractions distinctes X′ et Y′ (des mots abstraits, par exemple) de manière que le rapport d'égalité entre ces écritures soit re-référé à une fonction F′ :

319c

```
                F                          f(x)    =     y
          X ─────────▶ Y          ┌──┤      X′─────────▶ Y′
abstrait  │           / \         │         │    F′    / \
────────  │          /   \        ↑         │         /   \
concret   │         /     \       │         │        /     \
          x     f(x)   =   y  ├───┘         x′    f′(x′)  =  y′
          └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘               └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘
```

Outre l'ambiguïté [251g] introduite par le fait de re-référer les écritures, les deux figures posent exactement le même problème, et rien n'est résolu :

319d SECONDE SYNTHESE. Lorsqu'on réfère les calculs naïfs à des fonctions selon le schéma [319c], on tombe sous le coup du *corollaire de forçage [262i] (ambiguïté, contradiction et non recevabilité), et on déclenche une régression sans fin (rien n'est résolu).

On peut tenter d'éviter le *corollaire de forçage en intercalant un joint de représentation (fonction de codage `C` et de décodage `D`) :

319e

```
                      ┌──────────────────◄────────────────┐D
               F      │┌─────►──────┐                     │
          X ─────────► Y      C     X'──────────────► Y'
abstrait  |           / \           |      F'      / \
────────  |          /   \          |             /   \
concret   |         /     \         |            /     \
          x      f(x)  =   y        x'     f'(x')  =   y'
          └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘       └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘
```

Le problème initial se reproduit (régression sans fin) ; de plus, on accroît les difficultés puisque les codages et les décodages doivent être également effectifs :

319f TROISIEME SYNTHESE. Lorsqu'on réfère les calculs naïfs à des fonctions selon le schéma [319e], on déclenche une première régression sans fin (parce que rien n'est résolu), et deux autres (problèmes du codage et du décodage).

Le *raisonnement serait le même si la fonction de codage `C` servait à représenter l'abstraction `X`, la fonction de décodage `D` servant toujours à relier `Y'` et `Y`. Puisque l'égalité « gêne », *il n'y a qu'à la contourner* pour l'éliminer dans un *montage hybride* [316c] et faire apparaître un calcul *au sens des théories de la calculabilité* :

319g

```
                       ┌──◄──:──────────────◄──────────────┐D
          ┌─────►──────┤──►──:──┐C                         │
                             :
          X ─────────► Y     :  X'──────────────────────► Y'
abstrait  |      F    / \    :  |           F'             |
────────  |          /   \   :  |                          |
concret   |         /     \  :  |                          |
          x      f(x)  =   y :  x'                         y'
          └─ APP ─┘└─ EVAL ─┘ :  └──── calcul effectif ────┘
                             :
             dénotation      :       représentation
```

Les abstractions `X` et `Y` sont abstraitement représentées (via les fonctions de codage `C` et de décodage `D`) par `X'` et `Y'` respectivement. Rien n'empêche de choisir, côté représentation, des écritures `x'` et `y'` qui soient « extrêmement ressemblantes » avec les dénotants `x` et `y`, juste ce qu'il faut pour éviter les ambiguïtés. Le calcul effectif, côté représentation, arrête et éponge les régressions sans fin :

319h QUATRIEME SYNTHESE. Mis à part le fait que les fonctions de codage et de décodage ne relèvent pas de la problématique du [non-]calculable [318e] [318f] ; mis à part le fait que le représentant abstrait `F'` de `F` ne représente pas plus `F` que la fonction `x_plus_trois` ne représente la fonction `x_plus_deux` ; et mis à part le fait que d'éventuelles « ressemblances » entre les dénotants et les représentants proviennent de « coïncidences fortuites » dûes à des « choix arbitraires », le montage hybride [319g] donne satisfaction.

319i On note la présence de ***trois dimensions d'indétermination*** : choix des dénotants (côté dénotation), choix des fonctions de codage et de décodage (articulation des deux parties du montage), et enfin, choix des dénotants (côté représentation). Par ailleurs, les fonctions de codage et de décodage *échappent* au montage, et requièrent des ***manipulations d'écritures*** au sens des « calculs [pas si] naïfs » des mathématiques formelles :

319j PREMIERE CONCLUSION. Conformément à nos thèses [312i], dès qu'on tente de contourner ou d'éliminer le montage de l'égalité, les régressions sans fin, les indéterminations et les changements de niveau épongés par ce montage *ne disparaissent pas*, mais ***se conservent***, après d'éventuels déplacements, traductions et ré-agencements.

320 *Un problème nomade*

Le schéma [319g] du montage hybride simple rappelle la difficulté fondamentale [312c] [312d] : quand on a éliminé (ou contourné) le montage de l'égalité, on se trouve nez à nez avec un abîme régressif, effectif et formellement indécelable. Paradoxalement, c'est bien ce qu'on cherchait : *maintenant, on peut passer*. Mais on passe *seulement effectivement*, dans la géométrie aérienne de *trois dimensions d'indétermination* [319i] :

320a REMARQUE. Dans le même temps que les abstractions en rôle de données et de résultats sont représentées par des écritures, les rapports ***entre*** ces abstractions (des fonctions, par exemple) sont représentés par l'***effectivité*** de rapports ***entre*** des écritures, ne donnant lieu qu'à des ***traces formellement indécelables***.

En *ce* sens, le problème de la représentation effective est *résolu* : les abstractions « statiques » sont représentées par des écritures « statiques », tandis que les abstractions « dynamiques » (les passages) sont représentées par l'effectivité « dynamique » des rapports entre écritures. Mais, d'un point de vue mathématique, un tel état de fait est « choquant », puisque, les traces indécelables n'étant rien, on a « perdu » la possibilité d'associer les fonctions à des traces formellement indécelables, c'est-à-dire à des écritures :

320b L'ENJEU FONDAMENTAL. L'enjeu fondamental du problème de la représentation effective des fonctions est l'acte *saisir comme*, dans le cas particulier : ***saisir*** un rapport effectif entre écritures ***comme*** une écriture.

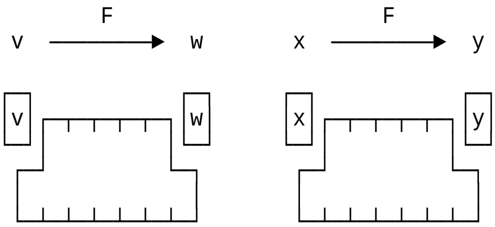
Comprenons la difficulté en revenant sur le schéma du quadrangle de glissements [277a] concernant les fonctions. Ce problème de la représentation des fonctions est un *problème nomade* : quand on « voit » les fonctions comme des f-ensembles, on s'attend qu'une fonction soit représentable par une écriture (tout est immuable, rien ne passe, donc rien n'est « dynamique ») ; par ailleurs, quand on « voit » les fonctions comme des rapports entre abstractions, c'est-à-dire comme des passages, on s'attend qu'une fonction soit représentable par un passage (effectivité, aspect « dynamique ») :

320c LE PROBLEME NOMADE. Mais comme on imagine, à cause des fictions théoriques de l'abstrait standard où l'entre-deux n'est rien, qu'une fonction est « la même chose » comme passage « dynamique » (entre-deux) ou comme f-ensemble « statique » (monolithe), on ne veut pas trancher, et on cherche désespérément une représentation effective qui soit, contradictoirement, ***à la fois un monolithe et un entre-deux*** (à la fois « statique » et « dynamique »).

Alors évidemment, tout devient étrange, puisqu'on tente de reproduire, dans les représentations effectives, le miracle d'un abstrait immuable forgé tout spécialement pour éponger diverses difficultés, parmi lesquelles figure précisément le quadrangle de glissements [277a] qui régit le concept de fonction grâce à la complicité du montage de l'égalité. Quand on regarde le schéma du montage hybride [319g], il est clair qu'on ne peut plus croire (côté représentation) que le rapport ***entre*** deux abstractions ***est*** une abstraction au même titre que les abstractions reliées.

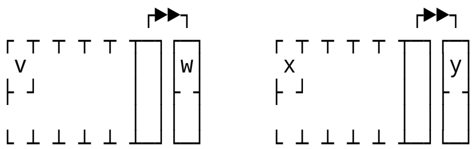
321 *Une écriture qui fait défaut*

Avant de compléter le schéma du montage hybride simple [319g] pour installer les représentations effectives de fonctions, prenons soin de bien prendre la mesure du problème nomade [320c] dans la perspective de ces représentations, lesquelles consistent [320b] à saisir comme une écriture l'effectivité de rapports entre écritures. *Raisonnons sur des historiques d'états dans le contexte d'un *interprète effectif séquentiel* non nécessairement universel. Soient quatre écritures distinctes `v`, `w`, `x`, et `y`. On imagine que les rapports `v`➔`w` et `x`➔`y` sont « le même », en ce sens qu'ils sont associés abstraitement à une même fonction `F` :

321a


f[v,w] f[x,y]

Considérant ***un même*** interprète séquentiel, il suffit de *remonter* de l'état final vers l'état initial pour établir que les deux fragments d'historiques `f[v,w]` et `f[x,y]` sont ***nécessairement distincts***. Examinons en effet la dernière transition :

321b


H[F,v,w] H[F,x,y]

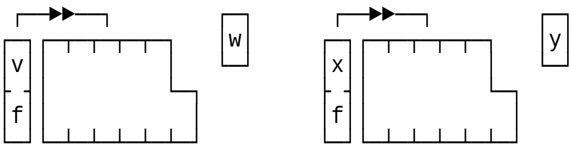
Puisque l'interprète est séquentiel, un état successeur *ne* dépend *que* de son prédécesseur immédiat ; donc si les états finaux sont distincts dans les deux historiques, les prédécesseurs le sont également. Or le pénultième état doit figurer *in extenso* dans les fragments d'historiques (c'est-à-dire les écritures) `f[v,w]` et `f[x,y]` [321a] ; donc, si les écritures `w` et `y` sont distinctes, les écritures `f[v,w]` et `f[x,y]` le sont également :

321c *THÉOREME DU DÉFAUT D'ÉCRITURE. Relativement à un interprète effectif séquentiel donné, *il est impossible* de trouver une ***unique écriture*** qu'on puisse associer à deux rapports ***entre*** données et résultats dont les résultats sont *distincts* (ces rapports fussent-ils imaginés être « le même »).

On voit le hiatus[1] : d'un côté on *imagine* que le rapport est « le même » (une même fonction `F`, par exemple), mais d'un autre côté, *il est impossible* de trouver une unique écriture qui convienne aux deux (relativement à un même interprète séquentiel) :

321d *THÉOREME DES DEUX SINGULARITÉS. Le *théorème du défaut d'écriture [321c] est limité par deux singularités où une unique écriture est concevable : la première concerne les ***fonctions constantes*** (tous les historiques peuvent produire un même résultat) ; la seconde concerne les interprétations ***en un pas*** (l'unique écriture peut être une trace indécelable).

Ces deux singularités sont communément exploitées : la première, pour glisser une valeur sur une fonction constante qui calcule cette valeur ; la seconde... c'est la virgule de l'armature syntaxique des couples (ou toute autre lettre ayant un rôle analogue, la lettre ➔, par exemple). Le *théorème du défaut d'écriture s'applique régressivement : supposons en effet que les états initiaux comportent, dans les deux cas, ***une même*** écriture `f` *en plus* de la donnée :

321e


f[-f,v,w] f[-f,x,y]

Les bribes d'historiques `f[-f,v,w]` et `f[-f,x,y]` sont distinctes dès lors que les écritures `w` et `y` le sont, de sorte que le *théorème du défaut d'écriture [321c] est applicable aux rapports `vf`➔`f[-f,v,w]` et `xf`➔`f[-f,x,y]` :

1. Nous avons *raisonné sur des historiques d'états, mais on pourrait obtenir un *théorème analogue en *raisonnant sur la *décomposition* de la fonction `F`.

321f *COROLLAIRE DE LA FONCTION D'HISTORIQUE. Si le *théorème du défaut d'écriture [321c] est applicable à deux rapports entre données et résultats, il est également applicable au rapport ***entre*** l'étape initiale des interprétations et la bribe d'historique qui va compléter le lien entre les données et les résultats (cf. schéma [321e]).

On peut également considérer l'interprète séquentiel lui-même sous l'angle de la *fonction de transition d'état* qu'on peut envisager de lui associer :

321g *COROLLAIRE DE LA FONCTION DE TRANSITION D'ÉTAT. Dès lors qu'un interprète séquentiel comporte au moins deux transitions aboutissant à deux états distincts (condition d'applicabilité du *théorème du défaut d'écriture [321c]), il est impossible de trouver une ***unique écriture*** qu'on puisse associer aux transitions ***entre*** les états de cet interprète, celui-ci fût-il épinglé *universel*, et tentât-on de saisir ces transitions comme *une même* fonction.

Ces *théorèmes ne sont évidemment qu'une manière de rappeler le b-a-ba de la séquentialité des interprètes effectifs. Toutefois :

321h SECONDE CONCLUSION. Le rôle fondamental de la séquentialité des interprètes effectifs provient [en particulier] du fait que ce concept est ***exactement calé*** sur des écritures qui font défaut [1].

On ne manque pas d'apercevoir l'*étrangeté* des entreprises théoriques qui, tout en agrippant le plus ferme et le plus évident appui de l'effectivité formelle, continuent de s'en remettre à la conception normative de l'écriture discrète, finitiste et « sans blancs ». Pour notre part, nous ne savons pas débrouiller cet imbroglio sans concevoir les *équivalences théoriques qui articulent l'effectivité, les traces indécelables, et les régressions sans fin. Conformément à notre méthode qui consiste à *remonter* des réponses vers les questions :

321i TROISIEME CONCLUSION. Les problèmes fondamentaux concernant la définition en compréhension (fonctions), les algorithmes (nomadisation dans le quadrangle de glissements), les représentations effectives (théories de la calculabilité) et la programmation (informatique) peuvent se comprendre relativement à ce centre de gravité d'***écritures qui font défaut***.

Il est inutile de revenir sur ce que nous avons déjà exposé [131] [132] [135-139] concernant les armatures syntaxiques et certains glissements ; notons simplement :

321j QUATRIEME CONCLUSION. Une lettre (ou une écriture) en place d'une *écriture qui fait défaut* comme rapport *entre* écritures [321c] ***n'a pas le même statut*** que les écritures liées par ce rapport : la confusion éventuelle des unes et des autres, par l'effet de « coïncidences fortuites », relève de la technique des ***glissements d'écritures*** [2].

1. Nous ne disons pas que seul le concept de séquentialité a cette propriété. Notons que le parallélisme éventuel de certains interprètes n'a d'autre effet que celui d'amplifier le *théorème du défaut d'écriture [321c], puisqu'on ne peut même pas, dans le cas général, associer un unique historique à un même rapport entre donnée et résultat.

2. Les théories de la calculabilité apportent un soin tout particulier à éviter les glissements qui porteraient ombrage aux interprètes universels. Dans le cas du lambda-calcul, la lettre grecque qui joue le rôle titre dans cette approche notifie emblématiquement son origine allogène. Dans l'approche de TURING, c'est la distinction « matérielle » entre le *ruban* et la « machine », laquelle consiste ***seulement***, même dans le cas de la machine universelle, en des *définitions formelles* que seul le mathématicien interprète effectivement. Dans son *Traité des algorithmes*, MARKOV distingue très soigneusement les *représentations d'algorithmes* et les *prescriptions*, ces dernières n'étant effectivement interprétées que par le mathématicien. Quand on lit ce traité, on constate qu'il s'en faut d'un cheveu pour qu'une infime variation dans des choix arbitraires et autorisés concernant la syntaxe des prescriptions, ne provoque l'évanouissement du problème de la représentation (et donc aussi celui de la distinction entre prescriptions et représentations) dans un ***glissement d'écritures***. Toutefois, quand il s'agit de *dénombrer* ces machines ou ces interprètes, il semble bien que certaines distinctions se dissipent dans certaines évidences qui mériteraient d'être interrogées.

322 *Le montage de la représentation effective*

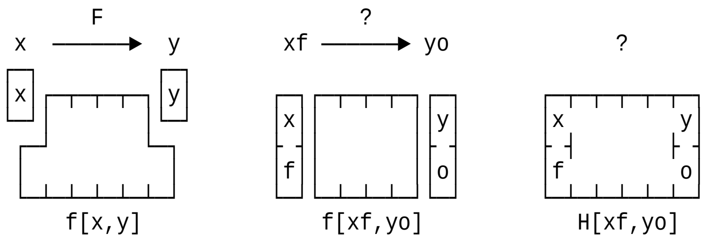
Ce que nous venons de préciser nous conduit maintenant à compléter le schéma [319g] du montage hybride simple afin de *greffer* la représentation [formelle] effective des fonctions. Le caractère nomade [320c] du problème de la représentation se comprend maintenant très bien, puisque l'enjeu fondamental sous-jacent, à savoir [320b] saisir des rapports entre écritures comme des écritures, est *régressivement insoluble* dans le contexte des interprètes séquentiels, puisque [321c] ces écritures font défaut. Forcer une impossibilité, c'est *exactement* ce qu'on va demander à un *montage théorique* :

322a LE PROBLEME INSOLUBLE. Sachant que le problème de la représentation effective des fonctions est, ***en son principe***, insoluble, le montage théorique destiné à produire ***quand même*** de telles représentations subira l'astreinte de verser quelques *taxes d'ajointement*.

Ces *taxes* sont le prix qu'exige un *impossible* pour être contourné ou forcé : la monnaie de change universelle est la *contradiction*, différents équivalents régionaux pouvant avoir cours ici et là.

Nous avons reconstitué le problème [322a], et nous connaissons la solution. Il ne reste donc qu'à disposer convenablement les différentes pièces du puzzle. Résumons la situation sur un schéma, en reprenant l'exemple simplifié du rapport `x→y` [321a] :

322b



Le montage hybride simple [319g] donne lieu au rapport *entre* les écritures `x` et `y`. La représentation effective ne peut pas être la bribe d'historique `f[x,y]` (figure de gauche), laquelle, au sein d'une même fonction, est distincte de la même manière que les résultats sont distincts (*théorème du défaut d'écriture [321c]). On se conforme donc à la figure centrale :

322c MONTAGE DE REPRÉSENTATION EFFECTIVE. Un *montage de représentation effective* se greffe sur un ***montage hybride*** [de calcul] [316b] [316c] : on ***réserve*** tout ou partie de ce qui est laissé libre par la ***donnée*** dans l'étape initiale[1] afin d'y assigner une ***écriture***, dite ***représentation [formelle] effective*** d'une fonction, qui convienne pour ***tous*** les [représentants des] couples d'***une même*** fonction, étant supposé[2] que l'étape finale comporte le résultat attendu, moyennant l'effacement d'un reste éventuel[3].

Le schéma [322f] donne un aperçu d'ensemble : c'est un montage hybride simple [319g], sur lequel vient se greffer une représentation effective, sachant que les représentations concrètes ont été disposées comme des
322d historiques d'états [322b]. Pour éviter une inflation de désignations, nous avons choisi les mêmes lettres du côté des représentés abstraits et du côté des représentants abstraits :

---

1. Nous ne détaillons pas diverses nuances qui mériteraient un examen plus approfondi. Le *raisonnement que nous menons concerne surtout le fait qu'une *partie* de l'étape initiale doive être réservée, plus ou moins explicitement, pour la représentation effective, de sorte que cette représentation est un *éclat d'état*. Dans le cas des machines informatiques, c'est clairement le *programme* (éventuellement augmenté de ses variables de travail, du système, etc.). Dans le cas des algorithmes de MARKOV, c'est la *représentation de l'algorithme* (suite de règles de réécriture) séparée des données par un caractère spécial. Dans le cas des machines de TURING, c'est la *représentation (codage) d'une machine* sur le ruban d'une machine universelle. Dans le cas du lambda-calcul, c'est la différence entre la « fonction proprement dite » et les arguments. Etc.

2. Cette supposition concerne en particulier le *problème de l'arrêt*. Nous ne reprenons pas le détail de ce problème, de sorte que tout ce qui suit concernant les rapports entre données et résultats doit être entendu (sauf mention explicite contraire) sous condition que les calculs s'arrêtent.

3. Cf. le *théorème d'extraction [306e].

322e CONVENTION TYPOGRAPHIQUE. La disposition géométrique des schémas permet en général de lever les ambiguïtés résultant de l'utilisation des mêmes lettres pour les deux côtés du montage ; dans le texte, et en cas de difficulté de lecture, les lettres relatives à la ***dénotation*** (dénotants et représentés abstraits dénotés) seront ***en gras***[1].

Par ailleurs, pour alléger le schéma, nous avons omis d'indiquer la fonction `F` comme abstraction individuée :

322f
```
          représentés abstraits :    représentants abstraits
                                :
                          ┌◄──:──────────────────◄─────────┐D
          ┌──────►────────┤─►─:─┐C                          │
                                :
          X ──────────► Y       :  X └─► XF  - - - ► YO ─┘► Y
abstrait  │      F       / \    :  │      │          │      │
────────  │             /   \   :  │      │          │      │
concret   │            /     \  :
          x       f(x)  =   y   : [x]    [x]  [    ]  [y]    [y]
                                :        [f]          [o]
                                :
          └ APP ┘└ EVAL ┘       : └ CCT ┘└─ ITR ─┘└ EXT ┘
                                :
               dénotation       :  représentation effective
```

Le côté dénotation est connu, et un bref commentaire suffit pour le côté représentation : le passage `x`→`xf` est en fait une sorte *concaténation* (flèche `CCT`) de la donnée `x` et de la représentation effective `f` (non figurée en solo sur le schéma) ; le passage `xf`→`yo` est l'interprétation effective (flèche `ITR`) qui donne lieu à l'historique d'états ; le passage `yo`→`y` est l'extraction du résultat (flèche `EXT`) de l'étape finale [306e].

323 *Remarques sur le montage de représentation effective*

Le montage de représentation effective est conforme à ce qui est requis pour les théories de la calculabilité, aussi bien que pour articuler les traitements d'information et les mathématiques formelles. Bornons-nous à proposer quelques remarques :

323a CINQUIEME CONCLUSION. Le montage de la représentation formelle effective importe une ***quatrième dimension d'indétermination*** : pour chaque rapport entre deux écritures, il existe généralement plusieurs manières d'être du passage de l'une à l'autre (relativement à un interprète effectif donné).

Si, en plus, on admet la possibilité de développer régressivement un interprète effectif universel[2], on obtient une *multiplicité innombrable* qui parcourt cette quatrième dimension d'indétermination *indépendamment des trois autres*. Les taxes [322a] sont particulièrement lourdes, puisque la représentation effective d'une fonction s'inscrit, *relativement aux fictions de l'abstrait normatif standard*, dans les sables désertiques d'une indétermination [au moins] quadri-dimensionnelle. Ne perdons pas de vue [111g] [122] [123] [130-134] l'usage qui en est fait :

323b SIXIEME CONCLUSION. Au plan pratique, on exploite extensivement cette indétermination quadri-dimensionnelle, aussi bien dans les théories de la calculabilité (variété des interprètes universels, des codages, des représentations associées à « une même » fonction, etc.), que dans les traitements d'information (variété des machines, des configurations, des niveaux de représentation et d'abstraction, des implémentations, des programmes, des systèmes de conduite, des historiques d'exécution, etc.).

---

1. Il convient donc de comprendre que les abstractions ne sont pas les mêmes de part et d'autre : par exemple, l'abstraction **X** (représenté abstrait dénoté par le dénotant **x**) est peut-être un nombre entier, tandis que l'abstraction `X` (représentant abstrait dénoté par `x`) est peut-être un *mot abstrait*.

2. Les développements régressifs de machines ou d'interprètes universels s'effectuent *même dans les théories de la calculabilité* sous le couvert de la « simulation » d'une machine sur une autre. Au demeurant, ce qu'on épingle *représentation d'une machine* (non universelle) sur une machine universelle n'est, du point de vue des présentes thèses, qu'un développement régressif partiel.

On exploite cette indétermination *au plan pratique*, c'est-à-dire sous couvert des effets opératoires qui s'ensuivent. D'un point de vue théorique, cette indétermination est un peu encombrante, et on tend souvent à la réduire (ou à l'éponger) par divers procédés, car c'est la problématique des niveaux qui affleure la plupart du temps. On observe donc généralement certaines précautions et certains usages :

323c APERÇU DES CALAGES. De manière générale on a « parfois » recours à des ***coïncidences fortuites*** pour provoquer un ***bouclage*** du montage de manière à figer tout ou partie de la géométrie aérienne des quatre dimensions d'indétermination : 1. dénotants et expressions dûment standardisés et figés (mathématiques formelles, côté dénotation) ; 2. représentation des données dûment standardisée et figée (correspondance entre dénotants et représentants pour court-circuiter la représentation abstraite) ; 3. choix judicieux produisant des « ressemblances troublantes » entre les représentations formelles effectives et les énoncés en compréhension (ou autres expressions intervenant du côté des mathématiques formelles).

Nous attirons l'attention sur le caractère assez extraordinaire, et parfois même fascinant, des *effets* qu'on peut obtenir par de tels calages, sachant que les plus « extrêmes ressemblances » ne sont dûes qu'à l'indétermination quadri-dimensionnelle qui ouvre leur possibilité, et qu'on éponge, parfois sans même s'en apercevoir, d'un banal glissement d'écritures.

V-4-4. Les taxes de l'ajointement

■ *Nous complétons l'étude de la représentation effective par l'examen de quelques limites, provenant de la « résolution » d'une problématique, insoluble en son principe.*

324 *Les problématiques de l'ajointement*

Lorsqu'on raisonne en prenant appui sur les fictions normatives qui présentent les fonctions comme des f-ensembles [266a], on ne comprend pas très bien comment il pourrait se faire que des fonctions (concernant des ensembles finis) ne soient pas calculables. Comme nous l'avons déjà noté [213d], le prétexte consistant à invoquer la contingence qui accable l'humanité ne semble pas convenir :

324a RAPPEL. Les théories de la calculabilité [effective] concernent des fonctions ***potentiellement calculables***, c'est-à-dire des fonctions dont les ensembles de valeurs (données et résultats) sont réputés *concrètement représentables*.

Or, si une fonction est une fonction, c'est un f-ensemble, donc on peut l'associer, du moins en principe, à une interprétation *en un pas*, ce qui constitue une *condition suffisante* pour qu'un calcul commence et s'arrête. D'où on *devrait* conclure :

324b *THÉOREME (?) D'IMPOSSIBILITÉ. Si une fonction est une fonction, et si ses ensembles de valeurs (données et résultats) sont concrètement représentables, alors ***il est impossible*** que cette fonction ***ne soit pas calculable*** (au sens des théories de la calculabilité).

C'est une autre manière de présenter ce que nous avions remarqué [213] [215] en abordant la problématique états/niveaux par les univers de calcul et de formalisation. Nous avons déjà souligné [268b] la difficulté de comprendre ce que peut bien signifier l'expression « un f-ensemble calculable » (puisqu'une fonction est un f-ensemble) ; par ailleurs :

324c REMARQUE. On a quelque peine à croire que des phénomènes oblitérés par la contingence matérielle (l'effectuation concrète) soient de quelque secours pour trier des abstractions immuables.

Nous sommes aux prises avec les fictions de l'abstrait normatif, qui ne tiennent pas debout sans le montage de l'égalité qui les soutient [252d]. L'étude du montage de l'égalité a montré que l'effectivité des manipulations d'écritures s'imposait également en mathématiques ; une différence importante entre les deux montages de l'égalité et de la représentation effective provient donc de l'usage et du destin de l'effectivité :

324d REMARQUE. Dans les mathématiques formelles, on tend à effacer toute trace de l'effectivité impliquée par l'usage de l'écriture (fiction d'un abstrait immuable), puis on convoque le sujet pour l'assumer, et enfin on efface toute trace du sujet [283] ; dans les théories de la calculabilité et les traitements d'information, on dégage l'effectivité, et on la manoeuvre de telle manière qu'un appareil puisse se substituer, *dans certains cas* (automaticité), à l'effectivité que le sujet assume habituellement.

D'un point de vue fondamental, les défauts d'écritures s'imposent également de part et d'autre, et donnent lieu à des problèmes insolubles exigeant l'intervention de montages théoriques. Toutefois, il serait illusoire de croire que le montage de la représentation effective peut être analysé en quelques pages ; nous voulons donc *seulement* [238g] attirer l'attention sur quelques particularités qu'on ne manque pas de constater dès lors qu'on tente d'ajointer les pièces éparpillées du puzzle, et de vérifier [partiellement] que notre [ré]interprétation en termes de passages à la limite est compatible avec les théorèmes généraux acquis dans les théories de la calculabilité relativement aux mathématiques formelles, et que les problèmes insolubles selon un point de vue le sont aussi de l'autre (traduction des singularités).

325 *Un schéma synthétique du montage de représentation effective*

Tout ce que nous avons étudié concernant les montages de représentation abstraite et concrète [238-258], le concept de couple [259-280], les fonctions [281-310] et l'égalité [311-329] permet de comprendre que les deux côtés du schéma [322f] sont plus proches l'un de l'autre qu'il ne paraît : les flèches APP et EVAL du montage de l'égalité sont effectives au même titre que les flèches CCT, ITR et EXT de la représentation. Nous pouvons donc dresser un schéma synthétique du montage de la représentation, plus complet que le précédent [322f] :

325a
```
      représentés abstraits     :   représentants abstraits
                                :
                         ┌◄─────:──────────────◄──────────┐ D
   ┌──────────►──────────│─►────:─┐C                      │
                                :
   X ─────────────────► Y       :  X ┌──────────────────► Y
abs.│        F         / \      :  │ └► XF ───────► YO──┘ │
────│                 /   \     :  │     │           │    │
ecr.│                /     \    :  │     │           │    │
   x ─► f(x) ── f(x)   =    y   :  x    xf          yo    y
             \   /              :
   └ APP ┘    LIM   └ EVAL ┘    :  └ CCT ┘└── ITR ──┘└ EXT ┘
                                :
          dénotation            :  représentation effective
```

Du côté de la dénotation (mathématiques formelles habituelles), nous avons figuré le triangle diabolique du passage à la limite LIM en regard du passage F entre les abstractions[1] ; du côté de la représentation, nous avons simplement allégé la schématisation des historiques d'états. Commentons brièvement :

325b PREMIERE CONCLUSION. Conformément à notre pratique et aux jeux d'écritures habituels, la composition de l'étape initiale de l'interprétation (composition de la donnée et de la représentation effective de la fonction, flèche CCT : x→xf) est à rapprocher des « broutilles » de l'application x→f(x), flèche APP.

Corrélativement, l'interprétation effective ITR correspond au passage à la limite condensé dans l'égalité, triangle LIM, tandis que l'extraction du résultat, flèche EXT, correspond à la diminution de détermination EVAL. Synthétiquement, il est clair que l'exigence d'une correspondance ***un-un*** entre les représentants concrets (écritures) et les représentants abstraits liée aux montages de représentation [315b] a pour effet de « réfléchir

1. Dans ce schéma, la flèche EVAL n'est qu'une partie du montage de l'égalité, et correspond seulement à une diminution de détermination côté résultat [305e].

dans l'abstrait » le montage de l'égalité, normalement inaccessible par la clause d'un usage purement instrumental de l'écriture :

325c SECONDE CONCLUSION. Le montage de la représentation effective est une sorte de ***reflet abstrait*** du montage de l'égalité, lequel ne s'applique normalement qu'***aux écritures formelles***.

326 *Un développement minimal*

On peut en effet comprendre l'ensemble du montage de la représentation effective comme le développement régressif d'un passage à la limite. On prolonge ainsi l'idée, avancée dans l'étude générale des limites [298-303], d'une application régressive du *théorème du passage à niveaux [302g] afin de faire apparaître les différents *niveaux* de décomposition et de représentation [302k] : il convient de comprendre que les *représentés abstraits* (côté dénotation) ne sont pas au même *niveau d'abstraction* que les *représentants abstraits* (côté représentation), et que ces « fonctions » de codage et de décodage correspondent en fait à des *variation de détermination*, c'est-à-dire à des changements de niveaux [318e] [318f]. En laissant provisoirement de côté les écritures concrètes (aussi bien les dénotants que les représentants), on peut reprendre le schéma synthétique [325a] et s'en tenir à un point de vue abstrait dans la perspective d'un développement régressif minimal :

326a

```
                F
     X ─────────|─────────► Y          ◄ représentés abstraits
  C ↓+ \        |          / -↑ D   - - - - - - - - - - - - - - -
         X  - - -|- - -► Y             ◄ représentants abstraits 1
CCT ↓+   \      |       /   -↑ EXT
          XF  - -|- -► YO              ◄ représentants abstraits 2
??? ↓+     \    |     /     -↑ ??? - - - - - - - - - - - - - - -
            //    //,YO                ◄ transition d'état en un pas
??? ↓+  - ───\───┴───/─── -  -↑ ???
             XF,YO                     ◄ 1ère expression commune
             ↓↓↓↓↓                     ◄ développement régressif
```

Le schéma synthétique [325a] a été simplement redisposé, mais toutes les abstractions sont présentes dans ce triangle diabolique. Chaque décomposition du triangle total donne lieu [302l] à un *quadrilatère apparent* (au-dessus) et à un *triangle diabolique* (en-dessous). Le passage **X→Y** (représenté abstrait) est représenté (fonctions C et D de codage et de décodage) en un passage X→Y (représentants abstraits [1]) :

326b TROISIEME CONCLUSION. La première décomposition correspond à ce qu'on nomme habituellement ***la représentation*** [abstraite] ***des données*** (flèches de codage C et de décodage D).

Notons que le passage **F** a été lui aussi représenté, car, par exemple, le rapport **F** entre des *nombres* **X** et **Y** n'est pas « la même chose » que le rapport F entre des *mots abstraits* X et Y. Notons :

326c REMARQUE. Le ***codage*** (flèche C) correspond bien à un *accroissement de détermination*, car chaque représenté abstrait peut être associé à une multiplicité de *représentants abstraits* distincts (il faut donc un choisir un) ; corrélativement, le ***décodage*** (flèche D) correspond bien à une *diminution de détermination* (l'identité du représenté abstrait correspond à un degré maximal d'indétermination).

On retrouve ensuite le montage de la représentation effective [322c] :

326d QUATRIEME CONCLUSION. La seconde décomposition correspond à la représentation effective : composition de la donnée avec la représentation de la fonction (flèche CCT, accroissement de détermination), et extraction du résultat (flèche EXT, diminution de détermination).

1. Rappelons [322e] que, pour alléger les désignations, les lettres sont les mêmes du côté de la dénotation et du côté de la représentation. Dans le cas présent, les représentés abstraits sont en gras pour éviter les ambiguïtés. Ainsi, par exemple, les représentés abstraits **X** et **Y** seront des *nombres*, tandis que les représentants abstraits X et Y seront des *mots abstraits* (cf. l'exemple d'artithmétique [288] [289]).

Le passage `X→Y` entre les représentants abstraits a, lui aussi, été représenté, car ce passage `X→Y` n'est pas « la même chose » que le passage `XF→Y0`. Puisque le schéma [326a] propose seulement un *développement minimal*, on arrête le développement : chaque donnée (composée avec la représentation effective de la fonction) s'***accorde*** avec le résultat (composé avec un reste) pour que la ***convergence*** vers une ***première expression commune*** (la limite la moins déterminée) soit obtenue :

326e CINQUIEME CONCLUSION. La troisième décomposition donne lieu à une transition d'état (interprétation effective) ***en un pas***, qui est théoriquement *équivalente à un passage à la limite ***au degré maximal d'indétermination*** pour le montage de représentation.

C'est ce degré maximal d'indétermination `XF,Y0` qui pourrait être saisi comme un couple `(XF,Y0)` figurant dans le f-ensemble d'une fonction. Rappelons la corrélation entre l'*indétermination* et l'*effectivité* :

326f RAPPEL. L'interprétation effective *en un pas* correspond à un degré maximal de condensation de l'effectivité (richesse sémantique maximale de chaque transition), c'est-à-dire à un degré maximal d'indétermination (on ne connaît rien d'autre de cette transition que son effet apparent).

On peut rappeler également que les *valeurs* se distinguent des *états*, en ce sens que les valeurs sont « au repos », tandis que [302d] les états sont « sur le point de devenir autre » ou « juste devenus ce qu'ils sont » (présence de lettres biffées). Si on revient au schéma synthétique [325a], on constate, globalement :

326g SIXIEME CONCLUSION. Le montage par représentation effective ne contourne le montage de l'égalité que pour obtenir d'***autres*** passages à la limite ; mais, d'un point de vue fondamental, les deux montages sont assujettis aux mêmes principes.

Il va de soi que le schéma de développement minimal [326a] est à comprendre comme un schéma de principe, et que les trois étapes de décomposition qui viennent d'être brièvement commentées (de manière fort insuffisante, d'ailleurs) ne sont proposées qu'à titre indicatif : il s'agit toujours de développer *partiellement* des régressions *sans fin*.

327 *Une incidence méthodologique du développement minimal*

Le développement minimal [326] aboutit à une interprétation effective *en un pas* [326e]. Or, le montage de représentation effective que nous sommes en train d'étudier a toutes les capacités requises pour s'universaliser (au sens des théories de la calculabilité). Par conséquent :

327a SEPTIEME CONCLUSION. La problématique théorique de l'interprète [universel] d'un montage de représentation est ***indépendante*** du nombre de pas requis pour les interprétations effectives attendues : rien n'exclut donc *a priori* qu'un interprète [universel] soit un interprète en un pas.

Ce point est important, car il conduit à dissocier deux problèmes : l'un qui concerne la *spécificité d'un interprète* relativement à une fonction donnée (cet interprète correspond exactement à la fonction, peu importe le nombre de transitions) ; l'autre qui concerne *le nombre de transitions* requises pour passer d'une donnée à un résultat (le nombre de transitions est affaire de *détermination* [326f] : degré de condensation de l'effectivité, richesse sémantique). A cet égard :

327b REMARQUE. Comprendre une fonction comme un f-ensemble (degré maximal d'indétermination des couples), c'est, en quelque sorte, associer *a priori* un interprète ***en un pas*** (degré maximal d'indétermination de l'interprète) à une fonction.

C'est le principe du *glissement* des fonctions sur les *spécifications fonctionnelles* [135], qui, d'un point de vue méthodologique, est particulièrement important :

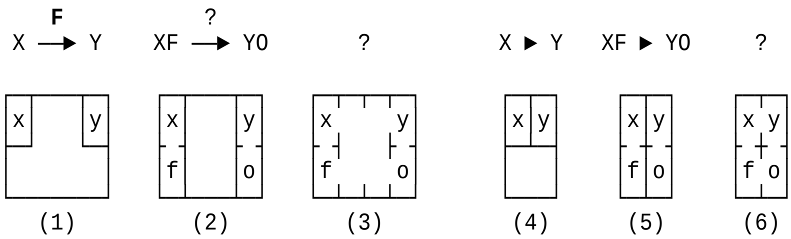
327c *THÉOREME DES DÉVELOPPEMENTS. *Si* on rapporte des calculs (effectivité formelle) ou des traitements d'information (applications informatiques, par exemple) à des fonctions mathématiques, *alors* ces mises en rapport sont *théoriquement *équivalentes* à des ***développements régressifs*** d'un interprète en un pas (représentation, programmation, implémentation, parallélisation, etc.), ou à des ***enveloppements régressifs*** visant à reconstituer un interprète en un pas (sémantiques, validité, démonstrations, etc.).

De manière générale, il s'agit de jouer sur les variations de détermination du passage à la limite, soit par diminution de l'indétermination, ce qui *équivaut à décondenser l'effectivité (implémentation), soit par accroissement de l'indétermination, ce qui *équivaut à condenser l'effectivité (sémantique). Ce *théorème est placé sous deux réserves : la première concerne l'utilisation des fonctions, car rien n'implique nécessairement que ce soit toujours une bonne stratégie théorique de s'en remettre à des fonctions ; la seconde concerne le fait qu'il s'agit seulement d'une **équivalence théorique*, car rien n'implique nécessairement que de tels problèmes se présentent toujours concrètement sous cette forme, et que les interprètes en un pas doivent être rendus explicites (définition des fonction en extension) :

327d HUITIEME CONCLUSION. Le *théorème des développements synthétise ce que nous avions ébauché en étudiant le dépassement du principe d'identité [185-197].

328 *L'irreprésentabilité*

Nous avons pris soin d'ancrer notre interprétation dans la dérive d'un problème insoluble [322a] attelé à des écritures qui font défaut [321c]. Nous concevons donc que le montage de la représentation effective [322c] parvient à *forcer quand même* l'impossibilité de la représentation, grâce, certes, à une utilisation raisonnée [323a] [323b] [323c] des quatre dimensions d'indétermination, mais surtout grâce à quelques *taxes d'ajointement* portées au crédit de cette impossibilité. Reprenons le schéma [322b] (situé dans le schéma d'ensemble [322f]) des historiques d'états :

328a


Prenons soin de bien mettre en évidence ce qui fait *tenir* le montage. On exploite *deux fois le même historique* (figure 3) : d'une part, figure 1, pour chaque donnée `x` on doit obtenir le résultat `y` (spécification fonctionnelle), et, d'autre part, la composition `xf` de chaque donnée `x` [de la fonction] avec la représentation effective `f` doit produire `yo`, c'est-à-dire le résultat [éventuellement] composé avec un reste :

328b LA DOUBLE LECTURE. Pour qu'on puisse affirmer que l'*écriture* `f` est une représentation effective d'une fonction **F**, il convient de jouer sur une ***double lecture*** (figures 1 et 2) ***des mêmes historiques*** (figure 3).

328c Le *raisonnement est le même, que l'interprétation s'effectue en *plusieurs pas* (figures 1, 2 et 3) ou en *un seul pas* (figures 4, 5 et 6). Or, puisque le montage de la représentation effective [322c], greffé sur un montage hybride [315b] [316b], repose sur une correspondance ***un-un*** entre les représentants concrets (écritures) et les représentants abstraits (des mots abstraits, par exemple) :

328d PREMIER *LEMME D'IRREPRÉSENTABILITÉ. Les écritures `xf` et `yo` (cf. schéma [328a]) sont référables à des représentants abstraits `XF` et `YO`, donc on peut *saisir* le rapport entre de tels représentants abstraits *comme* une fonction définie dans l'univers de représentation abstraite.

Les écritures `x` et `y` sont déjà référées à des représentants abstraits `X` et `Y`, par conséquent :

328e SECOND *LEMME D'IRREPRÉSENTABILITÉ. Le rapport entre les représentants abstraits X→Y n'est certainement pas « la même chose » que le rapport entre les représentants abstraits XF→YO, quoiqu'il ne leur corresponde ***qu'un seul*** historique d'état dans le montage de représentation.

Ce qui fait *tenir le montage* est bien la *double lecture d'un même historique* [328b] (cf. les flèches CCT et EXT [325a] [326a]) : la seule transition qui a lieu est xf→yo (figures 2 et 5 du schéma [328a]) puisque la transition x→y (figure 1 et 4) ne s'obtient qu'en *clignant les yeux*, c'est-à-dire en *biffant* (ou en effaçant mentalement, mais *mentalement seulement*) la réserve de la représentation. Dans le rapport xf→yo, les écritures xf et yo sont en rôle respectif de *donnée* et de *résultat*, de sorte qu'il ne reste plus de place pour la *réserve* d'une représentation effective [322c] :

328f TROISIEME *LEMME D'IRREPRÉSENTABILITÉ. Si une transition xf→yo (ou XF→YO) de l'interprète effectif d'un montage de représentation, est ***parasitée*** afin d'obtenir la représentation effective f (ou F) associée à un rapport x→y (ou X→Y), alors ***il est impossible*** de trouver, relativement au même interprète effectif, une représentation effective décelable qu'il soit possible d'associer au rapport xf→yo (ou XF→YO).

Il ne reste plus qu'à compter sur ses doigts : pour *chaque* couple de *chaque* fonction réputée *représentable*, et pour *chaque* manière de représenter cette fonction relativement à un interprète effectif donné, on doit parasiter exactement *un* couple de la « fonction d'interprétation » associée à l'interprète effectif du montage :

328g *THÉOREME D'IRREPRÉSENTABILITÉ. Par construction d'un montage de représentation effective (lié à un interprète effectif donné), ***il est impossible*** de trouver une représentation effective [formellement décelable] de cet interprète, aussi bien que de la « fonction d'interprétation » qui peut lui être associée.

Au mieux (!), cette représentation effective sera recueillie comme *trace indécelable*. Ce *théorème ne dépend ni de l'universalité éventuelle de l'interprète, ni du nombre de transitions requises.

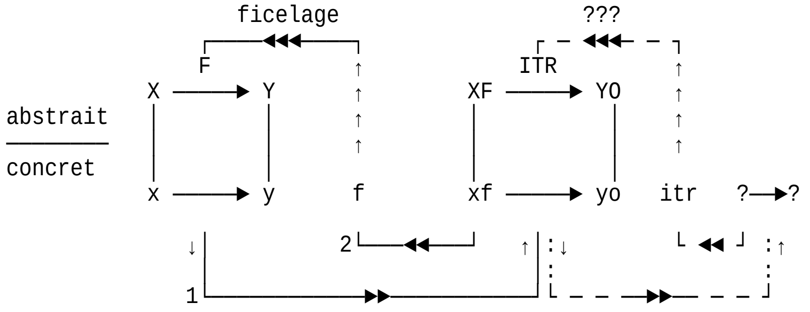
329 *Remarques sur le *théorème d'irreprésentabilité*

Le *théorème d'irreprésentabilité [328g] est à la fois *relatif*, puisque l'irréprésentabilité n'est pas une propriété *en soi* de certaines fonctions, et *régressif*, car l'irreprésentabilité provient seulement du fait qu'il faut un interprète effectif :

329a NEUVIEME CONCLUSION. Sachant que le problème insoluble [322a] de la représentation effective provient d'un *défaut d'écriture* [321d], il faut *parasiter* une écriture « en chair et en os » pour installer *quand même* une écriture ***au lieu de*** ce défaut, d'où le jeu de taquin ***un-un***.

Il est aussi vain de se lamenter sur la finitude d'ici-bas que de courir après les tours de passe-passe quant aux riens de l'infinitude d'un en-haut paradisiaque. On aura beau ajouter des écritures, en espérant qu'un jour, il n'en manquera aucune, c'est peine perdue. Regroupons cela sur un schéma :

329b



Pour pallier le *défaut d'écriture* [321c] qui permettrait de saisir le rapport entre x et y comme une écriture, on *parasite* (flèche 1) le rapport entre xf et yo, de manière à installer (flèche 2) l'écriture f *au lieu de ce défaut*, dans son *office* de « représentation effective » de la fonction F : c'est, proprement, le *ficelage* de la représentation. Notons :

329c DIXIEME CONCLUSION. Quand on s'en tient aux « explications » normatives actuelles, il n'y a en fait ***aucun rapport*** entre les fonctions représentées et leurs représentants effectifs (représentants abstraits ou écritures concrètes) : le ficelage de la représentation exploite une indétermination quadri-dimensionnelle [323a].

C'est d'ailleurs ***parce qu'***il n'y a aucun rapport, qu'on peut en ficeler un, par l'effet d'un montage. La partie droite du schéma [329b] montre que c'est bien le problème du parasitage qui installe une *régression sans fin* concernant les représentations effectives :

329d ONZIEME CONCLUSION. Le montage de la représentation effective entremêle ***deux*** régressions sans fin : la première, qui correspond « normalement » à l'effectivité de l'interprète ; l'autre qui correspond à l'irreprésentabilité de l'interprète relativement à un montage de représentation.

La représentation effective `f` est une écriture *dé-placée* qui provient seulement de l'*éclatement* (opération de découpage, flèche 2) de l'écriture[1] `xf` « en chair et en os ». Par conséquent, le fait de choisir un interprète effectif, peu importe qu'il soit universel ou non, se comprend comme l'arrêt des *deux* régressions sans fin *à la fois*, ce qui permet de recueillir, comme trace indécelable (notée `itr` à droite du schéma [329b]), la représentation effective de l'interprète (ou de sa « fonction d'interprétation » associée) relativement à « lui-même ». Partant, quand on recueille le défaut d'écriture impliqué par l'interprète comme une trace indécelable (effectivité de l'interprète), on obtient :

329e DOUZIEME CONCLUSION. Dans un montage de représentation effective lié à un interprète effectif donné, la ***trace indécelable*** (représentation effective de l'interprète ou de la « fonction d'interprétation » associée) ***représente la trace indécelable*** (effectivité de l'interprète) ***qui advient au lieu du défaut d'écriture*** impliqué par cet interprète.

Cette conclusion est à rapprocher de ce que nous avions constaté lors de l'étude de la discrétisation [82f] [82i] [83j] [84a] [88f]. Pourquoi l'enregistrement des programmes, qui nous paraît aujourd'hui tellement évident, a-t-il dû être *inventé*[2] ? Peut-être simplement parce qu'il y a amplement de quoi faire sauter tous les *fusibles* qui protègent les conceptions formelles, formalisées et formalistes du savoir théorique normatif actuel. En tout état de cause :

329f TREIZIEME CONCLUSION. L'irreprésentabilité [328g] de l'interprète d'un montage de représentation est particulièrement « collante », puisqu'elle concerne autant les représentants abstraits que les représentants concrets (elle se soustrait donc à la contingence d'un finitisme du concret), et qu'elle se moque des frontières entre la finitude et l'infinitude, dans la mesure où elle est ***à la fois régressive et « bijective »***.

On pourrait d'ailleurs aborder l'irreprésentabilité sous l'angle de l'*ambiguïté* :

329g QUATORZIEME CONCLUSION. Le *théorème d'irreprésentabilité [328g] est une manière de trancher une ambiguïté : la ***double lecture*** [328b] impliquée par le montage de la représentation effective notifie en effet qu'une même écriture (l'historique concerné) est ***deux fois référée***.

Le montage de la représentation effective permet d'apprécier, dans un cas particulièrement net, la problématique de la venue à la forme :

1. Il faut lire, évidemment : *de toutes les écritures* `xf` quand `x` parcourt l'ensemble des données acceptables pour la fonction représentée.

2. On pourra ainsi s'intéresser à la question suivante : quel fil de continuité relierait éventuellement l'oeuvre d'apparence éclectique d'un J. VON NEUMANN concernant, par exemple, l'axiomatisation de la mécanique quantique, la théorie des ensembles, un modèle de machines à programme enregistré (qui porte désormais son nom), des machines auto-reproductrices (en vue d'applications à la génétique), la théorie des jeux stratégiques, l'astronomie, etc. ?

329h
```
représentation     interprète
  effective         effectif

   « noir »           « blanc »
     └──────────┬──────────┘        ◄ *principe de coupure
            « chose »

      défaut d'écriture
```

Le défaut d'écriture, c'est-à-dire *une écriture qui ne peut pas s'écrire*, vient à la forme scindée (*principe de coupure) en une partie « en noir » (la représentation effective) et une partie « en blanc » (l'interprète effectif). On ne manquera pas de remarquer que l'effectuation concrète n'intervient nulle part dans nos *raisonnements :

329i QUINZIEME CONCLUSION. Le *théorème d'irreprésentabilité [328g] ***admet nécessairement une traduction*** d'un point de vue *strictement mathématique et fonctionnel*, sans aucun rapport avec les effectuations concrètes.

La problématique de l'interprète en un pas [327a] est sans aucun doute le noeud singulier du montage de la représentation effective, laquelle est à son tour un passage obligé pour les théories de la calculabilité. C'est probablement à ce problème théorique bloqué (une sorte de « calculabilité abstraite » [268b] [277d] [324c]) que les théories de la calculabilité, par glissement du discret sur le fini et confusion corrélative de l'effectivité réelle avec l'effectuation concrète, sert de couverture, non sans sécréter au passage quelques obscurités théoriques.

CHAPITRE V-5

Compléments d'études et perspectives

•

■ *Après quelques remarques de synthèse [330-332], nous précisons l'opposition entre extension et compréhension [333-337], et nous mettons en évidence une problématique de seuils inassignables, qui se résoud grâce à un passage à la limite dans le fini installant une dualité de points de vue [338-343]. Nous synthétisons diverses ramifications de nos thèses par rapport à la transformation des fonctions [344-350], aux niveaux d'abstractions méta [351-358], et à la rationalité normative actuelle [359-365].*

V-5-1. Le lieu des limites

■ *Nous situons les études qui suivent dans une perspective de synthèse à l'égard de l'interprétation du montage de l'égalité comme passage à la limite.*

330 *Le miroir*

Si le présent exposé prend initialement appui sur la pratique de l'informatique, l'étude qui vient d'être menée dans le contexte des mathématiques formelles ne doit rien aux traitements d'information, excepté la supposition minimale [238a] que les singularités décelées d'un côté doivent être également présentes de l'autre. Sans doute avons-nous dû parcourir à *marches forcées* de grands espaces en jachère, proposer des interprétations pour franchir les cañons et les failles qui les strient, éviter les deltas marécageux qui nous auraient retenu trop longtemps, mais nous devions ou bien bien garder le silence, et tenir le discours normatif habituel, ou bien parcourir transversalement [152a] ces immenses étendues, selon un point de vue suffisamment condensé [150k] pour les apercevoir dans l'unité que nous leur supposons [150d]. Peut-être avons-nous mal choisi certains mots, qu'une étude ultérieure plus approfondie devra corriger, distinguer ou remplacer ; cela est possible. En tout état de cause, dans le cadre des présentes thèses, nous contestons d'autant moins l'acquis tangible des mathématiques formelles, que ce que nous observons ne semble pas contredire les théorèmes dits *de limitation des formalismes* obtenus depuis les années trente, et que nous visons un dépassement permettant de réinterpréter l'acquis de ces mathématiques [239] :

330a RAPPEL. Le caractère éventuellement bizarre [153d] des interprétations que nous avançons à l'égard des mathématiques formelles est, au fond, *sans importance* : il importe d'abord qu'elles s'évanouissement (soient formellement indécelables) relativement aux protocoles qui légitiment l'acquis tangible de ces mathématiques [239c] ; il importe ensuite qu'elles autorisent une réinterprétation de nature à ouvrir une mathématisation de ce qui est actuellement bloqué [239e].

Si nous avons pris le soin d'étudier les fictions théoriques relatives à l'abstrait normatif standard, c'est pour nous assurer qu'il ne tient pas debout sans le montage qui le soutient [252d] [288e], et dont il n'est en fait que l'une des pièces. Au-delà des précautions et des réserves déjà formulées [238g], nous nous fions à un guide qui provient de notre montage théorique [119e], et qu'on peut comprendre comme une forme particulièrement directe et radicale de notre *principe de traduction* :

330b *THÉOREME DU MIROIR. L'abstrait normatif n'est, à l'égard des mathématiques formelles, qu'une espèce de paravent décoratif [290b], de sorte que tout ce qu'on porte au crédit de cet abstrait n'est qu'une manière de commenter et d'interpréter les ***jeux d'écritures*** que ce paravent est, précisément, destiné à couvrir.

Nous imaginons donc une sorte de *principe du retour inverse de la lumière* qui permet d'entrevoir le fonctionnement des mathématiques formelles *à l'envers* :

330c *COROLLAIRE DU MIROIR. Si l'abstrait normatif n'est que le centre de gravité virtuel des jeux d'écritures grâce auxquels on croit saisir ce qu'on *imagine de lui*, alors nous sommes assuré que tout ce qu'on dit du continu, du fini, des limites, etc., est à porter au crédit du rapport entre le savoir et l'écriture, par ***jeux d'écritures*** interposés.

En clair, même dans un contexte qu'on imagine continu, nous suivons l'idée que le problème des limites est accessible par une voie discrète, non pas finie et sans blancs, mais *sans fin*.

331 *Chose/objet, concept/savoir*

Ce qui ne laisse pas d'être surprenant, c'est de constater que les *concepts* n'ont aucune place, d'un point de vue théorique, dans les mathématiques que nous dépeint le discours normatif actuel. Imaginer que les concepts ressembleraient à des ensembles « naïfs », c'est-à-dire à des sacs de pommes de terres, où l'on entasserait les objets tombant sous les concepts, paraît un peu dérisoire ; mais il faut peut-être se rendre à l'évidence : à force de vouloir éliminer le sujet, et le cortège d'ambiguïtés qui le soutient dans sa *parole*, il n'est guère surprenant qu'il ne reste plus que des monolithes, ou des inscriptions lapidaires dessèchées :

331a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La « chose mathématique » n'est pas l'abstrait normatif, car cet abstrait résulte *déjà* d'une interprétation des énoncés et/ou des écritures qui recueillent sa venue à la forme.

Cette idée n'est sans doute pas très nouvelle. La difficulté résulte surtout du fait qu'on ne sait pas par quoi (par quelles autres fictions [290b]) remplacer les fictions théoriques de l'abstrait normatif standard [248c] [252] :

331b REMARQUE. Quand on a réduit un énoncé (sens) à un énoncé (forme en noir), on oublie qu'il faut un savoir (lien d'interprétation) pour ***re-lier*** l'énoncé (forme en noir) à un énoncé (interprétation conjecturale).

C'est déjà l'assurance que le retour au point de départ est problématique, par le principe même de la logique et des mathématiques *de la forme des énoncés de discours*. C'est aussi la garantie que le savoir qui *fait le lien* (interprétation) ne relève pas d'un tel dispositif, puisqu'il en est la cheville ouvrière. Or [250d], *il faut référer les écritures*, faute de quoi elles sont inutilisables : référer les écritures, c'est mobiliser *ce savoir qui fait le lien*. Le lien à quoi ? C'est précisément la question de la « chose mathématique », qui conduit certains à croire que, même s'il n'y avait aucun mathématicien pour s'occuper des objets mathématiques, ils « existeraient » quand même ; et d'autres à postuler qu'ils seraient « codés », ou « codables », dans le cerveau, et, pourquoi pas ? sujets à des traitements d'information !

331c REMARQUE. Dans cette affaire de la « chose mathématique », on oublie parfois un peu trop qu'il s'agit avant tout d'une ***oeuvre de l'esprit***, et qu'il faut bien que « quelque chose pense » ***dans*** le montage, pour que le montage soit un montage, même si ce *quelque chose* coïncide avec son propre évanouissement dans la forme, ce qui ne le dispense pas, tout au contraire, d'une présence inaperçue *devant être assumée comme effectivité* [1].

C'est cet *ici-gît-en-dessous*, ce gisant claquemuré dans sa propre venue à la forme évanouissante, qui est, non pas [nécessairement] conscience d'une *personne*, mais *subjectum* [2], ou *upokeimenon* [3], en un mot le *sujet* (d'un discours,

1. A cet égard, diverses ramifications de notre approche recoupent le point de vue de H. BERGSON (cf. par exemple, *La pensée et le mouvant*, PUF, Paris, 1938 & 1990).

2. Jeté dessous, mis sous les yeux, soumis, assujetti.

3. Du verbe *upokeimai* : être couché ou placé dessous, ce qui sert de fondement, être aux pieds de, se courber, s'incliner humblement, être placé sous les yeux ou sous la main, être posé comme fondement, être admis comme principe, être mis en gage, être hypothéqué.

d'un montage, de la loi, etc.) qui appelle son corrélat : l'*objet*[1]. Dans un montage théorique, le sujet est une place (une fonction) qui doit être assumée par l'effectivité de *ce qui fait office de sujet*[2] :

331d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre des présentes thèses, associer un *concept théorique* (c'est-à-dire un concept *en tant que recueilli dans un montage théorique*) à l'achèvement d'un développement régressif n'est pas déraisonnable, d'une part, parce qu'on peut comprendre qu'il soit régressivement développable, c'est-à-dire *dépassable*, et, d'autre part, parce qu'on ne manquera pas de convoquer le sujet pour en assumer l'effectivité.

Le mathématicien s'*efface* dans les mathématiques, c'est-à-dire qu'il y intervient *ex officio*, conformément aux règles qui gouvernent cet office. Ce qu'on prend pour l'objectivité de l'objet, et qu'on imagine résulter d'une séparation à la hache du sujet et de l'objet, est seulement un *effet apparent* :

331e INTERPRÉTATION. L'absence d'indétermination des disciplines dites *exactes* est une astuce [127f] : ce qu'on *présente comme objet* est seulement l'effet apparent qu'on obtient lorsqu'on « oublie » que le montage théorique sous-jacent (comprenant le sujet) fonctionne comme une éponge [d'éponge] à indéterminations.

De manière imagée, ce qu'on présente comme « objet mathématique » est seulement la « partie exacte » des *objets*, sachant [283] que la « partie indéterminée » de ces *objets* est épongée, dans le montage, par l'effectivité de *ce qui fait office de sujet*, cette éponge étant elle-même épongée. D'où le prône officiel de la séparation du sujet et de l'objet :

331f REMARQUE. Alors évidemment, il semble que seule une nécessité éternelle et immuable puisse régir un tel univers d'exactitude ; mais l'interdit du « savoir absolu » veille, ce que signale à notre attention le fait que les fictions nous dépeignant un tel univers ne tiennent debout que par le secours d'un incroyable enchevêtrement de contradictions.

Il ne fait aucun doute que ces montages ne sont pas concevables sans l'appui infaillible d'un allié puissant et efficace, lui-même encore plus insoupçonnable en cette affaire : la logique formelle.

332

Les incidences du démontage de l'égalité

Nous n'ignorons pas que l'étude qui vient d'être menée dans le cadre des mathématiques formelles, en vue d'apercevoir les ramifications du blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique, s'est trouvée contrainte d'aborder certains problèmes à un degré de fondements qui excède considérablement les objectifs du présent exposé, de sorte que ces problèmes ne reçoivent sans doute pas une réponse qu'on puisse juger satisfaisante. Mais, sachant [238d] que l'obstacle principal est le *discret* conçu comme *fini*, c'eût été une *faute de méthode* [238f] de soustraire le présent exposé à la difficulté qui en cèle le probable dénouement, même si, en contrepartie, nous présentons moins le résultat d'un aboutissement que l'indication d'un acheminement : plonger l'instrumentation théorique concrète habituelle dans l'univers des régressions sans fin [69a] laisse apercevoir de nombreuses galeries insoupçonnées dans un labyrinthe déjà partiellement exploré [309d]. Les études qui suivent tentent d'apporter quelques éléments de synthèse, complétant ou précisant l'interprétation de l'égalité comme passage à la limite, et peut-être aussi comme *lieu des limites* [311b] au coeur des mathématiques formelles : *énoncer les limites et reconstituer les fondements s'équivalent d'un point de vue théorique* [36i].

1. Du verbe *objicere* : jeter devant, s'exposer, se montrer, placer devant (comme protection, comme défense), jeter dans, faire pénétrer dans, inspirer, reprocher, objecter. Rappelons que le français *rien* provient de *rem*, accusatif de *res*, tandis que *chose* vient de *causa*.

2. Dans le cadre du présent exposé, nous ne déplions pas la problématique du sujet dans le contexte du montage théorique que nous proposons, de sorte que ces indications demeurent allusives. Indiquons toutefois qu'il y a *plusieurs places* dans le montage, ce qui exclut corrélativement une sorte d'*unité*, et encore plus une *identité*, du sujet. Bref, le sujet n'est pas un monolithe.

V-5-2. Le puzzle de l'extension et de la compréhension

■ *Quelques remarques complémentaires concernant les définitions en compréhension et le montage de l'égalité nous permettent de préciser diverses pièces du puzzle relatif au lien conjectural entre extension et compréhension.*

333 *Le cheminement nomadique de la compréhension*

Le problème nomade [320c] relatif au montage de la représentation effective nous invite à examiner ce qu'il en est *du côté de l'égalité* : il est en effet peu probable que l'égalité ne soit pas mêlée à une difficulté analogue, compte-tenu du quadrangle de glissements [277] qui sous-tend le concept de fonction. L'affinité entre les *énoncés en compréhension* et les *représentations effectives*, par le biais éventuel d'*algorithmes*, suggère [321i] que le centre de gravité d'écritures qui font défaut [321c] intervient également dans l'égalité, le problème à résoudre n'étant sans doute pas moins insoluble [322a]. Revenons un instant sur l'opposition entre la définition en extension et la définition en compréhension [269] :

333a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le but de cette brève étude est de distinguer le problème de l'*application d'une fonction* et celui de l'*opposition entre compréhension et extension*.

Depuis que les mathématiques sont régies par *la forme des énoncés de discours*, c'est-à-dire depuis leur émergence dans l'Antiquité grecque, nul mathématicien n'a jamais raisonnablement cru qu'on ne pouvait énoncer des théorèmes qu'au sujet d'objets dûment listés individuellement dans des dictionnaires prévus à cet effet [295] :

333b INTERPRÉTATION. Les *définitions en extension* sont une sorte de reconstitution après-coup adaptée à quelques cas particuliers où une définition en compréhension compliquerait les choses : le reste du temps, ces définitions en extension sont une ***fiction théorique***.

333c Comme nous l'avons déjà suggéré [330b], il convient de raisonner *à l'envers* : ce n'est pas la contingence accablant l'humanité qui *empêche* l'accès aux perfections nécessaires d'un abstrait immuable et extensif (fiction théorique), car l'espèce parlante comporte, parmi les caractères qui la spécifient, ce trait particulier de « voir » des impossibilités (évidemment invisibles !), de les contempler, et de manoeuvrer *certaines* de ces extases [im]matérielles en un cortège d'élaborations théoriques[1] ; c'est notre idée du *miroir* [330] : l'abstrait normatif est une tentative pour conférer une interprétation à la « cuisine sans importance » de ces manipulations d'écritures (glissements, traces indécelables, effectivité, etc.) sans laquelle aucune mathématique formelle n'aurait jamais pu émerger. Ce qui complique singulièrement cette entreprise, non sans lui procurer l'efficacité qu'on connaît, mais qui aboutit cependant à des blocages théoriques fondamentaux particulièrement mis en évidence par la tentative de référer ces manipulations d'écritures, c'est le fait qu'on *imagine* que les écritures sont transparentes et qu'on les tient *à sa botte*, tandis qu'on *croit* aux perfections nécessaires d'un abstrait qu'on n'a jamais « vu ».

334 *Les gabarits d'expression*

Pour distinguer correctement [333a] le problème de l'*application d'une fonction* et celui de l'*opposition entre compréhension et extension*, nous prenons appui sur la remarque suivante :

334a REMARQUE. Le ***fait d'appliquer*** une fonction `x→g(x)` requiert une *expression du résultat*, `g(x)`, que cette fonction soit définie en extension ou en compréhension.

En ce sens, les énoncés en compréhension sont seulement une *manière particulière* d'agencer ces *expressions de résultat*. Notre premier soin consiste donc à bien préciser le rôle et la construction de ces expressions. De

1. En grec, *théôria* est initialement « action de voir, d'examiner, d'observer » ; en particulier « action de voir un spectacle, d'assister à une fête », d'où « la fête elle-même, fête solennelle, procession, spectacle » ; par suite « députation des villes de Delphes et de Corinthe aux fêtes solennelles d'Olympie, etc. » ; postérieurement, à partir de Platon, en un sens figuré « contemplation de l'esprit, méditation, étude », puis « spéculation théorique, théorie (*par opposition à la pratique*) ». Corrélativement, *théôrèma* est « ce qu'on peut contempler », d'où « spectacle, (*au figuré*) objet d'étude ou de méditation, puis : contemplation, méditation, recherche ».

manière à paralyser temporairement les évidences normatives, nous allons *raisonner sur la fonction `dupond` (bien noter le *d*) énoncée en extension comme suit :

334b
```
dupond = { (0,5) , (1,5) , (2,3) , (3,4) }
```

Pour fabriquer des expressions de résultat, on choisit arbitrairement un ***gabarit d'expression***. Choisissons le garabit `x_dupont` (bien noter le *t*), et procédons comme suit :

334c
```
( x                  ,                y )

  x  ──▶ x_dupont    │  x_dupont ──▶  y

( x   ,  x_dupont )  │  x_dupont  =   y

    APP              │         EVAL
```

En appliquant le procédé [1] à chaque couple de l'énoncé en extension [334b], on *éclate* cet énoncé en *deux* parties, pour constituer un *nouvel énoncé en extension*, et une *liste de synonymes* :

334d
```
dupond = { (0,0_dupont) , (1,1_dupont) , (2,2_dupont) , (3,3_dupont) }

synonymes : 0_dupont=5  ;  1_dupont=5  ;  2_dupont=3  ;  3_dupont=4.
```

Confions la liste de synonymes au *deus ex machina* du montage de l'égalité, et laissons de côté les énoncés en extension. On peut alors écrire :

334e
```
                        dupond
pour x ∈ { 0,1,2,3 }    x ────────▶ x_dupont     y = x_dupont
```

On constate que le nom `dupond`, associé à l'énoncé en extension [334b], n'a aucun lien nécessaire avec le gabarit d'expression `x_dupont` [334c], associé à la « cassure » des couples [334d]. Confondons cependant les `dupont` et les `dupond`, et utilisons une lettre, `g`, par exemple, comme on le fait habituellement :

334f
```
g = { (0,  5 ) , (1,  5 ) , (2,  3 ) , (3,  4 ) }
           ↑          ↑          ↑          ↑              ↑ =
g = { (0,g(0)) , (1,g(1)) , (2,g(2)) , (3,g(3)) }

                          g
pour x ∈ { 0,1,2,3 }  x ────▶ g(x)     y = g(x)
```

334g L'alignement des deux énoncés en extension montre bien que la liste de synonymes (forme `g(x)=y` indiquée par les flèches verticales) assumée par l'égalité « contient » la fonction elle-même, alors que le nouvel énoncé en extension (forme `x→g(x)`) est complètement « vide ». On reconstitue ainsi un triangle diabolique. Soit, par exemple, le couple `(2,3)` :

334h
```
           g=                             dupont=
       ( 2  ,  3 )         (       2          ,       3       )
         ↓     ↑                   ↓                  ↑
                                        /        ///////// 3
          \  /                       \                /
          g(2)                          2 dupont= 3
```

D'un point de vue formel (figure de gauche), de multiples lectures sont possibles selon le `g(2)` auquel on se réfère, tandis que la figure de droite restitue les rôles. On observe très bien les accroissements de détermination (forme `x→g(x)`) et les diminutions de détermination (forme `g(x)→y`) qui permettent le passage à la limite. On note également que la forme symétrique `x(g=)y` (comme on écrirait `xRy`) est un anagramme de l'écriture emblématique `g(x)=y` où la relation `(g=)` est scindée en une application (flèche `APP`, lettre `g`) et une égalité (flèche `EVAL`, lettre `=`) : c'est la découpe [334c]. Notons cela :

1. Il s'agit, *à la lettre*, d'un procédé ***symbolique*** [302j] : on « casse » le couple `(x,y)` en deux morceaux, et le gabarit d'expression `x_dupont` correspond, en quelque sorte, à la « forme de la cassure » qui ***prouve*** l'ajointement parfait des deux morceaux. C'est bien cette cassure qui est *en jeu* dans le montage de l'égalité [304] [305].

334i PREMIERE CONCLUSION. L'intervention des fonctions dans le contexte du montage de l'égalité impose le recours à un ***gabarit d'expression*** qui ne peut être confondu avec un énoncé en compréhension (au sens habituel).

Certes, le gabarit d'expression « ressemble » à un énoncé en compréhension en ce sens qu'on peut associer une *unique écriture* (ce gabarit) à l'articulation (au passage) entre les deux composantes (donnée et résultat) de chaque couple d'un f-ensemble. Mais, lorsqu'on part d'un énoncé en extension pour installer un gabarit d'expression, il faut *éclater* cet énoncé en extension en *deux* énoncés en extension, le premier pour l'application de la fonction (effectivité de l'application), le second comme liste de synonymes (effectivité de l'égalité). Comptons sur nos doigts : pour installer un gabarit d'expression associé à ***un*** énoncé en extension, il faut produire ***deux*** énoncés en extension, chacun de ces trois énoncés comportant exactement le même nombre de termes :

334j SECONDE CONCLUSION. L'utilisation d'un gabarit d'expression aux fins d'un ***passage effectif*** suppose que le *deus ex machina* du montage de l'égalité dispose exactement de la liste de synonymes associée à ce gabarit, et soit en mesure d'assumer l'***effectivité*** des synonymies.

Si un énoncé en extension fait défaut (parce qu'il est trop grand, par exemple), il est sans espoir de vouloir pallier ce défaut par le recours à un gabarit d'expression... sans recourir à l'effectivité d'un interprète :

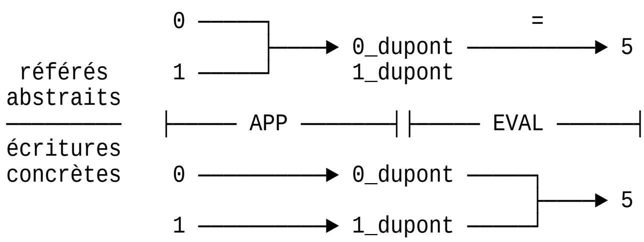
334k TROISIEME CONCLUSION. Le défaut d'écritures [321c] signalé dans le cas de la représentation effective, se traduit, dans le montage de l'égalité, par le fait que l'utilisation de gabarits d'expression (unique écriture) est « précédée » (flèche `APP`) de l'application effective, et « suivie » (flèche `EVAL`) de l'évaluation effective.

Dans le cas des gabarits d'expression, la liste de synonymes fournit le résultat (synonyme) en *exactement un pas* :

334l QUATRIEME CONCLUSION. La liste de synonymes obtenue par éclatement de l'énoncé en extension se comprend comme la spécification d'un interprète effectif en un pas.

335 *Un léger décalage*

La fonction `dupond` [334f] comporte deux données, `0` et `1`, qui conduisent au même résultat `5`. Par conséquent, les deux expressions `0_dupont` et `1_dupont` sont des synonymes de `5`, de sorte que ces trois écritures sont référées à *la même* abstraction. Quand on adopte l'interprétation habituelle (partie supérieure du schéma [335a]) qui procède *selon les référés*, c'est-à-dire selon les abstractions, l'application (flèche `APP`) *vaut pour le passage*, puisque `0_dupont` et `1_dupont` sont des *synonymes* de `5` :

335a


En revanche, si on considère les *écritures* (et, ultérieurement les représentants abstraits associés à ces écritures dans un montage de représentation), les écritures `0_dupont` et `1_dupont` sont *distinctes* au même titre que les *écritures* `0` et `1`, de sorte que l'application (flèche `APP` : substitution, concaténation) détermine ***toujours*** une correspondance ***un-un***. Ce n'est que lorsque la synonymie est réduite (flèche `EVAL`, interprétation effective) que les deux *écritures* distinctes `0_dupont` et `1_dupont` donnent lieu à la même *écriture* `5`. Nous avons déjà noté [334g] que c'est bien la *liste de synonymes* (montage de l'égalité) qui « contient » la fonction :

335b *THÉOREME DU LÉGER DÉCALAGE. La fiction théorique selon laquelle l'***application*** d'une fonction (forme `x→f(x)`) vaut pour le passage lui-même, implique la clause d'un usage ***purement instrumental*** de l'écriture (les écritures ne sont pas référées « pour elles-mêmes » selon leur distinction).

On pourrait dire qu'il y a un léger décalage entre les signifiants (les écritures) et les signifiés (les abstractions) : le passage *selon les signifiés* n'est pas calé sur le passage *selon les signifiants*. Le graphe [335a] montre clairement que, selon le point de vue des écritures, à l'issue de l'application x→f(x), *le passage n'a pas encore eu lieu* :

335c CINQUIEME CONCLUSION. Dès qu'on tente de référer des calculs naïfs, ou qu'on tente de considérer les écritures formelles pour elles-mêmes, l'application x→f(x) d'une fonction ne peut pas valoir pour le passage, et se comprend comme un accroissement de détermination, relatif à la fonction f considérée, de la donnée x.

Notons que le *théorème du léger décalage [335b] est limité par une singularité [1] :

335d *THÉOREME DES BIJECTIONS. Dans le cas particulier des ***fonctions bijectives***, le *léger décalage* [335b] entre le point de vue des référés abstraits et le point de vue des écritures s'***évanouit*** (devient formellement indécelable).

336 *Les énoncés en compréhension*

Le gabarit d'expression est originellement requis par le montage de l'égalité pour articuler l'*application* et l'*évaluation* [334a] [334i] ; mais, en tant que tel, il implique la contrepartie d'un énoncé en extension de la liste des synonymes qui lui est associée [334j]. On a donc tout intérêt à tenter de « comprimer » les listes de synonymes de telle manière qu'il ne soit pas nécessaire de les énoncer [toutes] *in extenso* :

336a *DÉFINITION. Un *gabarit d'expression* est [interprétable comme] un ***énoncé en compréhension*** si cet énoncé est lié à une *compression* de la liste de synonymes associée au gabarit ; s'il est possible de reconstituer (décompresser) effectivement les synonymes (un à un), l'énoncé en compréhension est dit ***effectif***, sinon il est dit ***ineffectif***.

Il s'agit donc de mettre en circulation des gabarits d'expression pour lesquels une liste de synonymes associée n'a pas été énoncée *in extenso*. Corrélativement, se trouve autorisée la mise en circulation de synonymes dont le nom propre associé n'est pas nécessairement reconstituable (énoncés en compréhension ineffectifs). Nous retrouvons l'inséparable trio de problématiques en cascade : *existence* [294a], *référence* [250] [294b] et *synonymie* [294d]. Notons :

336b REMARQUE. Dans le cadre des mathématiques formelles, la mise en circulation de synonymes dont le nom propre associé n'est pas nécessairement reconstituable, peut provenir de sources très diverses : les énoncés en compréhension ineffectifs ne sont qu'un cas particulier.

Par exemple, on peut obtenir des *démonstrations d'existence non constructives* qui démontrent qu'une expression est référable, sans qu'on sache à quelle abstraction il convient de la référer [2]. Bornons-nous à suivre le fil des énoncés en compréhension réputés concerner la finitude. Par exemple, si nous reprenons le gabarit x_div_deux_plus_x pour l'appliquer à l'argument 3, nous allons *interpréter* ce gabarit comme un énoncé en compréhension pour établir que 3_div_deux_plus_3 est un synonyme de 4 :

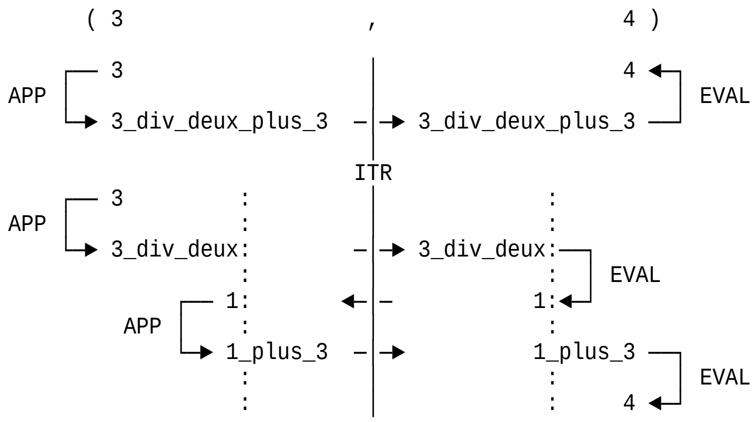
336c
```
┌──────────────────────┐   ◄ x_plus_y
┌─────────┐                ◄ x_div_deux
 3_div_deux_plus_3
           1_plus_3
                  4
```

1. On peut supposer que ce *théorème joue un rôle important, à cause du rôle important des bijections. Nous ne développons pas cette éventualité dans le cadre du présent exposé.

2. Ces démonstrations d'existence sont liées à des conditions qui ne sont jamais anodines : intervention du principe du tiers exclu, par exemple. Dans la perspective des présentes thèses, l'expression « démonstration d'existence » est un tour de discours : il s'agit toujours de démontrer si une expression est — ou n'est pas — synonyme d'un nom propre « patenté » figurant dans telle ou telle liste, cette liste étant éventuellement comprimée.

La technique de compression consiste à reconstituer chacun des termes de la liste de synonymes (non énoncée) associée au gabarit `x_div_deux_plus_x` à partir d'autres listes *supposées* énoncées ou reconstituables, en l'occurrence celles associées à `x_div_deux` et à `x_plus_y`. Examinons à la loupe, dans ce cas particulièrement simple dépourvu de boucles, ce qui distingue essentiellement le *gabarit d'expression* (partie supérieure du schéma [336d]) et l'*énoncé en compréhension* (serpentin inférieur) :

336d



La partie supérieure du schéma reprend, à une variation de disposition près, le schéma de coupure [334c]. Dès lors que l'argument est substitué aux places prévues à cet effet (flèche APP), on « passe » du côté de l'égalité pour obtenir le synonyme (flèche EVAL) :

336e SIXIEME CONCLUSION. Ce qui caractérise le ***gabarit d'expression***, en tant que simplement requis par le montage de l'égalité, c'est le fait qu'il est ***insécable***.

La partie inférieure du schéma montre que le gabarit est ***découpé*** (lignes verticales pointillées), aussi bien du côté de l'application (flèches APP) que du côté de la synonymie (flèches EVAL) :

336f SEPTIEME CONCLUSION. Ce qui caractérise l'***énoncé en compréhension***, en tant que dérivé d'un gabarit d'expression, c'est le fait qu'il est ***découpé*** et exploité ***deux fois*** selon ***les mêmes coupes***, pour les *applications* et pour les *évaluations*.

336g On entrevoit que la partie gauche (applications APP) est le germe du *schéma de contrôle* (tests, boucles, récurrences, etc.), tandis que la partie droite (évaluation EVAL) est le germe du *schéma interprétatif* (opérations et fonctions primitives). Du point de vue d'une « thermodynamique des écritures », les flèches APP sont des « sources chaudes » (expansion, accroissement de détermination), tandis que les flèches EVAL sont des « sources froides » (contraction, diminution de détermination). On observe alors que les flèches APP et EVAL sont accompagnées de deux séries de flèches disposées horizontalement à la verticale de la coupure médiane (schéma [336d]). Les flèches de gauche à droite (aller) sont les passages à la limite déjà étudiés, tandis que les flèches de droite à gauche (retour) nous sont encore inconnues :

336h INTERPRÉTATION. La découpe d'un *gabarit d'expression* en un *énoncé en compréhension* implique ***deux sortes*** de passages à la limite qui déterminent l'oscillation caractéristique des ***interprètes effectifs***.

Dans le cas des gabarits d'expression (insécables), il y a seulement un passage à la limite (flèche de gauche à droite, partie supérieure) ; les flèches de droite à gauche n'apparaissent qu'avec les découpes (serpentin inférieur), et c'est *le fait d'enchaîner*. Bornons là, provisoirement (cf. [342]), nos remarques sur la compréhension en direction d'une *théorie des interprètes*, et soulignons l'une des ramifications de la problématique des enchaînements [8f] [243b] [267g] :

336i HUITIEME CONCLUSION. A notre connaissance, la *problématique de l'enchaînement* n'a pas été aperçue, d'un point de vue théorique, dans le contexte des énoncés de fonctions en compréhension.

Peut-être n'est-on pas habitué à cette manière d'aborder les fonctions, pourtant :

336j REMARQUE. Sauf erreur de notre part, l'interprétation que nous proposons est strictement conforme aux mathématiques formelles : une fonction est abstraitement indiscernable d'un f-ensemble, et un ensemble est « le même », qu'il soit défini en extension ou en compréhension.

Le fait que les fonctions « ne soient que » des *jeux d'écritures* est tout à fait normal dans des « mathématiques de l'immuable » où, dit-on, rien ne passe ni ne résulte [330b] [330c] : on se sert de ces jeux d'écritures [252f] [252g] [266j] pour manoeuvrer[1] les contradictions de la non-identité et de l'entre-deux [297c] [297d] [297h].

337 *Le lien conjectural entre compréhension et extension*

La distinction entre les *gabarits d'expression* et les *énoncés en compréhension* confirme que les interprétations effectives couvertes par le montage de l'égalité sont *fondamentales*, et non pas accidentelles ou facultatives. Corrélativement :

337a REMARQUE. L'effectivité impliquée par les *énoncés en compréhension* (compression des listes de synonymes) vient « gonfler » un interprète effectif déjà-là, parce qu'impliqué par le montage de l'égalité (articulation entre l'application et l'évaluation).

Examinons cela d'un peu plus près. Lorsqu'on prend appui sur un énoncé en extension (cas de la fonction `dupond` [334b]), la compression de la liste de synonymes associée est, en quelque sorte, facultative. Mais, dans le cas de la fonction `x_div_deux_plus_x`, même si on restreint le domaine de définition au entiers naturels, l'énoncé en compréhension est incontournable, comme il l'est pour les fonctions `x_div_deux` et `x_plus_y` :

337b PREMIER *LEMME DE LA COMPRÉHENSION. Dans les mathématiques formelles, ce qu'on définit en compréhension, parce qu'on déclare ne pas pouvoir *pratiquement* le définir en extension, ne doit son ***équivalence théorique supposée*** à une définition en extension que grâce au montage de l'égalité (ou de tout autre montage analogue), assisté de la logique formelle.

Cette équivalence est une ***conjecture***, puisqu'elle concerne le rapport entre un énoncé en extension *qui fait défaut*, et un énoncé en compréhension dont l'interprétation effective (montage de l'égalité) se substitue à une liste de synonymes *qui fait certainement défaut*, puisque [334g] cette liste serait l'énoncé en extension lui-même. Par conséquent :

337c SECOND *LEMME DE LA COMPRÉHENSION. Il suffit d'affirmer l'existence d'*un seul* objet mathématique, défini en compréhension, mais au sujet duquel on déclare qu'une définition en extension est *pratiquement impossible* à énoncer, pour qu'on reconnaisse *ipso facto* qu'il est *pratiquement impossible* d'énoncer en extension la « fonction de synonymie » (flèche `EVAL`) associée à l'interprète effectif couvert par le montage de l'égalité.

Dès l'introduction du « premier » énoncé en compréhension, l'interprète effectif du montage de l'égalité doit commencer à « gonfler » [337a] pour assurer l'effectivité de la compression des listes de synonymes : autant dire que ce fut dès le « premier » jour. On peut donc s'intéresser au problème suivant :

337d PROBLEME DE LA COMPRÉHENSION DE L'ÉGALITÉ. Est-il possible d'obtenir un ***énoncé en compréhension*** de la « fonction de synonymie » (flèche `EVAL`) associée à l'interprète effectif du montage de l'égalité ?

Ce problème n'est pas stupide : l'égalité intervient « partout » et, à moins d'imposer des restrictions draconiennes irréalistes [337c], un énoncé en extension de cette « fonction de synonymie » est *pratiquement*

336k 1. Nous ne faisons qu'effleurer le montage de l'égalité, dans la perspective directe des objectifs du présent exposé. Mais il y a d'autres *lois* qui régissent ces jeux d'écritures, et dont nous n'avons pas parlé, sinon de manière très allusive. Nous en disons quelques mots en abordant la *théorie des interprètes* [342] par le biais des *dualités* [343].

impossible. Reprenons le schéma des *gabarits* [334c], et appliquons-le au couple (0,5) de la fonction dupond [334b] :

337e
```
(0            ,                              5)

  APP        |                      EVAL
 0 ► 0_dupont | 0_dupont             ──►      5
(0 , 0_dupont)| 0_dupont              =       5
             |
             |       APP'          |          EVAL'
             | 0_dupont ► 0_dupont_éval | 0_dupont_éval ──► 5
             |(0_dupont , 0_dupont_éval)| 0_dupont_éval  =  5
             ↓                     ↓          ↓
```

Pour obtenir un énoncé en compréhension de cette « fonction de synonymie », il faut *au moins* choisir un *gabarit d'expression*. Choisissons arbitrairement le gabarit x_éval, et ***découpons*** l'énoncé de synonymie 0_dupont=5. Outre la « nouvelle » flèche d'application APP', on fait apparaître la flèche EVAL' qui sera requise pour assumer les nouveaux synonymes, et ainsi de suite :

337f TROISIEME *LEMME DE LA COMPRÉHENSION. La tentative de produire un énoncé en compréhension de la « fonction de synonymie » assumée par le montage de l'égalité déclenche une régression sans fin.

ZÉNON sourit, et Achille talonne la tortue : on peut passer, oui, mais *seulement à la limite*. Puisqu'il y a régression sans fin, il y a singularité d'un arrêt :

337g *THÉOREME DE LA COMPRÉHENSION. Il suffit d'affirmer l'existence d'*un seul* objet mathématique, défini en compréhension, mais au sujet duquel on déclare qu'une définition en extension est *pratiquement impossible* à énoncer, pour qu'on reconnaisse ***à la fois*** qu'il est ***pratiquement impossible*** d'énoncer en extension et ***certainement impossible*** d'énoncer en compréhension la « fonction de synonymie » assumée par l'interprète effectif du montage de l'égalité.

337h On remarquera le *mécanisme de double échappement* qui bascule le *pratiquement impossible* sur le *certainement impossible*. En l'occurrence, le *pratiquement impossible* est à comprendre comme un *seuil inassignable* dans le fini, puisqu'on ne saurait y trouver un seuil (immuable, discret et parfait) à partir duquel l'énoncé en extension deviendrait subitement *absolument impossible*, tandis que le *certainement impossible* résulte de l'arrêt d'une régression sans fin pour donner lieu au passage à la limite. Puisque, selon nos thèses, rien n'est perdu, on doit retrouver trace de cette « fonction de synonymie », tellement extensive, mais si peu compréhensive :

337i
```
                    cinq
abstrait             / \
────────            /   \
concret            /     \
            0_dupont   =   5
```

C'est l'*identité égalitaire* conférée aux abstractions monolithiques et immuables des mathématiques formelles, qui ***éponge*** tout ou partie de cette « fonction de synonymie », qu'on a tant de mal à démêler du *principe d'identité* concernant les « choses absolument singulières » pouvant être substituées *salva veritate* [125a], et qui gouverne en sous-main la problématique de l'*existence des abstractions* [294] :

337j NEUVIEME CONCLUSION. Le corrélat de cette « fonction de synonymie », dont l'énoncé fait défaut de quelque manière qu'on tente de l'obtenir, est l'***identité égalitaire*** des abstractions, c'est-à-dire *la problématique de la référence*.

Par déplacement [294d], ce qu'on énonce comme une problématique de référence : *suis-je fondé à référer les dénotants (ou expressions)* A *et* B *à « la même abstraction »* ? se traduit en une problématique de synonymies : suis-je fondé à affirmer que l'écriture A est synonyme de l'écriture B ? Les hésitations que nous avons pu noter jusqu'à présent quant au rapport entre les dénotants d'une même abstraction [254e] [261b] [261d] sont maintenant définitivement levées :

337k IMAGE. En quelque sorte, dans le contexte du montage de l'égalité, la « substance » d'une abstraction monolithique est un ***éclat*** de la « fonction de synonymie » dont l'énoncé fait défaut [1].

V-5-3. Le mécanisme de double échappement

■ *Nous apportons quelques éclaircissements sur le mécanisme de double échappement qui articule les seuils inassignables et les passages à la limite, ce qui nous permet de proposer quelques remarques sur les interprètes.*

338 *Les seuils inassignables*

L'exemple de la fonction `dupond` [334b] est net : il ne fait aucun doute que cette fonction est *pratiquement énonçable* en extension, ce qui n'empêche nullement que la compression de cet énoncé soit un problème régressif, et ne devienne possible que *depuis* l'arrêt (passage à la limite) de ce problème régressif (montage de l'égalité). Or, une problématique de seuil inassignable est toujours embarrassante :

338a REMARQUE. Quand une problématique de seuil inassignable se profile à l'horizon d'un champ théorique, il devient ***certainement impossible*** de traiter tous les objets de ce champ selon un point de vue ***homogène*** (méthode, théorie, etc.) relativement au seuil considéré.

Il faut adopter un point de vue distinct pour chacune des deux régions ainsi délimitées. Cependant, le fait qu'un seuil soit réputé *inassignable* apporte une précision importante :

338b REMARQUE. Dire qu'un champ théorique est assujetti à un *seuil inassignable*, c'est aussi dire qu'il existe ***certainement*** une partie de ce champ qui est accessible selon les deux points de vue à la fois, faute de quoi le seuil serait assignable.

Regroupons cela sur un schéma, dans le cas de l'opposition entre extension et compréhension :

338c
```
                  ???   ◄ pratiquement  ◄  possible ◄
                           possible

            |      ? ◄- - - - - - - ---------------|  compréhension
extension   |---------------- - - -► ?             |

         ► possible ► pratiquement ► absolument
                       impossible    impossible
```

Un seuil inassignable est délicat à manoeuvrer, puisque la *déclaration* de sa localisation demeure *arbitraire* [2] :

338e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. A moins d'exploiter l'hétérogénéité inassignable en tant que telle, on peut chercher à ***homogénéiser le champ théorique*** grâce à un procédé ou à un montage approprié, soit pour *annuler l'effet de seuil* (le seuil peut glisser n'importe où), soit pour l'*assigner* (on dégage deux champs théoriques distincts, mais localement homogènes).

Par exemple, l'*analyse non standard* exploite une hétérogénéité inassignable. Dans le contexte de l'opposition entre extension et compréhension, on procède à une homogénéisation :

338f INTERPRÉTATION. Le seuil inassignable du *pratiquement impossible*, qui grève l'opposition entre extension et compréhension, est annulé comme suit : premièrement, on ***prolonge artificiellement*** l'extension au-delà du pratiquement impossible, grâce à la ***fiction théorique*** selon laquelle, sans la contingence matérielle, on

---

337l 1. La fiction du *Grand dictionnaire des Immuables* [295] est en fait la mise en scène [partielle] d'une *conjecture de « savoir absolu »*. Cette fiction prend bien soin de signifier que ce dictionnaire est *initialement effacé*, sachant que, le reste du temps, tout le problème consiste à se référer *sans cesse* au dictionnaire des synonymes *sans jamais l'écrire* : d'où la problématique théorique de l'*interprète de l'égalité*, à la fois effectif et régressif, dont l'*équivalent théorique est le *Grand dictionnaire* [effectivement] effacé (trace indécelable).

338d 2. Ce qu'on retrouve dans la définition du *tendre vers* des limites habituelles, grandes ou petites.

pourrait « tout » énoncer en extension ; deuxièmement, on ***étend la compréhension*** à ***tout*** le champ des énoncés afin d'éliminer l'extension ; enfin, troisièmement, on pose conjecturalement l'***équivalence théorique*** entre extension et compréhension.

Dans le contexte du montage de l'égalité, c'est une bonne stratégie : l'interprète effectif de l'égalité est déjà-là pour les gabarits d'expression, de sorte que le fait d'imposer les énoncés en compréhension n'a d'autre effet que celui de « gonfler » un peu l'interprète. Autrement dit, même lorsque les énoncés en extension sont *pratiquement possibles*, on utilise des énoncés en compréhension.

339 *Les énoncés en extension*

Ce sont maintenant les énoncés en extension qui deviennent problématiques, d'autant que nous venons de dire [338f] qu'ils étaient éliminés. Cette assertion mérite un bref commentaire. Commençons par rappeler ce que chacun sait :

339a RAPPEL. Les ensembles n'ont rien à voir avec les sacs de pommes de terre, de sorte que les éléments d'ensembles n'ont rien à voir avec les pommes de terre : il n'y a pas plus de bâtons « dans » un nombre entier qu'il n'y a d'éléments « dans » un ensemble.

Il s'ensuit que l'éventualité d'énoncer un ensemble « en extension » doit être entendue comme un tour de discours. S'il n'y a ni sacs, ni pommes de terres, il n'y a pas non plus de sacs de pommes de terre :

339b RAPPEL. Les théories axiomatiques des ensembles sont construites sur une ***relation***, dite « appartenir à », définie ***entre*** des objets immuables (qui, à cet égard, ne sont pas « encore » des éléments d'ensembles), supposés déjà pourvus d'une identité monolithique, et habitant de toute éternité un univers d'objets (qui n'est certainement pas un ensemble).

Dans cette perspective, on éprouve quelques difficultés à reconstituer le paysage normatif habituel. Ce qui est problématique est moins ce qu'il en advient *dans* les mathématiques, que l'utilisation des évidences et des fictions normatives pour articuler les mathématiques formelles (ou formalisées) à des champs opératoires, l'effectivité formelle ou les traitements d'information, par exemple. Sans vouloir forcer le tableau, déjà ébauché avec les f-ensembles [268b], convenons simplement :

339c REMARQUE. Le décalage entre certaines fictions normatives et les théories que ces fictions sont supposées étayer est tel, qu'avec la meilleure volonté du monde, il est parfois impossible de s'y retrouver.

On préfère donc s'en tenir prudemment à *ce qui est écrit* et *formellement démontré*, position qui nous paraît d'autant plus sage qu'elle énonce notre *théorème du miroir [330b] [330c], et confirme le rôle médiateur que nous reconnaissons à l'écriture.

Bornons-nous aux quelques exemples déjà étudiés concernant l'opposition entre extension et compréhension. Lorsqu'on double les énoncés en extension *pratiquement possibles* par des énoncés en compréhension, on peut choisir, éventuellement, des gabarits d'expression qui « ressemblent extrêmement » aux énoncés en extension doublés. Dans le cas de la fonction `dupond` [334b], par exemple, il suffit de prendre pour gabarit un léger dérivé de l'énoncé en extension :

339d
```
dupond = { (0,5) , (1,5) , (2,3) , (3,4) } ◄ énoncé en extension

x_{(0,5),(1,5),(2,3),(3,4)}                ◄ gabarit d'expression
```

En tant que *gabarit d'expression*, cette écriture est *insécable* [336e] et sans blancs. C'est une sorte de lettre très compliquée appartenant à un alphabet calligraphique très riche, qui fonctionne exactement comme le gabarit `x_dupont` déjà étudié [334c]. Dans le cas du couple `(0,5)`, il vient :

339e
```
( 0 , 0_{(0,5),(1,5),(2,3),(3,4)} )      ◄ APP
( 0 , 0_dupont                    )

  0_{(0,5),(1,5),(2,3),(3,4)} = 5        ◄ EVAL
  0_dupont                    = 5
```

Mais, bien entendu, rien n'empêche de « voir » des traces indécelables (des coupures) dans une telle écriture, tout comme on peut « voir » des traces indécelables dans le gabarit `x_div_deux_plus_x`, pour l'interpréter comme un énoncé *en compréhension* :

339f ATTENTION. C'est ***en tant qu'énoncé en compréhension***, c'est-à-dire en tant qu'écriture pourvue de coupures, que le gabarit d'expression [339e] est interprétable comme un ***énoncé en extension***.

Dans le contexte normatif actuel, ce qu'on épingle « énoncé en extension » (et qui a effet de sac de pommes de terre), n'est qu'un cas particulier de gabarit d'expression, voire même seulement un *facteur commun* (un fragment commun) à plusieurs gabarits, expressions communes, ou dénotants :

339g
```
          DUPOND                             ZERO_CINQ
abs.       / \                                  / \
----      /   \                                /   \
ecr.     /     \                              /     \
     dupond = {(0,5),(1,5),(2,3),(3,4)}    (0,5)     \
                                                      \
                                       /      //////////////////
```

Ce schéma montre différentes expressions ou dénotations de deux abstractions monolithiques `DUPOND` et `ZERO_CINQ`. Il est clair que nous suggérons de comprendre :

339h INTERPRÉTATION. L'« énoncé en extension » d'un ensemble est à comprendre comme l'*expression commune* la moins déterminée de tous les éléments de l'ensemble ; plus généralement, un ensemble est une manière de ***saisir*** l'entre-deux de plusieurs abstractions (dites : les éléments de l'ensemble) ***comme*** une abstraction (dite : l'ensemble).

Nous bornerons là nos remarques sur la théorie des ensembles[1]. Remarquons que notre manière de comprendre les énoncés en extension [339f] n'est pas stupide d'un point de vue de calculabilité : le gabarit [339e] peut se lire comme une suite de règles de réécriture permettant d'obtenir le résultat *en un pas*. Quand on adopte la théorie des algorithmes de MARKOV, la ressemblance est « extrêmement troublante » :

339i
```
 x_{(0,5),(1,5),(2,3),(3,4)}                ◄ gabarit d'extension

  [0→5],[1→5],[2→3],[3→4] ▌                 ◄ algorithme de Markov
                          └── place de la donnée initiale
```

Si on comprend que le gabarit `x_div_deux_plus_x`, qu'on peut réécrire plus joliment `(x/2)+x`, ou même `x2/x+`, est une manière d'algorithme, voire peut-être de programme, on comprend également qu'il en est exactement de même pour les gabarits qui sont « extrêmement ressemblants » avec les « énoncés en extension » [279].

340 *Le mécanisme de double échappement*

Revenons un instant sur le *mécanisme de double déchappement* auquel il a été fait précédemment allusion [337h], afin de préciser quelques ramifications du passage à la limite. Nous avons noté [337h] que la *tendance vers*, en l'occurrence la tendance du *pratiquement* impossible vers un *absolument* impossible sans cesse différé, relevait

---

1. L'interprétation [339h] est probablement l'une des entrées du labyrinthe de la *théorie des ensembles*. Notons qu'il est normal que les liens entre la problématique des fonctions et celle des ensembles soient *très étroits*, puisque [266h], dans le cadre normatif actuel, une fonction *est* [abstraitement indiscernable d']un f-ensemble. Dans le présent exposé, nous n'explorons pas la théorie des ensembles, en particulier les conjectures grâce auxquelles on parvient à *saisir comme* une abstraction individuée ce qui fait tenir ensemble les éléments. Mais on peut supposer que la *holding* couper/coller a quelques puissantes filiales de ce côté-là.

d'une problématique de *seuils inassignables*, tandis que le *passage à la limite* relevait d'une problématique d'*arrêts de régressions sans fin* :

340a IMAGE. Le *mécanisme de **double** échappement* signifie que le ***basculement*** d'une *tendance vers* sur un *passage à la limite* est ***déjà*** lui-même ***passage à la limite***.

Cette image est à rapprocher de l'avertissement des *passages à niveau* [222a] : un passage à la limite peut en cacher un autre. Ce double échappement se manifeste dans un triangle diabolique par l'*équivalence théorique [302f] entre transition et passage à la limite, *équivalence qui est elle-même *déjà* un passage à la limite :

340b
```
             1
        x ——|—➔ y
         \  |  /        abstractions individuées
2 – –↓———\——|—/———↑– – – – – – – – – – – – – – – – –
           x,y          labyrinthe de l'entre-deux
```

Pour que le passage x➔y (passage n°1 comme passage à degré de détermination constant) soit compris comme un passage ***par*** la limite (expression commune x,y), il faut aussi passer ***à*** la limite de l'individuation (passages n°2 comme variations du degré de détermination). Précisons cela :

340c REMARQUE. Quand on développe une régression sans fin (première dimension de développement), ***chaque*** opération (couper/coller) intervenant dans le développement est une opération ***effective***, donc théoriquement *équivalente au développement achevé d'une régression sans fin (seconde dimension de développement)... et ainsi de suite !

Notre petit attirail d'écolier (biffer, couper, coller, effacer) regroupe les singularités archétypiques liées à l'arrêt des régressions dans la seconde dimension, tout comme l'opération de substitution est une singularité archétypique résultant de l'arrêt des régressions dans la première dimension :

340d *THÉOREME COUPER/COLLER. Les opérations ***couper/coller*** ne sont théoriquement accessibles que dans le cadre d'une ***théorie multi-dimensionnelle*** des régressions sans fin, c'est-à-dire une *théorie régressive* des régressions sans fin [1].

Autrement dit, il y a toujours un « cran de sûreté » qui assure la conservation de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Pour développer régressivement l'effectivité des transitions d'état (ou, plus généralement, des rapports à degré de détermination constant), il faut *déjà* passer à une limite :

340e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La *conjecture de « savoir absolu »*, qui sous-tend le montage théorique que nous proposons, et qui énonce l'*équivalence théorique entre les « choses » et les développements achevés de régressions sans fin, résulte ***déjà*** d'un passage à la limite.

Dans la pratique, le double échappement signifie qu'on ne peut manoeuvrer ou provoquer un passage à la limite que *depuis* un passage à la limite s'accomplissant concomitamment ou déjà accompli. L'implication mutuelle entre états et niveaux se retrouve là :

340f *THÉOREME DU DOUBLE ÉCHAPPEMENT. Quand on mobilise des transitions d'état (ou des relations à degré de détermination constant) pour manoeuvrer un passage à la limite, on prend appui sur un passage à la limite, s'accomplissant ou déjà accompli, permettant de manoeuvrer ou de mobiliser des transitions de niveau (ou des variations du degré de détermination).

Les épinglages « état », « niveau », « détermination », « couper », « coller », « biffer », « passage à la limite », etc., doivent être entendus comme des *métaphores* : ils relèvent du **principe du Père Noël* [290b], au même titre que l'épinglage « appartenir à » concernant la relation fondamentale de la théorie des ensembles. A cet égard, différentes problématiques comme, par exemple, l'implication mutuelle entre états et niveaux, l'implication

1. Cette théorie n'est pas exposée dans le cadre des présentes thèses.

mutuelle entre représentation et interprétation, l'implication mutuelle entre extension et compréhension, l'implication mutuelle entre l'individuation et l'entre-deux, et le mécanisme de double échappement des passages à la limite, ne sont en fait que des variations autour d'un même thème, le centre de gravité abyssal d'une théorie *régressive* des régressions sans fin. On retiendra donc :

340g PREMIERE CONCLUSION. Indépendamment du fait qu'un passage à la limite correspond à la singularité de l'arrêt d'une régression sans fin, la problématique fondamentale des passages à la limite est une ***problématique régressive au moins bi-dimensionnelle***.

D'où le blocage théorique dans le cas discret : dans le cadre normatif actuel, l'opération discrète de substitution est réputée « irréductible », non parce qu'elle le serait, mais seulement parce qu'il est ***inconcevable*** que sa décomposition (donc son *équivalence théorique comme passage à la limite) implique le passage à la limite de l'individuation ; corrélativement, les « états d'individuation » se conservent ***nécessairement***, aussi bien dans le cas des calculs [206j] que dans celui des formalisations [219j]. De fil en aiguille, tout se fige peu à peu, et l'abstrait se grippe au point de devenir immuable. On tombe alors inévitablement dans l'enchevêtrement de contradictions que tissent les fictions de l'abstrait normatif standard, où rien ne passe ni ne résulte.

341 *Remarques sur le montage de la finitude*

L'étude de l'opposition entre extension et compréhension, à partir du seuil inassignable séparant le *pratiquement impossible* et l'*absolument impossible*, nous permet de mieux comprendre que les théories de la calculabilité sont aux prises avec les *mêmes problèmes*, et que, sous couvert de traiter « à part » le cas de la calculabilité, c'est bien le montage théorique des mathématiques formelles qui est *en cause* :

341a RAPPEL. On peut dire tout ce qu'on veut des transfiniment grands ou des transfiniments petits, nul n'a jamais appris les mathématiques formelles autrement qu'en déchiffrant des livres effectivement imprimés et en interprétant des paroles effectivement prononcées.

Il s'ensuit que la comparaison entre la finitude matérielle d'ici-bas et la finitude abstraite de là-haut accordée aux entiers naturels est suspecte, car il y a belle lurette que cette finitude des entiers n'est mathématisée que par l'entremise de passages à la limite plus ou moins aperçus, aussi bien du fait de l'égalité que de celui de la logique. En particulier :

341b *THÉOREME DE LA FINITUDE. Il faut ***déjà*** provoquer un passage à la limite pour supposer que les entiers naturels *strictement bornés de toutes parts dans le fini*, mais dont il est cependant *pratiquement impossible* d'énoncer la liste *in extenso*, constituent un champ théorique homogène.

Il est probable qu'il faut provoquer un second passage à la limite pour *clore la finitude* et atteindre le premier transfini. Par conséquent :

341c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le contexte du discret finitiste, il y a peut-être plus à apprendre des mathématiques formelles en démontant le montage qui les sous-tend, qu'en mobilisant diverses évidences massives pour plaquer à tout prix les théories « finies » qu'elles proposent sur des champs opératoires discrets, mais effectifs.

Notre *raisonnement est simple : puisque tout le monde est logé à la même enseigne, il a bien fallu que les mathématiques formelles « résolvent » diverses difficultés « de même nature » que l'effectivité formelle ; de sorte que le crédit accordé à ces mathématiques suffit à garantir l'intérêt théorique des « solutions » trouvées, y compris dans les contexte réputés « finis » :

341d REMARQUE. Le montage de l'égalité est donc, à cet égard, particulièrement intéressant, puisqu'il est mobilisé dans tous les cas, finis ou non, pour éponger les régressions sans fin que chaque avancée des mathématiques formelles ne manque pas d'impliquer.

342 *Fragments d'une théorie des interprètes*

Essayons de faire un pas vers une *théorie des interprètes*, en prenant appui sur la problématique de l'enchaînement [336i] telle que le montage de l'égalité permet de l'apercevoir. Cette problématique [243b], que nous avons déjà rencontrée en étudiant la composition des fonctions [267], gouverne le « et puis après » énigmatique [267e] [271d] du concept fondamental de séquentialité [267f] [321h]. Appliquons le principe d'une conservation globale au schéma du serpentin [336d] afin de comprendre l'articulation entre les deux sortes de passage à la limite [336h] qui détermine l'oscillation caractéristique des interprètes. Pour ce faire, redisposons ce schéma du serpentin [336d] comme un enchaînement séquentiel (de la gauche vers la droite), et selon les degré de détermination (le moins déterminé vers le haut) :

342a
```
                                   ABS
                                   / \
 3                             1 ──▶ 1                 4
 │                             │-    │                 │-
↓│APP                      EVAL│↑  ↓ │APP          EVAL│↑
+│                             │   + │                 │
 3_div_deux ──▶ 3_div_deux       1_plus_3 ──▶ 1_plus_3
              \ /                           \ /
              LIM                           LIM
```

On reconnaît aisément la série des triangles diaboliques (notés `LIM`) des passages à la limite du montage de l'égalité ; en revanche, ce qui résiste, c'est l'interprétation de ce qui est noté `ABS`, et qui est impliqué par *le fait d'enchaîner*. Les écritures étant un peu longues dans ce schéma [342a], laissons de côté les « voyelles », et ne gardons que les « consonnes », le tout dans une mise en scène à biffures [287d] [287h] :

342b
```
ABS             ABS             ABS

 3               1               4
   \          /     \          /
     /     /          /     /,4
     \    /           \    /
       3,1              1,4

       LIM              LIM
```

Les triangles diaboliques `LIM` sont nets : passages de `3` à `1` et de `1` à `4`. On constate corrélativement :

342c INTERPRÉTATION. L'enchaînement des passages `LIM` implique des triangles diaboliques `ABS`, inversés par rapport aux triangles `LIM`, qui correspondent au passage d'une abstraction ***en tant que résultat*** (du passage `LIM` qui l'obtient) vers « la même » abstraction ***en tant que donnée*** (du prochain passage `LIM`).

Ce qui se comprend très bien : si passer (`LIM`), c'est *changer d'abstraction*, enchaîner (`ABS`), c'est *changer d'entre-deux*, tout en demeurant abstraitement « sur place » (au sein de « la même » abstraction). On met ainsi en évidence les deux sortes de passage à la limite :

342d
```
le côté de 3 │ le côté de 1          l'abstraction 1

  3 ─────────┼─────────▶ 1                 1
    \        │          /                 / \
     \       │         /        ─ ─ ─────/───\───── ─ ─
      \      │        /                 /  │  \
        /    │     /                   /   │   /,4
         \   │    /                   /    │    \
─ ─ ──────\──┼───/────── ─ ─         /     │     \
           \   /                    /      │      \
            3,1                  3,1 ──────┼──────▶ 1,4

    l'entre-deux          l'entre-deux    │ l'entre-deux
     de 3 et 1             de 3 et 1      │   de 1 et 4
```

Figure de gauche : c'est le triangle diabolique déjà étudié, qui correspond à une transition *à degré de détermination constant*. Figure de droite, c'est encore une transition *à degré de détermination constant*, mais au sein de « la même » abstraction, qui permet de passer de l'abstraction `1` *en tant que* « juste devenue `1` à partir de `3` » à l'abstraction `1` *en tant que* « `1` sur le point de devenir `4` ». En termes de couples, c’est passer de `1` en tant que seconde projection du couple `(3,1)` à `1` en tant que première projection du couple `(1,4)`. Ce schéma situe une telle limite dans le sens d’une *détermination minimale*, ce qui est cohérent pour des *abs*tractions :

342e *THÉOREME D’AMBIGUITÉ. Une abstraction est, en quelque sorte, le *passage à la limite* (l’expression commune) ***le moins déterminé*** de toutes ses expressions plus déterminées (sa non-identité) : l’identité monolithique d’une abstraction se comprend « donc » comme une ***ambiguïté*** à l’égard de sa non-identité.

Cette interprétation s’accorde à ce que nous avons déjà esquissé [285b] [292c] concernant le fait que la non-identité de chaque abstraction est constituée d’une multiplicité innombrable d’expressions lui permettant de s’accorder harmoniquement avec toute autre abstraction à laquelle elle est reliée. Nous sommes en présence d’une *dualité* de points de vue, et nos **théorèmes épouvantables* [297c] [297d] [297h] s’appliquent *à la lettre* :

342f *THÉOREME DE DUALITÉ. L’entre-deux contradictoire se comprend comme un passage à la limite correspondant à un ***maximum relatif de détermination***, tandis qu’un monolithe identitaire contradictoire se comprend comme un passage à la limite correspondant à un ***minimum relatif de détermination***.

En ce sens, les contradictions de la non-identité [296d] et de l’entre-deux [296e] peuvent se comprendre comme *duales l’une de l’autre*, pour autant qu’on veuille bien les lier de la sorte, afin d’« oublier » la *coupure qui les ajointe*. Bref, nous pouvons compléter le schéma [342b] grâce aux deux triangles diaboliques [342d] :

342g
```
labyrinthe        3         |         1         |         4
de l’abstrait       \       |       /   \       |        /
- - - - - - - - --┬--\------|------/--┬--\------|-------/-┬--- -
non-identité,     |   \     |     /   |   \     |      /  |
                         /      /           /       /,4   |
médiatrices       |     \   |   /     |     \   |   /     |
- - - - - - - - --|------\--┴--/------|------\--┴--/------|-- -
labyrinthe        |        \  /       |        \  /       |
de l’entre-deux   |        3,1        |        1,4        |
```

Pour passer d’une abstraction à une autre, il faut pivoter sur l’ambiguïté de l’expression commune (partie inférieure du schéma) ; mais pour enchaîner, il faut pivoter sur l’ambiguïté de l’abstraction elle-même (partie supérieure du schéma). On observe nettement que la zone médiatrice de la non-identité est une zone de recouvrement partiel qui assure la *porosité* entre le *labyrinthe de l’abstrait* (monolithes identitaires) et le *labyrinthe de l’entre-deux* (achèvement des régressions sans fin). C’est cette zone médiatrice « blanche et noire » qui correspond à la « cuisine sans importance » des manipulations d’écritures. Le schéma d’ajointement [310b] relatif au double rôle de l’égalité gagne ainsi en précision :

342h IMAGE. Entre ces deux régions contradictoires et labyrinthiques se trouve le ***pli médiateur de l’écriture***, la cicatrice blanche et noire [310d] le long de laquelle est pliée la *tautologie* qui recueille les deux contradictions hétérogènes : l’*abstrait des monolithes identitaire* et l’*entre-deux de ces monolithes*.

Prenons un peu de recul et synthétisons ces schémas. Ce qui paraît horizontalement aligné [342b] [342g] quand on considère simplement les couples, est légèrement différencié quand on considère le cas général, comme dans le schéma du serpentin [336d] [342a] :

342i
```
ABS           ABS           ABS                 ABS
   \         /   \         /           EVAL ↑- /   \ +↓ APP
 ▶——\       /——▶——\       /——▶                /——▶——\
     \——▶——/       \——▶——/                    \——◀——/
      \   /         \   /              EVAL ↑- \   / +↓ APP
       LIM           LIM                        LIM
```

Si on replie l’enchaînement séquentiel sur lui-même, on obtient (figure de droite) un joli moteur sans explosions ni pistons, qu’on appelle un ***interprète*** dans le contexte d’une « thermodynamique de l’écriture » : les flèches d’application `APP` accroissent la détermination, tandis que les flèches d’évaluation `EVAL` diminuent la détermination. Mais les transitions à degré de détermination constant (flèches horizontales) se produisent

effectivement, c'est-à-dire *sans atteindre les limites*, lesquelles sont l'effet d'un montage destiné à recueillir l'*équivalent théorique des transitions (triangles diaboliques ABS et LIM) :

342j TROISIEME CONCLUSION. Dans le contexte normatif actuel où prévaut le glissement du discret sur le fini, il est déjà inconcevable de rapporter la problématique des transitions d'état à une problématique de passage à la limite impliquant les contradictions de l'entre-deux ; mais il est encore plus inconcevable de rapporter la problématique de l'enchaînement à une problématique de passage à la limite impliquant les contradictions de l'identité monolithique.

Si on rapporte le schéma [342i] à l'informatique, ce qu'on épingle *une* transition d'état est un *cycle complet* (LIM+ABS) qui s'inscrit dans le déploiement du germe déjà évoqué [336g] concernant le *schéma de contrôle* et le *schéma interprétatif*. Très concrètement, les transitions associées au triangle diabolique LIM (schéma interprétatif) correspondent aux *opérations* de la machine, tandis que les transitions associées au triangle ABS (schéma de contrôle) correspondent à l'*incrémentation du compteur ordinal* (non programmé en tant que tel du côté LIM), et au *changement de grille d'interprétation* dûe à la variation du compteur ordinal (le microprogramme ne « regarde » pas le « même » état *apparent* de la même manière) :

342k QUATRIEME CONCLUSION. Dans le cas des machines informatiques [actuelles], dès lors que les [valeurs des] états discrets sont rendus décelables, l'***enchaînement*** (triangle diabolique ABS) ***est indécelable***.

343 *Le pli*

Conformément à nos thèses, rien n'est perdu ni laissé de côté, même dans l'égalité des mathématiques formelles ; c'est la raison pour laquelle nous appliquons d'une manière tellement têtue des principes de conservation et de traduction. Il est inutile de souligner [336i] que la problématique de l'enchaînement n'a pas pu être aperçue *en tant que telle* dans des théories de la calculabilité finitistes. C'est donc par le truchement de diverses évidences que cette problématique est néanmoins assumée dans les faits, grâce à la composition des fonction, par exemple. On comprend alors que, dans l'expression h°g, la petite bulle peut correspondre à un triangle diabolique ABS, ce qu'on nomme, dans les mathématiques formelles, une abstraction individuée : c'est la valeur intermédiaire qui, pour chaque couple des f-ensembles concernés, assure la *composition* comme passage à la limite. Plus généralement, dans un contexte normatif où les considérations qui viennent d'être développées sont ***inconcevables***, les problématiques de l'enchaînement et de la composition demeurent [partiellement] bloquées quant à leurs implications fondamentales :

343a *THÉOREME DU PLI. Si le rapport entre deux abstractions individuées est leur ***entre-deux***, alors, ***par dualité***, il devient concevable que le rapport ***entre*** deux entre-deux puisse être une ***abstraction individuée***.

Les schémas [342g] [342b] sont particulièrement nets à cet égard[1]. En particulier, quand on aligne linéairement certaines abstractions en tant que *nombres*, on comprend très bien que chaque nombre puisse être compris comme le dual de ses deux entre-deux immédiats (vers le prédécesseur et vers le successeur), excepté le « premier » et le « dernier ». Mais on peut aussi bien imaginer que, partant d'une série d'abstractions, on pose conjecturalement que le rapport entre deux entre-deux détermine une « nouvelle abstraction », c'est-à-dire une abstraction qui n'appartient pas à la série grâce à laquelle les entre-deux sont définis.

Ce **théorème du pli* s'ajoute aux idées directrices [299] concernant une éventuelle réinterprétation du concept de limite, et convient à ce que nous venons de dire concernant le mécanisme de double échappement[2]. Nous

---

1. Le schéma [342g] suggère que d'autres noms pourraient peut-être convenir, dans certains contextes, à la *dualité* fondamentale entre le labyrinthe des monolithes (les individuations « ponctuelles » et discrètes) et le labyrinthe de l'entre-deux (la fil de la continuité). Pour notre part, nous avons retenu le mot *dualité*, plutôt que *complémentarité* (utilisé à d'autres fins [212]), pour souligner une implication réciproque de deux parties issues d'une même « chose » par l'effet d'une *coupure*.

343b 2. Nous avons emprunté le mot *pli* à G. DELEUZE (*Le pli (Leibniz et le baroque)*, Editions de minuit, Paris, 1988 ; cf. [350i] [362o]). Nous avions déjà remarqué quelques affleurements de ce plissé simplissime : dans le contexte des transitions d'état [101e] [132e], de l'identité [132f] [138a], des fonctions [135k] [277c], des écritures formelles [288b], et de l'égalité [304b] [310d].

n'insistons pas plus, car nous sommes au bord de plusieurs montages fondamentaux des mathématiques. Bornons-nous à noter :

343c *THÉOREME DU BOULANGER. Sous couvert d'un usage ***purement instrumental*** de l'écriture, les mathématiques formelles ne cessent de rouler toujours la même pâte de l'écriture dans la farine blanche des traces indécelables, de la pétrir, de l'étirer, ***et de la replier***, toujours égale à elle-même, autour de la singularité omniprésente de l'égalité, pour donner aux écritures les formes les plus diversifiées de l'« objet mathématique ».

Ce **théorème du boulanger* est probablement l'un des plus fondamentaux quant au *montage des mathématiques formelles* : il signifie que le montage de l'égalité est une singularité extrêment riche et dense [310d], puisque ce montage est en mesure d'épouser pas à pas (par passage à la limite) le labyrinthe d'une théorie régressive des régressions sans fin *tout en l'épongeant au fur et à mesure* par condensation dans les *blancs de l'écriture* :

343d REMARQUE. Il échoit corrélativement aux *concepts théoriques*, parmi les divers services qu'on attend d'eux, de ***garder mémoire des plis***, à la manière d'un altimètre qui permettrait de mesurer le degré de condensation des traces indécelables.

V-5-4. La transformation des fonctions

■ *Nous montrons brièvement qu'une approche par transformations de fonctions permet de relier directement divers résultats déjà exposés.*

344 *Situation du concept de transformation*

La problématique des transformations a joué (et joue encore) un rôle moteur essentiel dans notre recherche. Nous n'en avons guère parlé, quoique le concept de transformation soit le filigrane conducteur du présent exposé. Le concept de transformation, en tant que tel sans fondement théorique dans le cadre des mathématiques formelles telles qu'actuellement conçues, appartient à la famille des concepts qui sont en conflit de fondement avec le principe normatif d'identité :

344a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. En première approximation, la ***transformation d'une abstraction*** peut se comprendre comme une variation de la non-identité (de la détermination) d'une abstraction.

Le concept de transformation est donc lié, en son principe, à la contradiction de la non-identité [296d] « ni la même ni aucune autre ». Pour autant, nous ne doutons pas qu'un mathématicien sache manoeuvrer à bon escient le mot *transformation*, et qu'il l'utilise seulement pour *certaines* fonctions considérées dans *certaines* situations. Bien qu'en principe, n'importe quelle abstraction puisse être transformée[1], nous bornerons les quelques remarques qui suivent à la *transformation des fonctions*, dans le contexte des mathématiques formelles. Parmi diverses définitions possibles, nous avons retenu celle-ci :

344b *DÉFINITION. On dit d'une fonction `G` qu'elle est une ***transformée*** d'une fonction `F` (ou que `F` est transformée en `G`) si et seulement si il existe deux fonctions `K` (*cathode*) et `A` (*anode*) telles que `F=A°G°K`.

Nous avons choisi d'épingler *anode* et *cathode* les deux atèles de la transformation afin d'éviter les *codages*, *décodages* et autres *représentations*, qui peuvent tout dire (et même le reste). Bien qu'on puisse sans doute trouver une « transformation » `T` telle que `T(F)=G`, nous n'avons pas choisi de mettre l'accent sur les transformations *en tant que fonctions*, mais de souligner, par composition et décomposition interposée, l'idée d'une *variation de détermination*. Cependant :

1. Tout du moins dans la perspective des présentes thèses.

344c REMARQUE. Sachant [344a] que le concept de transformation est en conflit de fondement avec le principe normatif d'identité, tout ce que nous épinglons « transformation » demeure un tour de discours à l'égard des mathématiques formelles.

On pourra donc « approcher » certains aspects du concept de transformation (en tant que variation de l'identité d'une abstraction), grâce aux procédés recevables dans les mathématiques formelles ; il faut en contrepartie s'attendre que d'autres aspects de ce concept y demeurent inaccessibles (c'est-à-dire contradictoires). Comme nous ne visons que quelques remarques, et que nous ne cesserons d'utiliser la composition des fonctions, nous convenons ce qui suit :

344d CONVENTIONS D'ABRÉVIATION. Il est convenu une fois pour toutes que si deux fonctions sont composées, les conditions concernant la possibilité de composer ces deux fonctions (ensembles de départ et d'arrivée) sont supposées vérifiées. Par ailleurs, on convient d'utiliser la lettre `I` comme désignation indifférenciée des *fonctions identité* appropriées aux situations qui les emploient.

En fait, nos remarques concernent uniquement la décomposition des fonctions *en général*, de sorte que les ensembles (de départ et d'arrivée) « disparaissent ».

345 *Quelques théorèmes et remarques élémentaires*

Avant d'esquisser quelques applications possibles de notre approche de la transformation des fonctions dans le contexte de l'effectivité formelle et des passages à la limite, examinons quelques *théorèmes élémentaires (démontrables dans les mathématiques formelles habituelles) :

345a *THÉOREME DU RAPPORT A SOI. Pour toute fonction `F`, il existe des fonctions identité appropriées telles que : `F=I°F°I`.

Conformément à nos conventions [344d], la lettre `I` désigne des identités appropriées, ce qui n'implique pas les identités anode et cathode soient « la même ». D'un point de vue de mathématiques formelles, on pourra dire que « `F` est une transformée d'elle-même ». En particulier :

345b *THÉOREME DE L'IDENTITÉ. Pour toute identité `I`, `I=I°I°I`.

On pourra donc dire que « une fonction identité est une transformée d'elle-même ». Dans ce cas, les quatre occurences de la lettre `I` désignent « la même » fonction identité. Par ailleurs :

345c *THÉOREME DE CONDENSATION. Pour toute fonction `F`, il existe les fonctions identité appropriées telles que : `F=F°I°I` et `F=I°I°F`.

Ce *théorème énonce qu'on peut *toujours* transformer une fonction en une identité. Le problème inverse est plus délicat :

345d *THÉOREME DE DÉCONDENSATION. Pour toute fonction `F` *bijective*, il existe des fonctions `I`, `K` et `A` appropiées telles que : `I=A°F°K`.

Toute fonction *bijective* peut toujours être comprise comme la transformée d'une identité. Notons, sans insister :

345e REMARQUE. Moyennant l'intervention de *multi-applications* (ou de tout autre procédé permettant de manoeuvrer des indéterminations), on pourrait obtenir un *théorème de décondensation concernant la possibilité de considérer toute fonction comme une transformée d'une identité.

Ces *théorèmes élémentaires appellent quelques remarques concernant leur lecture dans la perspective des présentes thèses. Reprenons la *définition [344b] :

345f 

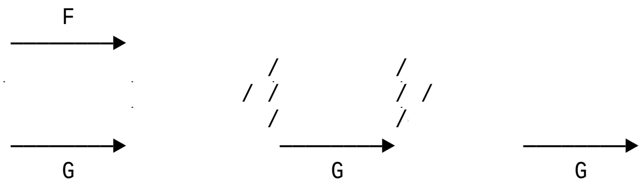
La figure de gauche illustre que la fonction F est « la même chose » que A°G°K. La figure centrale suggère que la fonction G, *en tant que transformée de* F, « garde mémoire » (biffures) de son attachement à F, c'est-à-dire du *lien de transformation* que constituent les deux fonctions *cathode* K et *anode* A. La figure de droite illustre la fonction G « isolée », c'est-à-dire en dehors de toute considération qui en ferait la transformée de F :

345g PREMIERE IMAGE. La fonction G *en tant que transformée* de F ***n'est pas la même chose*** que la fonction G *pour elle-même* (isolée) ; corrélativement, le rapport entre la fonction F et la fonction G *en tant que transformée de* F, est « ni la même ni aucune autre ».

Nous reprenons ainsi l'idée [308b] proposée lors de l'étude de la composition des fonctions : dans l'expression F=A°G°K, la fonction G (même remarque pour A et K) est « empruntée » afin d'« exprimer » (de manière détournée) une variation de l'identité de F. Mais, en fait :

345h SECONDE IMAGE. Ce qui figure *au lieu de* la lettre G dans F=A°G°K *n'est pas* la fonction G : en tant que transformée de F, G *vaut pour* F *eu égard aux atèles* A et K.

C'est un peu difficile à concevoir dans le cadre des mathématiques formelles, mais on peut comprendre cela beaucoup mieux si on redispose le schéma [345f] en *deux* dimensions :

345i 

La figure de gauche évoque incontestablement une *représentation* de F par G, ce qu'énonce F=A°G°K, les fonctions cathode K et anode A jouant le rôle d'une sorte de codage et de décodage. La figure centrale correspond à la fonction G *en tant que* représentation de F : comme chacun sait, le rapport de représentation n'est pas séparable des atèles du codage et du décodage. La figure de droite illustre la fonction G *pour elle-même* :

345j TROISIEME IMAGE. Dans le *théorème du rapport à soi [345a], où F=I°F°I, la transformée F de F n'est pas F « elle-même », puisque les identités qui servent d'anode et de cathode ne sont pas éliminables (même remarque pour le *théorème de l'identité [345b]).

Dans le cadre des mathématiques formelles actuelles, le concept de transformation est presque complètement bloqué : si la « fonction » G qui figure dans A°G°K n'est pas « la même chose » que la fonction G *pour elle-même*, on se contredit, et on ne sait pas ce que pourrait être cette « fonction » G. Corrélativement, si les deux occurrences de F ne sont pas référées à « la même chose » dans F=I°F°I, on tombe sous le coup du *théorème d'ambiguïté [251g] (contradiction et non-recevabilité).

346 *L'idée d'une conservation*

Moyennant les petits hiatus qui viennent d'être soulignés, on comprend que l'idée de transformation puisse s'appliquer directement aux représentations abstraites. La *définition que nous avons retenue [344b], qui souligne une variation de détermination, peut se comprendre comme l'énoncé d'un *principe de conservation* :

346a IDÉE DIRECTRICE. A l'égard des fictions relatives aux monolithes immuables, un ***principe de conservation*** permet de manoeuvrer les contradictions de la non-identité [296d] et de l'entre-deux [296e].

En ce sens, la *définition [344b] `F=A°G°K` peut servir à notifier que « quelque chose », en l'occurrence `F`, est *globalement conservé* le long de sa décomposition `A°G°K` :

346b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il est inutile d'énoncer un *principe de conservation* au sujet de *quelque chose* qui n'est pas pris dans la tenaille contradictoire d'un ***changement relatif à une mêmeté***.

Reprenons le schéma synthétique [325a] de la représentation formelle effective, et, surtout, le schéma associé [326a] du développement minimal reproduit ci-dessous :

346c

```
                  F
      X ─────────┼────────▶ Y        ◄ représentés abstraits
  C ↓+ \         │        / -↑ D   ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─
        X  ─ ─  F0 ─ ─▶ Y            ◄ représentants abstraits 1
CCT ↓+   \       │       /   -↑ EXT
          XF ─ ─ F1─ ─▶Y0            ◄ représentants abstraits 2
DV2 ↓+     \     │     /     -↑ EV2 ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─
            //        //,Y0          ◄ transition d'état en un pas
DV3 ↓+  ─ ──\───┴───/── ─    -↑ EV3
              XF,Y0                  ◄ 1ère expression commune
              ↓↓↓↓↓                  ◄ développement régressif
```

Il est clair, compte-tenu de ce qui vient d'être dit, que la fonction **`F`** initiale, en rôle de *représenté abstrait*, est transformée au cours des différentes étapes, en ce sens précis qu'elle est *globalement conservée* :

346d ATTENTION. Dans les *schémas* qui suivent, l'ordre habituel des opérandes d'une composition de fonctions est inversé pour faciliter la lecture.

346e

```
F =                    F
    ├─┬──────────────────────────────────────────┬─┤
F =  C °                F0                       ° D
    ├─┴──────┬──────────────────────────┬────────┴─┤
F =  C ° CCT °          F1               ° EXT ° D
    ├────────┴────┬──────────────┬──────┴──────────┤
F =  C ° CCT ° DV2 °    F2       ° EV2 ° EXT ° D   ◄ interprète
    ├─────────────┴──────┬──┬────┴─────────────────┤
F =  C ° CCT ° DV2 ° DV3  °  EV3 ° EV2 ° EXT ° D   ◄ limite
                          ↑
                         ABS
```

Chaque étape de développement (resp. d'enveloppement) revient à *découper* (resp. *coller*), de sorte que de multiples lectures des mêmes écritures sont possibles. Par exemple, puisque `F0=EXT°F1°CCT`, la fonction `F1` est une transformée de `F0` ; mais, par ailleurs, puisque `F=D°EXT°F1°CCT°C`, `F1` est aussi une transformée de `F`, via la cathode `CCT°C` et l'anode `D°EXT`. Il n'en reste pas moins que, globalement, il s'agit toujours de « la même » fonction `F`. Indépendamment de la différence de présentation, la comparaison des deux schémas [346c] et [346e] permet d'apercevoir que ce qui est « en noir » dans l'une est « en blanc » dans l'autre, et vice-versa :

346f PREMIERE REMARQUE. Quand on pose (schéma de développement [346c]) que les états ou les valeurs sont « en noir », le rapport entre ces « noirs » (relations, fonctions) est « en blanc » (notation à flèches, par exemple) ; mais quand on pose (schéma de transformation [346e]) que les relations ou les fonctions sont « en noir », le rapport entre ces « noirs » (états ou valeurs comme enchaînements) est « en blanc » (notation à petite bulle, par exemple).

En ce sens, on pourra dire que chacun des deux schémas est *dual*[1] de l'autre. Par ailleurs, quand on *raisonne selon les valeurs ou les états, on dresse un schéma (analogue au schéma de développement [346c]) pour ***chaque*** couple `(X,Y)` de la fonction `F` ; mais quand on *raisonne selon la transformation des fonctions, on dresse un seul schéma pour ***tous*** les couples `(X,Y)` de la fonction `F` :

346g SECONDE REMARQUE. L'approche par la transformation des fonctions est une manière de *raisonner synthétiquement sur des multiplicités de représentations, d'interprètes et d'historiques d'états.

1. L'étude des fonctions sous l'angle d'une dualité avec les états n'est pas développée dans le présent exposé.

Non seulement on opère synthétiquement sur les fonctions (comme on le fait habituellement en mathématiques), mais, de plus, on considère synthétiquement la multiplicité de représentations (donc d'interprètes et d'historiques d'états) qui peut être associée à une fonction :

346h TROISIEME REMARQUE. Plus on développe par transformation, plus on accroît la détermination, et plus on restreint la multiplicité des représentations : en ce sens, on *spécifie*.

Le schéma [346e] souligne que chaque étape de développement préserve une sorte d'*invariant*, savoir la fonction développée elle-même. Mais il souligne également un autre aspect lié à l'idée [346a] de conservation :

346i QUATRIEME REMARQUE. Ce grâce à quoi une fonction est transformée (cathode et anode) est, en quelque sorte, ***déjà*** présent ***dans*** la fonction à transformer.

On n'importe pas une transformation « de l'extérieur », ce que suggère `T(F)=G`, mais on *développe* les potentialités de la fonction à développer par *accroissement de détermination* `F=A°G°K`, c'est-à-dire par développement régressif :

346j CINQUIEME REMARQUE. L'idée de conservation [346a] signifie aussi que la « finitude » d'une fonction se conserve globalement, même lorsqu'on la développe régressivement *sans fin* au moyen de transformations.

347 *Arrêter les régressions sans fin*

Les deux approches [346c] [346e] peuvent jouer sur l'*équivalence théorique [302f] entre l'effectivité et les passages à la limite pour arrêter les développements régressifs :

347a REMARQUE. Le schéma de développement [346c] correspond au triangle diabolique des transitions d'état [302i] : le développement régressif peut être arrêté soit par une *transition d'état* (effectivité), soit par une expression commune, comprise comme un *historique d'états* (passage à la limite).

Dans le cas du schéma de transformation [346e] :

347b REMARQUE. Le schéma de transformation [346e] correspond au triangle diabolique des enchaînements [342c] : le développement régressif peut être arrêté soit par une *fonction primitive* (effectivité), soit par une expression commune (notée petite bulle), comprise comme un *enchaînement* (passage à la limite).

Lorsque le développement est arrêté sur une fonction (`F2` dans le schéma [346e]), cette fonction correspond à la singularité de l'arrêt d'une régression sans fin. Dans le cas général, ces fonctions sont les *fonctions primitives* des univers de représentation abstraite (clause RA-3 de la définition [314a] de ces univers), ou les *fonctions d'interprétation* irreprésentables [328g] des montages de représentation effective [322c]. En ce qui concerne le passage à la limite :

347c REMARQUE. Lorsque le développement est arrêté sur un enchaînement, chaque petite bulle marque la place d'un pivot d'enchaînement : valeurs ou états intermédiaires (cf. les schémas [342d] [342g]).

Toutefois, on ne comprend pas très bien ce que signifie l'enchaînement comme passage à la limite dans le cas d'une fonction *en un pas*. Revenons un instant sur un aspect du montage de l'égalité que nous avons laissé jusqu'à présent de côté [269g] [334k] :

347d REMARQUE. Dans le montage de l'égalité, il y a, en quelque sorte, ***enchaînement*** de l'application `APP` et de l'évaluation `EVAL`.

Il s'ensuit que lorsqu'on passe une fonction à la moulinette de l'égalité, il doit apparaître un enchaînement `EVAL°APP`, bien que la fonction semble « en un pas » ; il doit donc exister corrélativement un *pivot d'enchaînement*, ce que confirme le schéma [334c] du gabarit d'expression de la fonction dupon*a* [334b] :

347e
```
( x                       ,                      y )

  x ──────▶ x_dupont  |  x_dupont ──────▶ y
      APP                            EVAL
```

Dans le montage de l'égalité, le *gabarit d'expression* fait office de pivot d'enchaînement, et se trouve associé à la *virgule* de l'armature syntaxique des couples. Bornons-nous à noter :

347f REMARQUE. Dans le schéma de transformation [346e] associé à une fonction « en un pas », la limite (notée °) la moins déterminée est une ***coupure***, c'est-à-dire un défaut d'écriture faisant office de pivot d'enchaînement ; par accroissement de détermination, on peut installer des écritures *au lieu de cette coupure* : gabarits d'expression et représentations.

Appliquons cela au schéma [346e] en le résumant, puis en *collant* tout le versant du « codage » pour retrouver l'*application* APP *en un pas*, et en *collant* tout le versant du « décodage » pour retrouver l'*évaluation* EVAL *en un pas* :

347g
```
F =                     F
     ├───────────────┬───────────┬─────────────┤
F =   C ° CCT ° DV2 °      F2     ° EV2 ° EXT ° D
     ├───────────────────┬──┬──────────────────┤
F =   C ° CCT ° DV2 ° DV3  °  EV3 ° EV2 ° EXT ° D
     ├───────────────────┼──┼──────────────────┤
F =          APP           °         EVAL
```

Ce schéma mériterait certaines précisions et de nombreuses remarques. Notons simplement :

347h PREMIERE CONCLUSION. On peut considérer qu'il y a une sorte d'*équivalence théorique entre le fait de passer à la limite dans un schéma de transformation de fonctions, et le fait de transformer conjointement les « fonctions » APP et EVAL du montage de l'égalité autour de leur enchaînement.

348 *La fonction de transition d'état*

Nous avons pris appui sur deux schémas [346c] [346e] qui correspondent à un développement *minimal* associé au degré *maximal* d'indétermination de la limite obtenue : c'est l'interprétation *en un pas*. Mais le montage de la représentation effective (cf. le schéma synthétique [325a]) est beaucoup plus général et autorise des interprétations effectives *en plusieurs pas*. Rien n'empêche donc de reprendre le schéma des transformations [346e], et de ne pas arrêter si tôt le développement de la fonction F, ce qui revient à décomposer la fonction F2. Parmi les multiples manières de procéder, on peut rechercher une fonction β qui soit composable avec « elle-même » :

348a
```
F =                     F
     ├─┬───────────────────────────────────┬─┤
F =   C °                 F0                 ° D
     ├─┼────┬─────────────────────────┬────┼─┤
F =   C ° CCT °           F1            ° EXT ° D
     ├──────┼────┬───────────┬────────┼────┤
F =   C ° CCT ° DV2 °      F2     ° EV2 ° EXT ° D   ◀ en un pas
     ├──────┼────┼───────────┼────────┼────┤
F =   C ° CCT ° DV2 ° β ° ... ° β ° EV2 ° EXT ° D   ◀ en plusieurs pas
                    └──────────┘
           éventuellement selon la donnée
```

On peut alors commenter cette manière de développer la fonction F conformément aux usages habituels : on dira que la fonction β correspond concrètement à la *fonction de transition d'état* d'un interprète effectif :

348b ATTENTION. La *fonction de transition d'état* d'un interprète effectif en plusieurs pas ***n'est pas*** la « fonction d'interprétation » en un pas d'un montage de représentation effective.

Le fait que le nombre de pas dépende éventuellement de la donnée est à rapprocher du *théorème du défaut d'écriture [321c], et mériterait de plus amples remarques ; nous laissons cela de côté pour mettre l'accent sur un autre aspect de ces développements. Plaçons une grille de lecture conforme à la *définition [344b], et considérons l'*une quelconque* des étapes d'interprétation β :

348c
```
F =                       F
     |---------------------------------------------------------|
F =   C ° CCT ° DV2 ° β ° ... ° β ° ... ° β ° EV2 ° EXT ° D
     |-------------------------|---|---------------------------|
F =             K             ° β °              A

     |_________________________|    |__________________________|
              cathode           ↑             anode
                           transformée
```

Si on colle à gauche ***tout ce qui a précédé*** (codages, représentations, étapes d'interprétation), on met en évidence une cathode de transformation ; si on colle à droite tout ce qui reste à effectuer (étapes d'interprétation, décodages), on met en évidence une anode de transformation. Cette grille de lecture est indépendante du pas d'interprétation choisi, de sorte que :

348d *THÉOREME DE LA TRANSFORMÉE. Lorsqu'on développe une fonction sur une fonction [de transition d'états] « en plusieurs pas », chaque occurrence de cette fonction [de transition d'état] peut se comprendre comme une ***transformée*** de la fonction développée.

Quand on *imagine* qu'il s'agit de transitions d'état effectives, c'est-à-dire quand on imagine des *changements*, le principe même de ces transformations est corrélatif d'une *conservation globale* qui produit cet effet que *chaque* transition d'état est une *transformée* de la fonction développée. On peut ainsi « voir » les transitions d'état comme suit :

348e
```
F =                       F
     |-------------------------------------------------------------|
F =   C ° CCT ° DV2 ° β ° ... ° β ° β ° ... ° β ° EV2 ° EXT ° D
     |-------------------------|---|-------------------------------|
F =             K             ° β °                A
     |-----------------------------|---|---------------------------|
F =             K'                ° β °            A'

              cathode                            anode
```

A chaque pas, l'anode « libère » une « nouvelle » transition β (passage A→A'), tandis que la cathode « absorbe » la transition β « précédente » (passage K→K'), sachant [348d] que chaque transition β est une transformée de la même fonction F. ZÉNON jette un coup d'oeil : si on imagine que la cathode et l'anode sont des *distances*, on va « voir » le *mouvement de l'interprétation* comme on pourrait « voir » la flèche en mouvement :

348f IMAGE. Mais rien ne bouge d'un point de vue mathématique, car la fonction F est toujours égale à elle-même : seul varie le ***regard*** qui imagine « voir » le mouvement, variation qui se traduit par les opérations couper/coller appliquées à ***la grille de lecture***.

L'effet de mouvement provient d'une *variation conjointe* de l'anode et de la cathode *au sein d'une conservation globale*. Mais cette variation conjointe est une pure fiction, du moins dans le cadre des mathématiques formelles, puisqu'une fonction est « la même » qu'elle soit « en un pas » ou « en plusieurs pas » :

348g REMARQUE. Les variations A→A' et K→K' n'ont aucune existence théorique dans les mathématiques formelles, puisqu'elles ne sont rien d'autre que des conjonctions couper/coller déterminant des grilles de lecture de la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures.

On peut même imaginer de « rapetisser » la fonction β, c'est-à-dire d'augmenter le nombre d'étapes en appauvrissant sa richesse sémantique (décondensation de l'effectivité), de manière que chaque transition devienne « très très petite » :

348h *THÉOREME DE DÉCONDENSATION. Même si on décompose *sans fin* la fonction de transition d'état β, chaque transition, si « petite » soit-elle, est encore une transition, et demeure, quelque pauvre que soit sa sémantique, une transformée de la fonction F initiale.

Bref, ce n'est pas par cette voie qu'on passe à la limite, car le discret se reproduit *sans fin* par décondensation.

349 *La coupe instantanée*

Il y a plusieurs manières de passer à la limite. Bornons-nous à ce que nous avons précédemment remarqué [347b] [347c] : dans une décomposition « en plusieurs pas », chaque occurrence de la petite bulle peut être comprise comme un passage à la limite, qui marque la place d'un état (ou d'une valeur) intermédiaire faisant office de pivot d'enchaînement. On peut alors appliquer une grille de lecture habituelle :

349a
```
F =                          F
     ├──────────────────────────────────────────────────────────┤
F =   C ° CCT ° DV2 °            F2             ° EV2 ° EXT ° D
     ├──────────────┬────────────────────────────┬──────────────┤
F =   C ° CCT ° DV2 ° β ° ... ° β ° β ° ... ° β ° EV2 ° EXT ° D
     ├──────────────┼───┼─────┼───┼───┼─────┼───┼──────────────┤
        cathode                                      anode
                    ↑   ↑ ... ↑   ↑   ↑ ... ↑   ↑
     état initial ─┘   états d'interprétation  └─ état final
```

La cathode de la transformation se comprend comme une manière d'atteindre l'*état initial* de l'interprétation (codage, application), tandis que l'anode se comprend comme une manière d'obtenir le résultat à partir de l'état final (extraction, décodage). Au milieu, chaque pas d'interprétation β se comprend évidemment comme une transition d'état. Compte-tenu du rapport [346f] entre le point de vue des valeurs et le point de vue des transformations de fonctions :

349b REMARQUE. Pour *chaque* couple (X,Y) de la fonction F, chaque bulle du développement [349a] associée à un état est instanciée selon *ce* couple, ce qui détermine un *historique d'états* associé à *ce* couple.

Cette instanciation dépend évidemment de la cathode et de l'anode, c'est-à-dire des codages et des représentations. Cependant, rien n'empêche de reprendre l'idée [348f] d'une variation de la grille de lecture en prenant appui sur le principe de l'enchaînement EVAL°APP [347g] :

349c
```
F =                          F
     ├──────────────────────────────────────────────────────────┤
F =   C ° CCT ° DV2 ° β ° ... ° β ° β ° ... ° β ° EV2 ° EXT ° D
     ├────────────────────────────┼─────────────────────────────┤
F =              APP              °             EVAL
                                  ↑
                         coupe instantanée
```

A un degré maximal d'indétermination, chaque occurrence de la bulle se comprend [347f] comme une *coupure*, c'est-à-dire comme un pivot d'enchaînement singulier. En ce sens, chaque petite bulle est une sorte de *coupe instantanée* du système. Par suite de la conservation globale, il vient, comme précédemment :

349d *THÉOREME DES COUPES INSTANTANÉES. Lorsqu'on développe une fonction sur une fonction [de transition d'états] « en plusieurs pas », chaque enchaînement correspond à une sorte de ***coupe instantanée*** du système qui se comprend comme un passage à la limite de la fonction développée.

Chaque coupe instantanée est un passage à la limite possible de la « même » fonction, tout comme [348d] chaque occurrence de la fonction β est une transformée de la « même » fonction. En considérant maintenant des *transformations conjointes* [347h], chaque transition β entre deux coupes instantanées peut aussi se comprendre comme une variation conjointe des deux « fonctions » APP et EVAL, ce qui permet encore d'imaginer une sorte de mouvement :

349e
```
F =                        F
     |--------------------------------------------------|
F =  C ° CCT ° DV2 ° β °...° β ° β ° β °...° β ° EV2 ° EXT ° D
     |---------------------------|----------------------|
F =            APP               °        EVAL
     |------------------------------|-------------------|
F =            APP′                 °     EVAL′
```

C'est, à chaque pas, un triangle diabolique mis à plat, qui varie selon chaque transition β : la variation EVAL➔EVAL′ « libère » une transition β qu'une variation APP➔APP′ « absorbe ». Comme précédemment, les « visions » de mouvement sont seulement imaginaires, puisqu'il ne s'agit que de variations du regard rendues manifestes par les opérations couper/coller qui font varier la grille de lecture EVAL°APP au sein de la conservation globale de la fonction F, laquelle demeure immuablement « la même ».

350 *Conclusions partielles*

Nous bornons là ces quelques remarques qui permettent d'apercevoir, croyons-nous, qu'une mathématisation des changements discrets et de leur effectivité n'est pas déraisonnable :

350a SECONDE CONCLUSION. Le point de vue des transformations de fonctions est une autre manière de présenter le schéma du serpentin [336d], d'approcher la dualité [8f] [342f] des états et des transitions, et de souligner que l'égalité est la cheville ouvrière omniprésente de ces montages [310d] [343c].

Rien n'est *formellement irrecevable* dans ce qui vient d'être dit, puisque notre interprétation n'est qu'une sorte de « commentaire » de différentes expressions d'une « même » fonction. Corrélativement, *ce n'est qu'un commentaire*, de la même manière qu'on peut comparer les ensembles à des sacs de pommes de terre, les fonctions à des machines informatiques, la finitude abstraite au discret finitiste des écritures, la composition des fonctions à l'enchaînement des transitions d'états, etc. La présence des opérations couper/coller dans ce point de vue des transformations confirme que la problématique des transitions d'état n'est pas séparable de celle des transitions de niveaux, étant entendu que les mots *état* et *niveau* ne sont peut-être pas les plus adéquats :

350b TROISIEME CONCLUSION. Ce que nous avons épinglé jusqu'à présent sous le titre *implication mutuelle entre états et niveaux* n'est probablement qu'un cas très particulier de calage conceptuel et opératoire permettant de manoeuvrer la trame régressive multi-dimensionnelle qui sous-tend, selon nous, des montages extrêmement divers.

Nous ne disconvenons pas qu'une finitude s'impose à chacun de nous ; mais, d'un point de vue théorique, nous ne croyons pas qu'elle ressemble vraiment au « sans blancs » qui porte le même nom dans les fictions normatives actuellement en vigueur. Il s'ensuit que l'« opposé » de la finitude, petit ou grand, ne doit pas non plus vraiment ressembler, d'un point de vue théorique, à ce qu'on en dit dans ces mêmes fictions :

350c QUATRIEME CONCLUSION. Bien que les présentes thèses puissent paraître extravagantes à l'égard de la conception du discret et du fini dans le cadre des mathématiques formelles, on constate que la transformation des fonctions [344b] ouvre la voie à des développements régressifs et à des limites *même dans le contexte de la finitude la plus bornée*, et qu'ils sont *à portée du regard*, quoiqu'ils demeurent, d'un point de vue théorique, *de l'autre côté* d'une sorte de vitre transparente actuellement infranchissable.

Dans la mesure où le glissement du discret sur le fini est rivé au montage de l'égalité et au socle de finitisme apparent sur lequel les édifices logiques et mathématiques sont actuellement construits :

350d CINQUIEME CONCLUSION. Il nous semble désormais improbable qu'une mathématisation des changements discrets [finitistes] parvienne à faire l'économie d'un réexamen (donc d'une réinterprétation) de certains montages, l'égalité et la finitude théorique, par exemple.

Nous avons déjà maintes fois souligné que ne contestions pas que diverses approches partielles de l'effectivité formelle et des traitements d'information soient opératoires. Mais il n'en reste pas moins que plusieurs problèmes fondamentaux n'ont pas été aperçus *en tant que tels*, y compris dans les théories de la calculabilité, faute, peut-être, d'une critique suffisante de certaines évidences normatives actuellement en vigueur :

350e SIXIEME CONCLUSION. Cette brève étude de la transformation des fonctions confirme qu'une extraordinaire manipulation d'écritures ajointe les mathématiques formelles habituelles, tout en assurant l'exercice opératoire de montages destinés à manoeuvrer les contradictions hétérogènes de la non-identité et de l'entre-deux, afin d'exploiter les gisements d'indétermination qui leur sont associés.

L'apparence « tautologique » de l'égalité, loin de signifier le « sur-place » que les fictions normatives lui accordent souvent, nous inviterait plutôt à réexaminer l'apparence « tautologique » des tautologies de la logique. Le fait [346i] que les atèles d'une transformation (anode et cathode) soient, en quelque sorte, des fragments de la fonction à transformer, ouvre la voie à des *méthodes globales*, ce qu'amorce déjà le *théorème de développement [327c] :

350f SEPTIEME CONCLUSION. les méthodes globales de transformation sont destinées à laisser varier la « mise au point » sur la complication, c'est-à-dire le degré d'acuité (le degré de détermination) avec lequel chaque point de vue connaît cette complication.

Ce sont aussi bien des *niveaux d'abstraction* (niveaux de détermination) que des *points de vue d'abstraction* (coupes partielles), qui condensent tout ou partie d'un système (degré de détermination) à l'intérieur d'une conservation globale. A cet égard :

350g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Si une théorie est, proprement, une théorie des traitements d'information, alors il doit pouvoir être rendu compte, *dans et au sens de* cette théorie, de la plus infime poussière de position binaire et, surtout, de la plus infime trace indécelable qui assure l'effectivité de leur ajointement.

Le « sans blancs » qui grève les évidences normatives actuellement en vigueur ne semble guère convenir. A cet égard, une approche générale par les *transformations*, dont la théorie fondamentale reste à élaborer, pourrait peut-être jouer un rôle important. Pourtant, ce ne sont pas des nouveautés spectaculaires ou des émergences paradigmatiques soudainement apparues qu'il convient de mobiliser, car il s'agit de faire retour sur les plus anciennes difficultés [309] :

350h HUITIEME CONCLUSION. Il est maintenant permis d'entrevoir, croyons-nous, que certaines idées relatives aux limites, au calcul infinitésimal, à la dérivation, à l'intégration, etc., doivent pouvoir être reprises[1] et réinterprétées, dans un contexte qui n'est pas celui des nombres, pour être adaptées au champ théorique de l'écriture discrète et *sans fin*.

V-5-5. Le montage par glissement

■ *Les montages de représentation ne conviennent pas à certaines théories, en particulier méta-mathématiques. Nous présentons brièvement le montage par glissement, qui peut se comprendre comme le passage à la limite d'un montage hybride.*

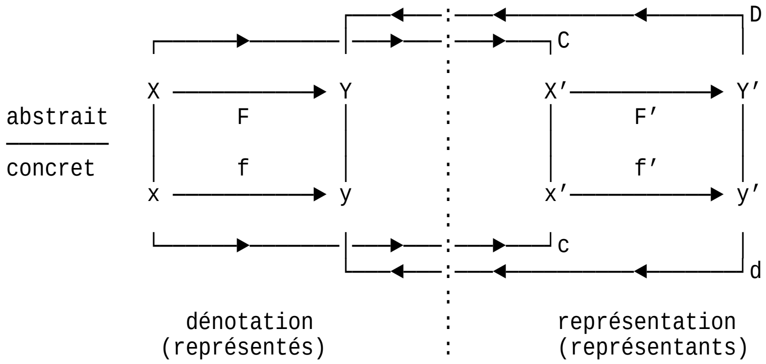
351 *Le dépliage du schéma classique*

Lorsque nous avons passé en revue les ancrages habituels de l'articulation entre les mathématiques et l'effectivité formelle, nous avons objecté [247b] que le schéma classique était *bizarre*, et [248c] qu'on s'y *pliait*, faute pouvoir le démonter ou en proposer un autre :

350i 1. C'est à G. DELEUZE (*Différence et répétition*, PUF, Paris, 1969) que nous devons initialement l'idée d'une reprise des conceptions de G. W. LEIBNIZ dans une perspective générale et fondamentale. La lecture de LEIBNIZ par DELEUZE nous a ouvert de nombreuses voies, le long desquelles le présent exposé a cheminé [343b] [362o], parfois grâce à des détours inattendus : ainsi, par exemple, la distinction entre les *valeurs* « au repos » et les *coupes instantanées* (les *états*) « en devenir » est particulièrement sensible dans l'étude consacrée par G. DELEUZE au cinéma (*L'image-mouvement*, Editions de Minuit, Paris, 1983).

351a
$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "F"] \arrow[d, bend right, "C"'] \arrow[dr, phantom, "\downarrow"] & Y \\ x \arrow[r, "f"'] & y \arrow[u, bend right, "D"'] \end{tikzcd}$$

Ce schéma classique est lui-même une fiction induite par l'enchevêtrement de contradictions qui sous-tend l'abstrait normatif standard : il assigne une sorte de « réalité » à des monolithes abstraits qui, en fait, sont eux-mêmes une fiction liée aux effets de discours permettant de voiler les jeux d'écritures sous-jacents. On peut cependant déplier ce schéma, et le lire [au moins] *six fois*, pour retrouver un montage hybride [1] :

351b


Nous avons réservé les lettres majuscules pour les abstractions, et les lettres minuscules pour les écritures ; à un *prime* près, les lettres sont les mêmes du côté de la dénotation et du côté de la représentation pour éviter une inflation de désignations. Le schéma classique [351a] est une sorte de maille élémentaire qui se métamorphose selon la situation qui l'emploie :

Face abstraite, le schéma classique est aplati horizontalement pour constituer une *représentation abstraite* ; c'est une *transformation*, au sens qui vient d'être étudié [344b], et les flèches peuvent se comprendre comme des fonctions.

Face concrète, le schéma classique est aplati horizontalement pour mettre en rapport les *dénotants* (côté dénotation) et les *représentants* (côté représentation). Seule la flèche `f′` (côté représentation) correspond à un calcul (au sens des théories de la calculabilité) ; toutes les autres flèches (entre dénotants, ou entre dénotants et représentants) appartiennent à la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures formelles.

A l'endroit de la *coupure abstrait/concret*, le schéma suggère des liens (traits verticaux) entre les [rapports entre] abstractions et les [rapports entre] écritures. On note que les quatre flèches abstraites (`F`, `F′`, `C`, `D`) sont rapportées à des flèches concrètes. Cependant, ce dépliage du schéma classique [351a] en un schéma hybride [351b] est, en quelque sorte, absurde. D'une part :

351c PREMIERE REMARQUE. L'isomorphie des deux côtés dénotation et représentation notifie qu'on tombe dans un problème régressif (rien n'est résolu).

D'autre part, puisqu'on traite les monolithes abstraits comme s'il s'agissait d'écritures :

351d SECONDE REMARQUE. Le schéma hybride renforce ce que le schéma classique présuppose en fait déjà, à savoir qu'on peut obtenir un « reflet exact » de l'abstrait dans l'écriture.

Une telle supposition n'est pas anodine quand on rappelle que le lien entre les écritures concrètes et les monolithes abstraits (traits verticaux des schémas classique [351a] et hybride [351b]) est théoriquement inaccessible dans les mathématiques formelles, par l'effet d'une *corrélation forte* avec les protocoles formels de démonstration :

1. Définitions : de la représentation abstraite [314a], de la représentation concrète [315a], d'un montage hybride [316b], d'un montage hybride de calcul [316c], d'un montage de représentation effective [322c]. On peut se reporter à plusieurs schémas étudiés, en particulier : [316a] [317h] [318a] [319g] [322f] [325a].

351e RAPPEL. Tous les schémas relatifs au lien entre les [rapport entre] monolithes abstraits et les [rapports entre] écritures sont, *en tant que tels*, sinon fictifs et sans fondement théorique, du moins conjecturaux.

352

La limite d'un montage hybride

Ce bref résumé de ce que nous avons exposé au sujet des montages de représentation ne nous conduit nullement à conclure que ces schémas sont sans intérêt parce qu'ils seraient peut-être sans fondement théorique. Dans la pratique, un montage hybride [351b] est lourd à manipuler et encombrant quant à ses effets secondaires :

352a PREMIER INCONVÉNIENT. Il faut doubler tous les représentés abstraits par au moins un représentant abstrait, établir les liens de représentation entre les uns et les autres, et distinguer soigneusement les dénotants et les représentants, sachant qu'au bout du compte il faudra « admettre » : 1. que rien n'est résolu, puisque le problème est régressif ; 2. que les liens de représentation abstraite sont irreprésentables, et se réduisent à des manipulations d'écritures ; et 3. que cette mise en rapport de l'abstrait et du concret demeure conjecturale.

Autant la clause d'un usage purement instrumentale de l'écriture permet aux mathématiques formelles de laisser beaucoup d'élasticité au lien entre les abstractions et les écritures (dénotation), autant l'exigence d'une représentation resserre un tel lien, et implique certaines suppositions quant à la « structure des monolithes », supposition dont les incidences théoriques demeurent énigmatiques. L'exemple d'arithmétique précédemment étudié [289] (l'expression de `10` en base `10`) montre que la coexistence de dénotants et de représentants dans une même théorie exige un certain doigté, diverses ellipses de discours, et le recours à des évidences soigneusement calées. De la même manière, la comparaison entre la juxtaposition des lettres de l'écriture linéaire et le produit cartésien d'ensembles mériterait un examen attentif :

352b SECOND INCONVÉNIENT. Plus on choisit des *représentants* qui sont « extrêmement ressemblants » avec des *dénotants*, plus on allège la mise en oeuvre d'un montage hybride (les codages et décodages deviennent triviaux), mais plus on se rapproche de l'ambiguïté.

Enfin, par le fait qu'un montage hybride s'inscrit dans le cadre des mathématiques formelles, les écritures qui ont le statut de *représentant* ne sont qu'une partie des écritures formelles possibles :

352c TROISIEME INCONVÉNIENT. Du fait même qu'un montage hybride est destiné à éviter les ambiguïtés, la distinction entre dénotants et représentants maintient *toutes* les écritures formelles (celles qui ne sont pas reconnues comme représentants) en dehors de l'univers des écritures appartenant à l'univers de représentation concrète.

En particulier il est essentiel de ne pas perturber le montage de l'égalité, ne serait-ce que pour *définir*, au sens des mathématiques formelles, les abstractions à représenter, aussi bien que les abstractions en rôle de représentants abstraits :

352d SECONDE CONCLUSION. Dans la pratique, on peut chercher à éliminer un montage hybride soit à cause des inconvénients et des lourdeurs qu'il implique, soit parce qu'on veut considérer les écritures formelles (dénotants, expressions, etc.) *en tant que telles*.

353

Le basculement d'un montage hybride

Opérer directement sur les écritures formelles *en tant que telles*, c'est, d'une part, les considérer dans le rôle qu'elles occupent au sein des mathématiques formelles (dénotation, expressions, etc.), et c'est, d'autre part, considérer ces « mêmes » écritures *pour elles-mêmes*. On peut reprendre le schéma [319c], déjà brièvement examiné dans la perspective du montage de l'égalité :

353a
```
                              X ─────────▶ Y
premier abstrait              │          /   \
────────────────              │         /     \
         concret              x      f(x)  =   y
pli ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─ ─
         concret              x      f(x)      y
────────────────              │        │       │
 second abstrait              │        │       │
                              X′────▶ FX ────▶ Y′
```

La partie supérieure du schéma (premier abstrait) correspond aux mathématiques formelles « classiques », tandis que la partie inférieure (second abstrait) correspond à un univers de représentation :

353b PREMIERE IMAGE. On peut imaginer que le schéma de glissement [353a] provient du *passage à la limite* d'un « ancien » montage hybride.

Reconstituons brièvement cette « géologie des monolithes » en partant d'un montage hybride [351b] déplié : à force de « rapprocher » les dénotants et les représentants, les uns deviennent formellement indiscernables des autres, et les glissements d'écritures sont inévitables. Chaque écriture se trouve référée *deux fois*, une fois comme dénotant (côté dénotation) et une fois comme représentant (côté représentation), de sorte que le lien de représentation abstraite (fonctions `C` et `D`) devient théoriquement inaccessible :

353c REMARQUE. Lorsqu'on pousse un montage hybride « à la limite » (chaque représentant coïncide formellement avec un dénotant), les contradictions dûes aux ambiguïtés deviennent *formellement démontrables*.

Par ailleurs, si des écritures formelles, déjà reliées par une relation d'égalité, sont considérées pour elles-mêmes, elles ne sont pas égales, ce qui introduit d'autres contradictions. Bref :

353d SECONDE IMAGE. A l'instant où un montage hybride deviendrait « parfait », l'abstrait des mathématiques formelles classiques « explose » sous la pression de contradictions formellement démontrables, et se scinde en ***deux univers d'abstractions***.

Au lieu de venir se superposer en exacte coïncidence sur le côté de la dénotation, le côté de la représentation *bascule* pour donner lieu au second abstrait [353a]. Prenons soin de noter :

353e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. En tant qu'elle concerne les fictions de l'abstrait normatif, l'« explosion » [353d] est elle-même *fictive*.

354 *Le montage par glissement*

Le passage à la limite d'un montage hybride donne lieu à un montage particulièrement direct, le ***montage par glissement***, qui consiste tout simplement à ***re-référer*** des écritures ***déjà référées*** dans un contexte de mathématiques formelles :

354a MONTAGE PAR GLISSEMENT. Le principe du ***montage par glissement*** consiste à poser qu'il y a ***deux univers incompossibles***[1] ***d'abstractions*** définis de telle manière qu'on puisse référer ***deux fois*** (une fois dans chaque univers) ***chaque écriture***.

Si on tente de replier un montage par glissement *dans* les mathématiques « classiques », où l'abstrait est unique et universel, la règle d'univocité est violée, et chaque glissement donne lieu à [au moins] une contradiction. Tous les dépassements précédemment esquissés sont au rendez-vous, et on retrouve des *raisonnements déjà développés[2] :

1. L'adjectif *incompossible* signifie intuitivement : ce qui n'est pas *compossible*, c'est-à-dire ce qui n'est pas « possible ensemble » (« en même temps » ou « dans le même lieu ») parce qu'impliquant une contradiction. Ce mot est emprunté à G. W. LEIBNIZ.

2. Pour le dépassement du principe de contradiction [60-65] et pour le dépassement du principe du tiers exclu [296].

354b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le montage par glissement repose sur l'idée que toutes les violations de la règle d'univocité [251e] ne sont pas « les mêmes », et qu'il convient de ne pas les exclure ***toutes***, mais d'utiliser certaines de ces violations à des fins d'élaboration théorique, et de continuer à exclure les autres.

Esquissons à grands traits comment un tel montage peut fonctionner, même au sein des mathématiques formelles actuelles. Ce qu'il convient d'abord de souligner, parce que, peut-être, cela ne va pas de soi :

354c PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. Il s'agit bien de recueillir des contradictions formellement démontrables pour les saisir et les habiller en une *relation*.

Manoeuvrer le principe de contradiction *dans* les mathématiques, c'est précisément le déplier pour produire de nouvelles relations et de nouveaux objets [264j] :

354d SECONDE IDÉE DIRECTRICE. On ***déclare*** que, parmi les démonstrations qui avèrent une violation de la règle d'univocité (une même écriture référée à deux abstractions), une liste dûment définie (ou caractérisée) de telles démonstrations ***vaut pour*** la démonstration que les deux abstractions concernées sont liées par une relation épinglée « être incompossible avec ».

Le caractère contradictoire de la relation « être incompossible avec » est tout-à-fait nécessaire, puisqu'il faut com-poser des abstractions incompossibles pour s'assurer, au moyen d'une démonstration, qu'elles le sont. Quand on rapporte ces deux idées directrices au schéma [353a], on comprend que le montage par glissement est bien un *montage* :

354e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le montage par glissement est une manière de ***déceler*** et de ***référer abstraitement*** certains ***glissements d'écritures***.

Sachant qu'il est impossible de déceler directement des glissements d'écritures, puisque le seuil de basculement du critère de coïncidence formelle en un opérateur de glissement d'écritures est inassignable [220i], on décèle certains glissements grâce à leurs *effets*, en l'occurrence une violation de la règle d'univocité : en ce sens, les contradictions qui s'ensuivent sont utilisées comme un ***procédé de détection***. Mais, par ailleurs, comme on veut manoeuvrer ces glissements, il faut corrélativement manoeuvrer ces contradictions : on les recueille et ont les « habille » pour qu'elles aient l'apparence d'une banale relation. Il s'ensuit que seuls les glissements d'écritures référés à la relation « être incompossible avec » sont autorisés, et, par conséquent :

354f REGLE DE DOUBLE UNIVOCITÉ. Dans un montage par glissement, chaque écriture est liée à ***exactement un glissement***, de manière que la règle d'univocité soit respectée dans ***chacun des deux univers incompossibles***.

Examinons, sur le schéma de glissement [353a], les abstractions $\mathtt{X}$ et $\mathtt{X}'$ auxquelles est référée la même écriture $\mathtt{x}$. Le rapport *direct* entre ces deux abstractions n'est formellement accessible que par le glissement de l'écriture $\mathtt{x}$:

354g TROISIEME IDÉE DIRECTRICE. Dans un montage par glissement, *chaque* glissement d'écriture (face matérielle) ***vaut exactement*** pour le *rapport direct* entre les abstractions incompossibles (faces immatérielles) auxquelles l'écriture est référée.

De manière générale, toute mise en rapport d'abstractions incompossibles passe par le pli du montage, et implique donc au moins un glissement d'écriture. Si on compare le montage par glissement [353a] et le montage hybride [351b], on comprend que plus on « rapproche » les dénotants et les représentants (jusqu'à la coïncidence formelle), plus le lien de représentation devient inaccessible. En ce sens, le rapport entre $\mathtt{X}$ et $\mathtt{X}'$, dans le montage par glissement [353a], est une sorte d'***élongation jusqu'à l'indétermination*** de la fonction de codage $\mathtt{C}$ du montage hybride [351b] :

354h *THÉOREME D'INDÉTERMINATION. Un glissement d'écriture a pour corrélat un ***degré maximal d'indétermination*** quant au *rapport direct* entre les deux abstractions auxquelles cette écriture est référée.

On comprend très bien, sur le schéma de glissement [353a], que le fait de « glisser » l'écriture x (côté premier abstrait du pli) sur l'écriture x (côté second abstrait du pli) *vaut pour le rapport* entre les abstractions X et X′ auxquelles « chacune des deux » écritures x et x est « respectivement » référée. Il s'ensuit que le glissement entre x et x, qui vaut pour le rapport entre X et X′, n'est certainement pas « la même chose » que le glissement entre y et y, qui vaut pour le rapport entre Y et Y′ :

354i *THÉOREME UN-UN. A chaque glissement d'écriture est associé ***exactement un*** rapport direct, à un degré maximal d'indétermination, entre abstractions incompossibles : en ce sens, ***aucune ambiguïté*** n'est possible.

On constate donc la *conjonction* entre une *exactitude maximale* (un glissement pour un rapport entre abstractions incompossibles) et une *indétermination maximale* (rien ne peut être dit de ces rapports). La séparation bien comprise des deux registres de l'exactitude et de l'indétermination donne lieu à un montage contraint, dont on ne peut faire « n'importe quoi » :

354j REMARQUE. Dans le montage par glissement, la règle d'univocité s'applique localement dans *chacun* des univers incompossibles (règle de double univocité [354f]), et elle s'applique également pour le lien un-un [354i] entre les écritures et les rapports entre abstractions incompossibles.

Chaque univers d'abstractions satisfait aux principes « universels » habituels, tout comme les lois de la physique classique peuvent être reconstruites dans tout système galiléen animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

355 *Quelques applications possibles du montage par glissement*

L'exemple que nous avons choisi [353a] pour étudier la charpente du montage par glissement permet d'approcher directement ce que nous avions esquissé [249] concernant le *double sens* [249c] du verbe formaliser :

355a APPLICATION. Le montage par glissement permet en particulier d'articuler une *formalisation classique* (conforme aux mathématiques formelles) et une *formalisation inverse* (conforme aux mathématiques formalisées) grâces aux *écritures formelles*.

Par *formalisation classique*, les abstractions (premier abstrait) « descendent » (viennent à la forme) dans les écritures formelles ; ces écritures sont reprises « de l'autre côté du pli » comme matériau premier et sont reréférées, par *formalisation inversée*, à d'autres abstractions (second abstrait). En particulier :

355b APPLICATION. L'articulation entre la *logique de la forme des énoncés de discours* et la *logique formalisée* relève du montage par glissement.

Le préfixage *méta* est, en son principe, assujetti à un montage par glissement, dans le contexte mathématique (théories méta-mathématiques) comme dans d'autres (l'intelligence artificielle, par exemple) :

355c APPLICATION. L'articulation entre une théorie et une méta-théorie est assujettie à un montage par glissement.

De manière générale, le montage par glissement sous-tend les entreprises logiques et mathématiques qui placent en ***position d'objet*** des écritures *déjà référées* (dans un contexte de mathématiques formelles, par exemple) de manière à les comprendre comme des *systèmes strictement formalisés*. Ce qu'on a fait une fois, on peut le reproduire autant de fois qu'on veut :

355d APPLICATION. Le montage par glissement ouvre la voie à des *points de vue d'abstraction* (plusieurs univers d'abstractions articulés sur les mêmes écritures) et à des *niveaux d'abstraction* (stratification alternée d'écritures et d'univers d'abstraction).

Ce que nous avons précédemment exposé concernant les traitements d'information, les univers de calcul, les univers de formalisation et les univers de représentation s'accorde parfaitement avec le montage par glissement. Les effets de clôture deviennent tout à fait compréhensibles, car rien n'empêche de concevoir des univers d'abstractions ne comportant que certaines abstractions à l'exclusion de toutes les autres. En particulier :

355e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Le montage par glissement permet d'articuler « naturellement », sur les « mêmes » écritures, plusieurs univers d'abstraction associés à différentes clôtures : les uns peuvent relever des mathématiques formelles habituelles, les autres des théories de la calculabilités, d'autres encore des traitements d'information, etc.

356 *Mises en oeuvre du montage par glissement*

Complétons l'étude du schéma [353a] par quelques remarques concernant le cas particulier où l'articulation s'effectue relativement à conception normative de l'écriture :

356a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Lorsque l'articulation d'un montage par glissement repose sur la conception normative de l'écriture « sans blancs », à la fois discrète et finitiste, le postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures [160b] induit inévitablement un effet d'à-plat.

Rejeter ce postulat reviendrait [156c] à introduire l'*hypothèse des indécelables au second degré. Rappelons au passage le double conflit de fondements [185a] relatif aux traitements d'information :

356b RAPPEL. Plaquer des considérations relatives aux quantités d'information sur les écritures formelles implique le rejet du postulat d'homogénéité [160b] et introduit l'*hypothèse des indécelables au second degré [156].

Autant la clause d'un usage purement instrumental de l'écriture s'accorde aux mathématiques formelles, sous réserve de ne pas référer les jeux d'écritures (règle des jeux [252f]) ou d'en rendre les effets indécelables (règle de violation [252g]), autant un montage par glissement subit de plein fouet les effets singuliers produits par la « cuisine sans importance » des manipulations d'écritures :

356c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Lorsque l'articulation d'un montage par glissement repose sur la conception normative de l'écriture « sans blancs », à la fois discrète et finitiste, le fait de reréférer les écritures formelles provoque un branchement « en court-circuit » [312g] du degré le plus fondamental (les abstractions en tant qu'elles sont seulement individuées) sur un finitisme plus ou moins borné.

Ce que nous venons d'exposer concernant le montage de l'égalité permet maintenant de comprendre cela très bien. Corrélativement, on peut concevoir deux manières de brancher [les théories de] la calculabilité sur les mathématiques formelles. La première utilise un montage de représentation effective [322c] greffé sur un montage hybride : dans ce cas, le montage de l'égalité est contourné [322f], donc les mathématiques formelles restent en place, et « ce qui est calculable » n'excède pas la finitude théorique attribuée aux entiers. La seconde utilise un montage par glissement, de telle manière que *toute* écriture formelle soit une donnée possible pour une procédure formelle effective : c'est un branchement « en court-circuit ». Des remarques analogues vaudraient pour les théories *méta* [355b] [355c] :

356d REMARQUE. Nous ne disons pas que *toutes* les difficultés habituellement associées aux limitations des formalismes proviennent du branchement en « court-circuit » [356c] ; il nous paraît seulement très improbable que de tels « court-circuits » demeurent *sans aucune incidence théorique*.

Toutefois, le montage par glissement est en fait très souple, et se prête à d'autre mises en oeuvre. L'articulation *explicite* par les écritures formelles est, en quelque sorte, un effet « pathologique » de la formalisation intensive. Mais il y a belle lurette qu'on utilise ce montage *dans* les mathématiques formelles. Reprenons notre petit exemple d'arithmétique [289] (expression de `10` en base `10`) où la densité de glissements est telle qu'on ne s'y retrouve pas :

356e
```
                   dix                                   nombres
premier abstrait    ├────────────────┐
────────────────  ┌─┴─┐   ┌──────────┴─────────┐
         concret    10  =  1 * 10**1 + 0 * 10**0      arithmétique
pli – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – –
         concret    10 ◄─  1 * 10**1 + 0 * 10**0    représentation
────────────────  └─┬─┘   └──────────┬─────────┘
second  abstrait    │                │
                    X                E                   écritures
```

Nous ne prétendons pas que ce schéma résolve tout le problème, mais il permet au moins de comprendre la double lecture qui est donnée à certaines écritures, d'une part, relativement aux nombres et aux opérations, fonctions ou relations définies sur ces nombres (opération arithmétiques du premier abstrait), d'autre part, relativement aux écritures et opérations, fonctions ou relations définies sur ces écritures (opérations du second abstrait : couper, coller, biffer, effacer, substituer, concaténer, etc.). Plus généralement :

356f REMARQUE. Le schéma de montage par glissement se comprend aussi comme une sorte de ***métaphore*** de l'application [discrète] du *théorème du boulanger [343c] à l'abstrait normatif : au lieu des écritures concrètes, on dispose des abstractions, qu'on peut épingler « représentations abstraites », éventuellement « extrêmement ressemblantes » à des écritures concrètes, qu'on utilise comme pivot singulier d'articulation.

Dans ce cas, il n'y a pas de bornage contingent ni finitiste, et le montage par glissement devient un montage abstrait : on *replie* le second univers *dans* le premier, pour reconstituer un « unique » univers d'abstractions, la contradiction impliquée par ce repli étant *épongée* par des relations, des bijections, ou autres immersions construites à cet effet :

356g REMARQUE. Il ne nous paraît pas déraisonnable de supposer que certains procédés classiques en mathématiques, comme l'extension d'ensembles ou la diagonalisation cantorienne, impliquent un montage [abstrait] par glissement.

La clé la plus fondamentale de la problématique des niveaux dans le contexte des mathématiques formelles serait peut-être la généralisation du *théorème du boulanger [343c], ouvrant la porte d'un laboratoire singulier, éternel et immuable, où ce sont toujours les « mêmes » abstractions « primitives » qui sont roulées dans la farine blanche de la contradiction.

357 *L'effet de dissociation d'un montage par glissement*

Dans le cadre des présentes thèses, où l'on est prévenu que les sciences « exactes » sont conjecturales et dépassables, on peut *voir* et *comprendre*, jusqu'aux degrés les plus fondamentaux de la normativité scientifique actuelle, la possibilité de manoeuvrer des glissements d'écritures et des contradictions. Mais, replaçons-nous dans le cadre de cette normativité, où tout cela est inconcevable :

357a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre de la normativité scientifique actuelle, le montage par glissement est au coeur des traitements d'information et des théories logiques et mathématiques strictement formalisées, dans le même temps qu'il est —— comment dire cela ? —— ***intolérable***.

Cependant, la conscience assujettie aux normes officielles aura beau bomber le torse, elle n'est, à l'égard du savoir, qu'un domestique qui fait le ménage. Ce qu'elle croit et dit n'a pas autant d'importance qu'elle le croit et le dit, car l'essentiel se joue ailleurs. Le montage par glissement lui est peut-être intolérable, il suffit qu'elle ne le voie pas, et que toute trace de sa présence soit effacée pour qu'il déploie paisiblement ses effets à l'abri des soupçons d'une vigilance pointilleuse, certes, mais pointilliste :

357b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans le cadre normatif actuel, on évite d'ajointer *à la fois* toutes les pièces d'un montage par glissement.

Certains montages hybrides sont sans doute une manière d'« excuse » pour un montage par glissement : on instille quelques dissemblances mineures bloquant les glissements, dissemblances qu'on « explique » par des fonctions de codage ou de représentation construites à cet effet. Ainsi, par exemple, on distinguera "x" et x, étant *convenu* que "x" *représente* la « lettre abstraite » *dénotée* par x ; mais c'est vider l'océan dans un filet de pèche, car il n'y a pas plus de rapport entre "x" et x qu'entre une pomme de terre et un dinosaure. On manoeuvre généralement deux autres ficelles liées à l'émiettement du discours :

357c L'OUBLI DU SECOND UNIVERS. Dans un montage par glissement, si on « oublie » l'un des deux univers d'abstraction, il n'en « reste » qu'un.

L'application la plus répandue de cette technique consiste à « oublier » de référer les écritures *en tant qu'écritures*, ce qui ne présente guère de difficulté, puisque les écritures sont supposées être de purs instruments, donc dépourvues d'identité. On ne voit plus que les écritures sont deux fois référées, donc les glissements et les contradictions s'évanouissent, et la règle d'univocité semble respectée. En contrepartie, certaines énigmes demeurent inexplicables :

357d REMARQUE. En théorie de la démonstration, par exemple, on reste indécis sur le fait de savoir si les démonstrations formalisées valent *in concreto* (dans leur matérialité écrite), ou si elles valent *in abstracto* (pour ce qu'elles « représentent ») ; mais alors : *quel est le « représenté » de cette « représentation »* ?

Cette question est embarrassante pour la raison suivante : si une théorie strictement formalisée vaut *in concreto*, le lien d'interprétation à un modèle ***ne peut pas être une abstraction***, et encore moins une fonction (coupure entre l'abstrait et le concret). Mais, par ailleurs, si elle vaut *in abstracto*, comment établir (définir, formaliser, etc.) le lien entre la représentation *in concreto* et le représenté *in abstracto* ? On tombe dans un problème régressif. La seconde ficelle concerne l'ajointement :

357e L'OUBLI DES RACCORDS GENANTS. Dans un montage par glissement, si on « oublie » d'attirer l'attention sur certains raccords « gênants », on peut éventuellement trouver des évidences insoupçonnables pour que le montage fonctionne avec la discrétation qui convient.

Autrement dit : *le lien n'est pas fait*, il demeure « en blanc », de sorte que les difficultés sont passées sous silence :

357f REMARQUE. Plaquer des considérations relatives aux quantités d'information sur des écritures formelles est une manière détournée de reréférer les écritures : on peut toujours recourir au fossé qui sépare la théorie et la pratique pour éponger les difficultés du montage par glissement.

C'est la question de la *distinctivité mutuelle* déjà exposée, qui implique des clôtures incompatibles avec l'usage des écritures dans les mathématiques formelles, et incompatibles avec la théorie des ensembles. Ainsi le montage peut-il fonctionner à la satisfaction générale : nul ne saurait mettre en doute que les écritures lues à la surface d'un écran d'ordinateur ou sur le papier sortant d'une imprimante sont « les mêmes » que celles qui interviennent, par exemple, dans un article de mathématiques formelles, celui qui, pourquoi pas, est précisément en cours de saisie grâce à un logiciel de traitement de textes ou en cours d'impression sur une imprimante laser.

358 *Quelques conclusions*

Le montage par glissement paraît peut-être bizarre ; mais c'est seulement l'effet d'un manque d'habitude :

358a TROISIEME CONCLUSION. Le montage par glissement n'est ni plus ni moins saugrenu que le principe selon lequel un dénotant dénote son dénoté : on ne trouvera nulle part, dans aucun traité mathématique, de définition d'un tel rapport !

Le *théorème un-un [354i] est bâti selon le même principe : l'ambiguïté est, en quelque sorte, dissociée en une *indétermination inéliminable* et une *exactitude apparente*. Au demeurant :

358b QUATRIEME CONCLUSION. Si nos thèses sont correctes, en particulier pour ce qui concerne l'usage du montage par glissement dans les méta-mathématiques, il convient de comprendre que ce montage est parfaitement rôdé depuis [au moins] un siècle qu'on le met en oeuvre.

Dans le cadre normatif actuel, on tente de réduire les niveaux et les points de vue à l'à-plat de l'abstrait normatif : ou bien il s'ensuit des théories non contradictoires, auquel cas l'essence des niveaux et des points de vue a été préalablement corrompue, par reconstitution d'un point de vue « universel » ; ou bien il s'ensuit des théories qui sont contradictoires, par violation de la règle d'univocité :

358c CINQUIEME CONCLUSION. Ce qu'on appelle des niveaux ou des points de vue n'est qu'une manière particulière de mettre en scène et de manoeuvrer des contradictions.

Faute d'une *théorie de fondement*, il est bien difficile de comprendre que les sciences « exactes », loin de s'acharner à éliminer toute ambiguïté, tout glissement et toute indétermination, s'ingénient au contraire à les conserver (du moins certains d'en eux) comme gage de leur propre légitimité, comme ce qui fait obstacle au « savoir absolu ». Quand la patine du temps aura donné un petit air « classique » à ces concepts, l'estampille cachetée d'un certificat d'authenticité, on « oubliera » d'où ils sont venus, et ils figureront, sans déparer, dans le « naturel » d'un paysage normatif :

358d IMAGE. Du point de vue de la *mise en scène des montages théoriques fondamentaux*, le principe de la dénotation, le principe d'identité, le produit cartésien, le montage par glissement, les niveaux, etc., appartiennent au même genre de tragique burlesque.

Car le discours normatif, dans son entêtement à réaffirmer sans cesse ses idéaux de positivité, de preuve, d'objectivité, de savoir établi, d'élimination des ambiguïtés et des contradictions, etc., et à exclure tout le reste, n'est pas dénué d'une grandeur tragique, ficelé dans les rêts d'un destin facétieux qui ne lui commande de rejeter ce qu'il croit intolérable que pour mieux lui permettre d'y puiser, à son propre insu, l'oxygène qui, seul, lui permet de respirer et de s'assujettir à une loi qu'il ignore. Mais n'est-ce pas une scène burlesque de le voir errer en tous sens, quêtant « l'émergence de nouveaux paradigmes » en agitant les clochettes tintinnabulantes des « nouvelles technologies », armé de sa seule cécité, patiemment tissée dans les seuls principes et les seules évidences qui lui en dérobent l'accès, alors qu'il les met oeuvre et les conserve avec le plus grand soin, mais sans le savoir, depuis toujours, comme gage de sa propre légitimité ?

V-5-6. Le monolithe contradictoire

■ *Nous proposons quelques hypothèses en vue d'une éventuelle réinterpétation de la logique qui soit compatible avec la possibilité de manoeuvrer certaines contradictions.*

359 *Le basculement d'une problématique*

Les séismes que pouvaient laisser présager les **théorèmes épouvantables* [297c] [297d] [297h], relatifs à la « substance contradictoire » des relations et des objets, n'ont pas eu lieu, et l'édifice tient toujours debout [297e]. Ce que nous avons dû constater pour le rejet des régressions sans fin [47a] et pour le rejet de l'*hypothèse des indécelables [228a], nous le constatons encore pour le rejet de toute contradiction :

359a PREMIERE CONCLUSION. A l'issue des études qui viennent d'être menées dans le contexte des mathématiques formelles, il nous serait bien difficile de ne pas apercevoir que nous nous sommes *trompé de problématique* depuis le début ; car ce qui est ***vraiment problématique*** dans le cadre normatif actuel, ce n'est pas de proposer un dépassement du principe de contradiction, mais c'est d'affirmer le principe selon lequel il faut ***rejeter toutes les contradictions***.

De même qu'il serait insensé [233d] de croire qu'il est possible de proposer des théories reposant sur l'*hypothèse des indécelables, se développant « à côté » des bastions normatifs actuels, de même il serait insensé de croire qu'il est possible de proposer des théories reposant sur l'utilisation positive de contradictions, se développant « à côté » des bastions normatifs actuels. De sorte que l'*hypothèse qu'il est possible de manoeuvrer certaines contradictions à des fins d'élaboration théorique, aussi saugrenue semble-t-elle au premier abord, se solde, elle aussi [235b], par une *hypothèse *encore plus extraordinaire* [238e] :

359b REPERE MÉTHODOLOGIQUE. [Tout se passe comme si] les contradictions [manoeuvrables à des fins d'élaboration théorique] étaient ***depuis toujours déjà-là***, inaperçues mais effectivement présentes ***dans*** les mathématiques et la logique formelle.

Ce que nous avions esquissé comme *dépassement du principe de contradiction* [60-65], et qui n'était encore qu'une sorte d'étude de plausibilité, se confirme maintenant, et ne saurait être dissocié de l'articulation entre les traces indécelables, l'effectivité et les régressions sans fin. Sans doute, le présent exposé est encore trop fragmentaire, et laisse de nombreux point cruciaux dans l'ombre. Conviendrait-il d'attendre que tout puisse être dit ? Mais alors, nous n'aurions même pas pu commencer :

359c REMARQUE. Aucun discours ne saurait s'instaurer en *garant de la logique*, puisque c'est la logique qui est garante du discours.

Parmi les discours qui requièrent une telle garantie figurent en premier lieu ceux qui procèdent à la formalisation et à la normalisation de la logique, de sorte que si on croit que la logique est ce qui résulte de ces formalisations ou de ces normalisations, *quel discours sera de nature à se charger du lien* ?

359d REMARQUE. Aucun discours assujetti à la logique ne saurait être *propriétaire* de la logique, et ne saurait dire « absolument » ce qu'est *la logique*.

A cet égard, la *logique formalisée* n'est pas le résultat d'un toilettage opéré sur une vieille logique poussiéreuse et obsolète, récemment conquise au siècle dernier sur une tradition métaphysique plus que bi-millénaire, et depuis lors annexée aux disciplines scientifiques, car, selon nos thèses [28a], dans un conflit de fondement irréductible entre une pratique opératoire et des principes fondamentaux, ce sont les principes fondamentaux qui *sautent*. Nous ne disconvenons pas que le terrain sur lequel nous sommes en train de nous aventurer est violemment hostile au discours normatif qui a buriné en nous le relief de ses propres fictions :

359e IDÉE DIRECTRICE. Nous proposons seulement quelques interprétations destinées à compléter l'esquisse [60-65] du dépassement du principe de contradiction, en considérant la logique sous l'angle d'une *théorie de fondement*[1].

La réinterprétation de principes établis depuis si longtemps est inévitablement un travail long et méticuleux. Mais, compte-tenu de ce qui a été exposé, et, en particulier, des liens directs entre la possibilité de manoeuvrer des contradictions et la problématique de l'implication mutuelle entre états et niveaux, il nous a semblé utile de *risquer* [150e] certaines interprétations pour tenter de mettre en évidence certaines ramifications :

359g REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dans une recherche de fondement, on apprend plus par la réfutation d'une ânerie que par l'esquive d'un mutisme confortable, dont la seule raison est de ne pas prendre le risque d'avoir tort.

Nous ne renouvelons pas les réserves [238g] déjà formulées, mais nous rappelons [239c] que nous visons des *dépassements*, ce qui signifie que nos interprétations ne sauraient être des *réinterprétations* que dans la mesure où elles demeurent sans incidence décelable *relativement* aux protocoles normatifs actuels.

359f 1. Cf. Edmund HUSSERL, *Logique formelle et logique transcendentale*, PUF, Paris, 1984.

360 *Le monolithe contradictoire*

En étudiant les contradictions de la non-identité et de l'entre-deux [291-297], nous avons noté [297e] que certaines contradictions, liées à l'arrêt de régressions sans fin, pouvaient se comprendre comme une manière de faire obstacle à des contradictions insurmontables, c'est-à-dire au « savoir absolu ». Précisons ou re-précisons cela. En posant la conjecture (*équivalence Ω [106e]) que le « savoir absolu » est théoriquement *équivalent au développement ***achevé*** d'une régression ***sans fin***, c'est-à-dire [108a] à une contradiction, nous réinterprétons le principe de contradiction dans le sens de l'interdit du « savoir absolu » [60d]. Lorsque nous posons [61d] que ce qui fait obstacle au « savoir absolu » est théoriquement *équivalent à l'***achèvement*** du développement d'une régression ***sans fin***, donc à une contradiction, nous dégageons une autre espèce de contradiction :

360a RAPPEL. La première espèce de contradiction est insurmontable et « absolue », en ce sens qu'elle est *au lieu* du « savoir absolu » lui-même, tandis que la seconde espèce de contradiction est surmontable et inéliminable, en ce sens qu'elle est *au lieu* de ce qui fait obstacle au « savoir absolu ».

Cette seconde espèce de contradiction est *au lieu du lien*, c'est-à-dire, schématiquement, *au lieu de* la *différence* entre ce qu'on sait et le « savoir absolu ». Pour que cette contradiction joue son rôle d'obstacle au « savoir absolu », il est nécessaire qu'elle soit inépuisable :

360b RAPPEL. Dans le montage théorique que nous proposons, les contradictions surmontables, les traces indécelables, l'effectivité et les limites ont pour *équivalent théorique un achèvement de développement régressif.

Cette contradiction est donc *surmontable*, en ce sens qu'elle peut être développée régressivement ; mais elle n'est pas *éliminable*, en ce sens que son développement est *sans fin* : dire qu'elle est surmontable c'est dire qu'*elle se reproduit sans fin* (déplacement de l'arrêt d'une régression sans fin). Notons dès à présent :

360c REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Il doit exister une troisième espèce de contradiction, associée à une *variation* du développement régressif de la seconde espèce.

Nos *théorèmes épouvantables concernent vraisemblablement cette troisième espèce de contradiction, qu'on voit apparaître, *parce qu'elle advient à la forme*[1] sous certaines conditions, quand on change de niveau ou quand on développe de la non-identité ou de l'entre-deux, par exemple.

Notre théorie des dépassements repose sur le principe que les singularités inaperçues, qui se déploient du fait d'un dépassement, sont dûes à des *corrélations fortes* avec les protocoles normatifs, en l'occurrence les protocoles de démonstration. Notre esquisse du dépassement du principe de contradiction [60-65] reposait essentiellement sur les protocoles de démonstration *formels* et *formalisés*, dans le prolongement du dépassement de la conception normative purement instrumentale de l'écriture. Toutefois il serait souhaitable de trouver une corrélation forte *plus générale*, et donc *plus fondamentale*, puisque la majeure partie de nos *raisonnements concerne, directement ou indirectement, la *question de la forme*. Les différentes espèces de contradictions qui viennent d'être rappelées et/ou précisées nous suggèrent la reconstitution d'un postulat qui, à notre connaissance, ne figure *en tant que tel* dans aucune logique [de l'immuable] :

360d POSTULAT DU MONOLITHE CONTRADICTOIRE. Le contradictoire est *un*.

---

1. Lorsque nous avons rédigé (fin 1990) l'esquisse de dépassement du principe de contradiction [60-65], nous avons supposé que les mathématiques étaient édifiées sur le rejet de toute contradiction. Nous avons donc élaboré un dépassement du principe de contradiction calé sur des contradictions *non formelles* [64e], c'est-à-dire des contradictions *non venues à la forme* au sens des mathématiques et des logiques formelles. Mais, en étudiant (milieu 1991) l'incidence de la problématique des niveaux dans les mathématiques (égalité, limites, glissements), nous avons dû nous rendre à l'évidence : le premier dépassement du principe de contradiction est trop « prudent », car il ne permet pas de rendre compte de certaines « curiosités ». Ce second dépassement du principe de contradiction est seulement esquissé dans le présent exposé.

C'est [encore] une sorte de *postulat d'homogénéité* : il n'y a qu'*une seule* espèce de contradiction. Ce postulat convient à notre objectif, puisqu'il est en corrélation forte avec les protocoles normatifs de démonstration les plus généraux, dont il constitue une *condition de possibilité*. Sa résistance peut s'expliquer par le fait qu'une rationalité qui dépend d'un tel postulat ne peut envisager de le démontrer ou de le réfuter, et encore moins de lui opposer le moindre contre-exemple recevable, d'où un bouclage catastrophique à toute épreuve. Précisons bien :

360e REPERE MÉTHODOLOGIQUE. La possibilité de reconstituer le postulat du monolithe contradictoire [360d] notifie *seulement* qu'il existe bien un ***point conjectural***, situé à un degré suffisamment fondamental de la logique pour qu'il soit *éventuellement concevable* de rejeter ce postulat en vue d'une réinterprétation allant dans le sens que nous préconisons.

361 *Quelques traits de la rationalité normative*

Puisque nous suivons une méthode hypothético-déductive, rien ne nous empêche de poser, à titre d'*hypothèse de travail, le rejet du postulat du monolithe [360d], et d'examiner si les conséquences qui s'ensuivent ouvrent la voie vers des interprétations intéressantes. La difficulté méthodologique relative à l'usage d'un discours assujetti à « la » logique pour démonter tout ou partie de « la » logique n'est pas *a priori* un obstacle pour nous :

361a REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dès lors que la théorie de fondement qui sous-tend les présentes thèses est une théorie régressive, toute théorie fondée *en ce sens*, « la » logique y compris, est une théorie régressive [1].

Rejetons le postulat du monolithe contradictoire. Son caractère conjectural lui confère une fragilité maximale l'installant en rôle de *fusible* destiné à *sauter* afin d'autoriser une « récupération » de tout l'acquis tangible qui lui est lié :

361c BRIBE DE RÉINTERPRÉTATION. La *rationalité normative* [2] se réinterprète, dans le cadre de notre théorie de fondement, comme le cas singulier où la ***différence*** entre les diverses espèces de contradiction ***s'évanouit*** (demeure, ou devient, ou est rendue indécelable).

Réinterpréter tout ou partie de cette *rationalité normative*, c'est déployer cette différence, inaperçue (postulat du monolithe) mais effective (principe d'un dépassement) :

361b 1. Il convient peut-être de rappeler qu'ARISTOTE pose que le *principe de contradiction* est le principe « le plus ferme » concernant l'*être en tant qu'être*, lequel est l'objet de la philosophie première : « Il est impossible que le même attribut appartienne et n'appartienne pas en même temps, au même sujet et sous le même rapport, sans préjudice de toutes les autres déterminations qui peuvent être ajoutées pour parer aux difficultés logiques. » (*Métaphysique*, Γ, 3, 20 ; trad. J. TRICOT, Paris, Vrin, 1986). Après avoir énoncé le principe de contradiction, ARISTOTE pare à toute objection (Γ, 4, 5) : « Quelques philosophes réclament certes une démonstration même pour ce principe, mais c'est par une grossière ignorance : c'est de l'ignorance, en effet, que de ne pas distinguer ce qui a besoin de démonstration et ce qui n'en a pas besoin. Or il est absolument impossible de tout démontrer : on irait à l'infini, de telle sorte que, même ainsi, il n'y aurait pas de démonstration. » *On irait à l'infini...* et rien ne serait fondé. Il faut donc arrêter, pour fonder *quand même* ; mais les taxes sont lourdes : *tout le montage sera ipso facto régressif et conjectural*. ARISTOTE poursuit : « Et s'il y a des vérités dont il ne faut pas chercher de démonstration, qu'on nous dise pour quel principe il le faut moins que pour celui-là. » *Qu'on nous dise...*, profère ARISTOTE, ménageant ainsi l'*avoir lieu* d'un silence, celui d'un énoncé qui fait défaut, à quoi tient la pérennité de l'universalité supposée du principe de contradiction. Ce qu'ARISTOTE ne dit pas, et qui, peut-être, contribue à motiver l'expression *grossière ignorance* (expression bien colorée en un point de fondement aussi crucial), c'est *ce qu'implique le fait d'arrêter* [la régression sans fin], « ce » que le silence ouvert par l'injonction *qu'on nous dise...* vient recueillir. Et, tandis qu'on *imagine* qu'en-deçà du principe de contradiction, *il n'y a rien*, ce silence attend, *depuis le premier jour*, le déploiement inouï destiné à ouvrir la disjonction sans tiers de l'être et du non-être. Régression sans fin, forçage de l'arrêt, trace indécelable et effective, rejet pour cause de fondement, absence simultanée de preuve et de réfutation, etc., tous ces traits caractéristiques d'un *acte de fondement* (selon nos thèses) sont regroupés dans les quelques lignes où se trouve installé, pour la première fois, d'une manière aussi explicite, un montage théorique au sein duquel le principe de contradiction a rang de principe fondamental.

2. Cette expression, nous en convenons, n'est guère satisfaisante. Elle désigne, approximativement, une rationalité assujettie, du moins officiellement, au postulat du monolithe contradictoire.

361d REPERE MÉTHODOLOGIQUE. Dire que la différence entre les trois espèces de contradictions est effective, c'est dire qu'il existe certainement des traits caractéristiques de cette *rationalité normative* qui peuvent être *expliqués* comme des manifestations, non reconnues comme telles, de l'évanouissement de cette différence [1].

361e Il s'agit, une fois encore [153d] [198e], de briser la gangue d'évidences qui nous enchaîne aux images normatives, pour tenter de reconstituer un ***concept théorique***, en l'occurence le *concept théorique de contradiction*, ces évidences normatives ne convenant qu'à une interprétation particulière de ce concept ; c'est en ce sens qu'on pourra dire que la géométrie euclidienne est [devenue] un cas particulier de géométrie « non-euclidienne ». Sachant que la différence entre les différentes espèces de contradiction s'évanouit :

361f SCHÉMA DE JUGEMENT. Dans le cadre de la *rationalité normative*, puisque toutes les contradictions sont d'une même espèce, et que toutes les contradictions doivent être rejetées, tout ce qui *s'avère* contradictoire (directement ou indirectement) doit être rejeté, c'est-à-dire jugé ***irrecevable*** et/ou ***inconcevable***.

361g Soulignons deux réserves : d'une part, il s'agit que d'un schéma *officiel* (et rien ne dit qu'on l'applique *toujours* dans les faits) ; d'autre part, qu'en est-il de ce qui est contradictoire, mais qui n'est pas *avéré* tel ? Laissons provisoirement ces réserves de côté et intéressons-nous à l'*inconcevable* en prenant appui sur nos thèses :

361h BRIBE DE RÉINTERPRÉTATION. Dans le cadre de la *rationalité normative*, l'***absolument inconcevable*** (contradiction insurmontable calée sur le « savoir absolu ») est rejeté au même titre que l'***au-delà inconcevable*** (contradiction surmontable calée sur ce qui fait obstacle au « savoir absolu »).

La confusion de l'*absolument inconcevable* et de l'*au-delà inconcevable* installe un *bouclage catastrophique* à toute épreuve, puisqu'il est garanti par le monolithe contradictoire qui en tire son apparence immuable. Pourtant, rien n'empêche de harceler cet *au-delà inconcevable* pour en arracher quelques bribes, ce qui correspond, d'un point de vue théorique, à un *développement régressif partiel* :

361i INTERPRÉTATION. Procéder à un *dépassement*, ou reconnaître un *progrès fondamental*, c'est puiser dans l'*au-delà inconcevable*, inconcevable hier, mais rendu aujourd'hui *théoriquement praticable*.

Selon nos thèses, tout ce qui concerne les *questions de fondements* est *directement lié* à la question de l'*au-delà inconcevable*, donc aux contradictions surmontables (seconde espèce). Dans le cadre de la *rationalité normative*, on parlera peut-être de *fondements*, mais seulement comme des rocs massifs ; on parlera peut-être de *progrès*, qu'on attribuera à des découvertes plus ou moins inexplicables, mais on n'abordera pas la *théorie* des dépassements :

361j SECONDE CONCLUSION. Dans le cadre de la *rationalité normative*, une théorie de fondement est aussi inconcevable qu'une théorie des dépassements, puisque l'*avoir lieu* de ces théories coïncide avec ce que cette rationalité a cru devoir rejeter pour se fonder.

La *rationalité normative* exploite intensivement ce gisement inépuisable de légitimité : elle élimine ainsi à peu de frais toute tentative de *penser* de telles questions, puisqu'il s'ensuit des discours qu'elle juge *non recevables* :

361k TROISIEME CONCLUSION. Un discours (ou une théorie) qui dépend [explicitement] d'un éventuel éclatement du monolithe contradictoire est en ***conflit de fondements*** avec la *rationalité normative*.

Il s'ensuit deux situations caractéristiques (parmi bien d'autres). L'une correspond au ***rejet sans appel***, c'est le cas des régressions sans fin, des niveaux de contradictions, de la question des fondements, etc. L'autre correspond à l'***arrangement***, négociable contre une opérativité dûment avérée qui entretient, par bouclage catastrophique interposé, la légitimité apparente d'une rationalité caduque ou inadéquate, et c'est le cortège des blocages théoriques couverts par les évidences en vigueur :

1. Cf. ci-après [362f].

361l QUATRIEME CONCLUSION. Globalement, le postulat du monolithe contradictoire [360d] induit une *rationalité normative* en *à-plat*, que l'interprétation normative standard attribue aux caractères immuable et universel de « la raison » ; corrélativement, tout ce qui contrevient à cette interprétation standard demeure, *au mieux*, sans fondement.

En particulier, dès qu'on suit d'un peu trop près les ramifications fondamentales de certaines problématiques, on se rapproche dangereusement d'éventuels niveaux de contradictions, de connaissance, d'universalité, etc. Ce n'est pas très grave, au demeurant, car le principe de contradiction est un garde-fou très dissuasif qui sait maintenir *à bonne distance* quiconque s'aviserait de l'invoquer pour en désceller les assises : il provoquerait un conflit de légitimité [191b].

362 *Vers un déploiement du monolithe*

Nul n'ayant jamais « vu » le vrai, le faux, la contradiction, et encore moins la vérité [logique], nul ne sait « absolument » ce que c'est [359c] [359d] ; du point de vue des présentes thèses, les théories de la logique sont affaire de *montages* :

362a IDÉE DIRECTRICE. Ce qui est un peu difficile à attrapper, dans la perspective d'une recherche de fondement, c'est le fait que, d'un point de vue théorique, les contradictions soient l'oeuvre (l'effet) de la logique elle-même (ce qui garantit leur « existence » et la pérennité de l'outillage y afférent), tout de même que les régressions sans fin sont celle du montage que nous proposons (même remarque).

Rappelons que les régressions sans fin sont des *fictions théoriques* : personne n'a jamais vu — ni ne verra jamais — une régression sans fin [43a] :

362b RAPPEL. Dans notre méthode d'analyse, on ne reconstitue une hypothétique régression sans fin que pour l'identifier à la ***singularité*** d'un arrêt de cette régression.

Il s'agit, fondamentalement, de *saisir quelque chose comme*. Par ailleurs, les montages fondamentaux manoeuvrent le *rasoir d'Ockham* afin d'atteindre la plus extrême sobriété quant aux principes et aux concepts ; ils sont robustes et résistants parce qu'ils sont, en quelque sorte, *rudimentaires*. On peut donc se trouver aux prises avec les idées les plus sublimes ou avec les phénomènes les plus extraordinaires, rien de tout cela n'est saisissable dans un montage théorique sans avoir été préalablement *plié* et *assujetti* aux principes et aux concepts de ce montage :

362c RAPPEL. Dans le montage que nous proposons, le jeu des *équivalences théoriques permet de *tout* rapporter à des régressions sans fin, d'où l'idée [128g] que le *sans fin* constitue, dans ce montage, une ***trame primitive***.

Un montage théorique est une sorte de *prolifération délirante* qui « voit » tout à travers le filtre d'un unique objectif. Dans le cas de la logique, le filtre est la contradiction, de sorte que la logique « voit » des contradictions partout :

362d PREMIERE IDÉE DIRECTRICE. La logique peut être comprise comme une *théorie de fondement* associée à un montage dont la *trame primitive* est ***« la » contradiction*** : la logique est une sorte de *méthode* permettant de ***saisit*** *quelque chose* ***comme*** une contradiction.

Ce qui vient un peu compliquer le montage, du moins dans sa version normative officielle, c'est le postulat du monolithe contradictoire [360d] :

362e SECONDE IDÉE DIRECTRICE. S'il n'y a qu'une seule espèce de contradiction, et si la contradiction est officiellement associée à ce qui doit être rejeté, alors il faut bricoler le montage et ruser avec les concepts,

> les mots et les écritures pour recueillir *quand même* ce qui ne doit pas être rejeté, quoiqu'étant également contradictoire [1].

C'est ce que nous avons pu constater, un montage officiel faisant écran à un montage officieux [296h], ou comme *effet à double-fond* [297a] de certains principes fondamentaux, par exemple.

Certes, nous ne contestons pas qu'il soit raisonnable d'admettre, « au niveau du vécu », qu'il est impossible que quelque chose puisse être à la fois blanc et non-blanc. Malheureusement, ce n'est pas avec un *bulldozer* d'évidences massives qu'on sculpte le cristal immatériel d'un principe fondamental, surtout à un tel degré de fondements. En ce sens, les contradictions « au niveau du vécu » sont un peu à la logique ce que les sacs de pommes de terre sont à la théorie des ensembles :

362g RAPPEL. On peut décrire ce qu'on sait empiriquement ou concrètement, l'exposer correctement, ordonner les arguments, soigner la typographie et lui donner une jolie apparence ; mais l'élaboration théorique ne commence qu'à l'instant où on suppose que *quelque chose* ***échappe nécessairement dans*** ce qu'on sait (ou dans ce qu'on croit savoir).

Elaborer une théorie, c'est *reprendre de fond en comble* ce qu'on sait pour en *inverser le cours*, afin de le *rapporter* au « zéro absolu » d'une référence flottante et inaccessible :

362h TROISIEME IDÉE DIRECTRICE. Dans une théorie, le savoir est mesuré à l'aune de *ce qui fait obstacle au « savoir absolu »* : on *renonce* à prendre appui sur le roc massif des évidences concrètement incontestables pour ***reconstituer*** ce qu'on sait comme autant de singularités issues du déploiement d'un ***centre de gravité inaccessible***, savoir : une conjecture de « savoir absolu ».

C'est ce retournement qui, selon nous, est constitutif d'un savoir théorique [2]. On peut reprendre l'image du statuaire [297g], dans laquelle la forme (statue) est comprise *en tant que* retranchement ménagé dans un bloc de marbre brut, pour apercevoir que le savoir théorique survient comme *retrait* [297f] :

362j QUATRIEME IDÉE DIRECTRICE. Car le déploiement du centre de gravité inaccessible est aussi bien ***le lien***, c'est-à-dire ce qui, indissociablement et contradictoirement, sépare et relie ce qu'on sait à ce centre de gravité, de sorte que ce déploiement ***est*** l'obstacle lui-même ***au lieu duquel*** est situé le ***savoir théorique***.

La sublime finesse de cette *géométrie immatérielle* de la raison, c'est de caler le savoir théorique *au lieu de* l'obstacle, de telle manière que ce savoir demeure, lui aussi, ultimement inaccessible [115e] [119g] [121d] [150g]. Sa conservation est ainsi garantie, étant entendu que le mot *conservation* virevolte dans la multivocité qui provoque, ici, son emploi. Commencent alors les *grandes manoeuvres de l'inaccessible* :

362f 1. On ne saurait trop s'étonner qu'ARISTOTE promeuve aussi bien le principe de contradiction (à l'égard de l'être en tant qu'être) que le *moteur immobile* (comme cause première des mouvements). Ne convient-il pas de souligner que le concept d'une telle effectivité, aussi indispensable au système aristotélicien que le principe de contradiction, mais dont l'empreinte contradictoire ne saurait cependant faire de doute, est contemporain de l'affirmation inaugurale du principe de contradiction comme principe fondamental ? Et si ce *moteur immobile* permet à ARISTOTE d'arrêter la régression sans fin qui régit la *série causale* des mouvements, ne convient-il pas corrélativement de prêter l'oreille à ce *silence* [361b] qui, en tant qu'il arrête la régression sans fin régissant la possibilité de démontrer, nous donne à entendre une harmonie contradictoire authentifiant le rôle fondateur de ce silence à l'égard d'un montage qu'il vient parachever comme tiers *non venu à la forme* ?

362i 2. Cf. E. HUSSERL, *Méditations cartésiennes*. Ce que nous présentons ici comme un *renoncement* s'apparente évidemment à l'*epochè* requise par la phénoménologie. Il convient toutefois de préciser que nous concevons ce renoncement constitutif comme étant double : le renoncement aux évidences concrètement incontestables se double d'un renoncement au « savoir absolu ». Plus précisément encore, nous concevons que le renoncement à *toute* évidence est *impossible*, et, corrélativement, que *toute* théorie fondée négocie ainsi son lien à l'interdit du « savoir absolu ». Ce « reste d'évidence » n'est pas, selon nous, à comprendre comme devant être éliminé (même si cette élimination n'est visée que comme l'horizon d'une tâche infinie), car il demeure la *condition de possibilité* de la connaissance théorique en tant que telle. La théorie de fondement que nous esquissons ne vise donc pas le « savoir absolu », et encore moins l'affirmation qu'elle parviendrait à énoncer un fondement « absolu » ; elle rompt avec la tradition qui voudrait recommencer sans cesse une telle tentative, pour la *retourner* et déchiffrer, comme assujettissement à l'interdit du « savoir absolu », le coup de force qui, à chaque fois, laisse espérer la proximité du « savoir absolu ».

362k CINQUIEME IDÉE DIRECTRICE. Quand un montage théorique est convenablement calé et ajusté, ***tous les points sont doubles*** [222a], puisqu'on peut les considérer relativement à un ***savoir empirique et concret***, rapporté à quelques solides évidences, aussi bien que relativement à un ***savoir théorique***, rapporté au déploiement d'un centre de gravité inaccessible.

Cette articulation confie le *recto* au savoir empirique (faits tangibles) et concret (faits formels), mais le *verso* de l'*interprétation*, c'est-à-dire la *mise en rapport* de ces points éparpillés (non-identité et entre-deux) est confiée au savoir théorique, conjectural en son principe [150d] : c'est cette articulation fondamentale qu'exploite à sa façon notre théorie des dépassements [152e]. Laissons sous l'épinglage prudent d'*image*, ce qui ne cesse d'affleurer à chaque détour de nos phrases :

362l PREMIERE IMAGE. Elaborer un savoir théorique est une manière de provoquer le ***passage à limite*** d'un savoir empirique et concret, afin de manoeuvrer leur rapport au sein d'une ***dualité conjecturale***[1].

Pour qu'un tel montage soit *seulement concevable*, il faut ***préalablement*** [340a] (mécanisme de double échappement) instituer une *limite commune* pour articuler les deux versants l'un à l'autre (passage à la limite) et pour les replier l'un sur l'autre (points doubles en dualité) :

362m SECONDE IMAGE. C'est ce *passage à la limite préalable* qui donne lieu à ce que nous avons épinglé ***la cicatrice blanche et noire***, c'est-à-dire l'*écriture*, qu'elle provienne de la forme des énoncés de discours, lorsque le monde est recueilli comme *parole*, ou qu'elle provienne de la forme des traces, lorsque le monde est recueilli comme *trace*.

A ce degré de fondements, le montage est, en son principe, le même, qu'il s'applique aux théories expérimentales ou aux sciences dites « exactes ». De sorte qu'une logique qui assume son rôle de *théorie de fondement* doit normalement être en mesure de tenir en main toute cette machinerie, faute de quoi elle ne serait que l'une des pièces (ou l'une des réductions) du montage. Or, la logique de la forme est une affaire de mots, et le mot *contradiction* est lui-même... un mot. Bref, il est clair que nous tentons de « voir » la logique *depuis nos thèses*, c'est-à-dire dans la perspective d'une théorie de fondement régressive. Peut-être d'autres procédés sont-ils concevables ? Quoi qu'il en soit :

362n REMARQUE. Si nos thèses sont correctes, et, en particulier, si le *savoir théorique* survient *au lieu contradictoire du lien*, il est « peu probable » qu'une logique assujettie au postulat du monolithe contradictoire soit en mesure d'autoriser l'élaboration d'un savoir théorique au sujet de la contradiction.

Suffit-il d'avancer l'argument selon lequel l'élaboration d'un savoir théorique concernant un lieu contradictoire serait *alogos*, c'est-à-dire *ir*rationnel, pour se dispenser d'enquêter à son sujet ? Nous ne le croyons pas. La logique des monolithes est aussi malhabile à démêler les régressions sans fin (car elle risque d'y choir) que notre montage demeure incrédule devant le vrai « sans blancs » qu'elle exige, semble-t-il, pour être opératoire. Mais ce serait faire fausse route de craindre une mésentente : ce que l'une taxe lourdement d'une contradiction, l'autre l'accomplit aisément d'un découpage, d'un collage ou d'une biffure ; et, réciproquement, ce qui passe chez le second pour un glissement effectif, théoriquement *équivalent à l'achèvement d'une régression sans fin, est compris par la première comme une manifestation immédiate de l'immuable. Ce serait donc moins un *duel singulier*, visant à destituer l'altérité dans le plus-rien d'une conquête impériale, qu'une *dualité plurielle*, destinée à déployer les singularités nomades d'une altérité multiple et réciproque, inachevée parce qu'inachevable [2].

---

1. Dans le contexte des mathématiques, nous avons déjà noté [341b] que même l'homogénéité des entiers naturels strictement finis réquérait un passage à la limite : l'*axiome de récurrence* concerne l'*entre-deux* des nombres. Dans le contexte des théories expérimentales, l'*induction* voile un passage à la limite. L'idée, dans les deux cas, est de prendre acte du fait que le prolongement exhaustif (côté empirique ou concret) est *pratiquement impossible*, pour basculer dans une dualité conjecturale (élaboration théorique) afin d'effectuer des *déductions dans l'inaccessible*.

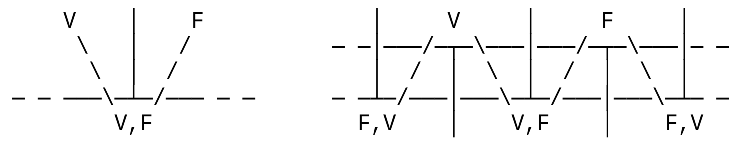
362o 2. L'opposition du *nomade* et de l'*impérial* (déjà évoquée [279a] à propos du quadrangle de glissements) est empruntée à *Mille plateaux*, de G. DELEUZE et F. GUATTARI (*Editions de Minuit*, Paris, 1980) ; cf. [343b] [350i].

363 *L'individuation du vrai et du faux*

La réserve [238g] [359g] qu'impose le sujet de la présente étude étant renouvelée, laissons à l'intuition la bride sur le cou, et suivons-la pour une tentative — nous soulignons : *tentative* — d'ébaucher quelques ajointements fragmentaires du puzzle en liaison avec les **théorèmes épouvantables* relatifs à la « substance contradictoire » des relations et des objets [297c] [297d] [297h]. Certes, ces *théorèmes s'accordent à l'idée [362d] selon laquelle la *trame primitive* de la logique est la contradiction ; mais ils ne s'accordent guère aux évidences concrètes habituelles, et encore moins à une *rationalité normative* assujettie à la logique des monolithes :

363a REMARQUE. Les idées directrices qui viennent d'être proposées [362] installent la contradiction comme ***trame primitive***, de sorte que le reste de l'instrumentation logique (le vrai, le faux, la négation et autres connecteurs, la déduction, etc.) se conçoit *relativement* à cette trame.

Partons de l'idée qu'il y a originellement deux objets quelconques, en tant seulement qu'ils sont individués. Epinglons-les V et F. Il devient alors possible de considérer le rapport *entre* ces objets, et, partant, le passage à la limite de leur individuation (figure de gauche) :

363b


Cette limite est un développement régressif, dont le terme le moins déterminé est l'expression commune V,F. On peut aussi envisager (figure de droite) de *raisonner dans la dualité, c'est-à-dire de comprendre chacun des deux objets quelconques V et F comme un rapport *entre* deux limites. Il convient donc d'imaginer que, dans la figure de droite, les deux bords extrêmes à gauche et à droite sont le même, et que cette figure est une sorte de cylindre mis à plat :

363c BRIBE D'INTERPRÉTATION. Quand on considère *le vrai* et *le faux* comme deux « objets quelconques », en tant qu'ils sont seulement individués, s'***appliquent directement*** à ces deux « objets », à toutes leurs « relations » ou « connecteurs », et aux « opérations » habituellement utilisées à leur endroit, d'une part, les **théorèmes épouvantables* relatifs à « substance contradictoire » des objets et des relations [297c] [297d] [297h], et, d'autre part, les *théorèmes, les *équivalences et les interprétations relatifs au *triangle diabolique* [302g] [302i] [302k] et au *mécanisme de double échappement* [340f] [342e] [342f] [343a] [343c].

Nous laissons cette *bribe d'interprétation* [363c] sous cet intitulé, car nous n'avons pas poussé le démontage suffisamment loin pour obtenir un **théorème* : il convient donc de comprendre que le schéma [363b] joue le rôle d'une sorte d'image approximative qui n'est pas directement déchiffrable *lettre à lettre*. On entrevoit cependant quel ciselage de jeux d'écritures et de glissements sous-tend l'algèbre qui se range sous le nom de son auteur, G. BOOLE, comme si le dédoublement qui en occupe le centre figurait emblématiquement son projet ; on aperçoit aussi les raisons qui peuvent laisser supposer que les machines informatiques sont, de toute évidence, assujetties à une telle « logique » [45b].

364 *La fiction des gomm'êtres*

Aborder le vrai et le faux comme s'il s'agissait d'abstractions individuées n'est, très probablement, qu'*un* montage très particulier. Ce montage se prête sans aucun doute aux manipulations d'écritures habituelles en mathématiques formelles, mais il ne laisse pas apercevoir le rapport de la logique aux concepts. Nous avons donc forgé une *fiction théorique* permettant d'imaginer ce que pourrait être la place des *concepts et du savoir théoriques*. Cette fiction prend appui sur ce que nous avons déjà indiqué [292c] concernant les abstractions *en tant qu'elles sont seulement individuées*, et qu'il convient déjà de comprendre comme une *fiction théorique* :

364a FICTION DES ABSTRACTIONS QUELCONQUES. Considérer les abstractions *en tant qu'elles sont seulement individuées* (les *abstractions quelconques* [254h]), c'est considérer la non-identité et l'entre-deux de ces abstractions ***à leur degré maximal de détermination*** ; en particulier, *toute* abstraction est en rapport (en relation) avec *toute autre* abstraction selon *toutes* les manières possibles de *tous* les rapports possibles.

Ce degré maximal de détermination est, en quelque sorte, l'*enveloppe des possibles* : toutes les relations ont « simultanément lieu », sans qu'il soit question de déterminer si elles sont ou non compatibles, de sorte qu'aux contradictions, « naturelles » dûes à la « substance contradictoire » des objets et des relations (*théorèmes épouvantables), se superposent les contradictions dûes aux relations incompatibles entre elles. En fait, à ce stade, ces relations ne sont, logiquement, *ni vraies ni fausses*, parce que la disjonction du vrai et du faux est l'*effet d'un montage ultérieur* [1] :

364b REMARQUE. A proprement parler, il ne s'agit pas vraiment de relations : c'est seulement la multiplicité innombrable de la trame régressive du *sans fin* [2], la feuille de papier sur laquelle rien n'est encore inscrit « en noir », bien que tout le possible figure déjà « en blanc ».

Notre fiction théorique intervient maintenant :

364c FICTION DES GOMM'ETRES. Introduire la disjonction du *logiquement vrai* et du *logiquement faux*, c'est d'abord ***trier les contradictions*** : sur les « bonnes contradictions », qu'on souhaite garder et manoeuvrer, on appose une *gommette verte* ; sur les « mauvaises contradictions », qu'on souhaite rejeter, on appose une *gommette rouge*.

Rejeter certaines contradictions, parmi celles qui figurent à ce degré *maximal* de détermination, c'est *diminuer la détermination* : certaines relations sont *exclues* :

364d BRIBE D'INTERPRÉTATION. Diminuer la détermination d'une *abstraction quelconque*, c'est *diminuer ses potentialités* et c'est corrélativement lui apporter une *détermination conceptuelle* [3].

Le raccord entre les *concepts théoriques* et la logique se produit là : la détermination conceptuelle s'obtient ***négativement*** en marquant d'une gommette rouge ce qu'on exclut ; c'est considérer une abstraction [quelconque] ***en tant que*** nombre, fonction, ensemble, etc. :

364e BRIBE D'INTERPRÉTATION. Le *substratum* est toujours « de l'abstraction quelconque », mais on a *brûlé*, *arasé*, *arraché*, *abstrait*, *allégé*, *retranché*, etc., la plus grande partie de ce *substratum* [297f] [362h] : cette potentialité écartée est assumée par le sujet comme ***concept théorique***.

L'image du statuaire [297g] permet de comprendre le ressort de notre fiction :

364f IMAGE. Associer le concept d'un objet à une liste cumulative de propriétés revient à prendre de la poussière de marbre, puis à en agglomérer les grains pour obtenir une forme ; aborder l'*en tant que* comme ***concept théorique*** revient à prendre un bloc de marbre brut (enveloppe des possibles, conjecture de « savoir absolu »), puis à dégager une forme en retranchant des éclats (savoir théorique obtenu par retrait).

1. C'est encore une problématique de *points doubles* [362k]. On peut comprendre qu'il y a, d'une part, le *principe de coupure* [91f], qui régit la question de la *venue à la forme* [49-52] [293], et, d'autre part, une sorte de *ligne de partage* [364c], qui concerne du *déjà venu à la forme* [363].

2. On peut éventuellement comprendre que cette trame contradictoire vient partiellement à la forme dans un système logiquement contradictoire où « tout » est démontrable.

3. Schématiquement, on peut esquisser l'articulation comme suit : une abstraction quelconque est *absolument singulière* ; diminuer la détermination de ces abstractions quelconques, c'est les rendre substituables, eu égard à cette diminution. C'est donc bien cette diminution de détermination qui a pour corrélat la détermination d'un *concept théorique*, c'est-à-dire le fait que plusieurs objets (abstractions quelconques) tombent sous le même concept (sont substituables eu égard à ce concept). Par ces considérations, on peut reconstruire le principe d'identité [122-129].

Cette fiction souligne le principe d'une *conservation globale* : le *concept apparent*, lié aux déterminations positives (gommettes vertes), sommé avec le *concept théorique*, lié aux déterminations négatives (gommettes rouges), reconstitue la détermination maximale (une sorte de « petit savoir absolu ») d'une abstraction quelconque :

364g BRIBE D'INTERPRÉTATION. En *raisonnant *relativement* à l'abstraction quelconque, on retrouve le principe de montage [362h] [362j] aux termes duquel les concepts et le savoir *théoriques* sont flottants.

Les concepts apparents sont *figés* dans la liste cumulative de leurs propriétés, tandis que les concepts théoriques sont *flottants* relativement aux abstractions quelconques qui sont purement conjecturales et fictives :

364h BRIBE D'INTERPÉTATION. Sachant que le *concept théorique* d'abstraction quelconque revient à brûler ***toutes*** les déterminations, donc ***toute la trame contradictoire*** d'une abstraction, le *concept apparent* d'abstraction quelconque est, certes, délivré de toute contradiction, mais il correspond à ***plus-rien***.

Ce sont les monolithes de l'abstrait normatif, dépourvus de toute contradiction, de toute non-identité, et de tout entre-deux. Ce qui se comprend comme suit :

364i BRIBE D'INTERPRÉTATION. A force d'alléger la trame contradictoire, on obtient l'***être*** [mathématique] ***en tant qu'être*** [mathématique] assujetti au principe de l'exclusion de ***toute*** contradiction, certes, mais inutilisable *en tant que tel*.

Si on comprend que l'être [mathématique] est *ce qui est commun* à tout objet [mathématique], l'être [mathématique] est bien ce *plus-rien* (concept apparent figé) ; corrélativement, si on comprend que tout objet [mathématique] est un cas particulier de l'objet [mathématique] quelconque, l'objet [mathématique] quelconque est bien l'enveloppe [contradictoire] de « tous » les objets [mathématiques] possibles (concept théorique flottant). Dès lors :

364j BRIBE D'INTERPRÉTATION. L'interprétation standard de la logique [formelle] est inapplicable aux ***objets quelconques*** (détermination maximale associée à la trame contradictoire et régressive), c'est-à-dire aux abstractions en tant qu'elles sont seulement individuées, et aux ***variations de détermination*** (changements de niveaux, changements d'interprétation, etc.).

De manière imagée, la logique [formelle] donne toute satisfaction *dans un même niveau* [de contradiction], mais elle ne convient pas (en son interprétation actuelle) pour ***changer de niveau***, condition nécessaire, selon nous, pour mener des *raisonnements (bien noter l'étoile) *quant aux fondements* : dès qu'il s'agit de prendre l'escalier, boum, la logique des monolithes trébuche :

364k BRIBE D'INTERPRÉTATION. De tels *raisonnements ne sont pas ***théoriquement praticables*** avec les moyens de la logique des monolithes, pour la raison que cette logique ne connaît pas les régressions sans fin : elle ne sait donc pas les arrêter, et elle ne peut donc pas accéder à l'effectivité, c'est-à-dire à du *non venu à la forme* qui, cependant, *a lieu*.

Pour obtenir une logique *au sens normatif habituel*, il faut quitter le rez-de-chaussée de la trame contradictoire, de manière à trier convenablement les contradictions de cette trame. Il va de soi que la répartition des gommettes ne se fait pas à l'aveuglette :

364l BRIBE D'INTERPRÉTATION. Les principes et procédés de la logique ont pour effet d'imposer certaines règles quant à la répartition des gommettes ; en particulier, quant on « part » d'une gommette verte, on ne peut pas « atteindre » une gommette rouge.

En un sens [1], les gommettes vertes constituent « le vrai » et les gommettes rouges « le faux ». Globalement, l'effet du principe de contradiction est de ne retenir que les gommettes vertes, afin de laisser de côté (d'oublier)

1. Attention : il ne s'agit que de l'*un des rôles* joués par « le vrai » et « le faux ». Par ailleurs, il ne s'agit, comme on l'a compris, que d'une esquisse très approximative.

les gommettes rouges, ce qui installe la possibilité d'une dualité [362k] [362l], notifiée par le principe du tiers exclu :

364m BRIBE D'INTERPÉTATION. Comme on n'ira jamais apposer les gommettes vertes et rouges *une à une sur chaque abstraction quelconque* pour construire une théorie, il faut procéder « en compréhension » : les *axiomes* et *règles d'inférences* sont chargés d'apposer les gommettes vertes, grâce à l'appui éventuel des *concepts apparents* en rôle d'images ; les *concepts théoriques* sont chargés d'apposer les gommettes rouges.

C'est une problématique de seuil inassignable [338], qui mobilise un double échappement [340a], donc un passage à la limite préalable : c'est la *question de la forme*, comme articulation des deux versants de la dualité conjecturale [362m]. C'est aussi, bien entendu, l'effectivité des démonstrations, laquelle renvoie aussi bien à l'irreprésentabilité de l'interprète associé, qu'à l'implication mutuelle entre états et niveaux, par triangle diabolique interposé, et, partant, à l'*équivalence théorique entre l'effectivité et les régressions sans fin. Nous n'insistons pas plus sur une question qui, à elle seule seule, permettrait de reparcourir toute l'élaboration de la logique depuis l'Antiquité grecque [1].

365 *L'arrêt, la raison, l'arraisonnement*

Dans le cadre normatif actuel, si on ne parvient pas à démonter le principe de contradiction, ce n'est pas parce que ce principe est immuable et définitif (interprétation normative standard), mais seulement parce qu'il suffit de l'appliquer pour « corroborer » (corrélation forte) que son au-delà est contradictoire, tout comme l'est le « savoir absolu » : c'est le fonctionnement *à double fond* [297a] du principe de contradiction, comme principe double d'*exclusion* et de *conservation*. L'universalité, disions-nous [229f], est seulement la manifestation d'une *limite en souffrance*, une limite qui n'a pas encore été aperçue. De ce que la *rationalité normative* ne parvient pas à concevoir son au-delà, *il ne suit pas* (exclusion du tiers) que cet au-delà n'a pas lieu :

365a INTERPRÉTATION. Par l'effet du rejet de l'*absolument inconcevable*, le « savoir absolu » est lui aussi rejeté, donc la *rationalité normative* n'est pas « absolue » ; mais par l'effet du rejet de l'*au-delà inconcevable*, ce qui fait obstacle au « savoir absolu » est lui aussi rejeté, donc la *rationalité normative* ne peut pas accéder à sa propre limite : rien ne s'oppose alors formellement à ce que l'universalité, que tissent des bouclages catastrophiques insoupçonnables, puisse glisser sur le mirage d'une sorte d'« absolu ».

L'*au-delà inconcevable*, c'est l'au-delà de ce qu'on peut concevoir aujourd'hui ; mais c'est aussi la « distance » entre ce qu'on sait et l'*absolument inconcevable*, c'est-à-dire ce qui fait obstacle au « savoir absolu » et qui, à ce titre, est inépuisable :

365b INTERPRÉTATION. Dans le contexte de la *rationalité normative*, l'*au-delà* [encore] *inconcevable* du principe de contradiction glisse sur l'*absolument inconcevable* et se trouve assimilé, de toute évidence, à ***la privation absolue de toute rationalité*** : au-delà du principe de contradiction ***il n'y a absolument rien***.

La *rationalité normative* est enchaînée au monolithe contradictoire [360d], qui indissociablement, la *fige* dans sa légitimité immuable et la *bloque* dans son progrès fondamental : tout discours qui tente de passer outre risque de s'excommunier du consensus rationnel pour sombrer, *privé de raison*, dans un néant absolu. Depuis que cette rationalité a atteint ce bord, qu'elle a elle-même dessiné à son insu, qui la fascine, et qu'elle croit être l'abîme de

---

364n 1. Ce n'est pas l'objet du présent exposé d'explorer le lien entre le montage de la logique et le labyrinthe de la question de l'être, pour en montrer les incidences dans les sciences positives actuelles, logico-mathématiques en particulier, via la problématique de la trace [54f]. Soulignons simplement, une fois encore, à quel point *tout se tient* quant aux fondements : « Transgresser la métaphysique, au sens où l'entend HEIDEGGER, n'est-ce pas déployer une question en retour sur cette étrange limite, sur cette étrange *epokhè* de l'être se cachant dans le mouvement même de sa *présentation* ? [...] ...pour indiquer, de très loin, et de manière encore très indécise, une direction qui n'est pas ouverte par la méditation de Heidegger : le passage dissimulé qui fait communiquer le problème de la présence et le problème de la trace écrite. Par ce passage à la fois dérobé et nécessaire, les deux problèmes *donnent*, *ouvrent* l'un sur l'autre. C'est ce qui apparaît, et cependant se soustrait dans les textes d'ARISTOTE et de HEGEL. En nous incitant à relire ces textes, HEIDEGGER distrait de son thème certains concepts qui nous paraissent requérir désormais l'insistance. » J. DERRIDA, *Marges de la philosophie (ousia et grammè)*, Minuit, Paris, 1972.

son propre anéantissement, elle s'est sagement assise, résignée, et n'en veut plus bouger. Comment cette rationalité, depuis lors drapée dans l'immuable, pourrait-elle concevoir son propre progrès ? Convenons qu'il serait discourtois de lui reprocher son hésitation à faire *un pas de plus* ; convenons aussi que cette rationalité ***ne sait rien*** d'un *au-delà* où elle n'ira jamais mettre les pieds :

365c REMARQUE. Ce que cette rationalité normative ***ne peut donc pas savoit***, c'est que ce bord n'est ni celui qu'elle croit, ni celui qu'elle craint, et qu'elle est tout bêtement assise sur la conjecture du caractère monolithique de ***sa*** contradiction.

Conclusion

•

Les deux synthèses extrêmes

Le rôle singulier de l'informatique à l'égard de la normativité scientifique actuelle, qui nous a guidé dans l'exploration du labyrinthe ramifié sous-jacent à cette normativité, tient en une phrase :

> PREMIERE SYNTHESE. L'informatique est liée à une *légère modification* du rapport [qu'on imagine] entre le savoir et l'écriture, rapport jusqu'à présent réglé par des conjectures fondamentales desquelles dépend le calage des montages légitimés par la normativité scientifique actuelle.

L'emboîtement de problématiques, qui mène de la pratique courante de l'informatique jusqu'aux fondements de la normativité scientifique actuelle, suit exactement le dédale des chemins de conduction ménagés par l'omniprésence de l'écriture, dédale qui n'est lui-même que la cimenterie d'ajointement de tout l'édifice, ce que nous avons nommé l'*effectivité*. Cette légère modification déconnecte le branchement en court-circuit rabattant la question de l'individuation, liée à la trame contradictoire et régressive *sans fin*, sur la finitude concrète, identifiée aux écritures *sans blancs* :

> SECONDE SYNTHESE. Cette *légère modification* du rapport entre le savoir et l'écriture *dé*noue le glissement du discret sur le fini, ce qui récuse *ipso facto* les conjectures et évidences fondamentales prenant ce glissement pour un roc irréductible de nature à supporter des fondations intangibles, et, peut-être, définitives.

Ce que nous venons d'exposer n'est ainsi qu'une tentative pour relier ces deux synthèses extrêmes grâce à un montage théorique conjectural assujetti à cette *légère modification* : il nous semble difficilement concevable qu'on puisse déverrouiller *localement* (en informatique) le glissement du discret sur le fini, afin de prendre appui sur le reste de l'édifice ainsi préservé pour ménager un accès théorique convenable aux structures contradictoires et régressives qu'il implique.

Les écritures formelles

L'informatique n'a pas *provoqué* cette légère modification. Cette modification est plutôt un très lent basculement, qui a peut-être commencé dès l'Antiquité grecque. Ce qui, cependant, ne saurait faire de doute, c'est l'influence croissante de l'écriture dans le discours scientifique depuis plus de trois siècles, et plus particulièrement depuis la seconde moitié du XIX$^{\text{ème}}$ siècle. L'informatique s'inscrit dans la ligne de ce basculement, mais le rend seulement plus net et plus sensible. Précisons cela, pour autant que ce soit possible. La pratique la plus courante de l'informatique mobilise des [rapports entre] écritures qui ne ressemblent guère aux petits monolithes irréductibles de la conception normative actuelle :

> SYNTHESE. Les mathématiques et la logique telles qu'actuellement conçues et pratiquées ne sont pas en mesure d'affronter *directement* la corrosion intense qu'implique la trame contradictoire et régressive des écritures provenant de l'informatique.

Sans doute, rien ne ressemble plus à une écriture *sans fin* [provenant de l'informatique] qu'une écriture [formelle] *sans blancs*. Nous avons montré cependant que les plus banales considérations relatives aux quantités d'information impliquent l'*hypothèse des indécelables au second degré et le rejet du postulat de l'homogénéité des [rapports entre] écritures :

> REMARQUE. Nous disons que les écritures formelles *sans blancs* ne peuvent résister *directement* à la corrosion des écritures *sans fin*, ce qui n'empêche pas, du moins au plan des principes, qu'on puisse intercaler le joint d'élasticité d'une interprétation.

L'articulation des sciences expérimentales et des mathématiques met en oeuvre un tel joint d'élasticité : une force *n'est pas* un vecteur, et une pomme qui tombe *ne calcule pas* sa trajectoire. Dans ce contexte, la « réalité » n'est évidemment pas l'« abstrait » et le joint d'élasticité s'impose [presque] de lui-même. Mais, dans le cas de l'écriture, à supposer qu'on instaure une hétérogénéité analogue, on ne pourrait éviter d'interroger en retour les écritures formelles elles-mêmes : assument-elles *vraiment* le rôle purement instrumental qui leur est officiellement concédé ? L'étude que nous avons menée du strict point de vue des mathématiques formelles montre qu'il est « très probable » que la réponse est négative :

> SYNTHESE. Dès qu'on tente de restituer les postulats et conjectures qui devraient régir l'usage de l'écriture dans les mathématiques et la logique, on se heurte à un enchevêtrement de contradictions, tant dans le contexte des théories formelles que dans celui des théories formalisées : la clause d'un usage purement instrumental n'est nulle part assumée de manière stricte quant à ses implications théoriques.

Aussi longtemps qu'on ne possède pas certaines *clés*, on ne peut affronter certaines anomalies ou démonter certains montages. Les choses en restent là, faute de mieux, et on négocie les arrangements qui permettent de rafistoler tant bien que mal les fictions théoriques destinées à couvrir les difficultés. Le **théorème du miroir* [330b] a déjà souligné qu'aucun doute ne saurait subsister, selon nous, quant à l'issue d'un réexamen du rôle de l'écriture dans les mathématiques et la logique. Ce point mérite une précision :

> INTERPRÉTATION. Au cours du lent basculement, l'écriture ne s'est trouvée progressivement installée dans son rôle médiateur au sein des mathématiques et de la logique que dans la mesure où les fictions « classiques » ont été corrélativement réinterprétées, quoique de manière inaperçue, relativement à ce « nouveau » rôle de l'écriture.

Nous voulons dire que les fictions « classiques » (l'abstrait standard des monolithes, pour rester bref) ont joué (et jouent encore) un rôle de *relais* ou de *pivot de basculement* abritant une réinterprétation se déployant comme une sorte de réaction chimique très lente, métamorphosant en silence chaque pièce de l'édifice. Peu à peu, chacune de ces pièces devient *double*, gardant sa place apparente au regard des fictions « classiques », mais déjà reliée, grâce aux fils invisibles de la réinterprétation, au centre de gravité d'un autre montage théorique, encore inaperçu. C'est la *forge des fondements* [72b], et c'est aussi la *logique des dépassements* :

> INTERPRÉTATION. La réinterprétation est *déjà* faite, ou *déjà* bien avancée : pour qu'il soit seulement possible de déployer une singularité inaperçue, encore faut-il que cette singularité soit *effectivement présente*, c'est-à-dire *déjà en place*, assumant déjà la plénitude de ses fonctions.

Un dépassement n'apporte ni n'enlève rien, puisqu'il est assujetti à un principe de conservation : ne peut donc être déployé que ce qui est *déjà-là*. De sorte que *rien ne se produit* au cours d'un dépassement, si ce n'est le *changement de regard* induit par un *acte d'interprétation* :

> INTERPRÉTATION. Nous concevons que l'édifice logico-mathématique actuel est *intégralement réinterprétable* et que la crise de fondements qui se développe depuis un peu plus d'un siècle [en mathématiques et en logique] ne s'est pas encore dénouée, pour au moins deux raisons : d'une part, on a tenté de garder les écritures *sans blancs* et l'à-plat des monolithes, alors qu'il convient de basculer sur les écritures *sans fin* et sur une trame contradictoire et régressive ; d'autre part, on a voulu préserver l'édifice de fondements « trop manifestement conjecturaux », ce qui suffit pour bloquer l'accès à l'avoir lieu d'une réinterprétation.

Dire que les mathématiques sont réinterprétables n'a rien d'extraordinaire, car c'est, en fait, l'objectif plus ou moins implicite que poursuit l'entreprise de la formalisation elle-même. Nous disons simplement qu'il faut laisser de côté les fictions « classiques », inadaptées à cet objectif, et forger des fictions qui conviennent à l'entreprise. Est-ce sous-entendre que les mathématiques et la logique seraient réductibles à des traitements d'information ? Ce n'est pas notre position, pour la raison que les traitements d'information sont eux-mêmes l'effet d'un montage greffé sur un montage plus fondamental : l'effectivité ne relève pas, *en tant que telle*, des traitements d'information.

L'idée de fondement

L'histoire des sciences n'est pas le récit officiel qu'on rédige après-coup, chaque normativité ayant la faiblesse de s'imaginer comme une sorte d'aboutissement du passé qui la porte, évitant ainsi d'attirer l'attention sur son propre au-delà, qu'elle ne parvient pas à concevoir, et qu'elle rejette pour accréditer sa légitimité. Qu'il faille mettre en oeuvre diverses fictions ou mises en scène, plus ou moins criticables au plan des principes, pour que certains effets se produisent dans la pratique quotidienne est une chose ; autre chose est de détourner ces fictions de leur office efficient pour les glisser sur un rôle fondamental qu'elles ne sauraient assumer. Pour une grande part, la recherche de fondement que nous avons menée tient au patient démontage de ces fictions, étant entendu qu'elles sont nécessaires [290b], et qu'elles participent des conditions pour qu'un savoir [théorique] soit *seulement possible*.

Rien n'est plus éloigné des métaphores habituelles, relatives à la solidité massive des fondations, que le *concept théorique* de fondement auquel nos thèses donnent lieu. Nous avons amplement développé l'idée que les principes fondamentaux font office de *fusibles* destinés à *sauter* pour assurer la récupération de l'acquis tangible par eux légitimé ; nous avons également insisté sur le fait qu'un *dépassement* doit se comprendre comme une *preuve rétroactive* de fondement. Présenter le progrès des sciences comme une sorte d'acharnement à corriger des erreurs, plonge le bon sens dans l'embarras : faut-il alors supposer que les plus grands génies sont aussi les artisans des plus grandes sottises, puisqu'ils nous lèguent une oeuvre bourrée d'erreurs, qu'ils n'ont même pas été capables d'apercevoir, exigeant de ceux qui les célèbrent (on se demande pourquoi) un labeur, peut-être inachevable, pour s'en débarrasser ?

> SYNTHESE. Le respect que nous marquons à l'égard de ceux, célèbres ou non, contemporains ou non, dont le travail contribue ou a contribué à l'élaboration d'un discours dont nos thèses proposent le réexamen, tient à ceci : qu'on ne saurait reprocher à quiconque de ne pas avoir eu accès au « savoir absolu » ; ce que nous traduisons : un savoir fondé n'est tel que dépassable.

L'opérativité d'une théorie est précieuse, et, d'ailleurs ne saurait être séparable de l'adjectif *scientifique*, quoiqu'il y ait diverses manières d'apprécier une opérativité, toujours assujettie à une interprétation ; mais son dépassement est inestimable, car si l'opérativité garantit un accord contingent avec des faits ou avec des preuves, le dépassement témoigne de l'effectivité d'un *lien au monde*, dont nul discours n'est maître ni propriétaire, qu'une théorie aura recueilli dans ses « blancs », à l'insu de son auteur. Cette *fiction du lien* — car c'est une fiction — vaut bien, selon nous, le tintamarre qui voudrait mesurer la *performance du savoir* à l'aune du bruit qu'il fait, étouffant le silence qui fonde sa propre légitimité normative, et considérant comme un acquis définitif ce dont il exclut le questionnement. Ces critères conviennent sans doute dans la plupart des cas, mais *seulement* dans la plupart des cas. Reste la délicate question du *seuil*, c'est-à-dire du clivage normatif [31], seuil inassignable, qui, en tant que tel, fraye la possibilité d'un *passage à la limite*. Dans le cadre de notre théorie de fondement, ce passage est *toujours possible*, par l'effet de l'interdit du « savoir absolu ». Ainsi pouvons-nous résumer l'*idée de fondement* [36j] :

> SYNTHESE. Il faut fonder *parce qu*'il n'y a pas d'« ancrage absolu » du savoir : juste en-deçà de l'« absolu » (inaccessible), mais juste au-delà de l'opérativité factuelle ou formelle (contingente), se situe le « seuil de fondement » : la certitude que « quelque chose » échappe, nécessairement.

C'est cet *entre-deux* de l'« absolu » et du contingent que notre théorie saisit comme une *limite*, qui est, en quelque sorte, une *source inépuisable* de certitude et de nécessité. Mais, bien évidemment, puisque l'autre côté de la limite, c'est-à-dire le « savoir absolu », est une fiction théorique (qui répondra à la question : qu'est-ce que le « savoir absolu » ?), la certitude et la nécessité sont elle-mêmes amarrées à cette bouée en dérive. Conformément à ce que chacun sait, les principes fondamentaux ne peuvent être prouvés ou corroborés directement en tant que tels (ils se situent *au-delà* du contingent) ; conformément à nos thèses, ils ne sont pas non plus définitifs (ils se situent *en-deçà* de l'« absolu »). La *fragilité* des principes fondamentaux se comprend très bien : ils ne bénéficient ni du repos définitif de l'« absolu », ni de la caution contingente des preuves et des démonstrations.

Le montage théorique

La théorie de fondement que nous proposons est particulièrement économe, puisque le même [principe de] montage s'adapte depuis les degrés les plus fondamentaux jusqu'aux circonstances les plus concrètes et les plus spécifiques. Ce montage, qui articule l'effectivité, les traces indécelables et les régressions sans fin, permet de nouer trois idées essentielles : la conservation, la traduction, et la variation de détermination. L'ensemble du montage est ajointé par le concept théorique d'effectivité, concept par essence multivoque, qui souligne les caractères conjectural et fictif de l'ajointement, une telle conjonction donnant la mesure du contrepoids d'opérativité que nous en escomptons :

> SYNTHESE. Le montage théorique que nous proposons est destiné à rendre *théoriquement praticable* l'interdit du « savoir absolu » : cet interdit est manoeuvré de telle manière qu'on puisse concevoir le « savoir absolu » comme le *conservé effectij* d'un principe de conservation.

C'est cette *conservation* qui s'instancie comme *fondement* (l'obstacle au « savoir absolu » joue le rôle du lien au « savoir absolu »), comme *traduction* (points de vue incomplets sur le « savoir absolu ») ou comme *variation de détermination* (développement plus ou moins détaillé, mais jamais « absolument détaillé »). Dès que le montage est installé, on place immédiatement l'*unité* du discours scientifique (ou, plus généralement, de la connaissance théorique) comme *fondement* de ce discours, unité conjecturale en son principe même [150d] :

> SYNTHESE. Dans le montage que nous proposons, le concept théorique d'*unité de la connaissance* [théorique] est le fondement de cette connaissance, en ce sens que cette unité advient *au lieu du* « savoir absolu » : cette unité conjecturale coïncide alors avec une conjecture de « savoir absolu ».

Dès lors, *il n'y a qu'un seul montage* pour une théorie de fondement donnée. Autant le *concept apparent* d'unité (qui est plutôt l'union) sombre dans une boulimie impériale de conquêtes et d'annexions qui accélère son éclatement, autant le *concept d'unité* est assujetti à une logique de conservation qui donne un poids considérable au concept théorique de traduction :

> SYNTHESE. Autant l'*union* (concept apparent) attend vainement le crépuscule paisible qui effacera toute limite à son extension, autant l'*unité* (concept théorique) se mesure à la *traduction* qui notifie *toujours* la défaillance d'un ajointement.

Il y a traduction *parce que* l'ajointement est, par principe, impossible, puisque l'unité est elle-même inaccessible par principe. Bref, c'est la défaillance de l'unification apparente qui *témoigne* de l'unité fondamentale, de sorte que la traduction conserve toujours « quelque chose » dans l'ombre, [au lieu de] l'effectivité de la traduction elle-même. Quand on rapproche les deux idées de traduction et de variation de détermination, on retrouve un *triangle diabolique* :

> INTERPRÉTATION. Rendre compte d'un savoir, c'est établir le lien entre ce savoir et l'unité fondamentale ; traduire [à degré de détermination constant] est théoriquement *équivalent à un passage *par* l'unité fondamentale, c'est-à-dire par le « savoir absolu ».

La traduction est donc elle-même *toujours conjecturale*. Ce qui passe habituellement pour n'être qu'une jonglerie paradoxale se comprend ici au degré le plus fondamental : l'*unité supposée* de la connaissance théorique (donc du discours scientifique) a pour corrélat une *diversité* de discours, de théories et de montages *irréductibles les uns aux autres*. L'universel (unité conjecturale) n'est pas l'« absolu » (inaccessible) : « *panta chôrei kai ouden menei.* [1] ». Voici un échantillon de la logique de conservation qui régit notre théorie de fondement :

---

1. Tout cède et rien ne tient bon. HÉRACLITE, fragment A6 (DIELS KRANZ). Traduction française, M. CONCHE, Puf, Paris, 1986.

*THÉOREME D'ALTÉRITÉ. D'autres théories de fondement sont *nécessairement* concevables, faute de quoi celle que nous proposons serait « absolue », donc non fondée.

Le concept théorique de traduction est très riche, puisqu'il régit de manière générale toutes les articulations à l'intérieur du montage. En particulier, puisqu'il n'y a qu'une seule unité comme fondement de la connaissance théorique :

SYNTHESE. Il suffit de restituer l'*effectivité du sujet* dans les sciences dites « exactes » pour comprendre les théories expérimentales et les théories non expérimentales comme autant de déploiements différenciés d'un même montage fondamental, et reconstituer corrélativement l'*avoir lieu* de leur articulation.

La coupure ne passe pas entre l'« exact » (soumis à la seule nécessité logique) et l'expérimental (soumis à la seule contingence factuelle) [69e] [118], mais entre différentes manières de manoeuvrer et d'exploiter l'indétermination inéliminable qu'implique l'effectivité. L'« univers d'en-haut » et l'« univers d'en-bas » n'en sont qu'un seul, ajointés dans le retrait qui les *ré*unit.

Les recherches de fondement

Le cheminement d'une recherche de fondement est parsemé d'embûches et d'obstacles particulièrement dissuasifs. Car il ne suffit pas d'apercevoir les difficultés et les anomalies, même apparemment mineures ; encore faut-il les assumer comme *questionnement*, c'est-à-dire comme l'un des fils d'Ariane débobiné dans un labyrinthe qu'on a toutes les raisons de ne pas souhaiter parcourir ni connaître ; d'ailleurs, il est bien rare de recevoir d'autre conseil que celui d'éviter une telle exploration, parce qu'on inclinera peut-être à juger qu'elle est, sinon inconcevable, du moins vraisemblablement impossible. A maints égards, une recherche de fondement prend à contre-pied les règles et les critères qui régissent normalement la recherche :

SYNTHESE. Dans une recherche de fondement, le *doute*, la *certitude* et la *fragilité* sont fortement liés, et varient corrélativement *dans le même sens*.

D'un point de vue pratique, cela signifie qu'un accroissement (resp. une diminution) de l'une des trois « variables » implique corrélativement un accroissement (resp. une diminution) des deux autres. Le *doute hyperbolique*, c'est-à-dire le doute au-delà de tout, vise ainsi une certitude maximale ***et*** une fragilité maximale. En particulier, douter *au-delà de l'évidence*, c'est-à-dire parvenir à *démonter des évidences*, requiert un apport conjectural (fragilité, doute) destiné à reconstruire de nouvelles évidences (certitude) :

SYNTHESE. Un consensus normatif se construit sur le pliage des conjectures : la fragilité et le doute sont repliés sous la certitude, qui fait office de couverture apparente.

On évite ainsi à chacun de revenir sur des questions de fondements à chaque détour de sa pratique quotidienne ; en contrepartie, les conjectures deviennent inaccessibles, et sont bloquées. C'est incontestablement efficace, mais à la condition d'inscrire sa pratique dans le cadre normatif ainsi figé. Corrélativement, mener une recherche de fondement, c'est déplier les conjectures glissées sous les certitudes normatives pour manoeuvrer l'indétermination inéliminable qui constitue l'avoir lieu d'une réinterprétation :

REMARQUE. Seule une approche *théorique* de la question des fondements du discours scientifique, rappelant le caractère *nécessairement conjectural* des fondements de *toute* théorie, nous paraît en mesure de constituer un contrepoids *théoriquement fondé* à la pression normative actuelle, un peu excessive, dans certains cas, quant à son exigence de corroborations *factuelles* et de démonstrations *formelles* à l'endroit d'hypothèses ou de conjectures qui ne se plient pas aux certitudes et aux évidences qu'elle cautionne.

L'informatique

Les deux problématiques essentielles du glissement du discret sur le fini, et de l'implication mutuelle entre états et niveaux, permettent de parcourir transversalement l'agencement des blocages théoriques qui, par ricochet, bloquent les concepts cruciaux de l'informatique. Puisque le présent exposé ne vise pas une théorie de l'informatique (ou des traitements d'information), nous ne pouvons pas affirmer que les présentes thèses proposent un dénouement suffisamment approfondi de ces blocages pour qu'une telle théorie soit devenue concevable. En revanche, il nous semble raisonnable d'avancer :

> SYNTHESE. Il est « peu probable » qu'une théorie ne disposant pas d'une assise suffisante pour proposer un accès théorique à l'effectivité des transitions (d'états et de niveaux) constitue, à terme, une théorie satisfaisante des traitements d'information discrète.

Ces deux problématiques ne sont pas l'effet du hasard : nous les avons dégagées d'un catalogue d'impasses théoriques ou de suppositions insuffisantes, dont nous savons qu'elles n'aboutissent pas. Corrélativement, les hypothèses et conjectures que nous avons retenues, quelque bizarres qu'elles puissent sembler, sont cependant les seules que nous avons trouvées pour contourner ou surmonter ce catalogue d'impasses, sachant qu'on ne saurait ignorer les autres sciences :

> SYNTHESE. La marge de manoeuvre est étroite, car on ne saurait imaginer que la résolution de quelques problématiques, provenant de l'informatique, récuse indirectement (par conflit de fondement interposé) l'acquis obtenu dans d'autres disciplines.

Globalement, il s'agit d'un problème *très fortement contraint*, de sorte que le nombre de solutions différentes est vraisemblablement extrêmement faible. Sous cette hypothèse, on peut estimer qu'une [amorce de] réponse ayant déjà franchi les « premières lignes » a des chances d'aboutir. Parmi les contraintes que nous avons imposées à nos propres thèses, et qu'elles satisfont, pour autant que nous ayions pu le vérifier, et dans la limite de nos propres connaissances, figure l'exigence d'une double compatibilité avec la physique et avec les mathématiques[1]. Dans le contexte normatif actuel, les physiciens s'étonneront, puisque l'informatique n'est qu'un outil ou une application technologique, et les mathématiciens aussi, eu égard à l'évidente réduction aux théories de la calculabilité. Or, d'une part, sachant [140e] qu'un ordinateur ne calcule pas ses transitions d'état :

> SYNTHESE. Elaborer une théorie de l'informatique ou des traitements d'information, qui soit au moins applicable aux ordinateurs, ce n'est pas recommencer une théorie de la calculabilité, car c'est proposer une théorie capable de saisir : « se manifester comme [réductible à du] calculable ».

C'est donc immédiatement entrer en interférence avec les principes fondamentaux de la physique [prédictive]. D'où notre *théorème de la double concordance [120a] et les remarques [234d] relatives à la *possibilité* de procéder à des corroborations expérimentales. Mais, d'autre part, il suffit d'ouvrir les yeux, très précisément ceux de la rationalité positive la plus stricte, pour sa*voir* que, dans le fonctionnement matériel d'un ordinateur, les règles de substitution ou de réécriture ne correspondent à *aucune « réalité » objectivable*, et que la réduction des-dites machines à de telles règles est — et n'est rien d'autre que — une fiction, qui tient entièrement au rapport entre le savoir et l'écriture :

> SYNTHESE. Elaborer une théorie de l'informatique ou des traitements d'information, qui soit au moins applicable aux ordinateurs, ce n'est pas recommencer une théorie de la calculabilité (au sens habituel), car c'est proposer une théorie capable de saisir « ce qui est calculable » *sans le réduire* à des règles de substitution ou de réécriture.

---

1. Nos thèses satisfont à d'autres compatibilités, dont n'avons pas parlé ici (ou seulement de manière allusive), certaines n'ayant, au regard des critères normatifs actuels, aucun rapport avec le discours scientifique. Ces contraintes constituent autant de *ficelles* indispensables, sans lesquelles une recherche de fondement tourne court. Nous en parlerons peut-être un autre jour.

Nous ne contestons pas, tant s'en faut, l'opérativité de cette fiction ; pour autant, le problème théorique couvert par cette fiction *n'est pas affronté* ; il demeure donc *a fortiori* non résolu, ce que notifie [très probablement] la conclusion conjecturale à laquelle aboutissent les théories de la calculabilité [215] :

> INTERPRÉTATION. Les théories de la calculabilité ne sauraient constituer, en leur état actuel, des *théories des changements discrets*, puisque ces changements y interviennent : soit comme une *condition de possibilité* (effectuations concrètes assumées par le sujet), soit comme n'étant *rien* (évanouissement dans une identité ineffective, glissement du discret sur le fini).

C'est pourquoi nous avons cherché une autre manière de *passer discrètement*, ce que nous avons épinglé *un passage à degré de détermination constant*, et qui est théoriquement (conjecturalement) *équivalent à deux changements de niveaux inversés : c'est le triangle diabolique qui noue l'implication et l'irréductibilité mutuelles des transitions de niveau et des transition d'état via un passage à la limite de l'individuation [302]. Il s'ensuit que la compatibilité avec les mathématiques est tout, sauf évidente, parce qu'il faut s'assurer que les théories de la calculabilité, aussi bien que les manipulations d'écritures formelles, habituellement comprises comme des « calculs naïfs », sont réinterprétables (récupérables) via l'*équivalence théorique des deux changements de niveau inversés. Ce n'est pas sans poser quelques « difficultés », eu égard au contexte normatif actuel :

> SYNTHESE. D'où la ribambelle de *théorèmes couper/coller et le démontage de l'égalité, qui nous assurent que les changements de niveaux sont théoriquement inaccessibles dans les théories concernées (logiques y compris), donc libres de réinterprétation... ce qui équivaut [déjà partiellement] à réinterpréter les mathématiques et la logique des monolithes, puisque les niveaux y sont, jusqu'à présent, sans fondement théorique.

Réinterprétation qui n'est pas concevable sans la supposition « minimale » que toutes les théories (y compris logiques) sont conjecturales, etc. Prenons maintenant un peu de recul. On peut supposer que l'effectivité des changements [compris comme] discrets, et régressivement développable *sans fin*, a quelque parenté avec l'effectivité des changements [compris comme] continus, d'où :

> SYNTHESE. La réinterprétation des passages à la limite, relativement à la question de l'individuation, permet de déplier les changements de niveau *depuis les mathématiques formelles*, d'ouvrir une possibilité de mathématiser les changements discrets, et de mettre en évidence (ou de préciser) le lien entre plusieurs manières d'approcher l'entre-deux des abstractions (relations, fonctions, limites, contradictions, etc.).

A cet égard, il est probable qu'une *théorie des interprètes effectifs* réserve quelques surprises, quant à son rapport au *calcul* infinitésimal (et à tout ce qui en dépend).

Les applications

Le premier domaine d'application de nos thèses, qui n'est pas moins tangible que les autres, est parfois difficile à apprécier quant à ses implications théoriques, puisqu'il concerne les idées :

> SYNTHESE. Les blocages théoriques sont *toujours* des blocages dans les *idées*, les *concepts* et les *fictions*.

Une recherche de fondement est attentive aux idées, qui sont un horizon ouvert et questionnant, une sorte de réserve dans laquelle on puise la matière des concepts. Nous avons essayé d'approcher quelques aspects du rôle des *concepts*, et notamment le dédoublement des *concepts apparents* et des *concepts théoriques* : on sait actuellement peu de choses à ce sujet. Quant aux fictions, qui étayent bien souvent les évidences et les concepts les plus fondamentaux, chacun sait qu'aucune d'elles n'est à prendre au pied de la lettre, et qu'on peut se défendre de croire ou d'adhérer à chacune d'elles *considérée individuellement* ; chacun pourra cependant vérifier qu'il ne peut les éliminer *toutes à la fois*, d'où le soin que nous avons apporté à l'analyse de certaines fictions habituelles quant à leurs implications fondamentales.

Le second domaine d'application de nos thèses concerne les *recherches de fondement*. Nous avons montré que ces recherches ont un statut théorique dans le discours scientifique lui-même :

> SYNTHESE. Le point essentiel concerne la *critique* de la métaphore d'une solidité massive des fondations : car le statut théorique des recherches de fondement doit être rapporté, selon nous, au principe de l'interdit du « savoir absolu », lequel ouvre la voie à des théories de fondement *conjecturales*.

Dans le présent exposé, nous n'avons pas développé notre théorie de fondement pour elle-même, au degré le plus général, car nous avons directement considéré le cas [déjà] particulier d'une théorie de fondement assujettie à des régressions sans fin. Dans le contexte normatif actuel, on hésite à traiter des questions de fondement à ce degré de généralité ; d'où le recours à diverses évidences, plus ou moins incomplètement critiquées, pour pallier des conjectures de « savoir absolu » non énoncées ; corrélativement, on s'en remet à un catalogue de *modèles normatifs* auxquels les théories doivent se conformer. Il s'ensuit des blocages théoriques insurmontables, puisque ces modèles normatifs ne sont pas théoriquement accessibles (démontables, criticables, dépassables) : nous avons montré, aussi bien dans le contexte de la logique et des mathématiques, que dans celui de la méthode expérimentale, que ces modèles normatifs ne devaient leur pérennité qu'à des bouclages catastrophiques particulièrement résistants. En particulier :

> SYNTHESE. La supposition selon laquelle les procédés de formalisation (au double sens [249] de ce mot) visent l'élimination des ambiguïtés (rigueur théorique superlative), doit être entendue comme *simplement conjecturale*, puisque la conjonction entre la problématique de la référence et le critère de coïncidence formelle exclut *par principe* toute preuve ou réfutation formelles ou formalisées d'une telle supposition.

Cette synthèse ne signifie évidemment pas que les mathématiques ou la logique ne sont pas rigoureuses ; elle notifie simplement que la rigueur théorique *n'est pas ce qu'on imagine* dans le contexte normatif actuel (en tant qu'absence d'ambiguïté). Ce qui se dénoue, dans le cadre des présentes thèses, par l'effectivité des glissements :

> *THÉOREME DE GLISSEMENT. Relativement aux présentes thèses, il n'est pas concevable d'élaborer une théorie qui ne dépende de glissements d'écritures (ou de mots) manoeuvrés au degré le plus fondamental.

Une telle perspective ne nous serait jamais venue à l'idée si nous n'avions pas été *obligé* de l'admettre pour rendre compte de notre pratique la plus courante de l'informatique, et, par ricochet, pour comprendre l'articulation entre l'informatique et les mathématiques : ce *théorème ouvre la possibilité de dénouer le glissement du discret sur le fini, via le démontage de l'égalité, condition *sine qua non* pour mathématiser l'effectivité des transitions discrètes (d'état ou de niveau). On comprend qu'un tel *théorème ne puisse acquérir un statut théorique que *relativement* à une théorie [de fondement] qui soit en mesure de passer « sous » la formalisation.

Le troisième domaine d'application de nos thèses concerne l'informatique et les traitements d'information. L'idée essentielle tient en une phrase :

> SYNTHESE. Le blocage théorique relatif aux concepts cruciaux de l'informatique et des traitements d'information tient à la supposition que ces concepts relèvent de considérations finies.

Cette supposition ne tient pas, face à une analyse serrée des situations les plus courantes, bien qu'elle soit évidente et qu'on ne parvienne pas à la récuser, à cause, notamment, du glissement du discret sur le fini. Nous ne disons pas qu'il n'y a pas certains *aspects* qu'il soit opératoire de réduire à des considérations finies ; nous disons seulement qu'il est sans espoir d'attendre d'une théorie, ne reposant que sur des considérations finies, qu'elle soit satisfaisante :

> SYNTHESE. La réduction de l'informatique et des traitements d'information à des considérations finies repose *grosso modo* sur l'élimination de l'effectivité des transitions entre états (accès théorique bloqué aux interprètes effectifs) et entre niveaux (accès théorique bloqué aux variations de détermination).

Cette synthèse mériterait de nombreuses nuances, que le montage des fonctions (quadrangle de glissements [277]) permet d'apercevoir. Sachant que l'articulation entre les traitements d'information et les mathématiques est problématique :

> SYNTHESE. On a tout intérêt, selon nous, à séparer le champ théorique des traitements d'information et les théories mathématiques se proposant de le mathématiser : d'une part, pour provoquer une *explicitation* des articulations (au lieu de les glisser sous des évidences) ; et, d'autre part, pour ménager les joints d'élasticité permettant d'obtenir différentes mathématisations (différents points de vue) sur les mêmes objets.

Cet intérêt est sans doute partagé ; car nous ne croyons pas qu'il y ait le moindre intérêt théorique à entretenir des évidences douteuses pour articuler les deux champs ; et nous ne croyons pas non plus qu'il y ait le moindre intérêt mathématique à invoquer des applications opératoires pour cautionner des évidences douteuses *à l'intérieur* des mathématiques elles-mêmes. A cet égard :

> SYNTHESE. Il n'est pas improbable que les traitements d'information et la mathématisation qu'ils appellent, constituent une *situation théorique* comparable, dans le cas discret, à celle que le XVII$^{\text{ème}}$ siècle affronta dans le cas continu.

Autant les changements continus ont été rapportés à un *peuplement linéaire* des intervalles (du moins dans les interprétations standard), autant les changements discrets nous paraissent devoir être rapportés aux *variations de détermination* (à l'égard desquelles les changements de niveau sont un cas particulier) :

> SYNTHESE. L'accès théorique aux changements discrets appelle des approches *globales* procédant par *transformations* [1] assujetties à des *principes de conservation*.

La trame régressive qui sous-tend le discret *sans fin* conduit à considérer que la « plus petite unité » n'est nullement une sorte de petit atome discret et borné de toutes parts dans le fini, mais une *multiplicité de développements régressifs*, qui sont *toujours* développés *seulement partiellement*, puisqu'ils sont *sans fin*, quoiqu'on ne puisse aucunement les réduire à de tels développements partiels.

L'air du temps

Le présent exposé, qui s'est principalement attaché à établir la *possibilité* de ménager un accès théorique aux changements discrets, ne présente ni une théorie des transformations applicables à l'informatique, ni *a fortiori* d'application concrète de cette théorie. Plus généralement :

> SYNTHESE. Au cours du présent exposé, nous avons amorcé trois théories qui se requièrent mutuellement : une *théorie des régressions sans fin* (théorie elle-même régressive), une *théorie de l'écriture* (convenant aux écritures *réelles* sans fin), et une *théorie de transformation* (applicable aux multiplicités régressives).

Ce que nous avons brièvement esquissé au sujet de la transformation des fonctions [344-350] montre qu'on ne peut aller bien loin dans le cadre normatif actuel : ces théories dépendent directement de la possibilité de manoeuvrer les régressions sans fin ; elles impliquent corrélativement l'*hypothèse des indécelables et le dépassement du principe de contradiction, d'où le préalable d'une théorie de fondement et d'une théorie des dépassements. Compte-tenu du fait que nous avons abordé certaines questions à un degré particulièrement fondamental, il est raisonnable de supposer que certaines de nos thèses sont applicables ou adaptables à des champs théoriques fort éloignés de l'informatique et des traitements d'information. Mais cela se situe bien au-delà de nos connaissances, et nous noterons simplement :

1. Notre thèse de troisième cycle en a déjà exposé une partie. D'autres aspects sont mis en oeuvre depuis plusieurs années dans notre enseignement (cf. le *Polycopié de maîtrise, module M5 option systèmes*, 1989).

SYNTHESE. A maints égards, les questions fondamentales abordées dans le présent exposé sont *dans l'air du temps*, les réponses aussi, pourvu qu'on sache en décrypter le brouillage anagrammatique ; il est d'ailleurs probable qu'aucune des pièces du puzzle que nous proposons ne soit originale ou nouvelle : seule importe vraiment la manière de les disposer et de les ajointer.

C'est, en quelque sorte, le *savoir d'une époque* qu'on peut recueillir comme théorie de fondement, ce qui *devient concevable* à une époque déterminée, et qui n'est, proprement, ni ici ni là, mais disséminé dans l'entrechoc des discours les plus divers. Le discours scientifique ne bénéficie d'aucun privilège, et ne saurait se soustraire au devenir qui le porte, parce que connaître n'est pas l'exercice désincarné d'une combinatoire règlementée d'idées préexistantes et immuables, mais une manière d'*être au monde* — un lien — qui *sépare* ***et*** *relie*.

Le blanc

« Le blanc est lecture préliminaire du blanc. [1] »

1. E. JABES, *El, ou le dernier livre*, Gallimard, Paris, 1973.

Bibliographie

•

■ *Dans ces références bibliographiques, nous avons extrait les articles, les études et les oeuvres grâce auxquelles nous sommes parvenu à situer la problématique des fondements de l'informatique dans son double rapport à la* question des fondements de normativité scientifique actuelle *et à la* question du rapport entre le savoir [scientifique] et l'écriture. *Nous n'avons pas reproduit les références, désormais classiques, qui rapportent directement l'informatique aux mathématiques (logique formelle, théorie de la calculabilité, etc.) ou à la physique (via la technologie des machines), puisqu'elles présupposent* évident *(donc « résolu »* a priori*) ce qui nous paraît la question centrale, à savoir le glissement du discret sur le fini. Dans la mesure où nous raisonnons relativement aux critères normatifs maximaux (qui concernent la corroboration expérimentale, l'axiomatisation formelle et les représentations formelles effectives), nous avons insisté sur les références qui concernent les fondements de la physique (et la méthode expérimentale), des mathématiques et de la logique formelle. Une place importante est réservée à l'histoire des [idées en] sciences, grâce à des études largement documentées, qui sont menées, pour la plupart, par des spécialistes des domaines concernés, tant en physique qu'en mathématiques, sachant qu'une attention spéciale a été apportée à des réflexions provenant des physiciens ou des mathématiciens eux-mêmes concernant leurs propres travaux et résultats. A notre sens, un retour sur l'émergence des théories scientifiques, aujourd'hui établies et, peut-être, devenues [trop] évidentes, permet d'apercevoir le caractère particulièrement* classique *de la problématique abordée par notre recherche.*

De ou sur G. W. LEIBNIZ

■ *Compte-tenu de l'importance des idées et des méthodes de G. W. LEIBNIZ pour notre recherche, nous avons regroupé sous ce titre ce qui concerne plus directement le « système de LEIBNIZ ».*

BELAVAL, Yvon
[1960] *Leibniz critique de Descartes*, Gallimard, Paris.

DELEUZE, Gilles
[1972] *Différence et répétition*, Puf, Paris.
[1988] *Le pli (Leibniz et le baroque)*, Minuit, Paris.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm
[1686] *Discours de métaphysique (suivi de la correspondance avec Arnauld)*, Vrin, Paris, 1984.
[1710] *Essais de Théodicée*, Garnier Flammarion, Paris, 1969.
[1714] *La monadologie*, Delagrave, Paris, 1983.

SERRES, Michel
[1968] *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Puf, Paris.
[*Ouvrage essentiel pour approcher le système de Leibniz et l'application de ses méthodes et ses idées à des champs multiples, à l'intérieur et à l'extérieur des mathématiques*]

Sur les mathématiques

■ *Sont regroupées sous ce titre les études concernant directement ou indirectement les mathématiques et la logique (fondements, méthode, principes, concepts et histoire), ainsi que des réflexions et des correspondances de mathématiciens et logiciens concernant leurs propres travaux.*

BADIOU, Alain
[1969] *Le concept de modèle*, Maspero, Paris, 1969.
[1988] *L'être et l'évènement*, Le Seuil, Paris.
[*Etude liée aux travaux de Paul J. Cohen sur la théorie des ensembles*]

CANTOR, Georg
[1872-1899] *Correspondance avec R. Dedekina*, Traduite dans : J. Cavaillès, Philosophie mathématique, Hermann, Paris, 1962.
[1883] *Fondements d'une théorie générale des ensembles*, Mathematische Annalen, XXI, 545-586 (trad. française de J. C. MILNER, Cahiers pour l'analyse, n° 10, Le Seuil, Paris, 1969).

CAVAILLES, Jean
[1937] *Méthode axiomatique et formalisme (essai sur le fondement des mathématiques)*, Hermann, Paris, 1981.
[1938] *Philosophie mathématique*, Hermann, Paris, 1962.
[1944] *Sur la logique et la théorie de la science*, Vrin, Paris, 1987.

CHURCH, Alonzo
[1956] *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton University Press.

CURRY, Haskell B.
[1963] *Foundations of mathematical logic*, New York, Mac Graw Hill.

DAHAN-DALMEDICO, Amy
[1986] (et J. PEIFFER) *Une histoire des mathématiques*, Le Seuil, Paris.

DEDEKIND, Richard
[1872] *Continuité et nombres irrationnels*, Trad. française J. MILNER et H. SINACEUR, Analytica n° 12-13, Lyse, Paris.
[1888] *Les nombres, que sont-ils et à quoi servent-ils ?*, Trad. française J. MILNER et H. SINACEUR, Analytica n° 12-13, Lyse, Paris.

DESANTI, Jean T.
[1968] *Les idéalités mathématiques*, Le Seuil, Paris.

DIEUDONNÉ, Jean
[1987] *Pour l'honneur de l'esprit humain (Les mathématiques aujourd'hui)*, Hachette, Paris.

EKELAND, Ivar
[1984] *Le calcul, l'imprévu*, Le Seuil, Paris.

FREGE, Gottlob
[1879-1925] *Ecrits logiques et philosophiques*, Traduction et introduction de C. IMBERT, Le Seuil, Paris, 1971.
[1884] *Les fondements de l'arithmétique*, Traduction et introduction de C. IMBERT, Le Seuil, Paris, 1969.

GÖDEL, Kurt
[1944] *La logique mathématique de Russell*, The philosophy of Bertrand Russell, Tudor publishing Company, New York, 1944 (trad. française in Cahiers pour l'analyse, n° 10, Le Seuil, Paris).

KRIVINE, Jean-Louis
[1969] *Théorie axiomatique des ensembles*, Paris, Puf.

LACOMBE, Daniel
[1969] *Le problème du fondement depuis Gödel*, Les études philosophiques, 1969, n° 4, Puf, Paris.

LADRIERE, Jean
[1957] *Les limitations internes des formalismes*, Gauthier-Villars, Paris.

LARGEAULT, Jean
[1972] *Logique mathématique (textes)*, Armand Colin, Paris.
[*Recueil de textes de : J. LUKASIEWICZ, E. POST, E. W. BETH, TH. SKOLEM, L. LÖWENHEIM, K. GÖDEL, L. HENKIN, D. HILBERT*]

LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc
[1982] *Physique et mathématiques*, Penser les mathématiques (séminaire LOI), le Seuil, Paris.

LÉVY, Tony
[1987] *Figures de l'infini*, Le Seuil, Paris.

MARKOV, A. A.
[1962] *Theory of algorithms*, Académie des sciences, Moscou, URSS.

RAMUNI, Jérôme
[1989] *La physique du calcul*, Hachette, Paris.

RUSSELL, Bertrand
[1910] *La théorie des types logiques*, Revue de Métaphysique et de Morale, XVIII, 1910.

WITTGENSTEIN, Ludwig
[1921] *Tractatus logico-philosophicus*, Gallimard, Paris, 1961.
[1951] *De la certitude*, Gallimard, Paris, 1975.
[1956] *Remarques sur les fondements des mathématiques*, Gallimard, Paris, 1983.

Sur la physique

■ *Sont regroupées sous ce titre les études concernant directement ou indirectement la physique (fondements, méthode, principes, concepts et histoire), ainsi que des réflexions et des correspondances de physiciens concernant leurs propres travaux.*

BACHELARD, Gaston
[1934] *Le nouvel esprit scientifique*, Puf, Paris, 1975.
[1940] *La philosophie du non*, Puf, Paris.
[1949] *Le rationalisme appliqué*, Puf, Paris.

COSTA DE BEAUREGARD, O
[1963] *Le second principe de la science du temps*, Le Seuil, Paris.

DE BROGLIE, Louis
[1966] *Certitudes et incertitudes de la science*, Albin Michel, Paris.

EINSTEIN, Albert
[1916-1955] *Correspondance avec Max Born*, Le Seuil, Paris, 1972.
[1938] (et L. INFELD) *L'évolution des idées en physique*, Flammarion, Paris, 1982.
[1949] *Autoportrait*, InterEditions, Paris, 1980.

FEYNMAN, Richard
[1965] *La nature de la physique*, Le Seuil, Paris, 1980.

HEISENBERG, Werner
[1958] *Physique et philosophie*, Albin Michel, Paris, 1971.

HOLTON, Gerald
[1973] *L'imagination scientifique*, Gallimard, Paris.
[*Recueil d'articles de Gérald Holton, titulaire d'une chaire de physique et d'une chaire d'histoire de la physique à l'université de Harvard : Les thêmata dans la pensée scientifique ; L'univers de Johannes Kepler : physique et métaphysique ; Aux origines de la théorie de la relativité restreinte ; Einstein et la quête de l'image du monde ; L'élaboration théorique selon le modèle einsteinien ; Le groupe de Fermi et le rétablissement des positions de l'Italie en physique ; Des modèles permettant de comprendre le développement de la recherche ; L'imagination scientifique : dyonisiens et apolliniens ; De la psychologie des hommes de science et de leur intérêt pour les problèmes sociaux*]
[1982] *L'invention scientifique*, Puf, Paris.
[*Recueil d'études : l'imagination thématique en sciences ; les racines de la complémentarité ; sous-électrons, présuppositions et la controverse Millikan-Ehrenhaft ; Mach, Einstein et la recherche du réel ; Einstein, Michelson et l'expérience « cruciale » ; essayer de comprendre le génie scientifique*]

KOYRÉ, Alexandre
[1930-1963] *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*, Gallimard, Paris, 1973.
[*Recueil d'articles : La pensée moderne ; Aristotélisme et Platonisme dans la philosophie du Moyen Age ; L'apport scientifique de la renaissance ; Les origines de la science moderne ; Etapes de la cosmologie scientifique ; Léonard de Vinci, 500 ans après ; La dynamique de Nicolo Tartaglia ; Jean-Baptiste Benedetti critique d'Aristote ; Galilée et Platon ; Galilée et la révolution scientifique du XVIIème siècle ; Galilée et l'expérience de Pise (à propos d'une légende) ; Le de motu gravium de Galilée ; Une expérience de mesure ; Gassendi et la science de son temps ; Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus ; Pascal savant ; Perspectives sur l'histoire des sciences*]
[1968] *Etudes newtoniennes*, Gallimard, Paris.
[*Recueil d'articles : Sens et portée de la synthèse newtonienne ; La gravitation universelle de Képler à Newton ; L'hypothèse et l'expérience chez Newton ; Newton et Descartes ; Newton, Galilée et Platon ; Une lettre inédite de Robert Hooke à Isaac Newton ; Les Regulae Philosophandi ; L'attraction : Newton et Cotes*]

LÉVY, Pierre
[1987] *La machine univers*, Editions la Découverte, Paris.

NICOLESCU, Basarab
[1985] *Nous, la particule et le monde*, Editions Le Mail, Paris.
[1988] *La science, le sens, et l'évolution (Essai sur Jakob Boehme)*, Editions du Félin, Paris.

PRIGOGINE, Ilya
[1979] (et I. STENGERS) *La nouvelle alliance*, Gallimard, Paris.

Sur la cognition

■ *Sont regroupées sous ce titre des études concernant la cognition, aussi bien dans son aspect expérimental que dans la réflexion induite par les tentatives de simulation et de synthèse sur des machines.*

CHANGEUX, Jean-Pierre
[1983] *L'homme neuronal*, Fayard, Paris.

GANASCIA, Jean-Gabriel
[1990] *L'âme-machine (les enjeux de l'intelligence artificielle)*, Le Seuil, Paris.

VARELA, Francisco J.
[1989] *Connaître (les sciences cognitives, tendances et perspectives*, Le Seuil, PAris.

WINOGRAD, Terry
[1985] *L'intelligence artificielle en question*, Puf, Paris.

Sur la question des fondements

■ *Sont regroupées sous ce titre les études et les oeuvres où la question des fondements en général est abordée, aussi bien depuis la philosophie et les sciences, que depuis le droit, les institutions, la psychanalyse et l'éthnologie, par exemple.*

ARISTOTE,
[IVème av. J.C.] *La Métaphysique*, Traduction française de J. TRICOT, Vrin, Paris, 1986.

ARSAC, Jacques
[1970] *La science informatique*, Dunod, Paris.

ATLAN, Henri
[1986] *A tort et à raison (intercritique de la science et du mythe)*, Seuil, Paris.

BAUDRY, François
[1988] *L'intime (études sur l'objet)*, Editions de l'éclat, Montpellier.
[1991] *Le noeud borroméen et l'objet a*, Actes du colloque organisé par le Collège international de philosophie : Lacan avec les philosophes, Albin Michel, Paris.

BERGSON, Henri
[1927] *Essai sur les données immédiates de la conscience*, Puf, Paris, 1988.
[1938] *La pensée et le mouvant*, Puf, Paris, 1990.
[1939] *Matière et mémoire*, Puf, Paris, 1985.

DELEUZE, Gilles
[1964] *Proust et les signes*, Puf, Paris, 1971.
[1980] (et F. GUATTARI) *Mille plateaux*, Minuit, Paris.
[1986] *Foucault*, Minuit, Paris.

DERRIDA, Jacques
[1972] *Marges, de la philosophie*, Minuit, Paris.
[1987] *De l'esprit (Heidegger et la question)*, Editions Galilée, Paris.

DESANTI, Jean T.
[1976] *Introduction à la phénoménologie*, Gallimard, Paris.

DESCARTES, René
[1637] *Discours de la méthode*, Fayard, Paris, 1986.
[1647] *Méditations métaphysiques*, Garnier Flammarion, Paris, 1979.

FOUCAULT, Michel
[1966] *Les mots et les choses*, Gallimard, Paris.
[1969] *L'archéologie du savoir*, Gallimard, Paris.
[1971] *L'ordre du discours*, Gallimard, Paris.

FREUD, Sigmund
[1887-1902] *La naissance de la psychanalyse (correspondance avec W. FLIESS)*, Traduction française de A. BERMAN, Puf, Paris, 1973.

HEIDEGGER, Martin
[1934-1946] *Chemins qui ne mènent nulle part*, Gallimard, Paris, 1962.
[1941] *Concepts fondamentaux*, Gallimard, Paris, 1985.
[1968] *Essais et conférences*, Gallimard, Paris.

HUSSERL, Edmund
[1913] *Recherches logiques*, Puf, Paris, 1959.
[1929] *Logique formelle et logique transcendentale*, Puf, Paris, 1984.
[1929] *Méditations cartésiennes (introduction à la phénoménologie)*, Vrin, Paris, 1986.
[1936] *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendentale*, Gallimard, Paris, 1976.

HÉRACLITE,
[VIème av. J.C.] *Fragments*, Traduction et commentaire de M. CONCHE, Puf, Paris, 1987.

JANKÉLÉVITCH, Vladimir
[1953] *Philosophie première*, Puf, Paris, 1986.
[1980] *Le Je-ne-sais-quoi et le Presque-rien*, Le Seuil, Paris.

KANT, Emmanuel
[1781] *Critique de la raison pure*, Traduction française de J. BARNI, Flammarion, Paris, 1987.

KOYRÉ, Alexandre
[1961] *Etudes d'histoire de la pensée philosophique*, Gallimard, Paris, 1971.

KUHN, Thomas S.
[1983] *La structure des révolutions scientifiques*, Flammarion, Paris, 1983.

LACAN, Jacques
[1966] *Ecrits*, Le Seuil, Paris.
[1973] *Le séminaire, livre XI, Les quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse*, Le Seuil.
[1975] *Le séminaire, livre XX, Encore*, Le Seuil, Paris.

LECOURT, Dominique
[1972] *Pour une critique de l'épistémologie (Bachelard, Canguilhem, Foucault)*, Maspéro, Paris.

LEGENDRE, Pierre
[1983] *Leçons II : L'empire de la vérité (introduction aux espaces dogmatiques industriels)*, Fayard, Paris.
[1988] *Leçons VII : Le désir politique de Dieu (Essai sur les montages de l'Etat et du Droit)*, Fayard, Paris.

LUPASCO, Stephane
[1982] *Les trois matières*, Editions Cohérence, Strasbourg.

MERLEAU-PONTY, Maurice
[1945] *Phénoménologie de la perception*, Gallimard, Paris.
[1960] *Le visible et l'invisible*, Gallimard, Paris, 1964.

MONOD, Jacques
[1970] *Le hasard et la nécéssité*, Le Seuil, Paris.

POPPER, Karl R.

[1963] *Conjectures et réfutations*, Payot, Paris, 1985.

[*Recueil d'articles : Des sources de la connaissance et de l'ignorance ; La science : conjectures et réfutations ; La nature des problèmes philosophiques et leurs racines scientifiques ; Trois conceptions de la connaissance ; Pour une théorie rationaliste de la tradition ; Retour aux présocratiques ; Note sur Berkeley, précurseur de Mach et d'Einstein ; Critique et cosmologie kantiennes ; le statut de la science et de la métaphysique ; Pourquoi les calculs logiques s'appliquent-ils à la réalité ? ; Vérité, rationalité et progrès de la connaissance scientifique ; La démarcation entre la science et la métaphysique ; Le langage et la problématique corps/esprit ; Réflexivité et signification dans le langage ordinaire ; Qu'est-ce que la dialectique ? ; Prédiction et prophétie dans les sciences sociales ; Opinion publique et principe libéraux ; Utopie et violence ; Sur l'histoire de notre époque ; Humanisme et raison*]

SERRES, Michel

[1968] *Hermès I, la communication*, Minuit, Paris.

[1972] *Hermès II, l'interférence*, Minuit, Paris.

[1974] *Hermès III, La Traduction*, Minuit, Paris.

[1977] *Hermès IV, la distribution*, Minuit, Paris.

[1980] *Le parasite*, Grasset, Paris.

[1980] *Le passage du Nord-Ouest*, Minuit, Paris.

[1982] *Genèse*, Grasset, Paris.

[1983] *Rome, le livre des fondations*, Grasset, Paris.

[1987] *Statues*, Editions François Bourin, Paris.

THOM, René

[1982] *Mathématique et théorisation scientifique*, Penser les mathématiques, Le Seuil, Paris.

[1983] *Paraboles et catastrophes*, Flammarion, Paris.

Sur l'écriture, la parole et la trace

■ *Compte-tenu de l'importance de la question du statut de l'écriture dans nos travaux, et de son rapport à la parole et à la trace, nous avons regroupé sous ce titre les études et les oeuvres, d'origine diverses, où ces questions sont directement abordées.*

BLANCHOT, Maurice

[1959] *Le livre à venir*, Gallimard, Paris.

[1980] *L'écriture du désastre*, Gallimard, Paris.

DERRIDA, Jacques

[1967] *De la grammatologie*, Minuit, Paris.

[1967] *L'écriture et la différence*, Le Seuil, Paris.

[1972] *La voix et le phénomène*, Puf, Paris.

[1986] *Parages*, Editions Galilée, Paris.

GODARD, Jean-Luc

[1980] *Introduction à une véritable histoire du cinéma*, Albatros, Paris.

HEIDEGGER, Martin

[1950-1959] *Acheminement vers la parole*, Gallimard, Paris, 1976.

HJELMSLEV, Louis

[1943] *Prolégomènes à une théorie du langage*, Minuit, Paris, 1971.

JABES, Edmond

[1963] *Le livre des questions*, Gallimard, Paris.

[1965] *Le retour au livre*, Gallimard, Paris.

[1973] • *(el, ou le dernier livre)*, Gallimard, Paris.

[1980] *L'ineffaçable, l'inaperçu*, Gallimard, Paris.

[1985] *Le parcours*, Gallimard, Paris.

LYOTARD, Jean-François
[1983] *Le différend*, Minuit, Paris.

PIERCE, Charles S.
[1885-1910] *Ecrits sur le signe*, Le Seuil, Paris, 1978.

PROUST, Marcel
[1909-1912] *Contre Sainte-Beuve*, Gallimard, Paris, 1954.

SCHOLEM, Gershom G.
[1966] *La Kabbale et sa symbolique*, Payot, Paris.

Table des matières

•

PARTIE I

UNE SITUATION DE LA QUESTION DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE.

PARTIE II

PREMIERS ÉLÉMENTS D'UNE RÉPONSE A LA PROBLÉMATIQUE DES FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE.

PARTIE III

ETUDES DE CAS : ÉTATS ET TRANSITIONS D'ÉTAT.

PARTIE V

LES ÉTATS ET LES NIVEAUX DANS LES MATHÉMATIQUES FORMELLES.